



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## **Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne**

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

---

Program zajęć rozszerzających z matematyki  
w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”  
na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r  
w **Zespole Szkół Technicznych w Chełmie**



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

## I. WSTĘP

W każdej klasie można spotkać uczniów mniej lub bardziej uzdolnionych matematycznie. Praca z uczniem zdolnym odbywać się musi na każdej lekcji, na zajęciach poza lekcyjnych i spotkaniach indywidualnych ucznia z nauczycielem. Czynne uczestnictwo w zajęciach pozalekcyjnych rozszerzających z matematyki w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” pozwoli uczniowi na rozwijanie zainteresowań i będzie sprzyjać kształtowaniu osobowości. Pozwoli mu na lepsze zrozumienie matematyki i podniesienie efektów nauki. Ułatwi rozwiązywanie problemów z różnych dziedzin nauki skorelowanych z matematyką. Realizowanie treści dodatkowych nie objętych programem nauczania pozwoli uczniowi na zdawanie matury na poziomie rozszerzonym a tym samym umożliwi mu kontynuowanie nauki na uczelniach wyższych, w szczególności politechnicznych. Zajęcia pozalekcyjne pozwolą nauczycielowi lepiej poznać uczniów, ich zdolności i predyspozycje.

Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

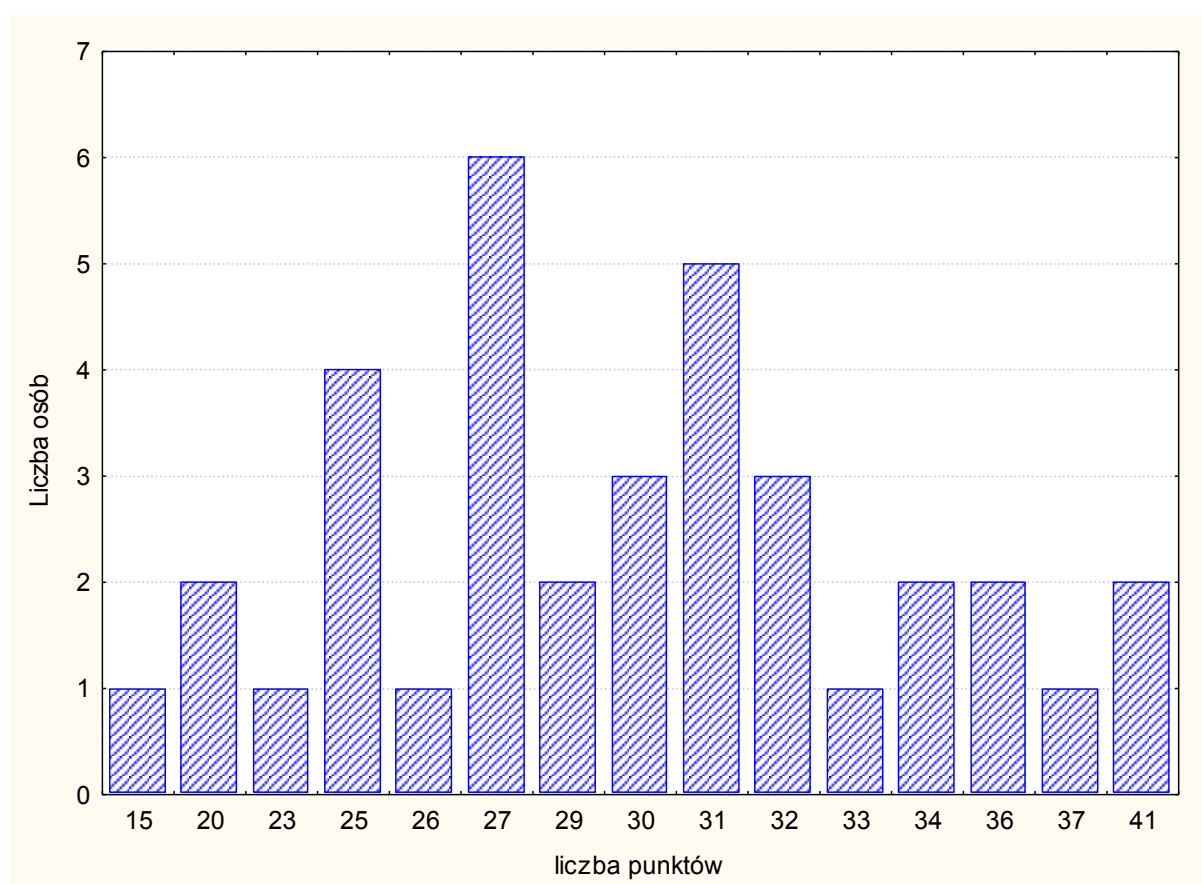
W rekrutacji do zajęć rozszerzających w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespół Szkół Technicznych w Chełmie wzięło udział 36 osób. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 29,36 punktów, co stanowi 58,72% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik nieznacznie wyższy od wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 30 punkty (mediana). Najniższy wynik na egzaminie to 15 punktów, a najwyższy to 41 punktów.



Tabela 1. Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.

