



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzi Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Program zajęć wyrównawczych z matematyki
w ramach projektu „Młodzi Uniwersytety Matematyczne”
na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r
w II Liceum Ogólnokształcącym
im. Cypriana Kamila Norwida w Krasnymstawie



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

I. WSTĘP

Program został opracowany i napisany z myślą o uczniach, dla których matematyka jest przedmiotem trudnym, niezrozumiałym, budzącym lęk, a co za tym idzie wiążącym się z ogromnym wysiłkiem i stresem.

Uczniowie mający problemy w nauce matematyki nie lubią jej, boją się jej, tracą wiarę we własne możliwości i przestają się uczyć. Trzeba im jak najszybciej pomóc. Jedną z form takiej pomocy mogą być zajęcia wyrównawcze, opierające się na pracy indywidualnej z uczniem, bezpośrednim kontakcie z nim.

Zajęcia wyrównawcze mają na celu ukazanie uczniom mniej zdolnym, że matematyki można się nauczyć. Zajęcia te muszą być oczywiście dobrze przemyślane, a treści tak dobrane żeby nie zniechęcić uczniów.

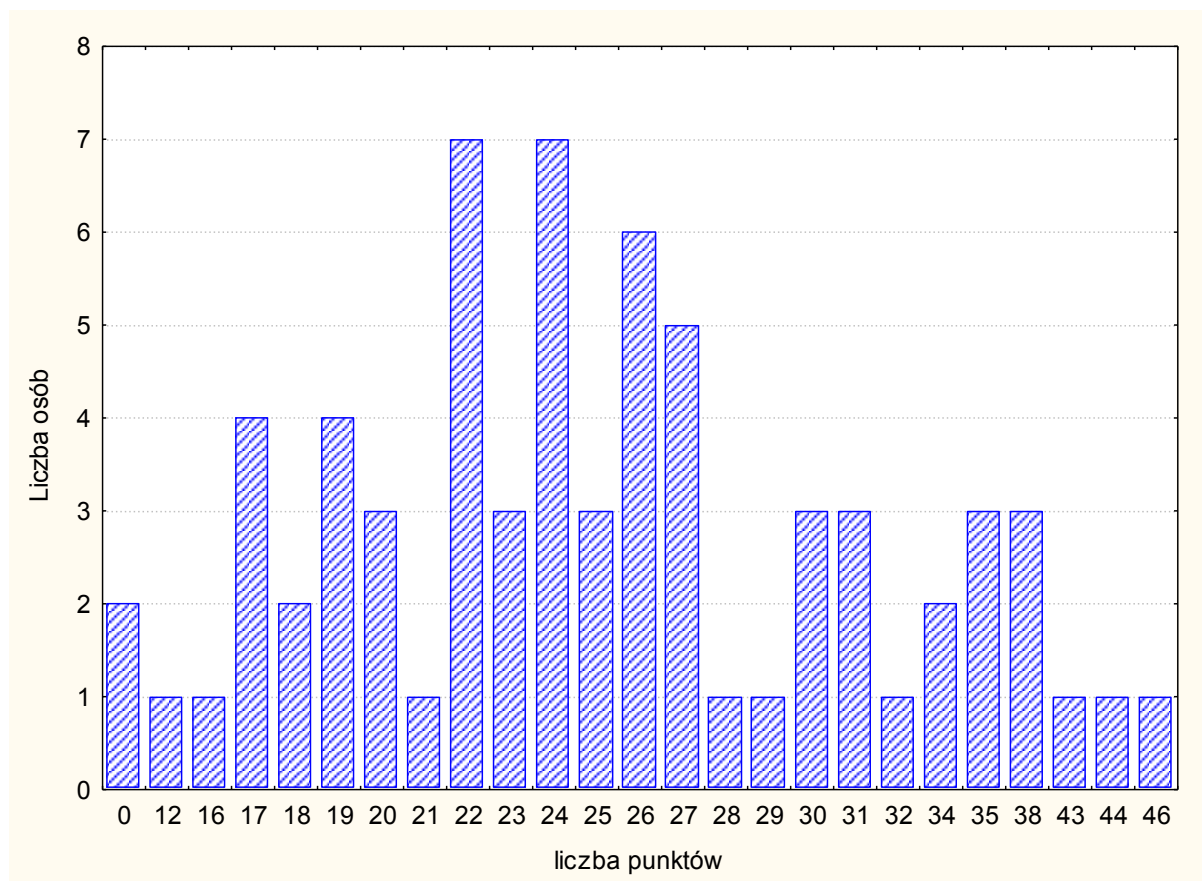
Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

W rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w II Liceum Ogólnokształcącym im. C. K. Norwida w Krasnymstawie wzięło udział 69 osób. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 25,18 punktu, co stanowi 50,36% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik nieznacznie wyższy od wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 24 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 22 i 24 punkty. Najniższy wynik na egzaminie to 0 punktów, a najwyższy to 46 punktów.

Tabela 1. Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.

Podstawowe miary statystyczne	Województwo lubelskie		II Liceum Ogólnokształcące w Krasnymstawie	
	punkty	procent	punkty	procent
Średni wynik	23,85	47,70	25,18	50,36
Mediana	23	46	24	48
Wynik najniższy	1	2	0	0
Wynik najwyższy	50	100	46	92
Odchylenie standardowe	9,59	19,19	8,17	16,34

Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów II Liceum Ogólnokształcącego im. C. K. Norwida w Krasnymstawie, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 0 do 46.

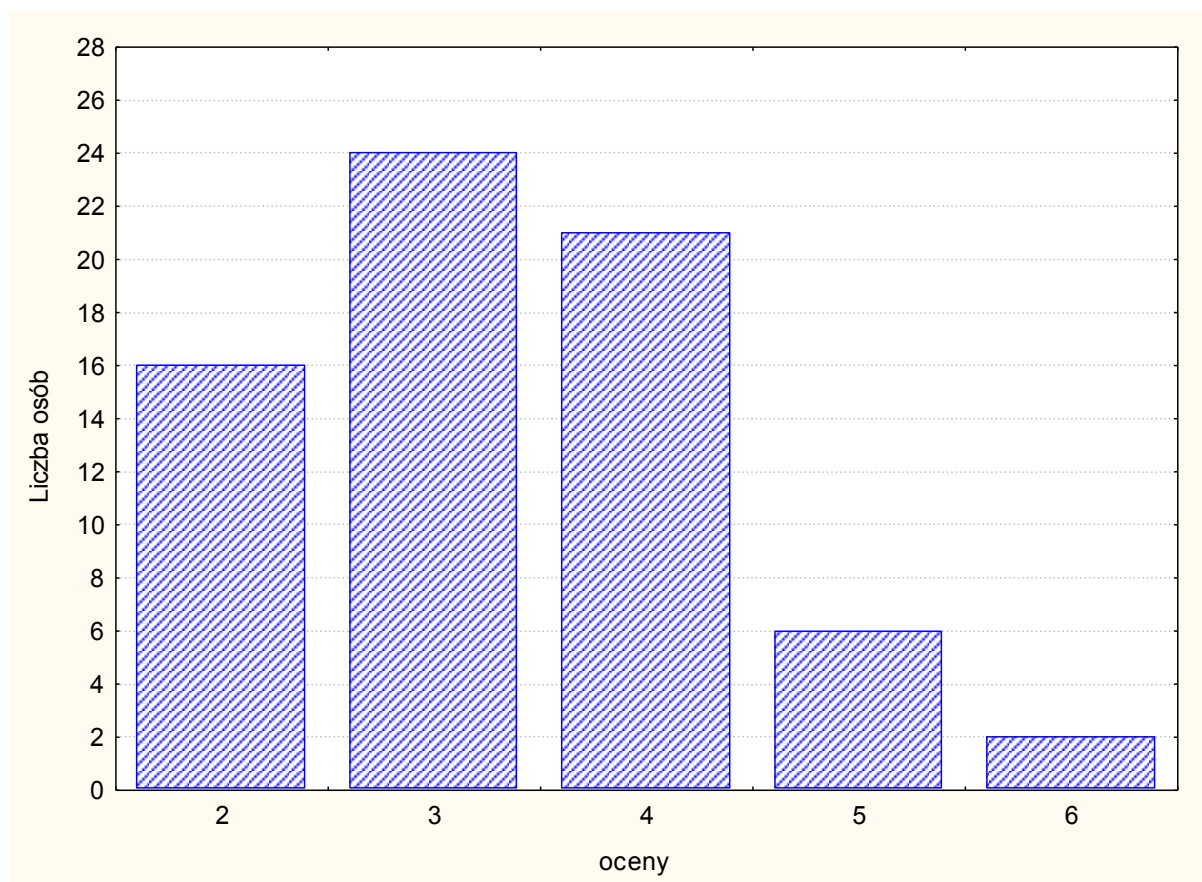


Rysunek 1. Rozkład wyników gimnazjalistów II Liceum Ogólnokształcącego im. C. K. Norwida w Krasnymstawie rozwiązujących arkusz GM-1-102.

Rozkład wyników uczniów z II Liceum Ogólnokształcącego im. C. K. Norwida w Krasnymstawie jest dwumodalny, lekko przesunięty w stronę wyższych wyników.

Uczniowie biorący udział w rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w II Liceum Ogólnokształcącym im. C. K. Norwida w Krasnymstawie byli oceniani także pod względem ocen końcowych z matematyki w gimnazjum. Średnia ocena dla tych uczniów to 3,33. Nie było uczniów z oceną celującą. 16 uczniów uzyskało ocenę dopuszczającą, 24 uczniów uzyskało ocenę dostateczną, 21

uczniów uzyskało ocenę dobrą, 6 uczniów uzyskało ocenę bardzo dobrą i 2 uczniowie otrzymało ocenę celującą.



Rysunek 2. Rozkład ocen końcowych z gimnazjum uczniów II Liceum Ogólnokształcącego im. C. K. Norwida w Krasnymstawie.

Rozkład końcowych ocen gimnazjalnych uczniów z II Liceum Ogólnokształcącego im. C. K. Norwida w Krasnymstawie jest prawo skośny, przesunięty w stronę niższych ocen, z modalną wynoszącą 3 (Rysunek 2).

Powyższa analiza wyników egzaminu gimnazjalnego uczestników zajęć, a także ocena końcoworoczna w trzeciej klasie gimnazjum spowodowała, iż zakwalifikowali się oni na zajęcia wyrównawcze, ze względu na zbyt małą ilość zdobytych punktów i zbyt słabe oceny z matematyki.

II. CELE EDUKACYJNE

1. Cele ogólne:

Zajęcia wyrównawcze z matematyki mają za zadanie:

1. Określenie poziomu osiągnięć uczniów.
2. Przełamanie strachu przed matematyką.
3. Ukazanie przydatności wiedzy i umiejętności matematycznych w życiu codziennym.
4. Uzupełnianie zaległości i braków.
5. Motywowanie uczniów do systematyczności, samokontroli i samooceny.

Opracowany program zajęć wyrównawczych ma na celu :

- zwiększanie skuteczności nauczania poprzez stosowanie różnych metod i form pracy, naukę wykorzystywania przez uczniów różnych źródeł informacji,
- umożliwienie uczniom z obszarów wiejskich dostępu do rozwijania myślenia matematycznego poprzez organizowanie zajęć wyrównawczych,
- stworzenie uczniom o niższym statusie materialnym możliwości bezpłatnej nauki matematyki na zajęciach dodatkowych,
- rozszerzanie możliwości edukacyjnych poprzez pracę z matematycznym programem multimedialnym,
- zmniejszenie ilości uczniów mających problemy w nauce matematyki,
- zmniejszenie dysproporcji w osiągnięciach edukacyjnych uczniów,
- zwiększanie wiary we własne siły, zminimalizowanie lęku przed mitem „trudnego przedmiotu”,
- ukazywanie matematyki w życiu codziennym i jej funkcjonalności.

2. Cele szczegółowe:

Treści	Uczeń zna	Uczeń rozumie	Uczeń potrafi
Działania w zbiorach liczbowych			
Liczby naturalne całkowite, wymierne i liczby niewymierne.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: liczba naturalna, całkowita, wymierna, niewymierna i rzeczywista • definicję wartości bezwzględnej 	<ul style="list-style-type: none"> • różnicę między rozwinięciem dziesiętnym liczby wymiernej i niewymiernej 	<ul style="list-style-type: none"> • znajdować rozwinięcia dziesiętne liczby wymiernej
Działania na liczbach wymiernych	<ul style="list-style-type: none"> • kolejność wykonywania działań , • pojęcia: liczba przeciwna i liczba odwrotna • sposoby wykonywania czterech podstawowych działań na ułamkach zwykłych i dziesiętnych 	<ul style="list-style-type: none"> • potrzebę zamiany ułamków zwykłych na dziesiętne i odwrotnie przy wykonywaniu działań 	<ul style="list-style-type: none"> • wykonywać działania na liczbach wymiernych • porównywać liczby wymierne • rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem działań na liczbach
Równania i nierówności	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: równanie, nierówność • pojęcia: rozwiązanie równania, rozwiązanie nierówności • pojęcia: równania równoważne, równania tożsamościowe, sprzeczne • sposoby przekształcania równań 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: rozwiązanie równania, rozwiązanie nierówności 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równania i nierówności • podawać interpretację geometryczną rozwiązania nierówności • zapisywać treści zadań za pomocą równań i nierówności
Procenty. Punkty procentowe	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie procentu, punktu procentowego 	<ul style="list-style-type: none"> • potrzebę stosowania procentów w życiu codziennym 	<ul style="list-style-type: none"> • zamieniać procent pewnej wielkości na ułamek i odwrotnie • obliczać, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba • obliczać procent danej

			<p>liczby</p> <ul style="list-style-type: none"> • obliczać liczbę na podstawie danego jej procentu • odczytywać informacje dane za pomocą diagramów procentowych • rozwiązywać zadania z zastosowaniem obliczeń procentowych
Wartość bezwzględna w równaniach i nierównościach	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej • interpretację geometryczną nierówności typu $x < a$ oraz $x > a$ 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej • związek między nierównością typu $x < a$ i $x > a$ i jej interpretacją na osi liczbowej (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równania typu $ax + b = c$ • rozwiązywać nierówności postaci $ax + b > c$, $ax + b < c$, $ax + b \geq c$, $ax + b \leq c$ • interpretować graficznie rozwiązania nierówności
Przybliżenia.	<ul style="list-style-type: none"> • sposoby zaokrąglania liczb 	<ul style="list-style-type: none"> • potrzebę zaokrąglania liczb • różnicę między błędem bezwzględnym a błędem względnym 	<ul style="list-style-type: none"> • wykonywać obliczenia na liczbach rzeczywistych oraz szacować różne wielkości i wyniki działań • obliczać błędy bezwzględne i błędy względne przybliżeń

Wyrażenia algebraiczne

Potęgi.	<ul style="list-style-type: none"> • definicję potęgi o wykładniku naturalnym i całkowitym ujemnym • pojęcie notacji wykładniczej • wzory na mnożenie i dzielenie potęg o jednakowych podstawach • wzory na mnożenie i dzielenie potęg o jednakowych wykładnikach i na potęgowanie potęgi 	<ul style="list-style-type: none"> • potrzebę stosowania notacji wykładniczej w praktyce • sposoby wykonywania działań na potęgach 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać potęgi o wykładnikach naturalnych i całkowitych ujemnych • zapisywać liczby w postaci potęg • zapisywać liczby w postaci iloczynu potęg • zapisywać liczby w notacji wykładniczej • mnożyć i dzielić potęgi o jednakowych podstawach • mnożyć i dzielić potęgi o jednakowych wykładnikach • przedstawiać potęgi w postaci iloczynu i ilorazu potęg o jednakowych podstawach • przedstawiać potęgi w postaci iloczynu i ilorazu potęg o jednakowych wykładnikach • potęgować potęgi • porównywać potęgi • potęgować iloczyny i ilorazy • doprowadzać wyrażenia do najprostszycy postaci, stosując działania na potęgach
Pierwiastki.	<ul style="list-style-type: none"> • definicję pierwiastka arytmetycznego n-tego stopnia ($n \in \mathbb{N}$ i $n > 1$) 	<ul style="list-style-type: none"> • definicję pierwiastka arytmetycznego n-ego stopnia ($n \in \mathbb{N}$ i $n > 1$) • jak oblicza się pierwiastki iloczynu i 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać pierwiastki n-tego stopnia ($n \in \mathbb{N}$ i $n > 1$) • obliczać wartości wyrażeń arytmetycznych

	<ul style="list-style-type: none"> • prawa działań na pierwiastkach • wzór na obliczanie pierwiastka n-tego stopnia z n-tej potęgi • wzór na obliczanie n-tej potęgi pierwiastka n-tego stopnia 	<p>ilorazu oraz iloczyn i iloraz pierwiastków</p> <ul style="list-style-type: none"> • jak oblicza się pierwiastek n-tego stopnia z n-tej potęgi oraz jak oblicza się n-tą potęgę pierwiastka n-tego stopnia z liczby nieujemnej 	<p>zawierających pierwiastki</p> <ul style="list-style-type: none"> • obliczać pierwiastki iloczynu i ilorazu liczb nieujemnych • obliczać iloczyny i ilorazy pierwiastków z liczb nieujemnych • wyciągać czynnik przed symbol pierwiastka • włączać czynnik pod pierwiastek
Potęgi o wykładnikach wymiernych.	<ul style="list-style-type: none"> • definicję potęgi o wykładniku wymiernym 	<ul style="list-style-type: none"> • definicję potęgi o wykładniku wymiernym 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać potęgi o wykładnikach wymiernych • zapisywać potęgi o wykładnikach wymiernych w postaci pierwiastków
Zapisywanie i przekształcanie wyrażeń algebraicznych.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie wyrażenia algebraicznego • pojęcie jednomianu i pojęcie jednomianu uporządkowanego • wzory skróconego mnożenia (kwadrat sumy, kwadrat różnicy, różnica kwadratów) 	<ul style="list-style-type: none"> • zasadę redukowania wyrazów podobnych • zasady zapisywania i nazywania wyrażeń algebraicznych • zasady dodawania i odejmowania sum algebraicznych • zasadę mnożenia sumy algebraicznej przez jednomian • zasadę mnożenia sumy algebraicznej przez sumę algebraiczną 	<ul style="list-style-type: none"> • budować proste wyrażenia algebraiczne • odczytywać wyrażenia algebraiczne • redukować wyrazy podobne • dodawać i odejmować sumy algebraiczne • mnożyć sumy algebraiczne przez jednomiany • mnożyć sumy algebraiczne • doprowadzać wyrażenia algebraiczne do prostszych postaci • wyciągać wspólne czynniki poza nawias • obliczać wartości liczbowe wyrażeń

			<p>algebraicznych</p> <ul style="list-style-type: none"> • stosować wzory skróconego mnożenia • przekształcać wyrażenia algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia
Logarytmy.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie logarytmu • własności logarytmów 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie logarytmu • własności logarytmów 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać logarytmy • rozwiązywać równania, stosując definicję logarytmu
Własności logarytmów.	<ul style="list-style-type: none"> • twierdzenia o: <ul style="list-style-type: none"> – logarytmie iloczynu – logarytmie ilorazu – logarytmie potęgi – zmianie podstawy logarytmu 	<ul style="list-style-type: none"> • twierdzenia o: <ul style="list-style-type: none"> – logarytmie iloczynu – logarytmie ilorazu – logarytmie potęgi – zmianie podstawy logarytmu 	<ul style="list-style-type: none"> • wykonywać działania na logarytmach, stosując poznane twierdzenia
Geometria płaska – pojęcia wstępne			
<ul style="list-style-type: none"> • Punkty, proste, półproste, odcinki, figury wypukłe, figury wklęsłe • Figury ograniczone, figury nieograniczone • Kąty • Położenie prostych na płaszczyźnie • Odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi • Symetralna odcinka • Dwusieczna kąta Dwie proste równoległe przecięte trzecią prostą 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie: prosta , półprosta, figura wklęsła, wypukła • pojęcia kątów: wierzchołkowych, przyległych, odpowiadających, naprzemianległych oraz własności tych kątów • twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta • pojęcie dwusiecznej kąta • pojęcie symetralnej odcinka 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie: prosta , półprosta, figura wklęsła, wypukła • pojęcie kąta , • własność symetralnej odcinka, dwusiecznej 	<ul style="list-style-type: none"> • wskazywać kąty wierzchołkowe, przyległe, odpowiadające i naprzemianległe • stosować własności kątów w zadaniach
Koła i okręgi.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia koła i okręgu • pojęcia kąta wpisanego , środkowego i dopisanego do okręgu 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie kąta wpisanego i środkowego opartego na danym łuku • pojęcie kąta 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować twierdzenia dotyczące kątów wpisanych, środkowych o dopisanego • obliczać pole i obwód

	<ul style="list-style-type: none"> • twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych • wzory na obliczanie obwodu i pola koła 	dopisanego do okręgu	koła
Okręgi i proste.	<ul style="list-style-type: none"> • wszystkie możliwe wzajemne położenia prostej i okręgu na płaszczyźnie • wszystkie możliwe wzajemne położenia dwóch okręgów na płaszczyźnie 		<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania dotyczące wzajemnego położenia prostej i okręgu oraz wzajemnego położenia dwóch okręgów na płaszczyźnie
Twierdzenie Talesa.	<ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie Talesa • twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa 	<ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie Talesa • twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować twierdzenie Talesa oraz twierdzenie do niego odwrotne w zadaniach rachunkowych

Geometria płaska – trójkąty

Trójkąty.	<ul style="list-style-type: none"> • nierówność trójkąta • rodzaje trójkątów • twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie do niego odwrotne • pojęcie wysokości trójkąta, środkowej 	<ul style="list-style-type: none"> • sens twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia do niego odwrotnego 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować twierdzenie Pitagorasa • i twierdzenie do niego odwrotne w zadaniach • stosować własność odcinka łączącego środki boków w trójkącie
Trójkąt wpisany w okrąg.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: symetralna odcinka, trójkąt wpisany w okrąg • własność symetralnej odcinka • warunek opisanego okręgu na trójkącie • warunek opisanego okręgu na trójkącie 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: symetralna odcinka, trójkąt wpisany w okrąg • własność symetralnej odcinka • warunek opisanego okręgu na trójkącie • warunek opisanego okręgu na trójkącie 	<ul style="list-style-type: none"> • konstruować symetralną odcinka • konstruować okrąg opisany na trójkącie • rozwiązywać zadania z zastosowaniem własności trójkąta wpisanego w okrąg
Trójkąt opisane na okręgu.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: dwusieczna kąta, trójkąt opisany na 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: dwusieczna kąta, trójkąt opisany na 	<ul style="list-style-type: none"> • konstruować dwusieczną kąta

	<p>okręgu</p> <ul style="list-style-type: none"> • własność dwusiecznej kąta • warunek wpisania okręgu w trójkąt • warunek wpisania okręgu w trójkąt 	<p>okręgu</p> <ul style="list-style-type: none"> • własność dwusiecznej kąta • warunek wpisania okręgu w trójkąt 	<ul style="list-style-type: none"> • konstruować okrąg wpisany w trójkąt • rozwiązywać zadania z zastosowaniem własności trójkąta wpisanego w okrąg
Cechy przystawania i podobieństwa trójkątów	• cechy przystawania i podobieństwa trójkątów	• cechy przystawania i podobieństwa trójkątów	• rozwiązywać zadania z zastosowaniem cech przystawania i podobieństwa trójkątów
Trygonometria kąta ostrego			
Funkcje trygonometryczne i ich zastosowania	• pojęcia: tangensa, cotangens, sinus i cosinus kąta ostrego w trójkącie prostokątnym		<ul style="list-style-type: none"> • obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych • rozwiązywać trójkąty prostokątne • konstruować kąty ostre, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych tych kątów • odczytywać z tablic lub obliczać za pomocą kalkulatora wartość funkcji trygonometrycznej danego kąta lub miarę kąta, gdy dana jest wartość funkcji trygonometrycznej tego kąta
Wartości funkcji trygonometrycznych kątów $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$.	• wartości funkcji trygonometrycznych kątów $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$	• sposób wyznaczania wartości funkcji trygonometrycznych kątów $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$	• rozwiązywać trójkąty prostokątne
Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.	<ul style="list-style-type: none"> • podstawowe tożsamości trygonometryczne • związki między funkcjami trygonometrycznymi 		<ul style="list-style-type: none"> • obliczać wartości funkcji trygonometrycznych, mając daną wartość jednej z nich • przekształcać

	kąta α i kąta $90^\circ - \alpha$		wyrażenia, stosując podstawowe tożsamości trygonometryczne • sprawdzać tożsamości trygonometryczne
Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta			
Pole trójkąta	<ul style="list-style-type: none"> wzór na pole trójkąta P $= \frac{1}{2} ah, P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma,$ $P = (a + b + c) \cdot r,$ $P = \frac{abc}{4R},$ wzór Herona 	• sposoby obliczania pól trójkątów	• obliczać pola trójkątów
Pola trójkątów podobnych.	• zależność między stosunkiem pól figur podobnych a skalą podobieństwa	• zależność między stosunkiem pól figur podobnych a skalą podobieństwa	<ul style="list-style-type: none"> obliczać pola trójkątów podobnych obliczać skalę podobieństwa, gdy dane są pola trójkątów podobnych
Pole koła, pole wycinka koła	<ul style="list-style-type: none"> wzory na obliczanie obwodu i pola koła wzory na obliczanie długości łuku i pola wycinka koła 	<ul style="list-style-type: none"> wzory na obliczanie obwodu i pola koła wzory na obliczanie długości łuku i pola wycinka koła 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać pole i obwód koła obliczać długość łuku i pole wycinka koła
Funkcja i jej własności			
Pojęcie funkcji	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie funkcji pojęcia: dziedzina funkcji, argument, wartość funkcji, zmienna pojęcie miejsca zerowego 	• pojęcie funkcji	<ul style="list-style-type: none"> odczytywać wartości funkcji dla danego argumentu lub argument dla danej wartości z: tabelki, grafu, wykresu wskazywać miejsca zerowe funkcji podawać argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie lub ujemne
Monotoniczność funkcji.	• pojęcia: funkcja rosnąca, malejąca, stała		<ul style="list-style-type: none"> podawać przedziały monotoniczności funkcji sporządzać wykresy funkcji spełniających określone warunki

Wzory i wykresy funkcji.	<ul style="list-style-type: none"> • różne sposoby zapisu tej samej funkcji 		<ul style="list-style-type: none"> • ustalać dziedzinę funkcji określonej wzorem • analizować zależności między dwiema wielkościami opisane za pomocą wzoru lub wykresu funkcji • sporządzać wykres funkcji określonej wzorem • odczytywać własności funkcji z wykresu
Wektory w układzie współrzędnych.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: współrzędne wektora, długość wektora • wzór określający współrzędne obrazu punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor • wzór określający współrzędne środka odcinka 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: współrzędne wektora, długość wektora • wzór określający współrzędne obrazu punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor • wzór określający współrzędne środka odcinka 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać współrzędne i długości wektorów) • obliczać współrzędne obrazów punktów w przesunięciu równoległym o dany wektor • zastosować wiadomości o wektorach w zadaniach
Działania na wektorach	<ul style="list-style-type: none"> • wzory na współrzędne sumy, różnicy wektorów oraz współrzędne iloczynu danego wektora przez liczbę • warunek równości wektorów 	<ul style="list-style-type: none"> • wzory na współrzędne sumy, różnicy wektorów oraz współrzędne iloczynu danego wektora przez liczbę • warunek równości wektorów 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać współrzędne sumy oraz różnicy danych wektorów • obliczać współrzędne iloczynu danego wektora przez liczbę • rozwiązywać zadania z zastosowaniem obliczania współrzędnych sumy, różnicy danych wektorów oraz iloczynu danego wektora przez liczbę • rozwiązywać zadania z zastosowaniem warunku równości wektorów
Przesuwanie wykresów funkcji.	<ul style="list-style-type: none"> • zasady sporządzania 	<ul style="list-style-type: none"> • zasady sporządzania 	<ul style="list-style-type: none"> • sporządzać wykresy funkcji: $y = f(x) + q,$

	<p>wykresów funkcji:</p> $y = f(x) + q,$ $y = f(x + p),$ $y = f(x + p) + q,$ <p>gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$</p>	<p>wykresów funkcji:</p> $y = f(x) + q,$ $y = f(x + p),$ $y = f(x + p) + q,$ <p>gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$</p>	$y = f(x + p),$ $y = f(x + p) + q,$ <p>mając dany wykres funkcji $y = f(x)$</p> <ul style="list-style-type: none"> • zapisywać wzory funkcji powstałych w wyniku przesunięcia wykresu danej funkcji • określać sposób przesunięcia wykresu jednej funkcji tak, aby otrzymać wykres drugiej funkcji
Przekształcanie wykresów funkcji.	<ul style="list-style-type: none"> • zasady sporządzania wykresów funkcji: $y = -f(x),$ $y = f(-x), y = -f(-x),$ <p>dany jest wykres funkcji $y = f(x)$</p>	<ul style="list-style-type: none"> • zasady sporządzania wykresów funkcji: $y = -f(x), y = f(-x),$ $y = -f(-x),$ <p>gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$</p>	<ul style="list-style-type: none"> • sporządzać wykresy funkcji: $y = -f(x), y = f(-x), y = -f(-x)$, mając dany wykres funkcji $y = f(x)$ • zapisywać wzory funkcji powstałych przez symetrię wykresu danej funkcji względem obu osi i początku układu współrzędnych

Funkcja liniowa.

Funkcja liniowa.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie funkcji liniowej • położenie wykresu funkcji liniowej w zależności od współczynnika kierunkowego 		<ul style="list-style-type: none"> • sporządzać wykres funkcji liniowej • sprawdzać algebraicznie graficznie, czy punkt należy do wykresu • wyznaczać argument dla danej wartości funkcji i odwrotnie • obliczać i odczytywać z wykresu miejsca zerowe funkcji • obliczać i odczytywać z wykresu argumenty, dla których wartości spełniają określone warunki • korzystając ze wzoru
------------------	---	--	---

			<p>funkcji liniowej określać jej monotoniczność i znajdować współrzędne punktów przecięcia wykresu z osiami układu</p> <ul style="list-style-type: none"> • podawać wzór funkcji liniowej, której wykres: <ul style="list-style-type: none"> — przechodzi przez dane dwa punkty — przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej, której wzór jest dany • obliczać współrzędne punktu przecięcia wykresów dwóch funkcji liniowych
Równania i nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: równanie nierówność • pojęcia: rozwiązanie równania, rozwiązanie nierówności • pojęcia: równania równoważne, równania tożsamościowe, sprzeczne • sposoby przekształcania równań 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: rozwiązanie równania, rozwiązanie nierówności 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równania i nierówności • podawać interpretację geometryczną rozwiązania nierówności • zapisywać treści zadań za pomocą równań i nierówności
Układy równań i pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie układu równań • pojęcie rozwiązania układu równań • pojęcia: układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny • metody rozwiązywania układów równań: podstawiania, przeciwnych współczynników 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie rozwiązania układu równań 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać układy równań pierwszego stopnia metodą podstawiania • rozwiązywać układy równań metodą przeciwnych współczynników • zapisywać treści zadań w postaci układów równań
Układy nierówności pierwszego stopnia z	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie układu 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie rozwiązania 	<ul style="list-style-type: none"> • przedstawić interpretację

dwie niewiadome.	nierówności <ul style="list-style-type: none"> • interpretacja geometryczna układów nierówności 	układu nierówności	geometryczną rozwiązania układu nierówności z dwiema niewiadomymi
Geometria płaska – czworokąty			
Czworokąty.	<ul style="list-style-type: none"> • rodzaje czworokątów • własności czworokątów • wzory na obliczanie pól i obwodów czworokątów 	<ul style="list-style-type: none"> • zasadę klasyfikacji czworokątów 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować własności czworokątów w zadaniach • obliczać pola i obwody czworokątów
Wielokąty.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie wielokąta wypukłego i wklęsłego • wzory na liczbę przekątnych i sumę miar kątów wewnętrznych n-kąta wypukłego (<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadzanie wzorów na liczbę przekątnych i sumę miar kątów wewnętrznych n-kąta wypukłego 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować wzory na liczbę przekątnych i sumę miar kątów wewnętrznych n-kąta wypukłego
Wielokąty foremne.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie wielokąta foremnego 	<ul style="list-style-type: none"> • sposób wyznaczania miary kąta wewnętrznego n-kąta foremnego 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać miarę kąta wewnętrznego n-kąta foremnego • obliczać pola wielokątów foremnych
Wielokąty wpisane w okrąg.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: symetralna odcinka, wielokąt wpisany w okrąg • własność symetralnej odcinka • warunek opisanego okręgu na wielokącie • warunek opisanego okręgu na czworokącie 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: symetralna odcinka, wielokąt wpisany w okrąg • własność symetralnej odcinka • warunek opisanego okręgu na wielokącie • warunek opisanego okręgu na czworokącie 	<ul style="list-style-type: none"> • konstruować symetralną odcinka • konstruować okrąg opisany na trójkącie • rozwiązywać zadania z zastosowaniem warunku opisanego okręgu na czworokącie
Wielokąty opisane na okręgu.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: dwusieczna kąta, wielokąt opisany na okręgu • własność dwusiecznej kąta • warunek wpisania okręgu w wielokąt 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: dwusieczna kąta, wielokąt opisany na okręgu • własność dwusiecznej kąta • warunek wpisania okręgu w wielokąt 	<ul style="list-style-type: none"> • konstruować dwusieczną kąta • konstruować okrąg wpisany w trójkąt • rozwiązywać zadania z zastosowaniem warunku wpisania

	<ul style="list-style-type: none"> • warunek wpisania okręgu w czworokąt • twierdzenie o polu wielokąta opisanego na okręgu 	<ul style="list-style-type: none"> • warunek wpisania okręgu w czworokąt • twierdzenie o polu wielokąta opisanego na okręgu 	<p>okręgu w czworokąt</p> <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z zastosowaniem twierdzenia o polu wielokąta opisanego na okręgu
Wielokąty podobne	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie figur podobnych • pojęcie skali podobieństwa • własności figur podobnych 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie figur podobnych • pojęcie skali podobieństwa • własności figur podobnych 	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznawać figury podobne • znajdować długości boków wielokątów podobnych, gdy dana jest skala podobieństwa i odwrotnie
Funkcja kwadratowa			
Funkcja kwadratowa.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie funkcji kwadratowej • wzór na wyróżnik równania kwadratowego • wzory na pierwiastki równania kwadratowego • wzory określające współrzędne wierzchołka paraboli • postać ogólną, postać kanoniczną oraz iloczynową funkcji kwadratowej 	<ul style="list-style-type: none"> • jak się oblicza wyróżnik równania kwadratowego • jak się oblicza pierwiastki równania kwadratowego • związek między wzorami określającymi współrzędne wierzchołka paraboli i postacią kanoniczną wzoru odpowiedniej funkcji kwadratowej 	<ul style="list-style-type: none"> • zapisywać wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej • rysować wykres funkcji kwadratowej i określać jej własności • zapisywać wzór funkcji kwadratowej spełniającej dane warunki • obliczać współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych oraz współrzędne jej wierzchołka • obliczać miejsca zerowe funkcji kwadratowej • określać liczbę miejsc zerowych funkcji kwadratowej w zależności od wartości wyróżnika trójmianu kwadratowego • obliczać, dla jakich argumentów funkcja spełnia określone warunki

			<ul style="list-style-type: none"> • obliczać współrzędne punktów przecięcia wykresów danych funkcji
Nierówności kwadratowe.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie nierówności kwadratowej 		<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać nierówności kwadratowe • określać argumenty, dla których wartości jednej funkcji są większe od wartości drugiej funkcji • znajdować liczby spełniające koniunkcję pewnych nierówności
Zastosowania funkcji kwadratowej.			<ul style="list-style-type: none"> • opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej • rozwiązywać zadania tekstowe stosując funkcji kwadratowej
Pojęcie wektora.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: wektor, wektor zerowy, wektory równe, wektory przeciwne • pojęcie przesunięcia równoległego o wektor 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: wektor, wektor zerowy, wektory równe, wektory przeciwne • pojęcie przesunięcia równoległego o wektor 	<ul style="list-style-type: none"> • wskazywać wektory równe i wektory przeciwne • wskazywać obrazy punktów w przesunięciu o dany wektor • rysować obrazy figur w przesunięciu równoległym o dany wektor
Wektory w układzie współrzędnych.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: współrzędne wektora, długość wektora, współrzędne środka odcinka • wzór określający współrzędne obrazu punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: współrzędne wektora, długość wektora, współrzędne środka odcinka • wzór określający współrzędne obrazu punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać współrzędne i długości wektorów • obliczać współrzędne obrazów punktów w przesunięciu równoległym o dany wektor
Równanie prostej.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ogólne równanie prostej, kierunkowe równanie 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ogólne równanie prostej, kierunkowe równanie 	<ul style="list-style-type: none"> • przekształcać ogólne równanie prostej na równanie kierunkowe i

	<p>prostej</p> <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie współczynnika kierunkowego prostej • związek między tangensem kąta nachylenia prostej $y = ax + b$ do osi x a jej współczynnikiem kierunkowym • warunek równoległości prostych • warunek prostokątności prostych 	<p>prostej</p> <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie współczynnika kierunkowego prostej • związek między tangensem kąta nachylenia prostej $y = ax + b$ do osi x a jej współczynnikiem kierunkowym • interpretację geometryczną układu dwóch równań liniowych 	<p>odwrotnie</p> <ul style="list-style-type: none"> • obliczać współrzędne punktów przecięcia danej prostej z osiami układu współrzędnych • znajdować równanie prostej: <ul style="list-style-type: none"> – przechodzącej przez dwa dane punkty – przechodzącej przez dany punkt i równoległej do danej prostej – przechodzącej przez dany punkt i prostopadłej do danej prostej • określać liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej • sprawdzać, czy dane trzy punkty są współliniowe
Odległość punktu od prostej			
Równanie okręgu			
Wielomiany			
Przykłady wielomianów.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie jednomianu • pojęcie wielomianu stopnia n • pojęcie wielomianu zerowego • pojęcie wielomianów równych • pojęcia: dwumian, trójmian, trójmian kwadratowy 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie jednomianu • pojęcie wielomianu stopnia n • pojęcie wielomianu zerowego • pojęcie wielomianów równych • pojęcia: dwumian, trójmian, trójmian kwadratowy 	<ul style="list-style-type: none"> • określać stopień wielomianu • dodawać, odejmować, mnożyć wielomiany • przekształcać wielomiany do najprostszej postaci • przedstawiać wyrażenia algebraiczne w postaci jednomianów • obliczać wartości liczbowe wielomianów dla podanej wartości

			<p>zmiennej</p> <ul style="list-style-type: none"> • obliczać, dla jakich wartości współczynników wielomiany są równe
Rozkład wielomianu na czynniki.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie rozkładu wielomianu na czynniki • wzory skróconego mnożenia: kwadrat sumy, kwadrat różnicy, różnica kwadratów dwóch wyrażeń, suma sześciątów, różnica sześciątów dwóch wyrażeń • własność rozkładu wielomianu na czynniki stopnia co najwyżej drugiego 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie rozkładu wielomianu na czynniki • wzory skróconego mnożenia: kwadrat sumy, kwadrat różnicy, różnica kwadratów dwóch wyrażeń, suma sześciątów, różnica sześciątów dwóch wyrażeń • własność rozkładu wielomianu na czynniki stopnia co najwyżej drugiego 	<ul style="list-style-type: none"> • rozkładać wielomiany czynniki, stosując: <ul style="list-style-type: none"> – wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias – wzory skróconego mnożenia – metodę grupowania wyrazów
Równania wielomianowe.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie równania wielomianowego stopnia n • pojęcie pierwiastka wielomianu • pojęcie k-krotnego pierwiastka wielomianu • pojęcie postaci iloczynowej wielomianu drugiego stopnia 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie równania wielomianowego stopnia n • pojęcie pierwiastka wielomianu • pojęcie k-krotnego pierwiastka wielomianu • pojęcie postaci iloczynowej wielomianu drugiego stopnia 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równania wielomianowe • znajdować pierwiastki danych wielomianów i ustalać ich krotności
Dzielenie wielomianów.	<ul style="list-style-type: none"> • określenie podzielności wielomianu przez wielomian • metodę dzielenia wielomianu przez jednomian • metodę dzielenia wielomianu przez wielomian • pojęcie reszty z dzielenia wielomianu przez wielomian 	<ul style="list-style-type: none"> • określenie podzielności wielomianu przez wielomian • metodę dzielenia wielomianu przez jednomian • metodę dzielenia wielomianu przez wielomian • pojęcie reszty z dzielenia wielomianu przez wielomian 	<ul style="list-style-type: none"> • dzielić wielomiany przez jednomiany i przez wielomiany • podawać przykłady wielomianów podzielnych przez dane wielomiany • obliczać resztę z dzielenia wielomianu • znajdować wielomiany spełniające określone warunki

Twierdzenie Bezout.	<ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie Bezout • własność wielomianu dotyczącą reszty z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $x - a$ 	<ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie Bezout • własność wielomianu dotyczącą reszty z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $x - a$ 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równania wielomianowe, korzystając z twierdzenia Bezout • sprawdzać, że dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu
Równania wielomianowe .	<ul style="list-style-type: none"> • zastosowanie twierdzenia Bezout do rozwiązywania równań wielomianowych • twierdzenie o rozwiązaniach całkowitych równania wielomianowego 	<ul style="list-style-type: none"> • potrzebę stosowania twierdzenia Bezout do rozwiązywania równań wielomianowych • twierdzenie o rozwiązaniach całkowitych równania wielomianowego 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równania wielomianowe, stosując twierdzenie o rozwiązaniach całkowitych
Nierówności wielomianowe.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie nierówności wielomianowej 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie nierówności wielomianowej 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać nierówności wielomianowe, wykorzystując wiedzę o znaku iloczynu dwóch liczb oraz wykresy funkcji liniowej i kwadratowej • rozwiązywać nierówności wielomianowe, korzystając z twierdzenia Bezout
Funkcje wymierne			
Wyrażenia wymierne.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie wyrażenia wymiernego • pojęcie wartości liczbowej wyrażenia wymiernego • pojęcie dziedziny wyrażenia wymiernego • pojęcie równości wyrażeń wymiernych 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie wyrażenia wymiernego • pojęcie wartości liczbowej wyrażenia wymiernego • pojęcie dziedziny wyrażenia wymiernego • pojęcie równości wyrażeń wymiernych 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać wartości liczbowe wyrażeń wymiernych dla podanych wartości zmiennej • określać dziedzinę wyrażenia wymiernego • podawać przykłady wyrażeń wymiernych spełniających dane warunki • upraszczać wyrażenia wymierne • dodawać, odejmować, mnożyć wyrażenia

			wymierne
Równania wymierne.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie równania wymiernego • sposoby rozwiązywania równań wymiernych 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie równania wymiernego • sposoby rozwiązywania równań wymiernych 	<p>rozwiązywać równania wymierne</p> <ul style="list-style-type: none"> • określać założenia, przy których dane równanie wymierne ma sens • dzielić wyrażenia wymierne • przekształcać wzory tak, aby wyznaczyć wskazaną wielkość
Nierówności wymierne.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie nierówności wymiernej 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie nierówności wymiernej 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać nierówności wymierne • określać założenia, przy których dana nierówność wymierna ma sens • określać dziedzinę funkcji
Funkcje wymierne.	<ul style="list-style-type: none"> • definicję funkcji wymiernej 	<ul style="list-style-type: none"> • definicję funkcji wymiernej • pojęcie asymptoty poziomej i pionowej wykresu funkcji wymiernej 	<ul style="list-style-type: none"> • podawać przykłady funkcji wymiernych • określać dziedzinę i sporządzać wykres funkcji wymiernej • określać równania asymptot i współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji wymiernej z osiami układu współrzędnych • określać przedziały monotoniczności funkcji wymiernej • określać argumenty, dla których funkcja wymierna przyjmuje wartości dodatnie, ujemne

Ciagi

<p>Przykłady ciągów</p>	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ciąg, wyrazy ciągu • pojęcia: ciąg skończony, ciąg nieskończony • pojęcie ciągu liczbowego • pojęcia: wzór ogólny ciągu, wzór rekurencyjny ciągu • pojęcia: monotoniczność ciągu, ciąg malejący, ciąg rosnący, ciąg stały 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ciąg, wyrazy ciągu • pojęcia: ciąg skończony, ciąg nieskończony • pojęcie ciągu liczbowego • sposób określania ciągu za pomocą wzoru ogólnego • sposób określania ciągu za pomocą wzoru rekurencyjnego • pojęcia: ciąg malejący, ciąg rosnący, ciąg stały 	<ul style="list-style-type: none"> • zapisywać dowolne wyrazy ciągów na podstawie ich wzorów ogólnych • zapisywać dowolne wyrazy ciągów na podstawie ich wzorów rekurencyjnych • podawać przykłady ciągów • określać monotoniczność ciągu na podstawie wzoru ogólnego • określać monotoniczność ciągu na podstawie wzoru rekurencyjnego • określać ciąg za pomocą wzoru ogólnego • określać ciąg za pomocą wzoru rekurencyjnego
<p>Ciągi arytmetyczne.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ciąg arytmetyczny, różnica ciągu arytmetycznego • wzór ogólny ciągu arytmetycznego • wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ciąg arytmetyczny, różnica ciągu arytmetycznego • wzór ogólny ciągu arytmetycznego • wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać różnicę i kolejne wyrazy danego ciągu arytmetycznego • obliczać dowolne wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jeden wyraz i różnica ciągu lub dwa dowolne wyrazy tego ciągu • podawać przykłady ciągów arytmetycznych spełniających określone warunki • zapisywać wzory ogólne i rekurencyjne ciągów arytmetycznych • zapisywać wzory ogólne ciągów

			<p>arytmetycznych określonych rekurencyjnie i odwrotnie</p> <ul style="list-style-type: none"> • obliczać sumę dowolnej liczby kolejnych wyrazów • sprawdzać, czy dana liczba jest wyrazem danego ciągu arytmetycznego • ustalać, ile wyrazów ma podany ciąg arytmetyczny
Ciągi geometryczne.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ciąg geometryczny, iloraz ciągu geometrycznego • wzór ogólny ciągu geometrycznego • wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego • pojęcie średniej geometrycznej dwóch liczb nieujemnych 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ciąg geometryczny, iloraz ciągu geometrycznego • wzór ogólny ciągu geometrycznego • wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego • pojęcie średniej geometrycznej dwóch liczb nieujemnych 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać ilorazy oraz kolejne wyrazy danych ciągów geometrycznych • sprawdzać, czy podany ciąg jest ciągiem geometrycznym • zapisywać dowolne wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dany jest: <ul style="list-style-type: none"> – iloraz i i dowolny wyraz tego ciągu – dwa dowolne wyrazy ciągu geometrycznego • sprawdzać, czy dana liczba jest wyrazem danego ciągu geometrycznego • określać monotoniczność ciągów geometrycznych • zapisywać wzory ogólne ciągów geometrycznych określonych rekurencyjnie i odwrotnie • obliczać sumę kolejnych wyrazów ciągu geometrycznego

Procent składany.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: procent prosty, procent składany 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: procent prosty, procent składany 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z zastosowaniem procentu prostego oraz procentu składanego
Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna			
Logarytmy.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie logarytmu • pojęcia: logarytm dziesiętny oraz logarytm naturalny • własności logarytmów 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie logarytmu • pojęcia: logarytm dziesiętny oraz logarytm naturalny • własności logarytmów 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać logarytmy • wykorzystywać kalkulator do obliczania logarytmów dziesiętnych oraz naturalnych • rozwiązywać równania, stosując definicję logarytmu
Własności logarytmów.	<ul style="list-style-type: none"> • twierdzenia o: <ul style="list-style-type: none"> – logarytmie iloczynu – logarytmie ilorazu – logarytmie potęgi – zmianie podstawy logarytmu 	<ul style="list-style-type: none"> • twierdzenia o: <ul style="list-style-type: none"> – logarytmie iloczynu – logarytmie ilorazu – logarytmie potęgi – zmianie podstawy logarytmu 	<ul style="list-style-type: none"> • wykonywać działania na logarytmach, stosując poznane twierdzenia
Funkcje wykładnicze.	<ul style="list-style-type: none"> • definicję funkcji wykładniczej • własności funkcji wykładniczych 	<ul style="list-style-type: none"> • definicję funkcji wykładniczej • własności funkcji wykładniczych 	<ul style="list-style-type: none"> • sporządzać wykresy i określać własności funkcji wykładniczych • dopasowywać wzory do wykresów funkcji wykładniczych • określać wzory funkcji wykładniczych spełniających określone warunki
Funkcje logarytmiczne.	<ul style="list-style-type: none"> • definicję funkcji logarytmicznej • własności funkcji logarytmicznych 	<ul style="list-style-type: none"> • definicję funkcji logarytmicznej • własności funkcji logarytmicznych 	<ul style="list-style-type: none"> • sporządzać wykresy i określać własności funkcji logarytmicznych • dopasowywać wzory do wykresów funkcji logarytmicznych • określać wzory funkcji logarytmicznych spełniających dane warunki

Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa

Elementy kombinatoryki.	<ul style="list-style-type: none"> • zasadę mnożenia • pojęcie silni • pojęcie permutacji • pojęcia: wariacja bez powtórzeń, wariacja z powtórzeniami • symbol Newtona • własności symbolu Newtona • pojęcie kombinacji 	<ul style="list-style-type: none"> • zasadę mnożenia • pojęcie silni • pojęcie permutacji • pojęcia: wariacja bez powtórzeń, wariacja z powtórzeniami • symbol Newtona • własności symbolu Newtona • pojęcie kombinacji 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować zasadę mnożenia • ustalać liczbę permutacji • ustalać liczby wariacji z powtórzeniami i wariacji bez powtórzeń • obliczać symbol Newtona • ustalać liczbę kombinacji • rozwiązywać równania z zastosowaniem symbolu Newtona • stosować kombinatorykę w rachunku prawdopodobieństwa
Zdarzenia losowe. prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie losowe • klasyczną definicję 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie losowe • klasyczną definicję 	<ul style="list-style-type: none"> • określać zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego • określać zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu • obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z klasycznej definicji prawdopodobieństwa
Doświadczenia wieloetapowe.	<ul style="list-style-type: none"> • metodę drzewek 	<ul style="list-style-type: none"> • metodę drzewek 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z metody drzewek
Własności prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: suma, iloczyn, różnica zdarzeń, zdarzenia wykluczające się • pojęcie zdarzenia przeciwnego 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: suma, iloczyn, różnica zdarzeń, zdarzenia wykluczające się • pojęcie zdarzenia przeciwnego 	<ul style="list-style-type: none"> • ustalać zdarzenia przeciwne do danych • rozpoznawać zdarzenia wykluczające się • określać sumę, iloczyn,

	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe • własności prawdopodobieństwa • twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe • własności prawdopodobieństwa • twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń 	<p>różnicę zdarzeń</p> <ul style="list-style-type: none"> • obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z własności prawdopodobieństwa
Elementy statystyki opisowej			
Średnia arytmetyczna, mediana, dominanta.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie średniej arytmetycznej • pojęcia: mediana, dominanta • pojęcie rozstęp 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie średniej arytmetycznej • pojęcia: mediana, dominanta • pojęcia:., rozstęp 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać średnią arytmetyczną, medianę i dominantę • rysować diagramy
Średnia ważona	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie średniej ważonej 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie średniej ważonej 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać średnie ważone zestawu danych
Odchylenie standardowe.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie odchylenia standardowego 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie odchylenia standardowego • interpretację wartości przeciętnej i odchylenia standardowego 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać odchylenie standardowe zestawu danych • interpretować wartości przeciętne i odchylenia standardowe
Geometria przestrzenna			
Wielościany. • pojęcie figury wypukłej	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: graniastosłup, ostrosłup • pojęcia: podstawa, ściana boczna, wierzchołek, krawędź boczna, krawędź podstawy graniastosłupa i ostrosłupa • pojęcia: prostopadłościan, graniastosłup prosty, graniastosłup pochyły 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: graniastosłup, ostrosłup • pojęcia: podstawa, ściana boczna, wierzchołek, krawędź boczna, krawędź podstawy graniastosłupa i ostrosłupa • pojęcia: prostopadłościan, graniastosłup prosty, graniastosłup pochyły 	<ul style="list-style-type: none"> • wskazywać graniastosłupy pochyłe, graniastosłupy proste • wskazywać wierzchołki, podstawy, ściany boczne, krawędzie podstawy i krawędzie boczne graniastosłupów i ostrosłupów • rysować rzuty graniastosłupów i ostrosłupów
Pola powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów.	<ul style="list-style-type: none"> • wzór na obliczanie pola powierzchni graniastosłupa 	<ul style="list-style-type: none"> • wzór na obliczanie pola powierzchni graniastosłupa 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać pola powierzchni i objętości graniastosłupów

	<ul style="list-style-type: none"> • wzór na obliczanie objętości graniastosłupa • wzór na obliczanie pola powierzchni ostrosłupa • wzór na obliczanie objętości ostrosłupa • wzory na obliczanie pól figur płaskich 	<ul style="list-style-type: none"> • wzór na obliczanie objętości graniastosłupa • wzór na obliczanie pola powierzchni ostrosłupa • wzór na obliczanie objętości ostrosłupa • wzory na obliczanie pól figur płaskich 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać pola powierzchni i objętości ostrosłupów
Walec.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie walca • pojęcia: tworząca walca, podstawy, promień podstawy, wysokość walca • pojęcia: oś obrotu, przekrój osiowy walca • wzór na obliczanie pola powierzchni walca • wzór na obliczanie objętości walca 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie walca • pojęcia: tworząca walca, podstawy, promień podstawy, wysokość walca • pojęcia: oś obrotu, przekrój osiowy walca • wzór na obliczanie pola powierzchni walca • wzór na obliczanie objętości walca 	<ul style="list-style-type: none"> • rysować rzut walca • rysować siatkę walca • wskazywać kąty między odcinkami oraz odcinkami i podstawami w walcu • obliczać pola powierzchni i objętości walców
Stożek.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie stożka • pojęcia: podstawa, promień podstawy, tworząca, wysokość stożka • pojęcia: oś obrotu, przekrój osiowy stożka, spodek wysokości, kąt rozwarcia stożka • wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości stożka 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie stożka • pojęcia: podstawa, promień podstawy, tworząca, wysokość stożka • pojęcia: oś obrotu, przekrój osiowy stożka, spodek wysokości, kąt rozwarcia stożka • wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości stożka 	<ul style="list-style-type: none"> • rysować rzut stożka • rysować siatkę stożka • wskazywać kąty między odcinkami oraz odcinkami i podstawą w stożku • obliczać pola powierzchni i objętości stożków
Kula.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: kula, sfera • pojęcia: środek, promień, średnica, koło wielkie • wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości kuli 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: kula, sfera • pojęcia: środek, promień, średnica, koło wielkie • wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości kuli 	<ul style="list-style-type: none"> • rysować rzut kuli • wskazywać kąty między przekrojami kuli • obliczać pola powierzchni i objętości kul

III. ZAŁOŻENIA PROGRAMU

Program przeznaczony jest do realizacji w latach 2010-2013 w ramach programu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”. Zajęcia będą trwały przez okres 3 lat szkolnych (24 tygodnie po 2 godziny w tygodniu w każdym roku szkolnym). Program adresowany jest do uczniów klas pierwszych mających problemy w nauce matematyki, którzy się jej boją oraz uważają matematykę za przedmiot niezrozumiały. Program ten będzie miał na celu, poprzez systematyczną pracę ucznia i urozmaicone formy i metody pracy, a także ciekawe materiały przygotowane przez pedagoga, doprowadzenie do rozwijania zainteresowań uczniów, motywowanie ich do osiągania lepszych wyników nauczania i pomoże im usystematyzować wiedzę i udoskonali umiejętności, które powinien zdobyć uczeń kończący naukę w szkole ponadgimnazjalnej.

IV. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH

1. Pomoce naukowe:

Przygotowane przez nauczyciela karty pracy

Przyrządy geometryczne

Modele brył

Kalkulatory

Komputery.

2. Procedury osiągania celów

Omawiając treści matematyczne, należy jak najczęściej posługiwać się przykładami z życia codziennego, dobierać tak zadania, by wzbudzić zapał i zainteresowanie uczniów i ich naturalną ciekawość. Należy stosować różnorodne metody nauczania, które pozwalają wykazywać się uczniom i wymagają od nich aktywnej postawy. W miarę możliwości, należy wykorzystywać dostępne środki dydaktyczne itp. Najlepszym środkiem do realizacji powyższych celów jest rozwiązywanie problemów matematycznych i zadań, gdyż jest to trening umysłu, doskonali i rozwija myślenie. Ważna jest też dyskusja na temat sposobów rozwiązania danego zadania – co uczy twórczego myślenia.

V. TREŚCI NAUCZANIA

Lp	Dział programowy	Zakres tematyczny	Liczba godzin
1.	Działania w zbiorach liczbowych	<ul style="list-style-type: none"> • Własności liczb naturalnych i liczb całkowitych • Działania w zbiorze liczb rzeczywistych • Równania i nierówności • Procenty. Punkty procentowe • Wartość bezwzględna liczby • Przybliżenie liczby. Błąd przybliżenia. Szacowanie wartości liczbowych 	4
2.	Wyrażenia algebraiczne	<ul style="list-style-type: none"> • Działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym • Działania na pierwiastkach arytmetycznych • Obliczanie wartości pierwiastków nieparzystego stopnia z liczby ujemnej • Działania na wyrażeniach algebraicznych • Wzory skróconego mnożenia drugiego i trzeciego stopnia • Potęgi o wykładnikach rzeczywistych • Definicja logarytmu i prawa działań na logarytmach • Przekształcanie wzorów 	6
3.	Geometria płaska – pojęcia wstępne	<ul style="list-style-type: none"> • Punkty, proste, półproste, odcinki, figury wypukłe, figury wklęsłe • Figury ograniczone, figury nieograniczone • Kąty • Położenie prostych na płaszczyźnie • Odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi • Symetralna odcinka • Dwusieczna kąta • Dwie proste równoległe przecięte trzecią prostą • Twierdzenie Talesa • Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa • Okrąg i koło • Wzajemne położenie prostej i okręgu, wzajemne położenie dwóch okręgów • Kąt środkowy w kole i kąt wpisany w koło 	6

		<ul style="list-style-type: none"> • Kąt dopisany do okręgu 	
4.	Geometria płaska – trójkąty	<ul style="list-style-type: none"> • Trójkąty – podział, własności • Suma kątów w trójkącie • Nierówność trójkąta • Odcinek łączący środki dwóch boków w trójkącie • Twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa • Zależności między bokami i kątami w trójkącie • Wysokości w trójkącie • Środkowe w trójkącie • Symetralne boków trójkąta • Okrąg opisany na trójkącie • Dwusieczne kątów trójkąta • Okrąg wpisany w trójkąt • Przystawanie trójkątów • Podobieństwo trójkątów 	8
5.	Trygonometria kąta ostrego	<ul style="list-style-type: none"> • Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym. • Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla kątów 30°, 45°, 60°. • Podstawowe tożsamości trygonometryczne. 	4
6.	Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta	<ul style="list-style-type: none"> • Pole figury geometrycznej. • Pole trójkąta prostokątnego, trójkąta równoramiennego, trójkąta równobocznego. • Wzory na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} ah, P = \frac{1}{2} absin\gamma, P = (a + b + c) \cdot r, P = \frac{abc}{4R},$ <p>wzór Herona – i ich zastosowanie.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pola trójkątów podobnych. • Pole koła. • Pole wycinka koła. 	4
7.	Funkcja i jej własności	<ul style="list-style-type: none"> • Pojęcie funkcji; pojęcie funkcji liczbowej. • Sposoby opisywania funkcji. • Dziedzina funkcji liczbowej. • Zbiór wartości funkcji liczbowej. • Wykresy niektórych funkcji liczbowych. • Miejsce zerowe funkcji liczbowej. • Monotoniczność funkcji liczbowej. • Funkcje różnowartościowe. 	8

		<ul style="list-style-type: none"> • Najmniejsza i największa wartość funkcji. • Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu. • Zastosowanie wykresów funkcji do rozwiązywania równań i nierówności. • Zastosowanie wiadomości o funkcjach do opisywania, interpretowania i przetwarzania informacji wyrażonych w postaci wykresu funkcji. 	
8.	Przekształcenia wykresów funkcji	<ul style="list-style-type: none"> • Wektor w prostokątnym układzie współrzędnych; współrzędne wektora. • Długość wektora (odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej). • Wektory równe, wektory przeciwne. • Działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie i mnożenie wektora przez liczbę. • Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX i wzdłuż osi OY. • Przesunięcie równoległe o wektor $\vec{w} = [p, q]$. • Symetria osiowa. Figury osiowosymetryczne. • Symetria osiowa względem osi OX i względem osi OY. • Symetria środkowa. Figury środkowosymetryczne. • Symetria środkowa względem punktu $(0,0)$. 	4
9.	Funkcja liniowa	<ul style="list-style-type: none"> • Proporcjonalność prosta. • Definicja funkcji liniowej. Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej. • Własności funkcji liniowej. • Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych. • Zastosowanie wiadomości o funkcji liniowej w zadaniach z życia codziennego. • Równanie liniowe z dwiema niewiadomymi. • Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. • Zastosowanie układów równań liniowych do rozwiązywania zadań tekstowych. 	4

		<ul style="list-style-type: none"> • Nierówność pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. • Układy nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. 	
10.	Geometria płaska – czworokąty	<ul style="list-style-type: none"> • Podział czworokątów. Trapezoidy • Trapezy • Równoległoboki • Okrąg opisany na czworokącie • Okrąg wpisany w czworokąt • Wielokąty – podstawowe własności • Podobieństwo figur. Podobieństwo czworokątów • Pole prostokąta. Pole kwadratu • Pole równoległoboku. Pole rombu • Pole trapezu • Pole czworokąta • Pola figur podobnych • Mapa. Skala mapy 	8
11.	Funkcja kwadratowa	<ul style="list-style-type: none"> • Jednomian stopnia drugiego • Wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej • Związek między wzorem funkcji kwadratowej w postaci ogólnej w wzorem funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej • Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej • Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych. Odczytywanie własności funkcji kwadratowej na podstawie wykresu • Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym • Badanie trójmianu kwadratowego – zadania optymalizacyjne • Równania kwadratowe • Nierówności kwadratowe • Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych 	8
12.	Elementy geometrii analitycznej	<ul style="list-style-type: none"> • Wektor w układzie współrzędnych. Współrzędne środka odcinka • Równanie kierunkowe prostej. Równanie ogólne prostej 	8

		<ul style="list-style-type: none"> • Równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych • Odległość punktu od prostej • Równanie okręgu • Zastosowanie wiadomości o równaniu prostej i okręgu do rozwiązywania zadań 	
13.	Wielomiany	<ul style="list-style-type: none"> • Wielomian jednej zmiennej rzeczywistej • Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów • Równość wielomianów • Podzielność wielomianów • Dzielenie wielomianów. Dzielenie wielomianów z resztą • Pierwiastek wielomianu. Twierdzenie Bezouta • Pierwiastek wielokrotny • Rozkładanie wielomianów na czynniki • Równania wielomianowe • Zadania prowadzące do równań wielomianowych 	8
14.	Funkcje wymierne	<ul style="list-style-type: none"> • Określenie funkcji wymiernej • Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych • Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych • Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych • Proste równania wymierne • Proste nierówności wymierne • Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych • Funkcja homograficzna • Zastosowanie wiadomości o funkcji homograficznej w zadaniach 	8
15.	Ciągi	<ul style="list-style-type: none"> • Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów • Monotoniczność ciągów • Ciąg arytmetyczny • Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego • Ciąg geometryczny • Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego • Lokaty pieniężne i kredyty bankowe 	8

16.	Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna	<ul style="list-style-type: none"> • Funkcja wykładnicza i jej własności • Definicja logarytmu liczby dodatniej • Własności logarytmów • Funkcja logarytmiczna i jej własności 	8
17.	Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none"> • Kombinatoryka • Reguła mnożenia i reguła dodawania • Permutacje • Wariacje z powtórzeniami • Wariacje bez powtórzeń • Kombinacje • Rachunek prawdopodobieństwa • Doświadczenia losowe; zdarzenia elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych; zdarzenie • Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa • Własności prawdopodobieństwa • Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem własności prawdopodobieństwa • Klasyczna definicja prawdopodobieństwa • Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa • Doświadczenie losowe wieloetapowe 	12
18.	Elementy statystyki opisowej	<ul style="list-style-type: none"> • Podstawowe pojęcia statystyki. Sposoby prezentowania danych • Średnia z próby • Mediana z próby i moda z próby • Wariancja i odchylenie standardowe 	6
19.	Geometria przestrzenna	<ul style="list-style-type: none"> • Proste i płaszczyzny w przestrzeni • Kąt między prostą a płaszczyzną • Kąt dwuścienny • Graniastosłupy i ich siatki • Ostrosłupy i ich siatki • Bryły obrotowe • Objętość i pole powierzchni bryły 	12
20.	Powtórki do matury	<ul style="list-style-type: none"> • Rozwiązywanie arkuszy maturalnych 	10

VI. SPOSOBY OCENIANIA UCZESTNIKÓW

Ze względu na to, że zajęcia wyrównawcze są zajęciami nadobowiązkowymi ocenianie na nich występuje wyłącznie w formie słownej. Wykazuje ono mocne strony ucznia i pełni rolę wyłącznie wspierającą. Jest stosowane celem korygowania przekonań, sprawności i technik działania. Daje ono informację zwrotną, którą nauczyciel może się posłużyć w celu precyzyjnego dobierania metod nauczania i ich korygowania.

VII. EWALUACJA PROGRAMU

1. Naturalną formą ewaluacji będzie poziom zadowolenia uczniów z własnych dokonań i umiejętności nabytych w czasie zajęć.
2. Poczucie dobrze wykonanej pracy, a także zaangażowanie uczniów daje nauczycielowi obraz efektów wspólnej pracy.
3. Wyniki osiągnięte przez uczniów na lekcjach matematyki.

IX. BIBLIOGRAFIA

- *Matematyka* - Program nauczania w liceach i w technikach. Zakres podstawowy. Program pod redakcją M. Kurczaba, E. Kurczab i E. Świdy
- *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym* - Wojciech Babiański, Katarzyna Hall, Dorota Ponczek
- Zbiór zadań do liceów i techników, klasa 1, 2, 3, M. Kurczab, E. Kurczab, E. Świda, wyd. Oficyna Edukacyjne* Krzysztof Pazdro
- Obowiązkowa matura z matematyki, M. Orlińska, wyd. Operon



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młdzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Tezy do programu przedstawili:

Maria Pliszczyńska

Anna Cichosz

Dorota Mąka

Aneta Pitucha

Korekta i opracowanie:

mgr Elżbieta Miterka

Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:

mgr Agnieszka Szumera

Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik

