



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Program zajęć rozszerzających z matematyki
w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”
na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r
w **Zespole Szkół Zawodowych nr 4 w Chełmie**



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

WSTĘP

W każdej twórczej działalności potrzebna jest szybka orientacja, pomysłowość i umiejętność logicznego rozumowania. Cechy te można rozwijać na różne sposoby, a ponieważ najlepszą gimnastykę umysłu zapewnia samodzielne poszukiwanie rozwiązań problemów, stąd najlepszym sprzymierzeńcem w tej dziedzinie staje się matematyka. Zadaniem nauczyciela jest zapewnienie wszechstronnego rozwoju ucznia z uwzględnieniem specyficznych cech jego osobowości i uzdolnień oraz rozwijanie zainteresowania matematyką.

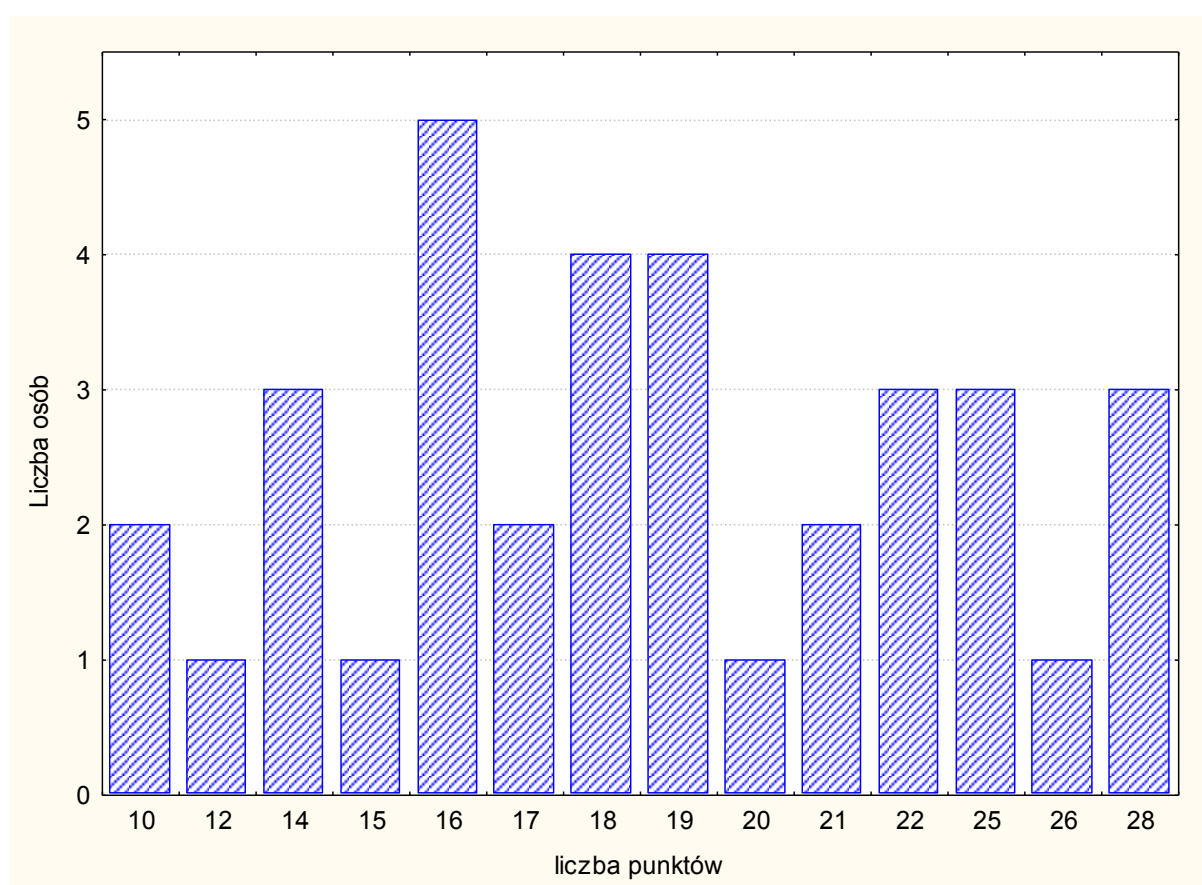
Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

W rekrutacji do zajęć rozszerzających w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespół Szkół Zawodowych nr 4 w Chełmie wzięło udział 35 osób. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 18,97 punktów, co stanowi 37,94% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik nieznacznie niższy od wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 18 punkty (mediana). Najniższy wynik na egzaminie to 10 punktów, a najwyższy to 28 punktów.

Tabela 1. Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.

Podstawowe miary statystyczne	Województwo lubelskie		Zespół Szkół Zawodowych nr 4 w Chełmie	
	punkty	procent	punkty	procent
Średni wynik	23,85	47,70	18,97	37,94
Mediana	23	46	18	36
Wynik najniższy	1	2	10	20
Wynik najwyższy	50	100	28	56
Odchylenie standardowe	9,59	19,19	4,84	9,68