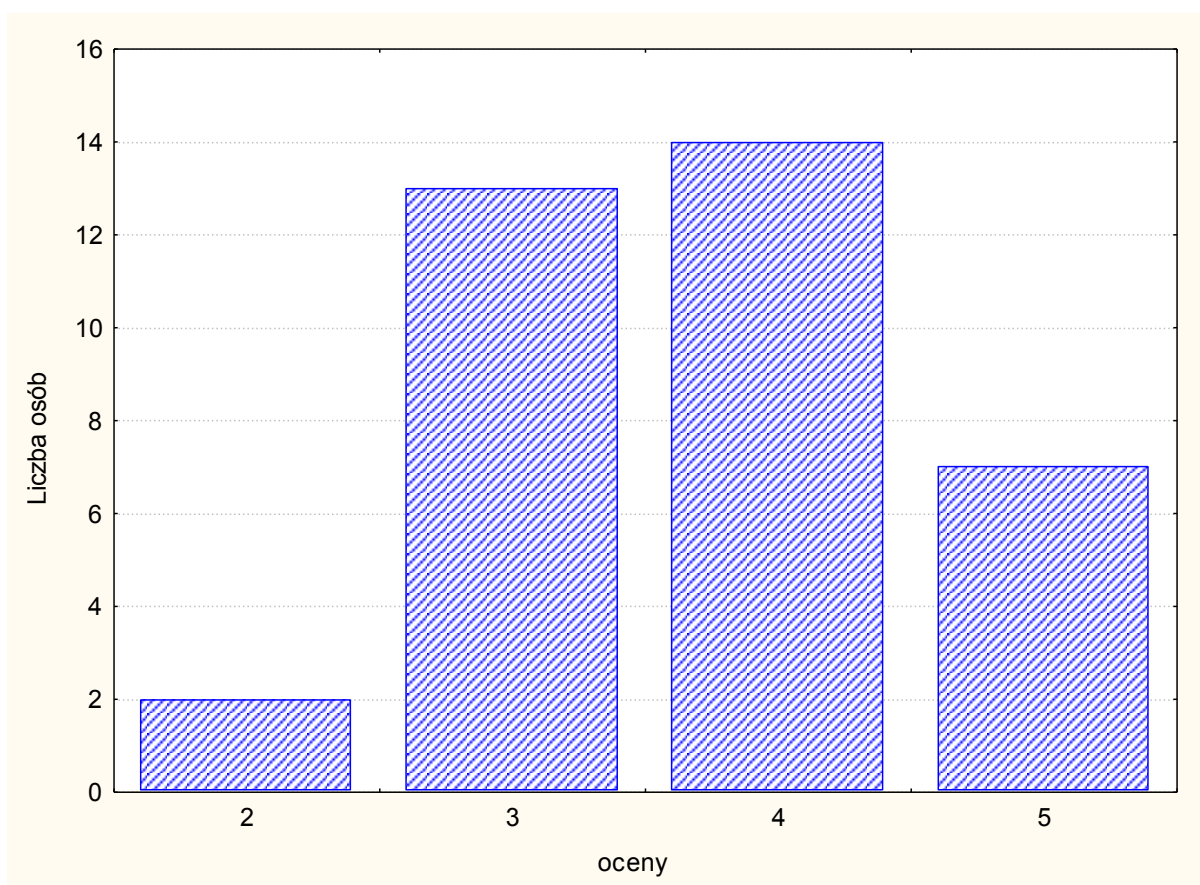
Podstawowe miary statystyczne	Województwo lubelskie		Zespół Szkół Technicznych w Chełmie	
	punkty	procent	punkty	procent
<b>Średni wynik</b>	<b>23,85</b>	<b>47,70</b>	<b>29,36</b>	<b>58,72</b>
Mediana	23	46	30	60
Wynik najniższy	1	2	15	30
Wynik najwyższy	50	100	41	82
Odchylenie standardowe	9,59	19,19	5,48	10,96

Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów Zespołu Szkół Technicznych w Chełmie, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 15 do 41.



Rysunek 1. Rozkład wyników gimnazjalistów Zespołu Szkół Technicznych w Chełmie rozwiązujących arkusz GM-1-102.

Uczniowie biorący udział w rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół Technicznych h w Chełmie byli rekrutowani także pod względem ocen końcowych z matematyki w gimnazjum. Średnia ocena dla tych uczniów to 3,72. Nie było uczniów, którzy otrzymali ocenę celującą. 2 uczniów uzyskało ocenę dopuszczającą, 13 osób otrzymało ocenę dostateczną, 14 uczniów uzyskało ocenę dobrą, 7 uczniów uzyskało ocenę bardzo dobrą.



Rysunek 2. Rozkład ocen końcowych z gimnazjum uczniów Zespołu Szkół Technicznych w Chełmie.

Powyższa analiza wyników egzaminu gimnazjalnego uczestników zajęć, a także ocena końcoworoczna w trzeciej klasie gimnazjum spowodowała, iż zakwalifikowali się oni na zajęcia rozszerzające, ze względu na ilość zdobytych punktów na egzaminie gimnazjalnym i przy stosunkowo dobrych ocenach z matematyki na tle wszystkich uczniów w szkole.

## **II. CELE EDUKACYJNE**

### **I. Cele ogólne:**

Nadrzędnym celem programu jest

- Rozszerzanie wiadomości z matematyki nie objętych programem nauczania,
- Kształtowanie umiejętności sprawnego operowania pojęciami matematycznymi, biegłego rozwiązywania zadań o zwiększonym stopniu trudności,

Opracowany program zajęć rozszerzających ma na celu :

- Rozwijanie aktywności twórczej oraz zainteresowań matematycznych uczniów,
- Rozwijanie umiejętności wykorzystywania wiedzy matematycznej w życiu codziennym,
- Stymulowanie rozwoju uczniów poprzez rozwiązywanie i rozstrzyganie ciekawych problemów z różnych dziedzin matematyki.

### **2. Cele szczegółowe:**

#### **1) wykorzystania i tworzenia informacji:**

Uczeń używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.

To znaczy, że potrafi:

- odczytać informację bezpośrednio wynikającą z treści zadania,
- wykonać rutynową procedurę dla typowych danych oraz niekoniecznie typowych danych,
- odczytać informację z wykorzystaniem więcej niż jednej postaci danych,
- precyzyjnie zapisywać przebieg swojego rozumowania.

#### **2) wykorzystania i interpretowania reprezentacji:**

Uczeń rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne. Potrafi:

- poprawnie wykonywać działania na liczbach i przedziałach liczbowych, przekształcać wyrażenia algebraiczne, rozwiązywać równania, ich układy oraz nierówności, odczytywać z wykresu własności funkcji, sporządzać wykresy niektórych funkcji, znajdować stosunki miarowe w figurach płaskich i przestrzennych (także z wykorzystaniem układu współrzędnych lub trygonometrii), zliczać obiekty i wyznaczać prawdopodobieństwo;

- zastosować dobrze znaną definicję lub twierdzenie w typowym kontekście oraz w odniesieniu do bardziej złożonych obiektów matematycznych;

### **3) modelowania matematycznego:**

Uczeń buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia sytuacji. Potrafi, także w sytuacjach praktycznych:

- podać wyrażenie algebraiczne, funkcję, równanie, nierówność, interpretację geometryczną, przestrzeń zdarzeń elementarnych opisujące przedstawioną sytuację;
- przetworzyć informacje wyrażone w jednej postaci w postać ułatwiającą rozwiązanie problemu;
- ocenić przydatność otrzymanych wyników z perspektywy sytuacji, dla której zbudowano model;
- buduje model matematyczny danej sytuacji, także praktycznej uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia sytuacji.

### **4) użycia i tworzenia strategii:**

Uczeń stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania. Potrafi:

- dobrać odpowiedni algorytm do wskazanej sytuacji problemowej;
- ustalić zależności między podanymi informacjami;
- zaplanować kolejność wykonywania czynności, wprost wynikających z treści zadania, lecz nie mieszczących się w ramach rutynowego algorytmu;
- krytycznie ocenić otrzymane wyniki;
- zaplanować i wykonać ciąg czynności prowadzący do rozwiązania problemu, nie wynikający wprost z treści zadania.

### **5) rozumowania i argumentacji:**

Uczeń prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków. Potrafi:

- wyprowadzić wniosek ze złożonego układu przesłanek i go uzasadnić;
- zastosować twierdzenie, które nie występuje w treści zadania;
- analizować i interpretować otrzymane wyniki;
- przeprowadzić dowód.

### III. ZAŁOŻENIA PROGRAMU

1. Rozwijanie umiejętności wykonywania operacji rachunkowych na liczbach wymiernych, zarówno sposobem pisemnym, jak i przy pomocy kalkulatora.
2. Ćwiczenie rachunku pamięciowego w zakresie czterech podstawowych działań.
3. Ćwiczenie sprawności w zakresie: upraszczania wyrażeń algebraicznych, rozwiązywania równań, w tym proporcji, układów równań, kreślenia wykresów funkcji i określania ich własności, posługiwania się własnościami figur geometrycznych, stosowania obliczeń procentowych, zamiany jednostek, przekształcania wzorów i stosowania przybliżeń w rachunku liczbowym.
4. Rozwijanie umiejętności posługiwania się właściwą terminologią.
5. Rozwijanie umiejętności korzystania z podręcznika i innych źródeł, czytania tekstu matematycznego ze zrozumieniem i analizowania treści zadań.
6. Rozwijanie umiejętności wykonywania obliczeń w różnych sytuacjach praktycznych.
7. Rozwijanie umiejętności posługiwania się własnościami figur geometrycznych w sytuacjach praktycznych.
8. Kształcenie umiejętności operowania informacją, czyli porównywania, selekcjonowania, analizowania, interpretowania i przetwarzania informacji podanych w różnej formie.
9. Rozwijanie umiejętności zapisywania związków za pomocą symboli, wyrażeń algebraicznych, równań i nierówności.
10. Rozwijanie umiejętności zapisywania planu rozwiązania zadania.
11. Rozwijanie umiejętności wyciągania wniosków na podstawie analizy funkcji przedstawionych w różnej postaci.
12. Rozwijanie umiejętności wyróżniania z treści zadania istotnych wielkości i zapisywania ich w terminach matematyczno-przyrodniczych.
13. Rozwijanie umiejętności opracowywania otrzymanych wyników i wyciągania wniosków.
14. Wyrabianie samodzielności w rozwiązywaniu różnych rodzajów i typów zadań, ze szczególnym zwróceniem uwagi na zadania otwarte.

### IV. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH

Pracę z uczniem na zajęciach rozszerzających z matematyki realizuje się poprzez:

Wykład problemowy w formie wyjaśnień i instrukcji

Rozwiązywanie zadań problemowych

Praca z tekstem, pokaz, obserwacja

Pogadanka i dyskusja pod kierunkiem nauczyciela

Stworzenie uczniom najzdolniejszym okazji do swobodnego wyboru zadań trudniejszych, swobodnej decyzji w podejmowaniu dodatkowych zadań.

### **1. Organizacja zajęć**

Zajęcia odbywać się będą w grupach, według harmonogramu, przez trzy lata po 48 godzin w ciągu roku. Dodatkowo odbywać się będą indywidualne konsultacje dla uczniów w wymiarze 20 godzin w całym cyklu.

### **2. Pomoce naukowe:**

Zbiory zadań, tablice matematyczne, przykładowe zestawy zadań maturalnych.

Przybory kreślarskie, kalkulator, siatki modeli i figur przestrzennych.

### **3. Procedury osiągnięcia celów**

- Wykład;
- Zajęcia ćwiczeniowe,
- Praca w grupach;
- Prezentacje przygotowane przez uczniów.



## V. TREŚCI NAUCZANIA

### Klasa I

#### ELEMENTY LOGIKI

<b>l.p.</b>	<b>Temat lekcji</b>	<b>Treści kształcenia</b>	<b>Kompetencje ucznia</b>
1.	Zdanie logiczne i jego zaprzeczenie. Zdania złożone.	Zdanie w sensie logiki, zdanie prawdziwe i fałszywe. Negacja. Definicja i własności koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności	Podawanie zdań w sensie logiki i określanie ich wartości. Podawanie przykładów koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań oraz określanie ich wartości logicznych.
2.	Prawa rachunku zdań.	Prawa De'Morgana, zaprzeczenia implikacji, podwójnego zaprzeczenia	Sprawdzanie czy dane wyrażenie jest tautologią
3.	Forma zdaniowa. Kwantyfikatory.	Zaprzeczenie kwantyfikatorów	Czytanie zdań z kwantyfikatorami. Zaprzeczenie kwantyfikatorów

#### ZBIORY LICZBOWE

<b>l.p.</b>	<b>Temat lekcji</b>	<b>Treści kształcenia</b>	<b>Kompetencje ucznia</b>
4.	Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory	Zbiór $N$ , $C$ , $W$ , $NW$ . Działania w tych zbiorach. działania w $R$ . Zamiana ułamków okresowych na zwykłe	Wykonywanie działań na liczbach wymiernych.
5.	Działania w zbiorze liczb niewymiernych.	Rozwinięcie dziesiętne liczb niewymiernych, usuwanie niewymierności z mianownika.	Wskazywanie przykładów liczb niewymiernych; usuwanie niewymierności z mianownika Doprowadzenie wyniku do postaci $a + b\sqrt{c}$ .
6.	Potęga o wykładniku całkowitym i wymiernym	Potęga o wykładniku całkowitym i wymiernym	Obliczanie potęg o wykładniku całkowitym i wymiernym. Stosowanie praw działań na potęgach

7.	Wyrażenia algebraiczne. Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia	Sumy algebraiczne, ich dodawanie i mnożenie, wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias. Wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^2, (a-b)(a+b)$ . Wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^3, a^3 \pm b^3$ ; rozkład na czynniki.	Wykonywanie działań na sumach algebraicznych, redukcja wyrażeń podobnych  Znajomość wzorów skróconego mnożenia i ich zastosowania.
8.	Zbiory i działania na zbiorach	Rodzaje zbiorów, iloczyn, suma i różnica zbiorów. Dopełnienie zbioru.	Wyznaczanie, sumy, iloczynu i różnicy zbiorów.
9.	Przedziały na osi liczbowej	Określenie różnych typów przedziałów i ich interpretacja na osi, suma; iloczyn; różnica przedziałów.	Stwierdzenie, czy dana liczba należy do przedziału, Znajdowanie sumy, iloczynu i różnicy przedziałów, interpretacja na osi.
10.	Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej.	Definicja wartości bezwzględnej i jej interpretacja na osi. Określenie przedziałów za pomocą wartości bezwzględnej.	Wyznaczanie wartości bezwzględnej danej liczby; interpretacja geometryczna nierówności $ x  > a,  x  < a$ dla $a > 0$
11.	Równania i nierówności z wartością bezwzględną	Proste równania i nierówności z wartością bezwzględną	Rozwiązywanie równań i nierówności z wartością bezwzględną

## FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI

<b>l.p.</b>	<b>Temat lekcji</b>	<b>Treści kształcenia</b>	<b>Kompetencje ucznia</b>
12.	Funkcje liczbowe i ich wykresy. Miejsce zerowe funkcji.	Pojęcie funkcji; przykłady; argument, dziedzina, wartość, zbiór wartości; różne sposoby opisywania funkcji Pojęcie funkcji liczbowej (wykresu), odczytywanie z wykresu dziedziny i zbioru wartości oraz miejsc zerowych.	Umiejętność określania funkcji; Wskazywanie zbioru argumentów i zbioru wartości funkcji. Przy danym wykresie odczytywanie wartości funkcji dla danego argumentu i odwrotnie. Odczytywanie podstawowych własności funkcji na podstawie wykresu.

13.	Własności funkcji: monotoniczność i różnowartościowość.	Definicja monotoniczności i różnowartościowości..	Odczytywanie z wykresu przedziałów monotoniczności, badanie monotoniczności na podstawie definicji Rozpoznawanie na wykresie funkcji różnowartościowej
14.	Własności funkcji: parzystość, nieparzystość, okresowość.	Definicja parzystości, nieparzystości, okresowości funkcji;	Rozpoznawanie na wykresie funkcji parzystej, nieparzystej , okresowej; Badanie parzystości i nieparzystości.
15.	Odczytywanie własności funkcji z wykresu.	Dziedzina, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, , różnowartościowość itp..	Parzystość, nieparzystość, okresowość.
16.	Wektory w układzie współrzędnych	Pojęcie wektora jako pary uporządkowanej punktów; długość; kierunek; zwrot; wektory przeciwnie, równe; współrzędne wektora	Znajomość pojęcia wektora i cech go charakteryzujących. Obliczanie współrzędnych wektora i jego długości.
17.	Działania na wektorach.	Geometryczna interpretacja sumy, różnicy, iloczynu wektora przez liczbę; zależności analityczne równości wektorów równych i przeciwnych Warunek prostopadłości i równoległości wektorów.	Wykonywanie działań na wektorach, wyznaczanie wektorów równoległych i prostopadłych.
18.	Przesunięcie równoległe.	Geometryczne i analityczne wyznaczanie obrazu punktu i figury w przesunięciu o dany wektor; określenie współrzędnych punktu i jego obrazu w przesunięciu; Składanie przesunięć i ich związek z sumą wektorów; równanie prostej po przesunięciu	Konstrukcyjne i analityczne wyznaczanie obrazów punktów w przesunięciu o wektor
19.	Przekształcenia wykresów funkcji.	Symetrie, translacja, $y =  f(x) $ , $y = f( x )$	Składanie przekształceń Szkicowanie wykresów powstałych przez odpowiednie przekształcenie

## FUNKCJA LINOWA, RÓWNANIA, NIERÓWNOŚCI I UKŁADY RÓWNAŃ LINIOWYCH

l.p.	Temat lekcji	Treści kształcenia	Kompetencje ucznia
20.	Funkcja liniowa – wykres i własności.	Pojęcie funkcji liniowej, wykres, własności. Wykresy funkcji przedziałami liniowych $y = [x]$ , $y = \text{sgn}(x)$ najmniejsza i największa wartość funkcji w przedziale; Dowodzenie na podstawie definicji monotoniczności funkcji liniowej.	Sprawne sporządzanie wykresu funkcji liniowej i opisywanie jej własności
21.	Równanie prostej na płaszczyźnie	Równanie kierunkowe prostej Równanie ogólne prostej Równanie odcinkowe prostej	Wykreślanie prostej o danym równaniu. Wyznaczanie równania prostej przechodzącej przez dwa punkty. Operowanie różnymi postaciami funkcji
22.	Współczynnik kierunkowy prostej. Warunek równoległości prostych	Współczynnik kierunkowy prostej i jego interpretacja geometryczna Warunek równoległości prostych danych równaniami kierunkowymi Warunek równoległości prostych danych równaniami ogólnymi	Wyznaczanie współczynnika kierunkowego prostej danej w postaci kierunkowej, ogólnej, przechodzącej przez dane dwa punkty. Szukanie równań prostych równoległych.
23.	Warunek prostopadłości prostych.	Warunek prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi i ogólnymi	Szukanie równań prostych prostopadłych. Sprawdzanie czy proste są prostopadłe
24.	Układy równań liniowych oznaczony, nieoznaczony i sprzeczny	Rozwiązanie układu równań liniowych Algebraiczne metody rozwiązywania układów równań liniowych – podstawiania, przeciwnych współczynników i wyznaczników	Sprawne rozwiązywanie układów równań dwóch zmiennych; Badanie ilości rozwiązań; interpretacja graficzna
25.	Układy nierówności liniowych	Układ dwóch (trzech) nierówności z jedną niewiadomą Układ nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi	Sprawne rozwiązywanie układów nierówności liniowych

## FUNKCJA KWADRATOWA

l.p.	Temat lekcji	Treści kształcenia	Kompetencje ucznia
26.	Postać kanoniczna trójmianu kwadratowego. Współrzędne wierzchołka paraboli.	Określenie postaci kanonicznej; rysowanie wykresów na podstawie przesunięcia wykresu $y = ax^2$ . Sprowadzanie trójmianu od postaci ogólnej do postaci kanonicznej.	Rysowanie wykresów funkcji $y = a(x-p)^2 + q$ na podstawie przesunięcia o wektor. Przejście od postaci ogólnej do postaci kanonicznej trójmianu kwadratowego.
27.	Miejsce zerowe trójmianu kwadratowego. Rozkład na czynniki liniowe.	Obliczanie miejsc zerowych; postać iloczynowa; szkicowanie wykresów funkcji.	Sprawne wyznaczanie miejsc zerowych trójmianu kwadratowego, rozkładanie na czynniki liniowe; szkicowanie wykresu funkcji
28.	Liczba pierwiastków i znak trójmianu kwadratowego. Interpretacja geometryczna.	Obliczanie pierwiastków trójmianu, szkicowanie wykresów; odczytywanie znaku trójmianu kwadratowego.	Obliczanie pierwiastków trójmianu, szkicowanie wykresów; odczytywanie znaku trójmianu kwadratowego.
29.	Rozwiązywanie zadań dotyczących funkcji kwadratowej.	Wyznaczanie współczynników trójmianu kwadratowego.	Obliczanie współczynników trójmianu mając dane jego pierwiastki. Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowej z modulem.
30.	Zadania tekstowe prowadzące do wyznaczania ekstremum funkcji kwadratowej.	Wyznaczanie max, min funkcji kwadratowej w zadaniach tekstowych.	Wyznaczanie najmniejszej i największej wartości funkcji kwadratowej w danym przedziale.
31.	Równania kwadratowe zupełne i niezupełne	Metody rozwiązywania równań zupełnych i niezupełnych.	Rozwiązywanie równań kwadratowych i dwukwadratowych
32.	Zastosowanie równań kwadratowych do rozwiązywania zadań tekstowych.		Rozwiązywanie zadań tekstowych za pomocą równań kwadratowych
33.	Rozwiązywanie nierówności kwadratowych.	Nierówności kwadratowe i ich ilustracja graficzna. Układy nierówności stopnia drugiego z jedną niewiadomą.	Rozwiązywanie nierówności kwadratowych; interpretacja geometryczna nierówności

34.	Wzory Viete'a i ich zastosowanie.	Wzory Viete'a	Znajomość wzorów Viete'a, znajdowanie pierwiastków, badanie znaków pierwiastków.
35.	Równania kwadratowe z parametrem.	Dyskusja rozwiązalności równania kwadratowego z parametrem; zastosowanie wzorów Viete'a do zadań z parametrem	Rozwiązywanie zadań z parametrem
36.	Nierówności kwadratowe z parametrem.	Nierówności kwadratowe z parametrem	Rozwiązywanie zadań z parametrem
37.	Układy równań, z których jedno jest stopnia drugiego	Rozwiązywanie równań i układów równań stopnia drugiego z dwiema niewiadomymi;	Rozwiązywanie równań i układów równań stopnia drugiego z dwiema niewiadomymi;

### FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

<b>l.p.</b>	<b>Temat lekcji</b>	<b>Treści kształcenia</b>	<b>Kompetencje ucznia</b>
38.	Miara łukowa kąta.	Miara łukowa kąta, zamiana miary łukowej na stopniową i odwrotnie. Odwzorowanie $R$ na okrąg o promieniu 1 i przyporządkowanie każdej liczbie rzeczywistej odpowiedniego kąta.	Sprawne przeliczanie miary łukowej na stopniową i odwrotnie
39.	Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym	$\sin$ , $\cos$ , $\operatorname{tg}$ , $\operatorname{ctg}$ kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.	Obliczanie wartości funkcji trygonometrycznych niektórych kątów
40.	Trygonometria – zastosowania	wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów o miarach: $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$	Stosowanie funkcji trygonometrycznych w sytuacjach praktycznych
41.	Funkcje trygonometryczne kąta dowolnego. Znaki funkcji	$\sin$ , $\cos$ , $\operatorname{tg}$ , $\operatorname{ctg}$ kąta dowolnego, wartości funkcji trygonometrycznych dla $0^\circ$ , $90^\circ$ , $180^\circ$ , $270^\circ$ , $360^\circ$ .	Wskazywanie kątów odpowiadających danym liczbom rzeczywistym
42.	Związek między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ , $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ , $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ .	Obliczanie wartości funkcji trygonometrycznych na podstawie danej wartości jednej funkcji.

43.	Podstawowe tożsamości trygonometryczne	Dowodzenie prostych tożsamości trygonometrycznych.	Znajomość podstawowych tożsamości trygonometrycznych; Przekształcanie nieskomplikowanych wzorów
44.	Wzory redukcyjne.	Obliczanie wartości funkcji trygonometrycznych za pomocą wzorów $180^\circ \pm \alpha$ , $360^\circ \pm \alpha$ Wyprowadzenie wzorów redukcyjnych	Stosowanie wzorów redukcyjnych w zadaniach
45.	Wykresy i własności funkcji trygonometrycznych	Wykres i własności funkcji: $y = \sin x$ , $y = \cos x$ , $y = \operatorname{tg} x$ , $y = \operatorname{ctg} x$ . Przekształcanie wykresów funkcji trygonometrycznych	Sporządzanie wykresów funkcji trygonometrycznych
46.	Równania trygonometryczne	Rozwiązywanie równań trygonometrycznych	Rozwiązywanie równań trygonometrycznych
47.	Równania i nierówności trygonometryczne	Rozwiązywanie nierówności trygonometrycznych	Rozwiązywanie nierówności trygonometrycznych
48.	Zastosowanie funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania zadań.	Zastosowanie funkcji trygonometrycznych do zadań praktycznych.	Zastosowanie funkcji trygonometrycznych do zadań praktycznych

## Klasa II

### WIELOMIANY

<b>l.p.</b>	<b>Temat lekcji</b>	<b>Treści kształcenia</b>	<b>Kompetencje ucznia</b>
49.	Działania na wielomianach.	Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów. Równość dwóch wielomianów. Zadania z parametrem	Wykonywanie działań na wielomianach. Określanie współczynników wielomianów równych
50.	Dzielenie wielomianu przez dwumian $x - a$ .	Dzielenie wielomianów.	Dzielenie wielomianów.
51.	Pierwiastki wielomianu. Twierdzenie Bezoute'a.	Określenie pierwiastka wielomianu; twierdzenie Bezoute'a.	Obliczanie reszty z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$ .
52.	Twierdzenie o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu.	Twierdzenie o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu.	Wyznaczanie pierwiastków całkowitych i wymiernych wielomianu

53.	Rozkład wielomianu na czynniki.	Rozkład wielomianu bez stosowania twierdzenie Bezoute'a oraz z zastosowaniem twierdzenia Bezoute'a, pierwiastki wielokrotne	Rozkład wielomianu na czynniki.
54.	Rozwiązywanie równań wielomianowych.	Rozwiązywanie prostych równań wyższych stopni. Rozwiązywanie równań z zastosowaniem twierdzenia o podzielności wielomianu przez dwumian $x - a$ .	Rozwiązywanie równań wielomianowych
55.	Rozwiązywanie nierówności wielomianowych.	Rozwiązywanie prostych nierówności wyższych stopni. z zastosowaniem twierdzenia Bezoute'a	Rozwiązywanie nierówności wielomianowych
56.	Rozwiązywanie zadań tekstowych prowadzących do równań i nierówności wielomianowych.	Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych.	

### FUNKCJE WYMIERNE

<b>l.p.</b>	<b>Temat lekcji</b>	<b>Treści kształcenia</b>	<b>Kompetencje ucznia</b>
57.	Wyrażenia wymierne i działania na nich.	Rozszerzanie i skracanie, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie	Sprawne wykonywanie działań na wyrażeniach wymiernych.
58.	Określenie funkcji wymiernej. Równość funkcji.	Definicja funkcji wymiernej; dziedzina, wartość funkcji wymiernej dla danego argumentu, miejsce zerowe. Równość funkcji wymiernych; zadania z parametrem.	Wyznaczanie dziedziny; badanie równości funkcji wymiernej
59.	Sporządzanie wykresów funkcji wymiernych.	Sporządzanie wykresów funkcji wymiernych. Przekształcanie wykresów, własności sporządzania wykresów z wartością bezwzględną.	Sporządzanie wykresów funkcji wymiernych
60.	Rozwiązywanie równań wymiernych.	Rozwiązywanie równań wymiernych z parametrem, wartością bezwzględną.	Rozwiązywanie równań wymiernych. Rozwiązywanie równań wymiernych z parametrem.



61.	Rozwiązywanie nierówności wymiernych.	Rozwiązywanie nierówności wymiernych	Rozwiązywanie nierówności wymiernych. Rozwiązywanie nierówności wymiernych z parametrem.
62.	Rozwiązywanie zadań tekstowych prowadzących do równań wymiernych..	Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych.	

### Geometria płaszczyzny

<b>l.p.</b>	<b>Temat lekcji</b>	<b>Treści kształcenia</b>	<b>Kompetencje ucznia</b>
63.	Symetria osiowa. Oś symetrii figury geometrycznej	Analityczne określenie symetrii względem $x=p$ i $y=q$ i zastosowanie jej w wyznaczaniu punktu i jego obrazu, równania prostej	Wskazywanie osi symetrii figur osiowo symetrycznych; Wyznaczanie punktów symetrycznych do danych względem prostej.
64.	Symetria środkowa. Środek symetrii figury.	Analityczne określenie symetrii względem $(p;q)$ ; symetria środkowa jako złożenie dwóch symetrii osiowych.	Rozpoznawanie figur środkowo symetrycznych; wskazywanie środka symetrii
65.	Jednokładność płaszczyzny.	Wzory analityczne na jednokładność o środku $(0;0)$ ; określanie współrzędnych punktu i jego obrazu w $J_{(0,0)}^k$	Kreślenie figury jednokładnej do danej; rozwiązywanie zadań konstrukcyjnych z zastosowaniem jednokładności.
66.	Obrót dookoła punktu.	Rysowanie obrazu punktu i figury w obrocie dookoła danego punktu o dany kąt. Obrót jako złożenie dwóch symetrii osiowych.	Wyznaczanie obrazu danej figury w obrocie.

### CIĄGI

<b>l.p.</b>	<b>Temat lekcji</b>	<b>Treści kształcenia</b>	<b>Kompetencje ucznia</b>
67.	Zasada indukcji matematycznej.	Zastosowanie zasady do dowodzenia twierdzeń dotyczących liczb naturalnych.	Przeprowadzanie prostych dowodów indukcyjnych.
68.	Ciąg liczbowy jako funkcja argumentu naturalnego. Określenie rekurencyjne ciągu.	Pojęcie ciągu; ciągi skończone i nieskończone; przykłady ciągów nieliczbowych; obliczanie wartości dowolnego wyrazu ciągu liczbowego. Określenie rekurencyjne ciągu.	Obliczanie wyrazów ciągu określonego wzorem ogólnym lub rekurencyjnym

69.	Monotoniczność ciągu liczbowego.	Ciąg rosnący, malejący, stały, badanie monotoniczności ciągu liczbowego.	Badanie monotoniczności ciągów liczbowych.
70.	Pojęcie ciągu arytmetycznego i jego własności.	Definicja ciągu arytmetycznego i jej zastosowanie do rozwiązywania zadań; suma wyrazów ciągu.	Sprawne wyznaczanie wyrazów ciągu arytmetycznego i obliczanie sumy kolejnych wyrazów; rozwiązywanie zadań tekstowych
71.	Pojęcie ciągu geometrycznego i jego własności.	Definicja ciągu geometrycznego i jej zastosowanie do rozwiązywania zadań; suma wyrazów.	Sprawne wyznaczanie wyrazów ciągu geometrycznego i obliczanie sumy jego kolejnych wyrazów; rozwiązywanie zadań tekstowych.
72.	Rozwiązywanie zadań dotyczących ciągów.	Zastosowanie poznanych definicji i wzorów do zadań mieszanych.	Stosowanie poznanych wzorów do rozwiązywania zadań mieszanych
73.	Pojęcie granicy ciągu.	Otoczenie i sąsiedztwo punktu, pojęcie granicy ciągu.	Rozumienie intuicyjne granicy ciągu
74.	Twierdzenia dotyczące granicy ciągu. Obliczanie granic.	Granica sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów; przykłady obliczania granic; ciągi rozbieżne.	Sprawne obliczanie granic ciągów.
75.	Szereg geometryczny i jego suma.	Szereg geometryczny zbieżny i jego suma; zamiana ułamków okresowych na zwykłe, warunek zbieżności.	Badanie zbieżności szeregu geometrycznego i wyznaczanie jego sumy.

### Geometria płaszczyzny

<b>l.p.</b>	<b>Temat lekcji</b>	<b>Treści kształcenia</b>	<b>Kompetencje ucznia</b>
76.	Trójkąty i ich własności	Nierówność trójkąta, środkowa, symetralna boku trójkąta.	Znajomość klasyfikacji trójkątów oraz ich własności. Warunek istnienia trójkątów.
77.	Kąty w kole.	Twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym w okrąg.	Stosowanie twierdzeń do obliczania miar kątów.
78.	Okrąg wpisany i opisany na trójkącie.	Konstrukcja okręgu wpisanego i opisanego na trójkącie.	Wpisywanie i opisywanie okręgu na trójkącie.

79.	Czworokąty i ich własności.	Rodzaje czworokątów – prostokąt, kwadrat, równoległobok, trapez, romb; suma miar kątów wewnętrznych czworokąta; własności równoległoboku, rombu, klasyfikacja czworokątów.	Znajomość różnych rodzajów czworokątów i ich własności
80.	Okrąg wpisany i opisany na czworokącie.	Konstrukcja okręgu wpisanego i opisanego na czworokącie.	Wykonywanie podstawowych konstrukcji; rozwiązywanie prostych zadań konstrukcyjnych.
81.	Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem wiadomości o wielokątach.	Stosowanie poznanych wiadomości i twierdzeń w rozwiązywaniu zadań. Dowody niektórych twierdzeń np. o linii środkowej w trapezie itp.	Stosowanie twierdzeń o okręgu wpisanym i opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań
82.	Położenie prostych na płaszczyźnie	Różne położenia prostych na płaszczyźnie Twierdzenia o dwóch prostych przeciętych trzecią prostą i ich dowody	Wyznaczanie prostej przechodzącej przez dane punkty; odcinka o danych końcach. Znajomość położenia prostych na płaszczyźnie.
83.	Odległość punktu od prostej.	Konstrukcyjne i analityczne wyznaczanie odległości punktu od prostej.	Wyznaczanie odległości punktu od prostej,.
84.	Odległość prostych równoległych	Konstrukcyjne i analityczne wyznaczanie odległości dwóch prostych	Wyznaczanie odległości dwóch prostych
85.	Równanie okręgu, interpretacja geometryczna.	Równanie okręgu, współrzędne środka i promień okręgu.	Wyznaczanie okręgu o danym środku i promieniu.
86.	Wzajemne położenie prostej i okręgu oraz dwóch okręgów.	Określanie położenia prostej i okręgu oraz dwóch okręgów	Określenie wzajemnego położenia prostej i okręgu oraz dwóch okręgów.
87.	Wzajemne położenie dwóch okręgów.	Zastosowanie metody analitycznej do określania położenia dwóch okręgów.	Określanie położenia dwóch okręgów.
88.	Układy równań z dwiema niewiadomymi, z których jedno jest stopnia drugiego, jedno pierwszego.	Wyznaczanie punktów wspólnych prostej i okręgu, wyznaczanie równania stycznej do okręgu. Rozwiązanie układu równań stopnia drugiego z dwiema niewiadomymi.	Rozwiązywanie równań i układów równań stopnia drugiego z dwiema niewiadomymi

## FUNKCJE POTĘGOWE, WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE

<b>I.p.</b>	<b>Temat lekcji</b>	<b>Treści kształcenia</b>	<b>Kompetencje ucznia</b>
89.	Funkcja potęgowa – wykresy i własności.	Określenie funkcji potęgowej, jej wykres i własności.	Szkicowanie wykresów funkcji potęgowych, znajomość własności.
90.	Funkcja wykładnicza – wykresy i własności.	Określenie funkcji wykładniczej, jej wykres i własności.	Szkicowanie wykresów funkcji wykładniczych, znajomość własności.
91.	Rozwiązywanie równań wykładniczych.	Rozwiązywanie prostych równości wykładniczych	Sprawne rozwiązywanie równań wykładniczych.
92.	Rozwiązywanie nierówności wykładniczych.	Rozwiązywanie prostych nierówności wykładniczych	Sprawne rozwiązywanie nierówności wykładniczych.
93.	Pojęcie logarytmu i jego własności.	Określenie logarytmu liczby dodatniej; własności logarytmów Twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu.	Obliczanie logarytmów liczb; wyznaczanie liczby na podstawie danego jej logarytmu; działania na logarytmach.
94.	Funkcja logarytmiczna – wykres i własności.	Określenie funkcji logarytmicznej; wykres, własności; określenie dziedziny funkcji logarytmicznej.	Szkicowanie wykresów funkcji logarytmicznej przy różnych podstawach.
95.	Rozwiązywanie równań logarytmicznych.	Rozwiązywanie równań logarytmicznych.	Rozwiązywanie równań logarytmicznych.
96.	Rozwiązywanie nierówności logarytmicznych.	Rozwiązywanie nierówności logarytmicznych.	Rozwiązywanie nierówności logarytmicznych.

### Klasa III

## GRANICA, CIĄGŁOŚĆ I POCHODNA FUNKCJI

<b>I.p.</b>	<b>Temat lekcji</b>	<b>Treści kształcenia</b>	<b>Kompetencje ucznia</b>
97.	Granica funkcji w punkcie.	Definicja granicy wg Cauchy'ego Określenie granicy właściwej w punkcie wg Heinego,.	Wyznaczanie granic funkcji w punkcie.
98.	Obliczanie granic funkcji w punkcie.	Przykłady wyznaczania granic.	Sprawne obliczanie różnych typów granic

99.	Granica niewłaściwa funkcji w punkcie.	Określenie granicy niewłaściwej funkcji w punkcie	Wyznaczanie granic niewłaściwych funkcji w punkcie.
100.	Granica funkcji w nieskończoności.	Określenie granicy funkcji w nieskończoności	Obliczanie granic w nieskończoności.
101.	Granice jednostronne.	Granice jednostronne – określenie.	Wyznaczanie granic jednostronnych.
102.	Obliczanie granic funkcji.	-- w nieskończoności, w punkcie jednostronne.	Sprawne obliczanie różnych typów granic
103.	Ciągłość funkcji w punkcie i zbiorze.	Ciągłość funkcji w punkcie i zbiorze – określenia i przykłady, własności funkcji ciągłych.	Badanie ciągłości funkcji w punkcie i w przedziale.
104.	Iloraz różnicowy funkcji.	Pojęcie ilorazu różnicowego funkcji w punkcie i jego interpretacja geometryczna	Obliczanie ilorazu różnicowego funkcji
105.	Pochodna funkcji w punkcie.	Pochodna funkcji w punkcie jako granica ilorazu różnicowego; interpretacja geometryczna pochodnej	Sprawne obliczanie pochodnych na podstawie definicji.
106.	Pochodna jako funkcja. Pochodna sumy i różnicy iloczynu i ilorazu funkcji.	Funkcja pochodna; obliczanie pochodnych sumy i różnicy funkcji, iloczynu i ilorazu funkcji	Obliczanie pochodnych.
107.	Pochodna funkcji złożonej	Obliczanie pochodnych funkcji	Obliczanie pochodnych
108.	Monotoniczność funkcji różniczkowalnej.	Związek pochodnej z monotonicznością; badanie monotoniczności.	Badanie monotoniczności.
109.	Ekstremum funkcji.	Określenie ekstremum lokalnego funkcji; warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum.	Wyznaczanie ekstremów funkcji
110.	Największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale.	Obliczanie najmniejszej i największej wartości funkcji w przedziale.	Wyznaczanie największej i najmniejszej wartości funkcji w przedziale
111.	Zastosowanie pochodnej do rozwiązywania problemów praktycznych.		Rozwiązywanie zadań tekstowych z wykorzystaniem wiadomości z rachunku różniczkowego.

## WŁASNOŚCI MIAROWE FIGUR

<b>l.p.</b>	<b>Temat lekcji</b>	<b>Treści kształcenia</b>	<b>Kompetencje ucznia</b>
112.	Pola i obwody wielokątów.	Pole trójkąta i czworokątów; pola wielokątów z zastosowaniem pola trójkąta i czworokątów.	Sprawne obliczanie pól różnych wielokątów
113.	Obwody i pola wielokątów podobnych.	Stosunek obwodów i pól figur podobnych.	Sprawne obliczanie pól wielokątów podobnych
114.	Pole koła, wycinka, odcinka koła, pierścienia.	Wzory; obliczanie pól wymienionych figur.	Sprawne obliczanie zadań dotyczących pola koła wycinka, odcinka koła;
115.	Długość okręgu i jego łuku.	Wzory; obliczanie długości okręgu i jego łuku.	Sprawne obliczanie zadań długości okręgu i jego łuku
116.	Twierdzenie sinusów i jego zastosowanie.	Obliczanie długości odcinków i miar kątów za pomocą twierdzenia sinusów.	Obliczanie odcinków i kątów z wykorzystaniem twierdzenia sinusów.
117.	Twierdzenie cosinusów i jego zastosowanie.	obliczanie długości odcinków i miar kątów.	Obliczanie odcinków i kątów z wykorzystaniem twierdzenia cosinusów.
118.	Rozwiązywanie zadań z planimetrii.	Zastosowanie funkcji trygonometrycznych do obliczania pól figur płaskich;	

## BRYŁY I POWIERZCHNIE

<b>l.p.</b>	<b>Temat lekcji</b>	<b>Treści kształcenia</b>	<b>Kompetencje ucznia</b>
119.	Pojęcie graniastosłupa.	Pojęcie graniastosłupa, typy graniastosłupów i ich charakterystyki; wskazywanie wierzchołków, ścian, krawędzi itd.	Rozpoznawanie wielościanów; wskazywanie wierzchołków, krawędzi, ścian, itp.
120.	Siatki i przekroje graniastosłupów.	Rysowanie siatek różnych graniastosłupów. Przekrój graniastosłupa płaszczyzną, Obliczanie pól powierzchni przekrojów	Rysowanie siatek różnych graniastosłupów; rysowanie przekrojów. . Obliczanie pól powierzchni i przekrojów;
121.	Rozwiązywanie zadań dotyczących graniastosłupów.	Obliczanie wybranych odcinków lub kątów graniastosłupa.	Obliczanie wybranych odcinków lub kątów graniastosłupów.
122.	Obliczanie pól powierzchni i objętości graniastosłupów	Obliczanie pola i objętości graniastosłupa	Obliczanie pola i objętości graniastosłupa

123.	Pojęcie ostrosłupa.	Pojęcie ostrosłupa, typy ostrosłupów i ich charakterystyki, wskazywanie wierzchołków, krawędzi, ścian itd..	Rozpoznawanie ostrosłupów; wskazywanie wierzchołków, krawędzi, ścian, itp.
124.	Siatki i przekroje ostrosłupów.	Rysowanie siatek różnych ostrosłupów. Przekrój ostrosłupa płaszczyzną.	Rysowanie siatek różnych ostrosłupów i ich przekrojów.
125.	Rozwiązywanie zadań dotyczących ostrosłupów.	Obliczanie odcinków lub kątów ostrosłupa. Obliczanie pól powierzchni, przekrojów, objętości, pola ostrosłupa	Obliczanie pól powierzchni, przekrojów oraz wybranych odcinków lub kątów ostrosłupów.
126.	Obliczanie pola i objętości ostrosłupów	Obliczanie pola i objętości ostrosłupa	Obliczanie pola i objętości ostrosłupów
127.	Wielościany foremne.	Informacje o wielościanach foremnych.	Rozpoznawanie wielościanów.
128.	Figury obrotowe.	Pojęcie bryły obrotowej, siatki.	Rysowanie brył obrotowych i ich siatek
129.	Przekroje brył obrotowych	Przekroje brył płaszczyznami.	Rysowanie brył obrotowych i ich przekrojów osiowych i poprzecznych
130.	Rozwiązywanie zadań dotyczących brył obrotowych.	Obliczanie pola i objętości, pól powierzchni przekrojów.	Obliczanie pól powierzchni i przekrojów brył obrotowych

### **KOMBINATORYKA I RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA.**

<b>l.p.</b>	<b>Temat lekcji</b>	<b>Treści kształcenia</b>	<b>Kompetencje ucznia</b>
131.	Twierdzenie o mnożeniu.	Twierdzenie o mnożeniu	Rozwiązywanie zadań na zastosowanie twierdzenia o mnożeniu.
132.	Permutacje.	Permutacje elementów zbioru skończonego; określenie $n!$ .	Rozpoznawanie permutacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i obliczanie ich liczby
133.	Wariacje bez powtórzeń i z powtórzeniami.	Wariacje $k$ -elementowe bez powtórzeń ze zbioru $n$ -elementowego; wariacje $k$ -elementowe z powtórzeniami ze zbioru $n$ -elementowego.	Rozpoznawanie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i obliczanie ich liczby.
134.	Kombinacje.	Kombinacje $k$ -elementowe ze zbioru $n$ -elementowego; symbol Newtona.	Rozpoznawanie kombinacji i obliczanie ich liczby.
135	Rozwiązywanie zadań różnych z kombinatoryki.		Obliczanie zadań na zastosowanie poznanych wzorów z kombinatoryki

136	Zdarzenie elementarne. Zbiór zdarzeń elementarnych.	Skończony zbiór zdarzeń elementarnych; Zdarzenia elementarne jako podzbiory zbioru zdarzeń elementarnych.	Obliczanie częstości doświadczalnej wykonywanych eksperymentów. Wyznaczanie zbioru zdarzeń elementarnych danego eksperymentu losowego i obliczanie liczby tych zdarzeń
137	Klasyczna definicja prawdopodobieństwa.	Klasyczna definicja prawdopodobieństwa.	Obliczanie prawdopodobieństwa prostych zdarzeń
138	Zastosowanie kombinatoryki do obliczania prawdopodobieństwa. Określenie prawdopodobieństwa za pomocą drzew.	Zastosowanie permutacji, kombinacji i wariacji do obliczania prawdopodobieństwa. Ilustracja graficzna prawdopodobieństwa za pomocą drzew	Obliczanie prawdopodobieństwa Sprawne stosowanie metody „drzewek” do obliczania prawdopodobieństwa
139	Własności prawdopodobieństwa.	Własności prawdopodobieństwa.	Obliczanie prostych zadań z zastosowaniem poznanych własności prawdopodobieństwa.
140	Prawdopodobieństwo warunkowe.	Prawdopodobieństwo warunkowe.	Obliczanie zadań z zastosowaniem wzoru na prawdopodobieństwo warunkowe
141	Prawdopodobieństwo całkowite.	Wzór na prawdopodobieństwo całkowite; zastosowanie drzew do obliczania prawdopodobieństw.	Stosowanie wzoru na prawdopodobieństwo całkowite.
142	Zdarzenia niezależne.	Pojęcie niezależności dwóch zdarzeń	Rozpoznawanie zdarzeń niezależnych; stosowanie niezależności zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa.
143	Schemat Bernoulliego.	Próby Bernoulliego; prawdopodobieństwo k sukcesów w schemacie n prób Bernoulliego	Obliczanie prawdopodobieństwa z zastosowaniem schematu Bernoulliego.
144	Elementy statystyki opisowej.	Średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja, odchylenie standardowe.	Obliczanie zadań na zastosowanie poznanych wzorów.



## **VI. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW**

- Uczeń posiada rozszerzane wiadomości z matematyki nie objętych programem nauczania.
- Nabył umiejętności sprawnego operowania pojęciami matematycznymi, biegłego rozwiązywania zadań o zwiększonym stopniu trudności.
- Potrafi samodzielnie zdobywać wiedzę, korzystać z różnych źródeł informacji.
- Chętnie bierze udział w konkursach matematycznych.
- Osiąga lepsze wyniki na lekcjach matematyki.
- Osiąga dobre wyniki z egzaminu maturalnego z matematyki.

## **VII. SPOSOBY OCENIANIA UCZESTNIKÓW**

Ostateczna ocena ucznia musi wynikać z wielu różnorodnych informacji. Należy doceniać jego chęci, wkładu pracy, systematyczność i obowiązkowość. Przede wszystkim należy wziąć pod uwagę dokonane w określonym czasie postępy, czyli tempo przyrostu kompetencji.

Uczniowie za swoją pracę będą otrzymywali oceny, które zostaną wpisane do dziennika lekcyjnego w specjalnie wydzieloną rubrykę.

## **VIII. EWALUACJA PROGRAMU**

Ewaluacja programu następuje poprzez monitorowanie obecności uczniów na zajęciach, śledzenie wyników osiąganych na sprawdzianach, pracach klasowych, próbnym egzaminie maturalnym.

## **IX. BIBLIOGRAFIA**

- Babiński W., Chańko L., Ponczek D., Matematyka, Nowa Era, Warszawa 2010
- Jacewicz M., Karpiński M., Lech J., Matematyka z plusem- program nauczania matematyki dla trzeciego etapu edukacyjnego. GWO, Gdańsk 1999



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## **Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne**

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

---

### **Tezy do programu przedstawili:**

Dorota Lubaś-Bas

Edyta Sawosz

Anna Makuch

Henryk Dziewulski

Wiesław Mazur

### **Korekta i opracowanie:**

mgr Elżbieta Miterka

### **Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:**

mgr Agnieszka Szumera

### **Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:**

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik

