



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## **Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne**

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

---

Program zajęć wyrównawczych z matematyki

w ramach projektu:

**„Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”**

na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r

w II Liceum Ogólnokształcącym

im. Marii Konopnickiej

w Zamościu



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

## I. WSTĘP

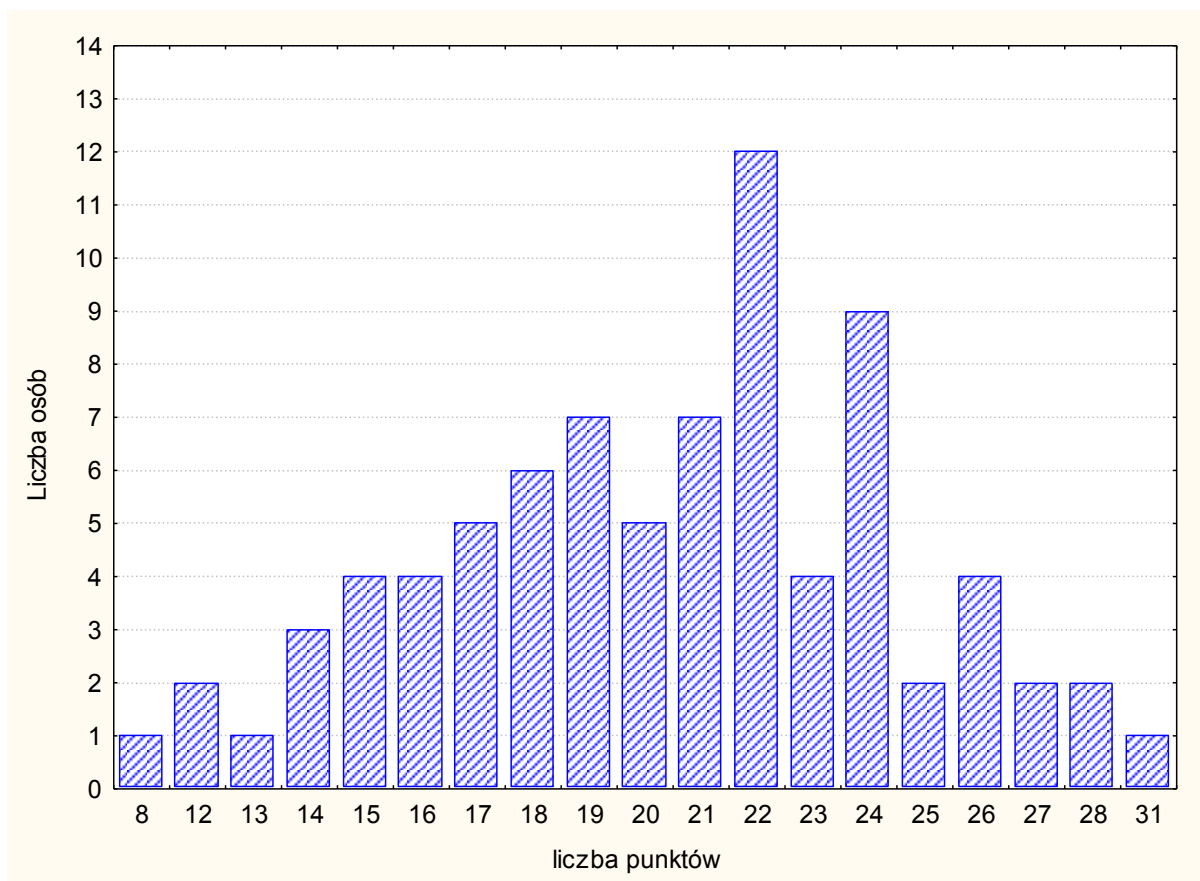
Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

W rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w II Liceum Ogólnokształcącym im. Marii Konopnickiej w Zamościu wzięło udział 81 osób. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 20,38 punktu, co stanowi 40,76% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik nieznacznie niższy od wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 21 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 22 punkty. Najniższy wynik na egzaminie to 8 punktów, a najwyższy to 31 punktów.

Tabela 1. Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.

Podstawowe miary statystyczne	Województwo lubelskie		II Liceum Ogólnokształcące w Zamościu	
	punkty	procent	punkty	procent
<b>Średni wynik</b>	<b>23,85</b>	<b>47,70</b>	<b>20,38</b>	<b>40,76</b>
Mediana	23	46	21	42
Wynik najniższy	1	2	8	16
Wynik najwyższy	50	100	31	62
Odchylenie standardowe	9,59	19,19	4,23	8,46

