



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzi Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Program zajęć wyrównawczych z matematyki
w ramach projektu „Młodzi Uniwersytety Matematyczne”
na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r
w I LO im. Władysława Jagielly w Krasnymstawie



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

I. WSTĘP

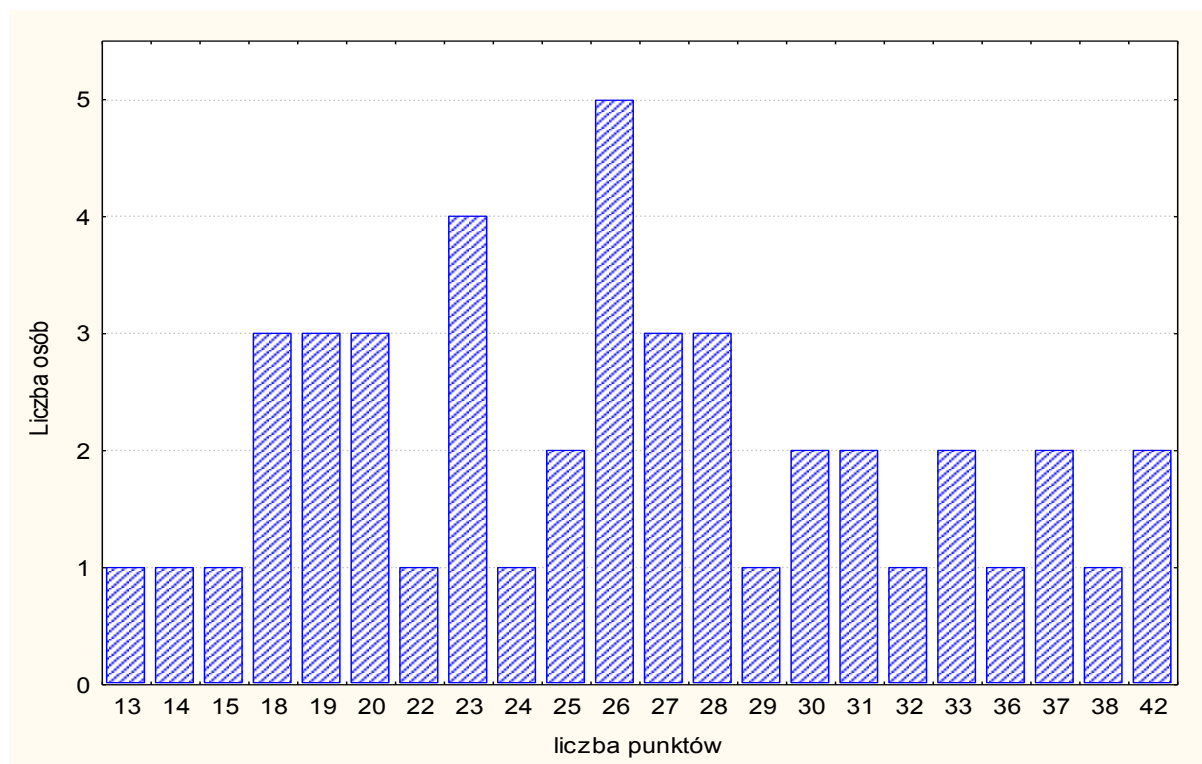
Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

W rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w I Liceum Ogólnokształcącym im. Władysława Jagiełły w Krasnymstawie wzięło udział 45 osób. 13 z nich stanowili chłopcy (28,89%) a 32 osoby to dziewczyny (71,11%). Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 26,15 punktu, co stanowi 52,30% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik nieznacznie wyższy od wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 26 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 26 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 13 punktów, a najwyższy to 42 punktów.

Tabela 1. **Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.**

| Podstawowe miary statystyczne | Województwo lubelskie | | I Liceum Ogólnokształcące w Krasnymstawie | |
|-------------------------------|-----------------------|--------------|---|--------------|
| | punkty | procent | punkty | procent |
| Średni wynik | 23,85 | 47,70 | 26,15 | 52,30 |
| Modalna | 19 | 38 | 26 | 52 |
| Mediana | 23 | 46 | 26 | 58 |
| Wynik najniższy | 1 | 2 | 13 | 26 |
| Wynik najwyższy | 50 | 100 | 42 | 84 |
| Odchylenie standardowe | 9,59 | 19,19 | 7,03 | 14,06 |