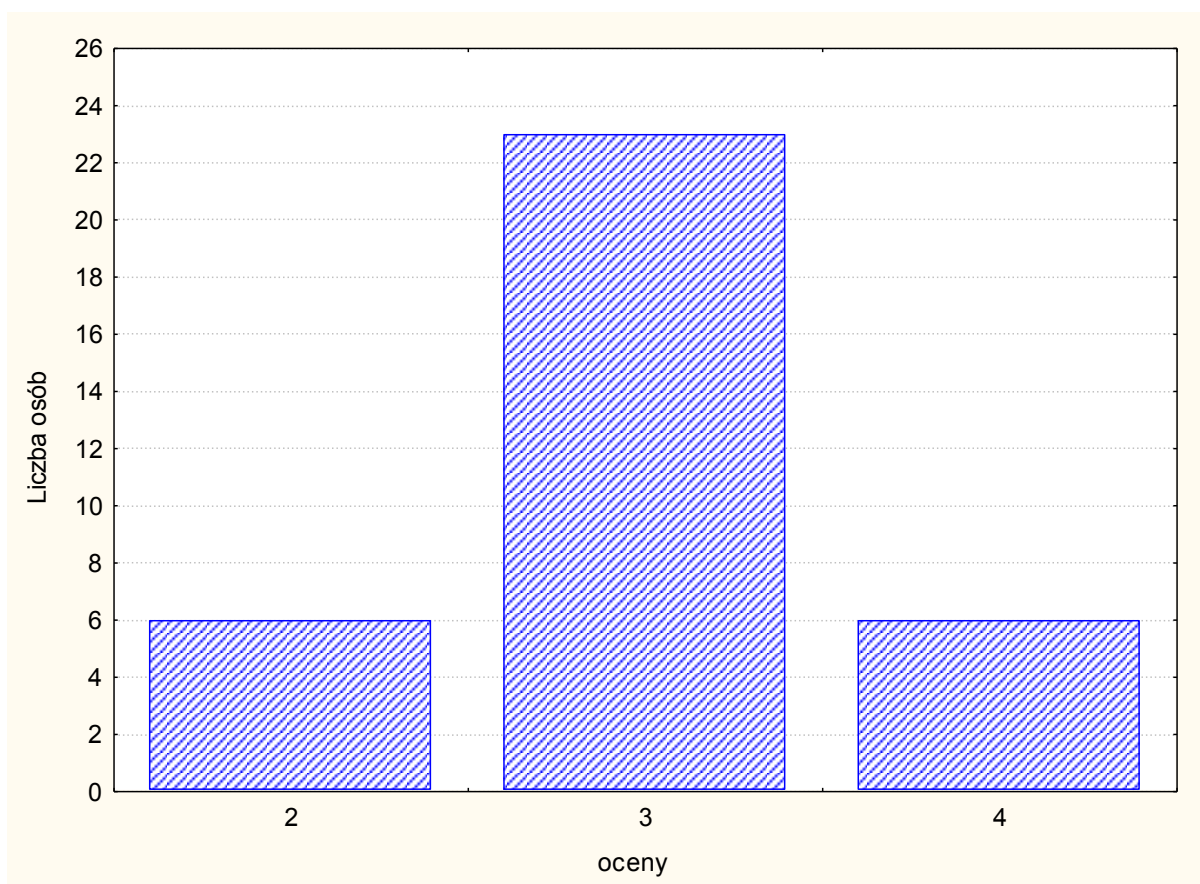
Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów Zespołu Szkół Zawodowych nr 4 w Chełmie, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 10 do 28.



Rysunek 1. **Rozkład wyników gimnazjalistów Zespołu Szkół Zawodowych nr 4 w Chełmie rozwiązujących arkusz GM-1-102.**

Rozkład wyników uczniów z Zespołu Szkół Zawodowych nr 4 w Chełmie jest asymetryczny, z modalną wynoszącą 16 punktów.

Uczniowie biorący udział w rekrutacji do zajęć rozszerzających w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół Zawodowych nr 4 w Chełmie byli rekrutowani także pod względem ocen końcowych z matematyki w gimnazjum. Średnia ocena dla tych uczniów to 3,00. Nie było uczniów z oceną celującą ani bardzo dobrą. 6 uczniów uzyskało ocenę dopuszczającą, 23 osób otrzymało ocenę dostateczną, 6 uczniów uzyskało ocenę dobrą.



Rysunek 2. Rozkład ocen końcowych z gimnazjum uczniów Zespołu Szkół Zawodowych nr 4 w Chełmie.

Powyższa analiza wyników egzaminu gimnazjalnego uczestników zajęć, a także ocena końcoworoczna w trzeciej klasie gimnazjum spowodowała, iż zakwalifikowali się oni na zajęcia rozszerzające, ze względu na ilość zdobytych punktów na egzaminie gimnazjalnym i przy stosunkowo dobrych ocenach z matematyki na tle wszystkich uczniów w szkole.

Niniejszy program zajęć rozszerzających z matematyki przeznaczony jest dla uczniów, którzy posiadają podstawową wiedzę matematyczną, mają zdolności matematyczne na poziomie co najmniej dostatecznym.

Program zawiera całość treści realizowanych na lekcjach matematyki przez czteroletni okres nauki w technikum, zakłada też realizację treści rozszerzających, wybiegających poza program nauczania matematyki.

CELE PROGRAMU

CELE OGÓLNE

Zadaniem zajęć rozszerzających z matematyki jest przekazywanie uczniom wiedzy i rozwijanie umiejętności z nastawieniem na przygotowanie ich do obowiązkowej matury na poziomie podstawowym i rozszerzonym oraz nauka zasad i sposobu rozwiązywania zadań zamkniętych i otwartych z matematyki, ugruntowanie wiedzy zdobytej na lekcjach matematyki oraz uzupełnienie zaległości i braków, a także poznanie treści wykraczających poza program nauczania na poziomie podstawowym.

Opracowany program zajęć rozszerzających ma na celu:

- pobudzenie aktywności umysłowej ucznia
- poszerzanie i pogłębianie wiedzy matematycznej
- rozwijanie pamięci oraz umiejętności myślenia abstrakcyjnego, wnioskowania i logicznego rozumowania
- rozwijanie umiejętności prowadzenia dyskusji, precyzyjnego formułowania problemów i argumentowania
- rozwijanie umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem
- rozwijanie sprawności rachunkowej
- wskazanie źródeł pomocy przy nauce matematyki
- kształtowanie wyobraźni przestrzennej
- rozwijanie zdolności i zainteresowań matematycznych
- uczenie dostrzegania prawidłowości matematycznych w otaczającym świecie
- kształtowanie pozytywnego nastawienia do podejmowania wysiłku intelektualnego oraz postawy dociekliwości
- rozwijanie umiejętności współdziałania w grupie
- motywowanie uczniów do wykorzystania swoich uzdolnień do dalszej pracy
- wskazywanie mocnych i słabych stron ucznia
- przyzwyczajanie uczniów do samodzielnego rozwiązywania problemów
- przygotowywanie uczniów do pokonywania stresu związanego z egzaminem
- rozwijanie zdolności rozwiązywania testów maturalnych
- przygotowanie uczniów do matury
- precyzyjnego formułowania myśli przez uczniów.

CELE SZCZEGÓŁOWE

Uczeń zdobędzie umiejętności w zakresie:

➤ wykorzystania i tworzenia informacji:

uczeń potrafi:

- odczytać informację bezpośrednio wynikającą z treści zadania
- zastosować podany wzór lub podany przepis postępowania
- wykonać rutynową procedurę dla typowych danych
- przejrzysto zapisać przebieg i wynik obliczeń oraz uzyskaną odpowiedź

➤ wykorzystania i interpretowania reprezentacji:

uczeń potrafi:

- poprawnie wykonywać działania na liczbach i przedziałach liczbowych, przekształcać wyrażenia algebraiczne, rozwiązywać niezbyt złożone równania, ich układy oraz nierówności, odczytywać z wykresu własności funkcji, sporządzać wykresy niektórych funkcji, znajdować stosunki miarowe w figurach płaskich i przestrzennych (także z wykorzystaniem układu współrzędnych lub trygonometrii), zliczać obiekty i wyznaczać prawdopodobieństwo w prostych sytuacjach kombinatorycznych
- zastosować dobrze znaną definicję lub twierdzenie w typowym kontekście

➤ modelowania matematycznego:

uczeń potrafi:

- podać wyrażenie algebraiczne, funkcję, równanie, nierówność, interpretację geometryczną, przestrzeń zdarzeń elementarnych opisującą przedstawioną sytuację
- przetworzyć informacje wyrażone w jednej postaci w postać ułatwiającą rozwiązanie problemu
- ocenić przydatność otrzymanych wyników z perspektywy sytuacji, dla której zbudowano model

➤ użycia i tworzenia strategii:

uczeń potrafi:

- dobrać odpowiedni algorytm do wskazanej sytuacji problemowej
- ustalić zależności między podanymi informacjami
- zaplanować kolejność wykonywania czynności, wprost wynikających z treści zadania, lecz nie mieszczących się w ramach rutynowego algorytmu

- krytycznie ocenić otrzymane wyniki
- rozumowania i argumentacji:
uczeń potrafi:
 - wyprowadzić wniosek z prostego układu przesłanek i go uzasadnić
 - zastosować twierdzenie, które nie występuje w treści zadania

PROCEDURY OSIĄGANIA CELÓW

Umiejętne prowadzenie pracy z uczniem zainteresowanym matematyką wymaga dużego doświadczenia oraz zaangażowania ze strony prowadzącego.

Sukces dydaktyczny, jakim jest osiągnięcie sprecyzowanych celów, zależy od uświadomienia ich sobie przez nauczyciela. Dużą rolę w osiąganiu celów odgrywają umiejętności nauczyciela, takie jak umiejętność pracy w zespole, obsługa komputera, nauczanie metodami aktywizującymi. Nauczyciel powinien dopasować swój styl nauczania do potrzeb i umiejętności uczniów.

Uczniowie będą przygotowywać się do zajęć powtarzając wymaganą partię materiału, omówioną na lekcji matematyki. Wspomoże to efektywność nauczania.

Zagadnienia ujęte w programie będą realizowane w czasie zajęć pozalekcyjnych przez okres trzech lat, w wymiarze 48 godzin rocznie. Spotkania odbywać się będą raz w tygodniu, w liczbie 2 lub 3 godzin.

Zajęcia będą organizowane w postaci warsztatów prowadzonych przez nauczyciela. Podczas spotkań uczniowie będą powtarzać materiał i rozwiązywać zadania zamknięte i otwarte.

Realizacja zajęć będzie odbywać się poprzez pracę w grupach, zbiorową i indywidualną.

Podczas realizacji zajęć uczniowie korzystać będą z podręczników, arkuszy maturalnych, przygotowanych przez nauczyciela zestawów zadań, zestawów przygotowanych wzorów matematycznych. W miarę możliwości zajęcia prowadzone będą z wykorzystaniem nowoczesnych technologii takich jak komputer, rzutnik multimedialny.

W czasie realizacji programu przestrzegane będą pewne zasady nauczania – uczenia się:

- należy przestrzegać zasady stopniowania trudności,

- nauczyciel powinien jasno sprecyzować cele zajęć i uświadomić je uczniom,
- motywować ich do aktywnego udziału w procesie uczenia się,
- rozbudzić ciekawość i zainteresowania poznawcze ucznia,
- nauczyć go poprawności w rozumowaniu i wnioskowaniu,
- nauczyć sprawności w posługiwaniu się językiem matematycznym,
- nauczyć zasad rozwiązywania testów maturalnych.

RAMOWY PROGRAM NAUCZANIA

1. Elementy logiki i nauki o zbiorach, relacje – 14 godzin

2. Wyrażenia algebraiczne – 12 godzin

3. Wektory – 3 godziny

4. Funkcje liczbowe – 6 godzin

5. Funkcja liniowa – 7 godzin

Rozwiązywanie testów maturalnych z zakresu omówionego materiału – 6 godzin

6. Funkcja kwadratowa - 11 godzin

7. Równania i nierówności kwadratowe – 9 godzin

8. Planimetria – 7 godzin

9. Funkcje trygonometryczne – 10 godzin

10. Elementy statystyki opisowej – 3 godziny

11. Stereometria – 4 godziny

Rozwiązywanie testów maturalnych z zakresu omówionego materiału – 4 godziny

12. Wielomiany – 8 godzin

13. Funkcje wymierne – 9 godzin

14. Funkcja wykładnicza i logarytmiczna – 4 godziny

15. Ciągi liczbowe – 8 godzin

16. Geometria płaszczyzny – 9 godzin

17. Rachunek prawdopodobieństwa – 5 godzin

Rozwiązywanie testów maturalnych z zakresu omówionego materiału – 7 godzin

TREŚCI NAUCZANIA I PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZNIÓW

DZIAŁ PROGRA- MOWY	TEMAT	ILO ŚĆ GO ZIN	OSIĄGNIĘCIA	standa rdy egzam inacyj ne	Podstawa programowa
			Uczeń:		
<i>Elementy logiki i nauki o zbiorach, relacje</i>	Zdania logiczne a formy zdaniowe. Zaprzeczenie zdania. Koniunkcja i alternatywa zdań. Implikacja i równoważność zdań.	2	– zna definicję zdania w sensie logicznym, jego wartości logicznej, – podaje przykłady prostych zdań i ocenia ich wartość logiczną, – podaje przykłady form zdaniowych, – umie zdefiniować koniunkcję i alternatywę zdań, podaje przykłady tych zdań, – podaje zaprzeczenie zdania – umie zdefiniować implikację i równoważność zdań, podaje przykłady,		
	Prawa rachunku zdań.	1	– zna podstawowe prawa rachunku zdań np.: prawo de Morgana, prawo podwójnej negacji, przemienności, łączności, rozdzielności, wyłączonego środka, zaprzeczenia implikacji,		
	Dowody praw logicznych	1	– zna prawa rachunku zdań – dowodzi tautologiczność wyrażen metodą zero-jedynkową		
	Zbiór i jego elementy, relacje należenia, relacje równości i zawierania się.	1	– poprawnie posługuje się pojęciami: element zbioru, zbiór, podzbiór, dopełnienie zbioru, – umie podać przykłady zbiorów skończonych, nieskończonych i pustych, – podaje przykłady zbiorów równych, zawierających się		
	Suma, iloczyn i różnica zbiorów. Dopełnienie zbiorów.	1	– umie zdefiniować sumę, iloczyn, różnicę zbiorów i dopełnienie zbioru, – umie wykonywać poznane działania na zbiorach,		

	Działania na zbiorach.	1	<ul style="list-style-type: none"> - umie wykonywać działania na przykładach podanych zbiorów, - zapisuje zbiory symbolicznie za pomocą układu warunków, 		
	Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych	2	<ul style="list-style-type: none"> - zna reguły działań na liczbach wymiernych, - porównuje liczby wymierne, sprawnie wykonuje działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych, przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach, - przekształca wyrażenia zawierające ułamki zwykłe i dziesiętne, 	1a, 1b, 1c	liczby wymierne
	Potęga o wykładniku całkowitym. Działania na potęgach o wykładniku całkowitym.	2	<ul style="list-style-type: none"> - zna wzory dotyczące działań na potęgach, - umie potęgować liczby rzeczywiste, 	1a	potęgi liczb nieujemnych o wykładniku wymiernym i ich własności; informacja o własnościach potęg o wykładniku rzeczywistym
	Działania na pierwiastkach kwadratowych i sześciennych. Potęga o wykładniku wymiernym.	3	<ul style="list-style-type: none"> - zna wzory dotyczące działań na pierwiastkach - umie pierwiastkować liczby rzeczywiste, - przekształca wyrażenia rozbudowane z uwzględnieniem potęg i pierwiastków, - wyznacza pierwiastek nieparzystego stopnia z liczby ujemnej 	1g	pierwiastki (w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych)
<i>Wyrażenia algebraiczne</i>	Wyrażenia algebraiczne i ich wartość liczbową. Działania na wyrażeniach algebraicznych	1	<ul style="list-style-type: none"> - podaje przykłady wyrażeń algebraicznych - oblicza wartość liczbową wyrażenia algebraicznego - poprawnie definiuje dziedzinę wyrażenia algebraicznego - przekształca wyrażenia algebraiczne (w tym wzory fizyczne i chemiczne) 		
	Wzory skróconego mnożenia	3	<ul style="list-style-type: none"> - zna wzory skróconego mnożenia, - stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń, 	2a	wzory skróconego mnożenia, w tym $(a \pm b)^3$; $a^3 \pm b^3$

Usuwanie niewymierności z mianownika ułamka	1	- pozbywa się niewymierności z mianownika ułamka,	1a, 2a	
Pojęcie procentu liczby. Obliczenia procentowe. Posługiwanie się procentem w rozwiązywaniu zadań praktycznych	2	- zna pojęcie procentu - wykonuje obliczenia procentowe - rozwiązuje typowe zadanie z treścią dotyczące obliczeń procentowych, - rozwiązuje proste zadania o treści praktycznej - zna i rozumie wzór na kapitalizację odsetek - potrafi obliczyć odsetki od danej kwoty w pewnym okresie czasu	1d	procenty i punkty procentowe; lokaty i kredyty,
Oś liczbowa, współrzędna punktu na osi liczbowej. Przedziały liczbowe. Działania na przedziałach liczbowych	2	- zna pojęcie osi liczbowej, przedziału liczbowego. - posługuje się osią liczbową, zaznacza na osi liczbowej liczby i przedziały - wykonuje działania mnogościowe na przedziałach i interpretuje je na osi.	1e	oś liczbowa; przedziały osi liczbowej,
Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej. Interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej.	2	- zna pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną, - posługuje się wartością bezwzględną liczby rzeczywistej	1f	wartość bezwzględna, błąd przybliżenia; szacowanie wartości liczbowych,
Równania i nierówności z wartością bezwzględną	1	- potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności z wartością bezwzględną. - umie przedstawić rozwiązanie równania i nierówności z wartością bezwzględną na osi liczbowej i zapisać zbiór rozwiązań w postaci przedziału liczbowego		

Wektory	Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Wektory na płaszczyźnie.	1	<ul style="list-style-type: none"> - potrafi zaznaczać punkty w układzie współrzędnych - oblicza współrzędne oraz długość wektora, 		
	Działania na wektorach	1	<ul style="list-style-type: none"> - dodaje i odejmuje wektory, - mnoży wektory przez liczbę 		
	Zastosowanie wektorów do rozwiązywania zadań	1	<ul style="list-style-type: none"> - stosuje wektory do rozwiązywania zadań 		
Funkcje liczbowe	Pojęcie funkcji. Określanie funkcji (wzorem, tabelką, wykresem, grafem, opisem słownym). Wyznaczenie dziedziny i miejsc zerowych funkcji ze wzoru.	1	<ul style="list-style-type: none"> - zna pojęcie funkcji, dziedziny, zbioru wartości i wykresu. - potrafi wskazać, które odwzorowanie jest funkcją, a które nie, - zna sposoby określania funkcji - umie przedstawić funkcję jako: graf, opis słowny, tabela, wzór, wykres, - określa dziedzinę i zbiór wartości funkcji, wyznacza wartość funkcji dla danego argumentu, - wyznacza miejsca zerowe funkcji, 	4a, 8a, 4b	różne sposoby określania funkcji,
	Odczytywanie własności funkcji z wykresu	1	<ul style="list-style-type: none"> - wyznacza dziedzinę i miejsca zerowe funkcji - bada znak funkcji, - wyznacza ważne dla funkcji punkty; oblicza wartość funkcji w danym punkcie; wyznacza liczbę, dla której funkcja przyjmuje określoną wartość, - podaje przedziały monotoniczności, - podaje wartość najmniejszą i największą funkcji w określonym przedziale posługując się wykresem lub wzorem funkcji, 	4b, 8a	odczytywanie własności funkcji z wykresu,
	Sporządzanie wykresu funkcji spełniającej podane warunki .	1	<ul style="list-style-type: none"> - rysuje wykresy funkcji o podanych warunkach 	4c, 8a, 4d,	proste przekształcenia wykresów funkcji liczbowych,

	Przesuwanie wykresu funkcji wzdłuż osi x i osi y oraz o wektor	1	- przesuwa wykresy funkcji wzdłuż osi x i osi y , - przesuwa wykresy funkcji o podany wektor		
	Szkicowanie wykresów funkcji: $y = f(x)$ /, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$	1	- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x)$ /, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$		
	Zastosowanie funkcji do opisu zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu.	1	- czyta ze zrozumieniem tekst matematyczny i przeprowadza jego analizę - stosuje poznane przekształcenia do rozwiązywania zadań - opisuje różne zjawiska na podstawie ich modelu-wykresu, - umie wykorzystać zdobytą wiedzę do właściwego korzystania z informacji zawartych w środkach masowego przekazu (prasa).	4b, 4c	
<i>Funkcja liniowa</i>	Funkcja liniowa – wykres i własności. Sporządzanie wykresu funkcji liniowej.	1	- zna definicję funkcji liniowej, - potrafi podać przykłady funkcji liniowej, - sporządza wykresy funkcji liniowych i określać ich własności, - określa kiedy funkcja liniowa jest stała, rosnąca, a kiedy malejąca, - podaje wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach,	4e, 4f, 4g, 8b	funkcja liniowa,
	Równania prostej na płaszczyźnie. Współczynnik kierunkowy prostej. Proste prostopadłe i równoległe.	2	- zna równanie prostej w postaci kierunkowej, - rozwiązuje zadania dotyczące prostej w postaci kierunkowej, - zna równanie prostej w postaci ogólnej, - rozpoznaje proste równoległe i prostopadłe, - zapisuje równanie prostej równoległej i prostopadłej do danej prostej	8b, 8c	równanie prostej na płaszczyźnie
	Równania i nierówności liniowe.	2	- rozwiązuje proste równania i nierówności z jedną niewiadomą, - zaznacza zbiór rozwiązań nierówności na osi liczbowej,		

	<p>Układy równań liniowych o dwóch niewiadomych - algebraiczne metody rozwiązania.</p> <p>Interpretacja geometryczna układu równań liniowych o dwóch niewiadomych</p>	2	<p>- rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi metodą algebraiczną: metoda podstawiania, przeciwnych współczynników,</p> <p>- rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi metodą graficzną,</p>	8d	interpretacja geometryczna układu równań liniowych,
	Rozwiązywanie zadań maturalnych z arkuszy maturalnych z omówionego zakresu	4			
<i>Funkcja kwadratowa</i>	<p>Funkcje postaci $y = ax^2, a \neq 0$ – ich wykres i własności</p> <p>Postać kanoniczna trójmianu kwadratowego</p> <p>Postać ogólna trójmianu kwadratowego.</p>	3	<p>- potrafi rozpoznać na podstawie wzoru funkcję kwadratową</p> <p>- zna własności paraboli</p> <p>- przedstawia trójmian kwadratowy w postaci kanonicznej</p> <p>- rysuje wykres funkcji w postaci kanonicznej</p> <p>- oblicza współrzędne wierzchołka paraboli</p> <p>- zamienia postać ogólną na kanoniczną i odwrotnie,</p>	4h, 4d, 4i	funkcja kwadratowa,
	<p>Miejsca zerowe funkcji kwadratowej.</p> <p>Postać iloczynowa funkcji kwadratowej</p>	2	<p>- określa warunki istnienia miejsc zerowych funkcji kwadratowej</p> <p>- oblicza pierwiastki trójmianu,</p> <p>- przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej</p> <p>- podaje pierwiastki trójmianu na podstawie postaci iloczynowej</p>	4j, 4h, 4b	funkcja kwadratowa,

	Wykresy i własności funkcji kwadratowych	2	- sporządza wykresy dowolnej funkcji kwadratowej - wyznacza przedziały, w których funkcja jest dodatnia, ujemna, - odczytuje własności funkcji kwadratowej z wykresu		
	Wzory Viete'a	1	- zna i stosuje wzory Viete'a do rozwiązywania zadań		
	Najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale.	1	- wyznacza ekstremum funkcji kwadratowej oraz jej wartość najmniejszą i największą w przedziale,	4k, 4l	
	Rozwiązywanie zadań dotyczących funkcji liniowej i kwadratowej	2	- stosuje własności funkcji kwadratowej w zadaniach tekstowych - opisuje zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej	4k, 4l	
Równania i nierówności kwadratowe	Równania kwadratowe. Nierówności kwadratowe	3	-rozwiązuje równania kwadratowe zupełne i niezupełne - rozwiązuje równania dwukwadratowe - rozwiązuje nierówności kwadratowe	3a	Równania kwadratowe z jedną niewiadomą nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą
	Równania liniowe i kwadratowe z parametrem	1	- potrafi rozwiązywać równania liniowe i kwadratowe z parametrem	4c, 4b	
	Nierówności liniowe i kwadratowe z parametrem	1	- potrafi rozwiązywać nierówności liniowe i kwadratowe z parametrem	4c, 4b	
	Układy równań z których przynajmniej jedno jest stopnia drugiego	2	- rozwiązuje graficznie i algebraicznie układy równań stopnia I i II- go	4c, 4b	
	Zastosowanie równań kwadratowych do rozwiązywania zadań.		- umiejętnie stosuje równania kwadratowe do rozwiązywania zadań tekstowych	4c, 4b	

Planimetria	Podstawowe figury geometryczne i ich własności Kąty. Miara kątów w trójkącie	1	<ul style="list-style-type: none"> - definiuje podstawowe figury płaskie - oblicza odległość między punktami - bada współliniowość punktów - klasyfikuje kąty - wskazuje kąty wierzchołkowe, przyległe, odpowiadające i naprzemianległe - zna twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta 	8e, 7c	
	Figury przystające, cechy przystawiania trójkątów Trójkąty podobne. Wielokąty podobne	1	<ul style="list-style-type: none"> - rozumie pojęcie figur przystających - rozpoznaje figury przystające - zna cechy przystawiania trójkątów - potrafi zbadać, czy trójkąty są przystające - definiuje figury podobne - umie badać podobieństwo figur - rozpoznaje trójkąty podobne i określa ich cech podobieństwa 	7b	figury podobne
	Figury jednokładne	1	<ul style="list-style-type: none"> - rozumie pojęcie figur jednokładnych, - rozpoznaje figury jednokładne - potrafi znaleźć obrazy figur geometrycznych (docinka, trójkąta czworokąta) w jednokładności 		
	Twierdzenie Talesa Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne	2	<ul style="list-style-type: none"> - zna twierdzenie Talesa i stosuje je do rozwiązywania prostych zadań, wyznacza długości odcinków z wykorzystaniem twierdzenia Talesa, - zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i stosuje je przy rozwiązywaniu prostych zadań, - zna twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie do niego odwrotne - stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie do niego odwrotne w zadaniach 	7b, 7c	
	Pole i obwód figur geometrycznych	2	<ul style="list-style-type: none"> - zna wzory na pola i obwody figur i stosuje je w zadaniach tekstowych - stosuje funkcje trygonometryczne w zadaniach tekstowych 	7c	zastosowania trygonometrii w planimetrii

Funkcje trygonometryczne	Funkcje trygonometryczne w trójkącie prostokątnym		<ul style="list-style-type: none"> - określa sinus, cosinus, tangens i cotangens kąta w trójkącie prostokątnym, - stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania boków trójkąta prostokątnego - umie odczytać z tablic wartości funkcji trygonometrycznych - umie podać miarę kąta na podstawie odczytanej wartości funkcji trygonometrycznej. 	6a	funkcje sinus, cosinus i tangens kąta ostrego,
	Miara stopniowa i łukowa kąta skierowanego	1	– potrafi zamieniać miarę łukowa kąta na miarę stopniową i odwrotnie		
	Podstawowe tożsamości trygonometryczne	2	- ustala związki między funkcjami tego samego kąta oraz stosuje je w zadaniach	6c, 6d	proste związki między funkcjami trygonometrycznymi
	Wzory redukcyjne	1	– zna i stosuje wzory redukcyjne		
	Wykresy funkcji trygonometrycznych	1	<ul style="list-style-type: none"> – zna wykresy funkcji trygonometrycznych – umie odczytać własności funkcji trygonometrycznych z wykresu – wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych 		
	Proste równania trygonometryczne	1	- rozwiązuje równania typu $\sin x = a$		
	Twierdzenie cosinusów dla trójkąta. Twierdzenie sinusów dla trójkąta.	2	<ul style="list-style-type: none"> - umie formułować twierdzenie sinusów, - potrafi rozwiązać trójkąt z zastosowaniem twierdzenia sinusów, - umie formułować twierdzenie cosinusów, - potrafi zapisać twierdzenie sinusów (cosinusów) dla wskazanego trójkąta, - potrafi sprawdzić, czy trójkąt jest ostrokątny korzystając z twierdzenia cosinusów, 	6b	

Elementy statystyki opisowej	Elementy statystyki opisowej Odczytywanie i interpretowanie danych statystycznych z tabel i diagramów	1	- odczytuje dane z tabel, diagramów i wykresów, - przedstawia dane w postaci tabel, diagramów i wykresów, - wykonuje obliczenia procentowe - potrafi wykonywać obliczenia rachunkowe na kalkulatorze	1d, 10a	Elementy statystyki opisowej.
	Obliczanie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany, wariancji i odchylenia standardowego	1	- potrafi obliczać średnią z próby, - potrafi obliczać medianę z próby	10a	średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, odchylenie standardowe,
	Elementy statystyki opisowej w zadaniach	1		10a	
Stereometria	Pola powierzchni i objętości graniastosłupów. Pola powierzchni i objętości ostrosłupów	2	- oblicza pola i objętości graniastosłupów - oblicza pola i objętości ostrosłupów - zna i stosuje związki miarowe w bryłach z zastosowaniem trygonometrii	9b	zastosowania trygonometrii w stereometrii.
	Opis brył obrotowych Przekroje osiowe brył obrotowych Objętość i pole powierzchni całkowitej walca, stożka i kuli	2	- nazywa i opisuje bryły obrotowe - zaznacza przekroje brył - oblicza pola i objętości walca - oblicza pola i objętości stożka - oblicza pola i objętości kuli	9b	zastosowania trygonometrii w stereometrii.
	Rozwiązywanie zadań maturalnych z arkuszy maturalnych z omówionego zakresu	6			

Wielomiany	Wielomian jednej zmiennej Działania na wielomianach (dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów)	2	- rozpoznaje wielomian jednej zmiennej, - potrafi określić stopień wielomianu - wykonuje podstawowe działania na wielomianach, - oblicza wartość wielomianu dla podanego argumentu	2c	wielomiany; dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów
	Dzielenie wielomianu przez dwumian	1	- zna i stosuje twierdzenie Bézouta - potrafi ustalić podzielność wielomianu przez dwumian	2c	
	Rozkład wielomianu na czynniki. Pierwiastek wielomianu. Równość wielomianów	2	- sprawdza czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, - rozkłada wielomian na czynniki stosując: wzory skróconego mnożenia, wyłącznie wspólnego czynnika przed nawias, - zna pojęcie równości wielomianów - porównuje wielomiany - wyznacza wartości parametru, dla których wielomiany są równe	3d, 2b	
	Rozwiązywanie równań wielomianowych		- stosuje definicję pierwiastka do rozwiązywania równań typu: $x^3 = -8$ - stosuje własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu: $x(x + 1)(x - 6) = 0$ - potrafi rozwiązać równania wielomianowe, które łatwo sprowadzi do równań kwadratowych	3d	proste równania wielomianowe
	Nierówności wielomianowe	1	- rozwiązuje proste nierówności wielomianowe		proste nierówności wielomianowe
	Funkcje wymierne	Wyrażenia wymierne – definicja, dziedzina i wartość liczbową wyrażenia wymiernego. Skracanie i rozszerzanie wyrażeń wymiernych	2	- określa dziedzinę wyrażeń wymiernych - skraca i rozszerza wyrażenia wymierne,	2d, 2e, 2f

	Działania na wyrażeniach wymiernych.	2	- wykonuje podstawowe działania na wyrażeniach wymiernych - przekształca wyrażenia wymierne		
	Rozwiązywanie równań wymiernych.	2	- określa dziedzinę równania wymiernego - rozwiązuje równanie wymierne rachunkowo	2d, 3e, 3f	proste równania wymierne
	Nierówności wymierne i sposób ich rozwiązywania	2	- rozwiązuje proste nierówności wymierne		
	Zastosowanie wyrażeń wymiernych w zadaniach praktycznych	1	- czyta tekst zadania ze zrozumieniem i zapisuje założenia wynikające z warunków zadania - zapisuje dane i niewiadome z zadania w postaci równania lub nierówności wymiernej oraz określa dziedzinę danego wyrażenia - rozwiązuje zapisane przez siebie równanie lub nierówność wymierną		
Funkcja wykładnicza i logarytmiczna	Funkcja wykładnicza, jej wykres i własności	1	- podaje dziedzinę i zbiór wartości funkcji wykładniczej - opisuje własności funkcji wykładniczej - szkicuje wykres funkcji wykładniczej	4n	funkcja wykładnicza
	Pojęcie logarytmu liczby dodatniej.	1	- zna pojęcie logarytmu - wykorzystuje definicję logarytmu w obliczeniach	1h	logarytmy; podstawowe własności logarytmów
	Działania na logarytmach.	1	- zna i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi oraz wzór na zamianę podstaw logarytmu	1h	logarytmy; podstawowe własności logarytmów
	Funkcja logarytmiczna, jej wykres i własności	1	- podaje dziedzinę i zbiór wartości funkcji logarytmicznej - opisuje własności funkcji logarytmicznych - szkicuje wykres funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw.		
Ciągi liczbowe	Pojęcie ciągu liczbowego. Sposoby określania ciągu.	1	- określa ciąg, - podaje przykłady ciągów, - wypisuje kolejne wyrazy ciągu danego wzorem ogólnym, - podaje następne wyrazy ciągu, mając kilka początkowych wyrazów.	5a	przykłady ciągów

	Ciągi zdefiniowane rekurencyjnie	1	– wyznacza wyrazy ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie		
	Definicja i własności ciągu arytmetycznego Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	2	- podaje przykłady ciągów arytmetycznych - wyznacza ciąg arytmetyczny, mając typowe dane, - bada czy ciąg jest arytmetyczny - sprawdza monotoniczność ciągu arytmetycznego - rozwiązuje proste przykłady z ciągiem arytmetycznym - oblicza sumę wyrazów ciągu arytmetycznego	5b, 5c	ciąg arytmetyczny,
	Ciąg geometryczny - definicja i własności Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	2	- podaje przykłady ciągów geometrycznych - wyznacza ciąg geometryczny na podstawie typowych danych, - bada czy ciąg jest geometryczny - bada monotoniczność ciągu geometrycznego, - oblicza sumy wyrazów ciągu geometrycznego	5b,5c	ciąg geometryczny
	Ciągi liczbowe w zadaniach	2	- stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach	5b, 5c	
Geometria płaszczyzny	Odległość punktów w układzie współrzędnych. Wyznaczanie współrzędnych środka odcinka.	1	- wyznacza odległość dwóch punktów - liczy współrzędne środka odcinka	8e, 8f	odległość punktów w układzie współrzędnych
	Koło i okrąg. Okręgi i proste na płaszczyźnie. Równanie okręgu. Okręgi i proste w układzie współrzędnych.	2	- pojęcia koła i okręgu - zna wzajemne położenie dwóch okręgów - określa wzajemne położenie dwóch okręgów na podstawie ich promieni i odległości między ich środkami - oblicza odległość między środkami okręgów, a następnie określa ich wzajemne położenie - zna wzajemne położenie okręgu i prostej - przedstawia okrąg za pomocą równania z dwiema niewiadomymi - wyznacza promień i środek z podanego równania okręgu		

			<ul style="list-style-type: none"> - określa wzajemne położenie okręgu i prostej na podstawie promienia okręgu i jego odległości od prostej - oblicza odległość między prostą a środkiem okręgu i określa ich wzajemne położenie - wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu 		
	Kąty w okręgu	1	<ul style="list-style-type: none"> - zna kąty związane z okręgiem - zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych 	7a	kąty w okręgu,
	Okrąg wpisany w trójkąt Okrąg opisany na trójkącie	2	<ul style="list-style-type: none"> - zna określenie okręgu wpisanego w trójkąt oraz związek między dwusiecznymi trójkąta a środkiem okręgu wpisanego w ten trójkąt - konstruuje okrąg wpisany w dany trójkąt - zna wzór na promień okręgu wpisanego w trójkąt - wyznacza promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny, prostokątny (przy odpowiednich danych) - wyznacza promień okręgu wpisanego w trójkąt równoramienny, dowolny (przy odpowiednich danych oraz stosując związki trygonometryczne) - wykorzystuje poznane wiadomości w obliczaniu pól trójkąta i koła - zna określenie okręgu opisanego na trójkącie oraz związek między symetralnymi boków trójkąta a środkiem okręgu opisanego na tym trójkącie - konstruuje okrąg opisany na danym trójkącie - zna wzór na promień okręgu opisanego na trójkącie - wyznacza promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym i prostokątnym (przy odpowiednich danych) - wyznacza promień okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym i dowolnym (przy odpowiednich danych oraz stosując związki trygonometryczne) 		

			– wykorzystuje poznane wiadomości w obliczaniu pól trójkąta i koła		
	<p>Czworokąty wypukłe.</p> <p>Czworokąt wpisany w okrąg.</p> <p>Czworokąt opisany na okręgu</p>	1	<p>- zna określenie figury wypukłej oraz własności czworokątów wypukłych</p> <p>- oblicza pola podstawowych czworokątów</p> <p>wykorzystuje własności czworokątów w rozwiązywaniu zadań</p> <p>– zna i stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i</p> <p>– zna i stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie</p>		
	Wyznaczanie związków miarowych w figurach płaskich z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych, twierdzenia Pitagorasa, twierdzenia sinusów i cosinusów	1	<p>- zna wzory na obliczanie obwodu i pola koła i stosuje je w zadaniach</p> <p>– zna i stosuje funkcje trygonometryczne w trójkącie prostokątnym, twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie sinusów i cosinusów</p>		
	<p>Symetria środkowa</p> <p>Symetria osiowa</p>	1	<p>- zna definicję symetrii środkowej</p> <p>- konstruuje figurę symetryczną do danej względem punktu</p> <p>- wskazuje środek symetrii danej figury</p> <p>- rysuje figury środkowo-symetryczne</p> <p>- wyznacza współrzędne punktów symetrycznych do danych punktów względem początku układu współrzędnych</p> <p>- wyznacza i podaje współrzędne środka symetrii figury opisanej w układzie współrzędnych</p> <p>- wyznacza obraz wykresu danej funkcji w symetrii środkowej</p> <p>– stosuje własności symetrii środkowej w rozwiązywaniu zadań</p> <p>- zna definicję symetrii osiowej</p> <p>- konstruuje figurę symetryczną do danej względem prostej</p>		

			<ul style="list-style-type: none"> - wskazuje w figurach ich osie symetrii - rysuje figury osiowosymetryczne - znajduje współrzędne punktów symetrycznych do danych względem osi układu współrzędnych - znajduje współrzędne punktów symetrycznych do danych względem prostej w układzie współrzędnych - wyznacza obraz wykresu danej funkcji w symetrii osiowej - stosuje własności symetrii osiowej w rozwiązywaniu zadań 		
	Reguła mnożenia Zdarzenia elementarne, zdarzenia losowe	1	<ul style="list-style-type: none"> - zna regułę mnożenia i umie ją stosować - podaje przykłady zdarzenia elementarnego i losowego danego doświadczenia - opisuje zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych - wyznacza liczbę zdarzeń elementarnych - wyznacza moc zdarzenia losowego 	10b	zasada mnożenia zliczanie, przypadków w prostych sytuacjach kombinatorycznych,
Rachunek prawdopodobieństwa	Pojęcie prawdopodobieństwa zdarzeń Własności prawdopodobieństwa	1	<ul style="list-style-type: none"> - zna definicję prawdopodobieństwa - oblicza prawdopodobieństwo zdarzeń - zna własności prawdopodobieństwa 	10c, 10d	Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka ,obliczanie prawdopodobieństwa w przypadku skończonej liczby zdarzeń elementarnych
	Elementy kombinatoryki – permutacje, kombinacje, wariacje i wariacje z powtórzeniami	1	– wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w różnych sytuacjach kombinatorycznych	10c, 10d	Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka ,obliczanie prawdopodobieństwa w przypadku skończonej liczby zdarzeń elementarnych

	Obliczanie prawdopodobieństwa	1	- oblicza prawdopodobieństwo zdarzeń		
	Rozwiązywanie zadań maturalnych z arkuszy maturalnych z omówionego zakresu	7			

OCENIANIE POSTĘPÓW UCZNIÓW

Ocenianie występuje wyłącznie w formie słownej. Wykazuje mocne strony ucznia i pełni rolę wspierającą. Nauczyciel będzie obserwować postępy uczniów, ich zachowanie, zaangażowanie na zajęciach. Zwracać uwagę na zaległości w nauce, sprawdzać pracę domową, omawiać stopień opanowania materiału przez ucznia, motywować do pracy samodzielnej w domu wskazując właściwe metody pracy, zachęcać do aktywnego udziału w zajęciach oraz samodzielnym rozwiązywaniu zadań.

Przez cały okres kształcenia uczeń będzie miał możliwość korzystania z kursów, testów i konkursów w formie e - learning przygotowanych przez Uniwersytet Rzeszowski. Rozwiązując zadanie przez Internet uczeń będzie mógł samodzielnie kontrolować swoje postępy w nauce.

PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW PROGRAMU

Wynikiem aktywnego i systematycznego uczęszczania uczniów na zajęcia jest:

- uzyskiwanie wyższych rezultatów w uczeniu się matematyki
- rozwinięcie umiejętności rozwiązywania zadań zamkniętych i otwartych
- stosowanie matematyki w życiu codziennym i do rozwiązywania ciekawych problemów matematycznych
- poznanie treści rozszerzających, wykraczających poza program nauczania matematyki w technikum
- umiejętność precyzyjnego formułowania myśli, logicznego konstruowania wypowiedzi i swobodnego operowania językiem matematyki
- umiejętność czytania tekstu matematyczny ze zrozumieniem
- umiejętność współpracy i współzawodnictwa w rozwiązywaniu różnych rodzajów niestandardowych zadań i problemów
- umiejętność samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej poprzez korzystanie z zasobów bibliotecznych i internetowych
- umiejętność odważnego podejmowania wyzwań jakie stawia przed nimi życie w tym podjęcie decyzji o kontynuowaniu nauki
- uzyskiwanie dobrych wyników w konkursach matematycznych.

FORMY EWALUACJI PROGRAMU

Ewaluacja programu będzie polegała na obserwacji zachowań uczniów z uwzględnieniem:

- przyswajania nowego materiału
- rozwiązywania zagadek logicznych i matematycznych
- sposobów radzenia sobie z zagadnieniami problemowymi
- współpracy z innymi uczniami, pracy w grupach
- umiejętności dzielenia się swoją wiedzą, pomysłami.

LITERATURA

1. W. Babiński, L. Chańko, D. Ponczek – Matematyka 1. Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym. WYDAWNICTWO: Nowa Era
2. W. Babiński, L. Chańko, J. Czarnowska, G. Janocha – Matematyka 2. Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym. WYDAWNICTWO: Nowa Era
3. W. Babiński, L. Chańko, J. Czarnowska, J. Wesołowska – Matematyka 3. Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym. WYDAWNICTWO: Nowa Era
4. Testy maturalne Matematyka – D. Masłowska, T. Masłowski, A. Makowski
WYDAWNICTWO Aksjomat.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Tezy do programu przedstawili:

Marta Mazurek

Anita Szewc

Korekta i opracowanie:

mgr Elżbieta Miterka

Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:

mgr Agnieszka Szumera

Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik