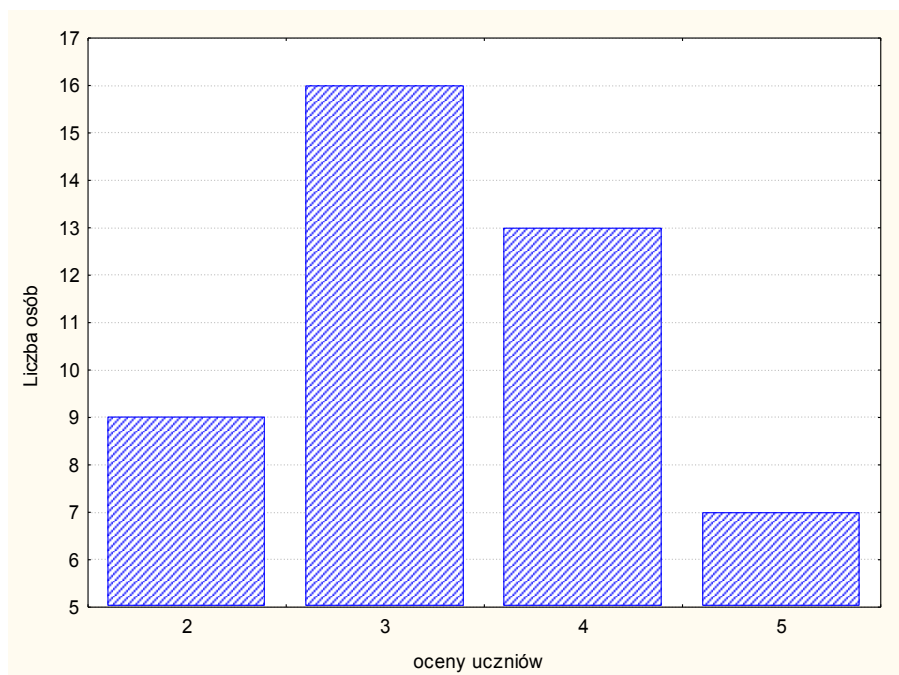
Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów I Liceum Ogólnokształcącym im. Władysława Jagiełły w Krasnymstawie, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 13 do 42.



Rysunek 1. **Rozkład wyników gimnazjalistów I Liceum Ogólnokształcącym im. Władysława Jagiełły w Krasnymstawie rozwiązujących arkusz GM-1-102.**

Rozkład wyników uczniów z I Liceum Ogólnokształcącym im. Władysława Jagiełły w Krasnymstawie jest lekko przesunięty w stronę niższych wyników, z modalną wynoszącą 26 punktów.

Uczniowie biorący udział w rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w I Liceum Ogólnokształcącym im. Władysława Jagiełły w Krasnymstawie byli oceniani także pod względem ocen końcowych z matematyki w gimnazjum. Średnia ocena dla tych uczniów to 3,4. Nie było uczniów z oceną celującą. 9 uczniów uzyskało ocenę dopuszczającą (20%), 16 uczniów uzyskało ocenę dostateczną (35,55%), 13 uczniów uzyskało ocenę dobrą (28,89%) i 7 uczniów uzyskało ocenę bardzo dobrą (15,56%).



Rysunek 2. **Rozkład ocen końcowych z gimnazjum uczniów I Liceum Ogólnokształcącego im. Władysława Jagiełły w Krasnymstawie.**

Rozkład końcowych ocen gimnazjalnych uczniów z I Liceum Ogólnokształcącym im. Władysława Jagiełły w Krasnymstawie jest lewo skośny, lekko przesunięty w stronę wyższych ocen, z modalną wynoszącą 3 (Rysunek 2).

Powyższa analiza wyników egzaminu gimnazjalnego uczestników zajęć, a także ocena końcoworoczna w trzeciej klasie gimnazjum spowodowała, iż zakwalifikowali się oni na zajęcia wyrównawcze, ze względu na zbyt małą ilość zdobytych punktów i stosunkowo zbyt słabe oceny z matematyki.

II. CELE EDUKACYJNE

1. Cele ogólne:

Zajęcia wyrównawcze z matematyki mają za zadanie:

- wyrównanie braków wiedzy z matematyki
- poprawa wyników nauczania i kształcenia
- praktyczne utrwalenie umiejętności zdobytych na lekcjach matematyki.

2. Cele szczegółowe:

Szczegółowe cele edukacyjne (uczeń wie, umie, potrafi) powinny być zbliżone do celów określonych w standardach egzaminacyjnych z rozbiem na działy

a) Liczby rzeczywiste. Uczeń:

- zna takie pojęcia jak: zbiór pusty, zbiory rozłączne, symbole matematyczne dotyczące zbiorów ($\in, \notin, -, \subset, \cup, \cap$),
- potrafi wyznaczyć iloczyn, różnicę i sumę zbiorów.
- potrafi planować i wykonywać obliczenia na liczbach rzeczywistych, i pierwiastkach, umie obliczyć pierwiastek nieparzystego stopnia z liczby ujemnej,
- umie: przedstawić liczbę wymierną w różnych postaciach, wyznaczać przybliżenia liczb, porównywać liczby wymierne,
- zna pojęcie punktu procentowego, potrafi wykonywać obliczenia procentowe,
- potrafi zaznaczyć na osi liczbowej przedział liczbowy, umie wyznaczyć sumę, różnicę iloczyn przedziałów,
- zna pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną, potrafi rozwiązywać równania i nierówności z wartością bezwzględną typu: $|x - a| = b, |x - a| \geq b, |x - a| \leq b$.
- potrafi obliczać potęgi o wykładniku wymiernym oraz stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i rzeczywistych,
- zna definicję logarytmu i potrafi zastosować wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym.

b) Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:

- potrafi posługiwać się wzorami skróconego mnożenia $(a \pm b)^2, (a \pm b)^3, a^2 - b^2, a^3 \pm b^3$,

- umie rozkładać wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias,
- potrafi dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany,
- umie wyznaczyć dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych za pomocą wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias,
- potrafi obliczyć wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej,
- potrafi skracać, rozszerzać, dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne.

c) Równania i nierówności. Uczeń:

- umie rozwiązać równanie i nierówność kwadratową oraz zapisać rozwiązanie w postaci zbiorów w tym także przedziałów lub sumy przedziałów.
- potrafi rozwiązywać zadania również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do równań i nierówności kwadratowych,
- potrafi rozwiązywać układy równań, prowadzące do równań kwadratowych,
- potrafi rozwiązywać równania wielomianowe dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych za pomocą wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów,
- rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych,
- rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych.

d) Funkcje. Uczeń:

- umie określić funkcję za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego,
- potrafi odczytać z wykresu funkcji: dziedzinę i zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie, maleje, ma stały znak,
- potrafi sporządza wykresy funkcji spełniających podane warunki,
- potrafi na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykresy funkcji $y = f(x - a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$.
- potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej i wyznaczyć wzór funkcji liniowej.

- potrafi wykorzystać interpretację współczynników we wzorze funkcji liniowej,
- potrafi sporządzić wykres funkcji kwadratowej i wyznacza wzór funkcji kwadratowej,
- umie wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej,
- umie wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym,
- potrafi rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej,
- umie sporządzić wykres, odczytać własności i rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym związane z proporcjonalnością odwrotną,
- potrafi sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw i rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym.

e) Ciągi liczbowe. Uczeń:

- potrafi wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym,
- umie zbadać, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny,
- stosuje wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również w kontekście praktycznym.

f) Planimetria. Uczeń:

- zna i potrafi korzystać ze związków między kątem środkowym, kątem wpisanym i kątem między styczną a cięciwą okręgu,
- potrafi wykorzystać własności figur podobnych w zadaniach, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym,
- potrafi odnaleźć związki miarowe w figurach płaskich, także z zastosowaniem trygonometrii,
- umie określić wzajemne położenie prostej i okręgu.

g) Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej. Uczeń:

- umie wykorzystuje pojęcie układu współrzędnych na płaszczyźnie,
- umie podać równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$ mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym,

- potrafi zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych,
- potrafi interpretować geometrycznie układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi,
- umie obliczać odległości punktów i punktu od prostej na płaszczyźnie kartezjańskiej,
- potrafi wyznaczyć współrzędne środka odcinka,
- umie posługiwać się równaniem okręgu $(x-a)^2 + (x-b)^2 = r^2$.

h) Stereometria. Uczeń:

- umie wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami takimi jak krawędzie, przekątne i wysokości,
- potrafi wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii.

i) Elementy statystyki opisowej; teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryki. Uczeń:

- umie obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe danych; interpretuje te parametry dla danych empirycznych,
- potrafi zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych; stosuje zasadę mnożenia,
- zna i wykorzystuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa oraz własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń.
- potrafi wykorzystać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń,

III. ZAŁOŻENIA PROGRAMU

1. Wiedza matematyczna jest niezbędna do funkcjonowania we współczesnym świecie.
2. Umiejętności matematyczne pozwalają interpretować w sposób spójny i precyzyjny otaczający nas świat i dopuszczają możliwość różnorodności interpretacyjnej.
3. Każdy uczeń liceum ma możliwość zdobycia wiedzy i rozwinięcia umiejętności matematycznych na poziomie określonym w podstawie programowej.

IV. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH

1. Organizacja zajęć:

Zajęcia realizowane będą na zajęciach dodatkowych - 2 godziny w tygodniu.

Ze względu na fakt, iż są to zajęcia dla uczniów z dodatkowymi potrzebami należy przy realizacji programu zwrócić szczególną uwagę na:

- odejście od metod słownych na rzecz maksymalnego upogładowienia,
- położenie nacisku na doskonalenie w praktyce wiedzy zdobytej na lekcjach matematyki,
- zachęcanie do nauki przez stosowanie ciekawych metod i form pracy,
- stworzenie wszystkim dzieciom równych szans przez indywidualizację tempa pracy i stopnia trudności stawianych zadań,

2. Pomoce naukowe:

- materiały udostępnione przez twórców projektu,
- zadania przykładowe i testy przygotowane przez nauczycieli uczących,
- modele brył,
- programy komputerowe.

3. Procedury osiągania celów:

Pracę z uczniami należy zacząć od zdiagnozowania umiejętności, dopiero wtedy ostatecznie zaplanować czas przewidziany do realizacji poszczególnych zagadnień.

W tym programie należy postawić na przekazanie wiedzy w sposób prosty, ciekawy i zrozumiały dla ucznia, często poparty przykładami

zaczepniętymi z otoczenia. Należy doszukiwać się związków, podobieństw i różnic, aby ułatwić zapamiętanie i zrozumienie podstawowych pojęć i faktów matematycznych. Bardzo duży nacisk kładzie się na rozwijanie umiejętności praktycznych potrzebnych do stosowania w konkretnych sytuacjach życia codziennego, oraz rozwiązywania zadań – problemów (często powiązanych z fizyką, chemią biologią i geografiją).

Nauczyciel powinien stosować różnorodne metody nauczania ze szczególnym uwzględnieniem metod aktywnych. Najlepszym sposobem realizacji tego programu są działania praktyczne, z konkretnymi modelami (przedmiotami codziennego użytku) które można dotknąć, zmierzyć oraz przeprowadzić doświadczenie by lepiej zrozumieć i rozwiązać problem. Najczęściej występującą formą pracy na zajęciach wyrównawczych powinna być praca indywidualna lub w małych grupach.

Ważnym jest, by motywować uczniów do pracy. Dostrzegać nawet małe przejawy aktywności stosując pozytywne wzmocnienia w postaci pochwał oraz pozytywnych ocen.

Ocenie podlegać będzie:

- a) aktywna praca na zajęciach, prowadzenie zeszytu,
- b) wykonywanie dodatkowych prac np.: rozwiązywanie dodatkowych zadań, wykonywania pomocy dydaktycznych (modeli brył, diagramów, itp.)

V. TREŚCI NAUCZANIA

| Dział programowy | Forma kształcenia | Zakres tematyczny | Liczba godzin |
|-------------------------|--------------------------|---|----------------------|
| 1. Liczby i ich zbiory | Konwersatoria | <ul style="list-style-type: none">a) zbiór, suma, iloczyn i różnica zbiorów;b) podstawowe prawa rachunku zdań;c) zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory, liczby naturalne (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne, rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej;d) prawa dotyczące działań arytmetycznych na liczbach rzeczywistych;e) definicja potęgi o wykładniku wymiernym oraz prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym;f) oś liczbowa i układ współrzędnych na płaszczyźnie;g) definicja przedziału liczbowego na osi oraz definicja sumy, iloczynu i różnicy przedziałów,h) definicja wartości bezwzględnej;i) zasada indukcji matematycznej;j) metody rozwiązywania i interpretacja geometryczna równań i nierówności z wartością bezwzględną;k) prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym; | 18 |

| | | | |
|---|----------------------|--|-----------|
| <p>2. Wielomiany i funkcje wymierne</p> | <p>Konwersatoria</p> | <ul style="list-style-type: none"> a) definicja i własności funkcji liniowej; b) definicję i własności funkcji kwadratowej, jej wykres i miejsca zerowe; c) wzory Viéte'a; d) sposoby rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych z parametrem; e) definicja wielomianu i prawa dotyczące działań na wielomianach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie; f) sposoby rozkładu wielomianu na czynniki; g) twierdzenie Bézouta; h) definicja funkcji homograficznej i jej własności; i) zasady wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych; j) sposoby rozwiązywania równań wielomianowych oraz równań i nierówności z funkcją homograficzną; k) definicja funkcji wymiernej oraz metody rozwiązywania równań i nierówności wymiernych; l) j) dwumian Newtona | <p>22</p> |
|---|----------------------|--|-----------|

| | | | |
|------------------------------------|----------------------|---|-----------|
| <p>3. Funkcje trygonometryczne</p> | <p>Konwersatoria</p> | <ul style="list-style-type: none"> a) definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; b) pojęcie miary łukowej kąta oraz definicje, własności i wykresy funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta; c) tożsamości trygonometryczne; d) wzory redukcyjne; e) sposoby rozwiązywania równań trygonometrycznych. | <p>18</p> |
| <p>4. Ciągi liczbowe</p> | <p>Konwersatoria</p> | <ul style="list-style-type: none"> a) definicję ciągu liczbowego; b) definicję ciągu arytmetycznego i geometrycznego, wzór na n-ty wyraz, wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego; c) procent składany, d) oprocentowanie lokat i kredytów; e) przykłady ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie; f) definicję granicy ciągu liczbowego oraz sposoby obliczania granic ciągów; g) pojęcie sumy szeregu geometrycznego. | <p>20</p> |

| | | | |
|---------------------------------------|----------------------|--|-----------|
| <p>5. Ciągłość i pochodna funkcji</p> | <p>Konwersatoria</p> | <p>a) pojęcie funkcji ciągłej; b) pojęcie pochodnej, jej interpretacja geometryczna i fizyczna; c) wzory do obliczania pochodnych wielomianów i funkcji wymiernych; d) związek pochodnej z istnieniem ekstremum i z monotonicznością funkcji.</p> | <p>8</p> |
| <p>6. Planimetria</p> | <p>Konwersatoria</p> | <p>a) własności czworokątów wypukłych, b) twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie; c) związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii; d) pojęcie osi symetrii i środka symetrii figury; e) twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem; f) cechy podobieństwa trójkątów, g) twierdzenie sinusów i cosinusów; h) pojęcia: symetria osiowa, przesunięcie, obrót, symetria środkowa oraz własności tych przekształceń; i) definicja wektora, sumy wektorów i iloczynu wektora przez liczbę; j) definicja i własności jednokładności.</p> | <p>24</p> |

| | | | |
|--------------------------------|---------------|---|-----|
| 7. Stereometria | Konwersatoria | <ul style="list-style-type: none"> a) graniastosłupy, ostrosłupy, walce, stożki i kule; b) pojęcie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny i kąta dwuściennego; c) związki miarowe w bryłach z zastosowaniem trygonometrii; d) przekroje płaskie graniastosłupów i ostrosłupów; e) pojęcie wielościanu foremnego. | 20 |
| 8. Rachunek prawdopodobieństwa | Konwersatoria | <ul style="list-style-type: none"> a) pojęcia kombinatoryczne: permutacje, kombinacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń; b) pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności; c) elementy statystyki opisowej: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja i odchylenie standardowe (liczone z próby). | 14 |
| RAZEM | | | 144 |

VI. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW

1. Wyrównanie braków z lat poprzednich
2. Przystwojenie bieżącego materiału.
3. Większa aktywność na lekcjach matematyki.
4. Podwyższenie ocen ze sprawdzianów.

5. Przełamanie barier psychologicznych.
6. Wdrożenie do samodzielnej i systematycznej pracy.
7. Lepsze wyniki na zajęciach matematyki.

VII. SPOSOBY OCENIANIA UCZESTNIKÓW

Ocenianie występuje wyłącznie w formie słownej. Wykazuje mocne strony ucznia i pełni rolę wyłącznie wspierającą.

VIII. EWALUACJA PROGRAMU

Ewaluacja programu następuje poprzez : monitorowanie obecności uczniów na zajęciach, śledzenie wyników osiąganych na sprawdzianach, pracach klasowych. Formą ewaluacji może być wykonanie samodzielnie prostego zadania o treści omawianej podczas zajęć, po określonej partii materiału jako kartkówka lub praca klasowa.

Program spełnia swoją rolę, jeśli uczniowie widzą efektywność swojej pracy, potrafią stosować zdobyte umiejętności do rozwiązywania prostych zadań z różnych dziedzin życia codziennego, otrzymują pozytywne oceny z ww. form sprawdzenia wiedzy i umiejętności. Starają się sami wykonywać powierzone zadania matematyczne i wykazują większą aktywność na lekcjach.

IX. BIBLIOGRAFIA

Standardy wymagań maturalnych - strona internetowa www.cke.edu.pl.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Tezy do programu przedstawili:

Aneta Mazurek

Korekta i opracowanie:

mgr Elżbieta Miterka

Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:

mgr Agnieszka Szumera

Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik