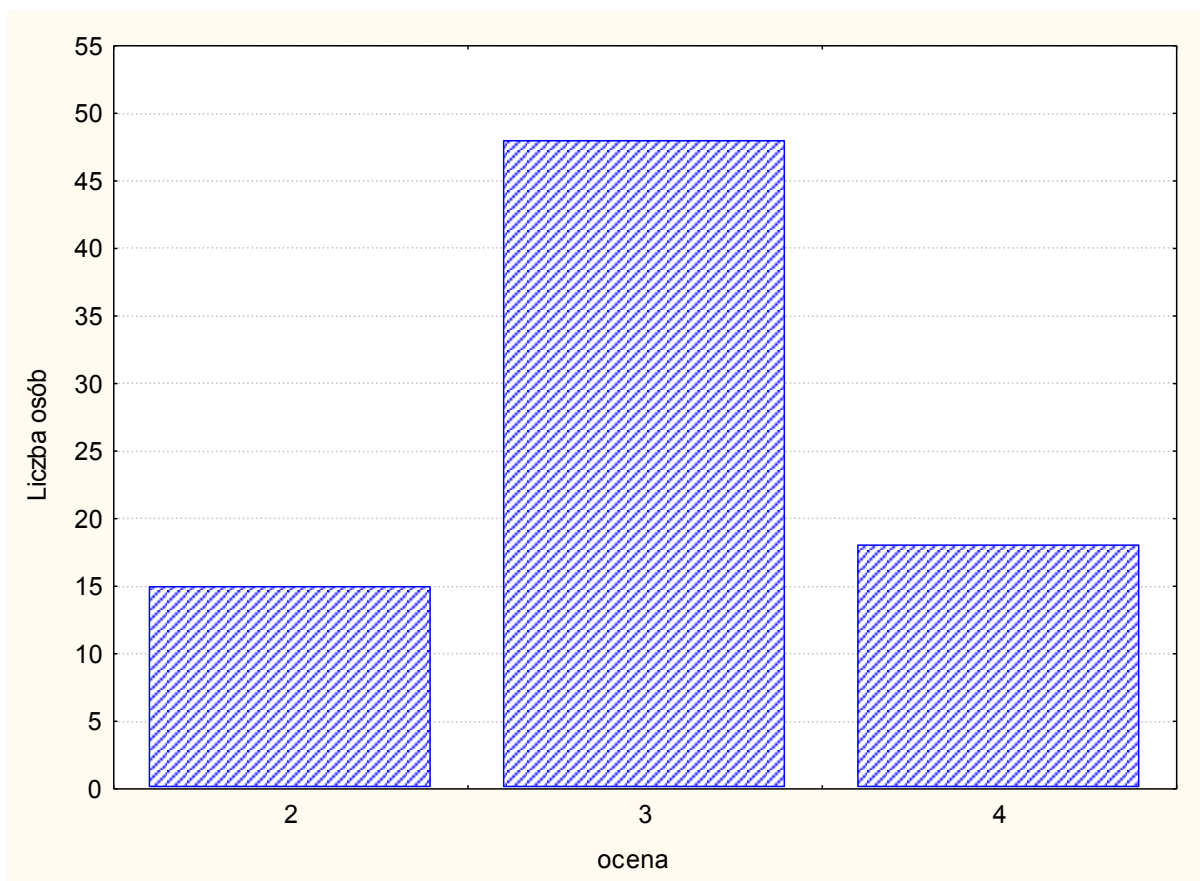
Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów II Liceum Ogólnokształcącego im. Marii Konopnickiej w Zamościu, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 8 do 31.



Rysunek 1. Rozkład wyników gimnazjalistów II Liceum Ogólnokształcącego im. Marii Konopnickiej w Zamościu rozwiązujących arkusz GM-1-102.

Rozkład wyników uczniów z II Liceum Ogólnokształcącego im. Marii Konopnickiej w Zamościu jest jednomodalny prawo skośny, lekko przesunięty w stronę niższych wyników z modalną wynoszącą 22 punkty.

Uczniowie biorący udział w rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w II Liceum Ogólnokształcącym im. Marii Konopnickiej w Zamościu byli oceniani także pod względem ocen końcowych z matematyki w gimnazjum. Średnia ocena dla tych uczniów to 3,04. Nie było uczniów z oceną celującą oraz bardzo dobrą. 15 uczniów uzyskało ocenę dopuszczającą, 48 uczniów uzyskało ocenę dostateczną, 18 uczniów uzyskało ocenę dobrą.



Rysunek 2. Rozkład ocen końcowych z gimnazjum uczniów II Liceum Ogólnokształcącego im. Marii Konopnickiej w Zamościu.

Rozkład końcowych ocen gimnazjalnych uczniów z II Liceum Ogólnokształcącego im. Marii Konopnickiej w Zamościu jest symetryczny, jednomodalny, z modalną wynoszącą 3 (Rysunek 2).

Po przeanalizowaniu wyników egzaminu gimnazjalnego, części matematyczno - przyrodniczej uczestników zajęć wynika, że uczniowie Ci mają duże zaległości oraz braki wiedzy matematycznej. Wynikła więc konieczność stworzenia programu wyrównawczego. Program zajęć zawiera treści objęte programem nauczania matematyki w klasach I- III liceum ogólnokształcącego. Celem realizacji programu jest poprawa wyników nauczania tzn.: wyposażenie ucznia w wiedzę i wykształcenie umiejętności umożliwiających mu kontynuowanie nauki w klasach programowo wyższych oraz uzyskania pozytywnych wyników na egzaminach.

Zagadnienia programu opracowane dla grupy Pani Krystyny Misztal

## **II. CELE EDUKACYJNE**

### **1. Cele ogólne:**

Zajęcia wyrównawcze z matematyki mają za zadanie przekazanie uczniowi wiedzy oraz umiejętności, tak, aby mógł on zdać egzamin maturalny, podjąć naukę na uczelniach wyższych oraz swobodnie i pewnie działać we współczesnym świecie.

Opracowany program zajęć wyrównawczych ma na celu :

- poznanie wymaganych pojęć i zdobycie rzetelnej wiedzy matematycznej
- dochodzenie do rozumienia, a nie tylko do pamięciowego opanowania przekazanych treści
- rozwijanie zdolności dostrzegania różnego rodzaju związków i zależności
- uzupełnianie braków w wiadomościach matematycznych
- praktyczne utrwalenie umiejętności zdobytych na lekcjach matematyki
- stymulowanie logicznego myślenia
- analiza prostych zagadnień i problemów matematycznych
- rozbudzenie zainteresowania matematyką
- wykorzystanie zależności i analogii matematycznych do łatwiejszego zapamiętywania
- kształcenie aktywności na lekcjach zajęć wyrównawczych
- rozwijanie umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem
- rozwijanie pamięci oraz osiągnięcie przez uczniów sprawności rachunkowej

### **2. Cele szczegółowe:**

- przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamek zwykłego, dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg);
- oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych);
- posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach;
- oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych;
- wykorzystuje podstawowe własności potęg
- wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym;

- oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia;
- posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;
- wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat
- uczeń używa wzorów skróconego mnożenia
- sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;
- wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;
- rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą;
- rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;
- korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu  $x^3 = -8$
- korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu  $x(x + 1)(x - 7) = 0$ ;
- rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych.
- określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego;
- oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danej argumentu.
- Posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość;
- odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; wartość największą lub najmniejszą);
- na podstawie wykresu funkcji  $y = f(x)$  szkicuje wykresy funkcji  $y = f(x + a)$ ,  $y = f(x) + a$ ,  $y = -f(x)$ ,  $y = f(-x)$ ;
- rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;
- wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie;
- szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;
- wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
- interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje);
- wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- szkicuje wykres funkcji  $f(x) = a/x$  dla danego  $a$ , korzysta ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;
- szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;
- wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym
- bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;

- stosuje wzór na  $n$ -ty wyraz i na sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- stosuje wzór na  $n$ -ty wyraz i na sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.
- wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów ostrych
- korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych
- oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną
- stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi
- znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.
- rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), oblicza miary tych kątów;
- rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów;
- rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;
- rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami;
- określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;
- stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości.
- oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje te parametry dla danych empirycznych;
- zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania;
- oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.

### **III. ZAŁOŻENIA PROGRAMU**

#### **Założenia ogólne**

Program jest przewidziany dla uczniów, którzy nie przyswoili podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystania w sytuacjach praktycznych.

Program ten ma na celu pomóc uczniom nadrobić zaległości oraz usystematyzować wiedzę matematyczną. W tym programie należy postawić na przekazanie wiedzy w sposób prosty, ciekawy i zrozumiały dla ucznia, często poparty przykładami zaczerpniętymi z otoczenia. Należy doszukiwać się związków, podobieństw i różnic, aby ułatwić zapamiętanie i zrozumienie podstawowych pojęć i faktów matematycznych.

Nauczyciel powinien stosować różnorodne metody nauczania ze szczególnym uwzględnieniem metod aktywnych. Najlepszym sposobem realizacji tego programu są działania praktyczne, z konkretnymi modelami. Najczęściej występującą formą pracy na zajęciach wyrównawczych powinna być praca indywidualna lub w małych grupach.

Ważnym jest, by motywować uczniów do pracy. Dostrzegać nawet małe przejawy aktywności stosując pozytywne wzmocnienia w postaci pochwał.

#### **IV. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH**

##### **1. Organizacja zajęć**

Zajęcia odbywają się w sesjach 3 godzinnych wg harmonogramu.

##### **2. Pomoce naukowe:**

Kalkulator, komputer, tablica interaktywna, zasoby sieci Internet, zbiory i podręczniki do nauki matematyki.

##### **3. Procedury osiągnięcia celów**

Do realizacji założeń tego programu najbardziej przydatne będą metody aktywizujące, pobudzające uczniów do samodzielnej pracy, samodoskonalenia, przygotowujące do wysiłku niezbędnego w kontynuowaniu nauki. Wśród tych metod na szczególną uwagę zasługują:

- wykład
- pokaz
- obserwacja
- praca z lekturą matematyczną
- praca z wykorzystaniem encyklopedii, czasopism popularnonaukowych, roczników statystycznych, Internetu
- metody heurystyczne



## V. TREŚCI NAUCZANIA

<b>Dział programowy</b>	<b>Forma kształcenia</b>	<b>Zakres tematyczny</b>	<b>Liczba godzin</b>
1. Liczby i ich zbiory	konwersatoria	a) zbiór, suma, iloczyn i różnica zbiorów; b) podstawowe prawa rachunku zdań; c) zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory, liczby naturalne (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne, rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej; d) prawa dotyczące działań arytmetycznych na liczbach rzeczywistych; e) definicja potęgi o wykładniku wymiernym oraz prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym; f) oś liczbowa i układ współrzędnych na płaszczyźnie; g) definicja przedziału liczbowego na osi oraz definicja sumy, iloczynu i różnicy przedziałów, h) definicja wartości bezwzględnej; j) metody rozwiązywania i interpretację geometryczną równań i nierówności z wartością bezwzględną; k) prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	25
2. Wielomiany i funkcje wymierne	konwersatoria	a) definicja i własności funkcji liniowej; b) definicje i własności funkcji kwadratowej, jej wykres i miejsca zerowe; c) definicja wielomianu i prawa dotyczące działań na wielomianach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie; d) sposoby rozkładu wielomianu na czynniki; e) twierdzenie Bézouta; f) definicja funkcji homograficznej i jej własności; g) zasady wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych; h) sposoby rozwiązywania równań wielomianowych oraz równań i nierówności z funkcją	25

		homograficzna; i) definicja funkcji wymiernej oraz metody rozwiązywania równań i nierówności wymiernych;	
3. Funkcje trygonometryczne	konwersatoria	a) definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; b) tożsamości trygonometryczne; c) sposoby rozwiązywania elementarnych równań trygonometrycznych. d) wykorzystanie funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania zadań z geometrii	15
4. Ciągi liczbowe	konwersatoria	a) definicję ciągu liczbowego; b) definicję ciągu arytmetycznego i geometrycznego, wzór na $n$ -ty wyraz, wzór na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego; c) procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów; e) definicję granicy ciągu liczbowego oraz sposoby obliczania granic ciągów;	20
5. Planimetria	konwersatoria	a) własności czworokątów wypukłych, twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie; b) związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii; c) pojęcie osi symetrii i środka symetrii figury; d) twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem; e) cechy podobieństwa trójkątów, g) pojęcia: symetria osiowa, przesunięcie, obrót, symetria środkowa oraz własności tych przekształceń; h) definicję wektora, sumy wektorów i iloczynu wektora przez liczbę; i) definicję i własności jednokładności.	20

6. Stereometria	konwersatoria	a) graniastosłupy, ostrosłupy, walce, stożki i kule; b) pojęcie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny i kąta dwuściennego; c) związki miarowe w bryłach z zastosowaniem trygonometrii; a) przekroje płaskie graniastosłupów i ostrosłupów; b) pojęcie wielościanu foremnego.	20
7. Rachunek prawdopodobieństwa	konwersatoria	a) pojęcia kombinatoryczne: permutacje, kombinacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń; b) pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności; c) elementy statystyki opisowej: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja i odchylenie standardowe (liczone z próby).	19

## VI. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW

Uczeń:

- Wykonuje operacje rachunkowe na liczbach rzeczywistych
- Upraszcza wyrażenia algebraiczne, rozwiązuje równania, w tym proporcje, układy równań, kreśli wykresy funkcji i określa ich własności, posługuje się własnościami figur geometrycznych,
- stosuje obliczenia procentowe, zamienia jednostki, przekształca wzory i stosuje przybliżenia w rachunku liczbowym,
- Posługuje się właściwą terminologią
- Umiejętnie korzystania z podręcznika i innych źródeł, czyta tekst matematyczny ze zrozumieniem i analizuje treści zadań.
- Wykonuje obliczenia w różnych sytuacjach praktycznych.
- Posługuje się własnościami figur geometrycznych w sytuacjach praktycznych.
- Operuje informacją, czyli porównuje, selekcjonuje, analizuje, interpretuje i przetwarza informacje podane w różnej formie.

- Zapisuje związki za pomocą symboli, wyrażeń algebraicznych, równań i nierówności.
- Zapisuje plan rozwiązania zadania.
- Wyciąga wnioski na podstawie analizy funkcji przedstawionych w różnej postaci.
- Wyróżnia z treści zadania istotne wielkości i zapisuje je w terminach matematyczno-przyrodniczych.
- Stosuje zintegrowaną wiedzę do rozwiązywania zadań problemowych.
- Opracowuje otrzymane wyniki i wyciąga wnioski.
- Samodzielnie rozwiązuje różne rodzaje i typy zadań w tym zadania otwarte.

## **VII. OCENIANIE**

Ze względu na to, że zajęcia wyrównawcze są zajęciami nadobowiązkowymi ocenianie występuje wyłącznie w formie słownej. Wykazuje mocne strony ucznia i pełni rolę wyłącznie wspierającą. Jest stosowane celem korygowania przekonań, sprawności i technik działania. Daje ono informację zwrotną, którą nauczyciel może się posłużyć celem precyzyjnego dobierania metod nauczania i ich korygowania.

## **VIII. EWALUACJA PROGRAMU**

Ewaluacja programu następuje poprzez: monitorowanie obecności uczniów na zajęciach, śledzenie wyników osiąganych na sprawdzianach, pracach klasowych, próbnych diagnozach oraz próbnych egzaminach maturalnych.

Program zajęć wyrównawczych z matematyki, dla kolejnej grupy uczniów uczestniczących w projekcie, opracowany został przez mgr Barbarę Błażewicz w oparciu o program „Matematyka - program nauczania w liceach i technikach” (Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro)

Program przeznaczony jest dla uczniów z trudnościami w nauce, mających niskie wyniki na świadectwie ukończenia gimnazjum.

## **II. CELE EDUKACYJNE**

### **I. Cele ogólne:**

Zajęcia wyrównawcze z matematyki mają za zadanie:

wyposażenie ucznia w umiejętności, dzięki którym będzie:

- korzystał w życiu codziennym ze zdobytej wiedzy,
- kontynuował naukę w następnej klasie,
- zda maturę z matematyki,
- otrzyma podstawy matematyczne umożliwiające zdobywanie wiedzy z przedmiotów przyrodniczych

Opracowany program zajęć wyrównawczych ma na celu :

- a) wdrażanie ucznia do samodzielności w dochodzeniu do wiedzy.
- b) rozbudzenie motywacji do nauki matematyki.
- c) rozwijanie poczucia własnej wartości, poprzez osiągnięcie sukcesów.
- d) przygotowanie uczniów do wykorzystywania matematyki jako języka do opisywania, wyjaśniania, interpretowania i przewidywania sytuacji, zjawisk poza matematycznych.
- e) rozwijanie umiejętności czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego.

### **2. Cele szczegółowe:**

#### **1) liczby rzeczywiste**

a) planuje i wykonuje obliczenia na liczbach rzeczywistych; w szczególności oblicza pierwiastki, w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych,

b) bada, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną,

c) wyznacza rozwinięcia dziesiętne; znajduje przybliżenia liczb; wykorzystuje pojęcie błędu przybliżenia,

d) stosuje pojęcie procentu i punktu procentowego w obliczeniach,

e) posługuje się pojęciem osi liczbowej i przedziału liczbowego; zaznacza przedziały na osi liczbowej,

f) wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną, zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności,

g) oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych oraz stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i rzeczywistych,

h) zna definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym,

## **2) wyrażenia algebraiczne:**

a) posługuje się wzorami skróconego mnożenia:

b) rozkłada wielomian na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias,

c) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany,

d) wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych za pomocą przekształceń opisanych w punkcie b),

e) oblicza wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej,

f) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne; skraca i rozszerza wyrażenia wymierne,

## **3) równania i nierówności:**

a) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe; zapisuje rozwiązanie w postaci sumy przedziałów,

b) rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do równań i nierówności kwadratowych,

c) rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych,

d) rozwiązuje równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki,

e) rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych,

f) rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych,

## **4) funkcje:**

a) określa funkcję za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego,

b) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę i zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie, maleje, ma stały znak,

c) sporządza wykres funkcji spełniającej podane warunki,

- d) potrafi na podstawie wykresu funkcji  $y = f(x)$  naszkicować wykresy funkcji  $y = f(x + a)$ ,  $y = f(x) + a$ ,  $y = -f(x)$ ,  $y = f(-x)$ ,
- e) sporządza wykresy funkcji liniowych,
- f) wyznacza wzór funkcji liniowej,
- g) wykorzystuje interpretację współczynników we wzorze funkcji liniowej,
- h) sporządza wykresy funkcji kwadratowych,
- i) wyznacza wzór funkcji kwadratowej,
- j) wyznacza miejsca zerowe funkcji kwadratowej,
- k) wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym,
- l) rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej,
- m) sporządza wykres, odczytuje własności i rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym związane z proporcjonalnością odwrotną,
- n) sporządza wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw i rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym,

### **5) ciągi liczbowe:**

- a) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym,
- b) bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny,
- c) stosuje wzory na  $n$ -ty wyraz i sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym

### **6) trygonometria:**

- a) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów ostrych,
- b) rozwiązuje równania typu  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ , dla  $0^\circ < x < 90^\circ$ ,
- c) stosuje proste związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego,
- d) znając wartość jednej z funkcji trygonometrycznych, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego,

### **7) planimetria:**

- a) korzysta ze związków między kątem środkowym, kątem wpisanym i kątem między styczną a cięciwą okręgu,

b) wykorzystuje własności figur podobnych w zadaniach, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym,

c) znajduje związki miarowe w figurach płaskich, także z zastosowaniem trygonometrii, również w zadaniach umieszczonych w kontekście praktycznym,

d) określa wzajemne położenie prostej i okręgu,

### **8) geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej:**

a) wykorzystuje pojęcie układu współrzędnych na płaszczyźnie,

b) podaje równanie prostej w postaci  $Ax + By + C = 0$  lub  $y = ax + b$ , mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik  $a$  w równaniu kierunkowym,

c) bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych,

d) interpretuje geometrycznie układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi,

e) oblicza odległości punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej,

f) wyznacza współrzędne środka odcinka,

g) posługuje się równaniem okręgu

### **9) stereometria:**

a) wskazuje i oblicza kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami takimi jak krawędzie, przekątne, wysokości,

b) wyznacza związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii,

### **10) elementy statystyki opisowej; teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka:**

a) oblicza średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe danych; interpretuje te parametry dla danych empirycznych,

b) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych; stosuje zasadę mnożenia,

c) wykorzystuje sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń,

d) wykorzystuje własności prawdopodobieństwa i stosuje twierdzenie znane jako klasyczna definicja prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń.



### III. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH

#### 1. Organizacja zajęć

Zajęcia odbywać się będą 2 razy w miesiącu w sobotę w wymiarze 3 godzin lekcyjnych.

#### 2. Pomoce naukowe:

W ramach zajęć uczniowie będą wykorzystywać materiały otrzymane od twórców projektu jak również opracowane przez prowadzącego.

### IV. TREŚCI NAUCZANIA

#### 1. Liczby i ich zbiory

- a) zbiór, suma, iloczyn i różnica zbiorów;
- b) podstawowe prawa rachunku zdań;
- c) zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory, liczby naturalne (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne, rozwinięcie dziesiętne liczb rzeczywistych;
- d) prawa dotyczące działań arytmetycznych na liczbach rzeczywistych;
- e) definicja potęgi o wykładniku wymiernym oraz prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym;
- f) oś liczbowa i układ współrzędnych na płaszczyźnie;
- g) definicja przedziału liczbowego na osi oraz definicja sumy, iloczynu i różnicy przedziałów,
- h) definicja wartości bezwzględnej;
- i) zasada indukcji matematycznej;
- j) metody rozwiązywania i interpretację geometryczną równań i nierówności z wartością bezwzględną;
- k) prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;

#### 2. Wielomiany i funkcje wymierne

- a) definicja i własności funkcji liniowej;
- b) definicję i własności funkcji kwadratowej, jej wykres i miejsca zerowe;
- c) sposoby rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych z parametrem;
- d) definicja wielomianu i prawa dotyczące działań na wielomianach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie;
- e) sposoby rozkładu wielomianu na czynniki;
- f) definicja funkcji homograficznej i jej własności;
- g) zasady wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych;
- h) sposoby rozwiązywania równań wielomianowych oraz równań i nierówności z funkcją homograficzną;

- i) definicja funkcji wymiernej oraz metody rozwiązywania równań i nierówności wymiernych;
- j) dwumian Newtona

### **3. Funkcje trygonometryczne**

- a) definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;
- b) pojęcie miary łukowej kąta oraz definicje, własności i wykresy funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;
- c) tożsamości trygonometryczne;
- d) wzory redukcyjne;
- e) sposoby rozwiązywania równań trygonometrycznych.

### **4. Ciągi liczbowe**

- a) definicję ciągu liczbowego;
- b) definicję ciągu arytmetycznego i geometrycznego, wzór na  $n$ -ty wyraz, wzór na sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego;
- c) procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów;
- d) przykłady ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie;
- e) definicję granicy ciągu liczbowego oraz sposoby obliczania granic ciągów;
- f) pojęcie sumy szeregu geometrycznego.

### **5. Planimetria**

- a) własności czworokątów wypukłych, twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie;
- b) związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii;
- c) pojęcie osi symetrii i środka symetrii figury;
- d) twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem;
- e) cechy podobieństwa trójkątów,
- f) pojęcia: symetria osiowa, przesunięcie, obrót, symetria środkowa oraz własności tych przekształceń;
- g) definicję wektora, sumy wektorów i iloczynu wektora przez liczbę;
- h) definicję i własności jednokładności.

### **6. Stereometria**

- a) graniastosłupy, ostrosłupy, walce, stożki i kule;
- b) pojęcie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny i kąta dwuściennego;
- c) związki miarowe w bryłach z zastosowaniem trygonometrii;

### **7. Rachunek prawdopodobieństwa**

- a) reguła mnożenia i reguła dodawania
- b) pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności;
- c) elementy statystyki opisowej: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja i odchylenie standardowe (liczone z próby).

## V. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW

Uczeń powinien umieć:

- definicje obowiązujące w zakresie podstawowym
- twierdzenia obowiązujące w zakresie podstawowym
- wzory obowiązujące w zakresie podstawowym
- rozwiązywać zadania z zakresu podstawowego
- zdobywać na diagnozach minimum 30 % możliwych do zdobycia punktów,
- samodzielnie rozwiązać prace domowe

## VI. SPOSOBY OCENIANIA UCZESTNIKÓW

Zastosowana zostanie metoda oceniania kształtującego.

## VII. EWALUACJA PROGRAMU

1. Celem ewaluacji będzie ustalenie stopnia opanowania *zalożonych osiągnięć ucznia*
2. Ewaluację przeprowadzi na zakończenie roku szkolnego nauczyciel
3. Narzędziami ewaluacji będą:
  - Test „na wejście” – sprawdzający wiedzę i umiejętności uczniów na początku roku szkolnego
  - Test „na wyjście” - sprawdzający wiedzę i umiejętności uczniów na końcu roku szkolnego
  - Karty pracy i testy - sprawdzające wiedzę i umiejętności z danego działu
  - Ankieta ewaluacyjna skierowana do uczniów.

## VIII. BIBLIOGRAFIA

- Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda "Matematyka- podręcznik do liceów i techników dla klas 1, 2, 3" - zakres podstawowy, Warszawa 2010
- Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda "Matematyka- zbiór zadań do liceów i techników dla klas 1, 2, 3" - zakres podstawowy, Warszawa 2010
- Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda "matematyka- program nauczania w liceach i technicach " , Warszawa 2010

Poniższe zagadnienia dla uczniów z grupy projektowej przygotowała Pani Beata Fic.

Analiza wyników egzaminu gimnazjalnego uczestników zajęć i wynikające stąd założenia wstępne: wyniki egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno- przyrodniczej uczniów naszej szkoły wypadły bardzo słabo. Uczniowie mają niską liczbę punktów stąd, też uczniowie Ci zakwalifikowali się do udziału w w/w projekcie.

## II. CELE EDUKACYJNE

### 1. Cele ogólne:

**Zajęcia wyrównawcze z matematyki mają za zadanie:**

- uzupełnienie braków wiedzy z gimnazjum
- wyrównanie szans zdobywania wiedzy u uczniów słabych
- podniesienie wyników nauczania matematyki

**Opracowany program zajęć wyrównawczych ma na celu :**

- uczenia systematyczności uzupełniania braków wiedzy
- podniesienia wyników umiejętności nabytych w czasie lekcji
- wspieranie rozwoju wiedzy uczniów
- psychiczne wzmacnianie ucznia ( wskazywanie mocnych stron)

### 2. Cele szczegółowe:

Szczegółowe cele edukacyjne (uczeń wie, umie, potrafi) powinny być zbliżone do celów określonych w standardach egzaminacyjnych z rozbiciem na działy

#### 1) wyrażenia algebraiczne

a) planuje i wykonuje obliczenia na liczbach rzeczywistych; w szczególności oblicza pierwiastki, w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych,

b) oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych oraz stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i rzeczywistych,

c) zna definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym,

d) posługuje się wzorami skróconego mnożenia:

$$(a + b)^2, (a - b)^2, (a + b)^3,$$

$$(a - b)^3, a^2 - b^2, a^3 + b^3, a^3 - b^3,$$

e) rozkłada wielomian na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias,

f) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany,

g) oblicza wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej,

h) dodaje, odejmuje, mnoży wyrażenia wymierne; skraca i rozszerza wyrażenia wymierne,

## **2) równania i nierówności:**

a) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe; zapisuje rozwiązanie w postaci sumy przedziałów,

b) rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do równań i nierówności kwadratowych,

c) rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych,

d) rozwiązuje równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki,

e) rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych,

f) rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych,

## **3) funkcje:**

a) określa funkcję za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego,

b) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę i zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie, maleje, ma stały znak,

c) sporządza wykres funkcji spełniającej podane warunki,

d) potrafi na podstawie wykresu funkcji  $y=f(x)$  naszkicować wykresy funkcji

$$y=f(x+a), y=f(x) +a, y= -f(x) , y=f(-x),$$

e) sporządza wykresy funkcji liniowych,

f) wyznacza wzór funkcji liniowej,

g) wykorzystuje interpretację współczynników we wzorze funkcji liniowej,

h) sporządza wykresy funkcji kwadratowych,

i) wyznacza wzór funkcji kwadratowej,

j) wyznacza miejsca zerowe funkcji kwadratowej,

k) wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym,

l) rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej,

m) sporządza wykres, odczytuje własności i rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym związane z proporcjonalnością odwrotną,

n) sporządza wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw i rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym,

#### **4) ciągi liczbowe:**

a) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym,

b) bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny,

c) stosuje wzory na n-ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym,

#### **5) trygonometria:**

a) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów ostrych,

b) rozwiązuje równania typu  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ , dla  $0^\circ < x < 90^\circ$ ,

c) stosuje proste związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego,

d) znając wartość jednej z funkcji trygonometrycznych, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego,

#### **6) planimetria:**

a) korzysta ze związków między kątem środkowym, kątem wpisanym i kątem między styczną a cięciwą okręgu,

b) wykorzystuje własności figur podobnych w zadaniach, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym,

c) znajduje związki miarowe w figurach płaskich, także z zastosowaniem trygonometrii, również w zadaniach umieszczonych w kontekście praktycznym,

d) określa wzajemne położenie prostej i okręgu,

#### **7) geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej:**

a) wykorzystuje pojęcie układu współrzędnych na płaszczyźnie,

b) podaje równanie prostej w postaci  $Ax + By + C = 0$  lub  $y = ax + b$ , mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik  $a$  w równaniu kierunkowym,

- c) bada równoległość i prostokątność prostych na podstawie ich równań kierunkowych,
- d) interpretuje geometrycznie układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi,
- e) oblicza odległości punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej,
- f) wyznacza współrzędne środka odcinka,
- g) posługuje się równaniem okręgu  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

#### **8) stereometria:**

- a) wskazuje i oblicza kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami takimi jak krawędzie, przekątne, wysokości,
- b) wyznacza związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii,

#### **9) elementy statystyki opisowej; teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka:**

- a) oblicza średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe danych; interpretuje te parametry dla danych empirycznych,
- b) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych; stosuje zasadę mnożenia,
- c) wykorzystuje sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń,
- d) wykorzystuje własności prawdopodobieństwa i stosuje twierdzenie znane jako klasyczna definicja prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń.

### **III. ZAŁOŻENIA PROGRAMU**

1. Przygotowanie i kierowanie uczniem w samodzielnym przygotowaniu się do matury z matematyki.
2. Stwarzanie takich sytuacji dydaktycznych, aby postrzegane problemy uczeń analizował i umiał podjąć wyzwania stawiane w zadaniu.
3. Podniesienie dyscypliny pracy na lekcjach.

### **IV. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH**

#### **1. Organizacja zajęć**

Odbywają się raz lub dwa razy w miesiącu i trwają 3 h lekcyjne z przerwą 15 minutową. Chętni i potrzebujący spotykają się również na konsultacjach w ustalonym terminie. Praca jest systematyczna i planowa.

#### **2. Pomoce naukowe:**

tablice matematyczne, karty pracy przygotowane i powielone dla każdego ucznia, kalkulatory, zbiory zadań maturalnych, zbiory zadań z matematyki dla liceum

#### **3. Procedury osiągnięcia celów**

- praca z tablicami maturalnymi
- ćwiczenia i rozwiązywanie zadań
- gry i zabawy



## V. TREŚCI NAUCZANIA

### KLASA I KONWERSATORIA

Lp.	Tematyka zajęć	Liczba godzin
<b>I.</b>	<b>Wyrażenia algebraiczne</b>	
1.	Lekcja organizacyjna.	1
2.	Działania na wyrażeniach algebraicznych	1
3.	Wzory skróconego mnożenia	1
4.	Potęga o wykładniku całkowitym ujemnym	1
5.	Potęga o wykładniku wymiernym	1
6.	Potęga o wykładniku rzeczywistym	1
7.	Określenie logarytmu	3
	<b>Razem</b>	<b>9</b>
<b>II.</b>	<b>Geometria płaska – pojęcia wstępne</b>	
1.	Dwie proste przecięte trzecią prostą	1
2.	Twierdzenie Talesa	1
3.	Kąty i koła	1
	<b>Razem</b>	<b>3</b>
<b>III.</b>	<b>Geometria płaska – trójkąty</b>	
1.	Podział trójkątów. Suma kątów w trójkącie. Nierówność trójkąta. Odcinek łączący środki boków w trójkącie	1
2.	Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa	1
3.	Wysokości w trójkącie. Środki w trójkącie	1
4.	Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie	2
5.	Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt	2
6.	Przystawanie trójkątów	1
7.	Podobieństwo trójkątów	1
	<b>Razem</b>	<b>9</b>
<b>IV.</b>	<b>Trygonometria kąta ostrego</b>	
1.	Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym	2
2.	Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla kątów 30, 45 i 60	2
3.	Podstawowe tożsamości trygonometryczne	2
	<b>Razem</b>	<b>6</b>
<b>V.</b>	<b>Geometria płaska- pole koła, pole trójkąta</b>	
1.	Pole figury geometrycznej	1
2.	Pole trójkąta	3
3.	Pola trójkątów podobnych	2
4.	Pole koła, pole wycinka koła	3
	<b>Razem</b>	<b>9</b>

<b>VI.</b>	<b>Funkcja i jej własności</b>	
1.	Pojęcie funkcji. Funkcja liczbowa. Dziedzina i zbiór wartości funkcji	3
2.	Wykres funkcji	1
3.	Miejsce zerowe funkcji	2
4.	Monotoniczność funkcji	1
5.	Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu	2
6.	Szkicowanie wykresów funkcji o zadanych własnościach	2
7.	Zastosowanie wykresów funkcji do rozwiązywania równań i nierówności	1
	<b>Razem</b>	<b>12</b>

## KLASA II KONWERSATORIA

Lp.	Tematyka zajęć	Liczba godzin
<b>I.</b>	<b>Funkcja kwadratowa</b>	
1.	Wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej	1
2.	Związek między wzorem funkcji kwadratowej w postaci ogólnej a wzorem funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej	1
3.	Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej	1
4.	Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych. Odczytywanie własności funkcji kwadratowej na podstawie wykresu	1
5.	Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym	1
6.	Badanie trójmianu kwadratowego – zadania optymalizacyjne	1
7.	Równania kwadratowe	2
8.	Nierówności kwadratowe	2
9.	Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych	1
	<b>Razem</b>	<b>11</b>
<b>II.</b>	<b>Elementy geometrii analitycznej</b>	
1.	Wektor w układzie współrzędnych. Współrzędne środka odcinka	2
2.	Równanie kierunkowe prostej. Równanie ogólne prostej	1
3.	Równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych	1
4.	Odległość punktu od prostej	1
5.	Równanie okręgu	1
6.	Zastosowanie wiadomości o równaniu prostej i równaniu okręgu do rozwiązywania zadań	1
	<b>Razem</b>	<b>7</b>

<b>III.</b>	<b>Wielomiany</b>	
1.	Wielomiany jednej zmiennej	1
2.	Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów jednej zmiennej rzeczywistej	2
3.	Równość wielomianów	1
4.	Pierwiastek wielomianu.	1
5.	Rozkładanie wielomianów na czynniki	2
6.	Równania wielomianowe	2
7.	Zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych	1
	<b>Razem</b>	<b>10</b>
<b>IV.</b>	<b>Funkcje wymierne</b>	
1.	Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych	1
2.	Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych	2
3.	Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych	1
4.	Proste równania wymierne	2
5.	Proste nierówności wymierne	2
6.	Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych	1
	<b>Razem</b>	<b>9</b>
<b>V.</b>	<b>Ciągi</b>	
1.	Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów	1
2.	Monotoniczność ciągów	1
3.	Ciąg arytmetyczny	2
4.	Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	2
5.	Ciąg geometryczny	2
6.	Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	2
7.	Lokaty pieniężne i kredyty bankowe	1
	<b>razem</b>	<b>11</b>

### KLASA III KONWERSATORIA

Lp.	Tematyka zajęć	Liczba godzin
<b>I.</b>	<b>Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna</b>	
1.	Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie	1
2.	Funkcja wykładnicza i jej własności	2
3.	Proste równania wykładnicze	2
4.	Proste nierówności wykładnicze	2
5.	Logarytm – powtórzenie wiadomości	2
	<b>Razem</b>	<b>9</b>

<b>II.</b>	<b>Elementy kombinatoryki</b>	
1.	Reguła mnożenia i reguła dodawania	2
	<b>Razem</b>	<b>2</b>
<b>III.</b>	<b>Rachunek prawdopodobieństwa</b>	
1.	Zdarzenia. Działania na zdarzeniach	1
2.	Określenie prawdopodobieństwa	1
3.	Prawdopodobieństwo klasyczne	2
4.	Doświadczenia losowe wieloetapowe	2
	<b>Razem</b>	<b>6</b>
<b>IV.</b>	<b>Elementy statystyki opisowej</b>	
1.	Średnia z próby	1
2.	Mediana z próby i moda z próby	1
3.	Wariacja i odchylenie standardowe	1
	<b>Razem</b>	<b>3</b>
<b>V.</b>	<b>Geometria przestrzenna</b>	
1.	Graniastosłupy	3
2.	Ostrosłupy	3
3.	Przykłady brył obrotowych	1
4.	Walec	3
5.	Stożek	3
6.	Kula	3
	<b>Razem</b>	<b>16</b>
<b>VI.</b>	<b>Powtórzenie wiadomości – przygotowanie do matury</b>	<b>12</b>

## VI. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW

Uczeń powinien umieć :

- Uzyskać sprawność obliczeń na potęgach, pierwiastkach, z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia
- Rozwiązywać maturalne zadania zamknięte i otwarte dotyczące działań na liczbach rzeczywistych
- Rozwiązywać zadania na pola figur płaskich z użyciem odpowiednich wzorów i przekształceń
- Obliczać funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie
- Stosować regułę mnożenia i dodawania, a także obliczać prawdopodobieństwo w prostych przykładach kombinatorycznych
- Obliczać wyrazy ciągów, sumy wyrazów ciągów arytmetycznego i geometrycznego

## **VII. SPOSOBY OCENIANIA UCZESTNIKÓW**

Ze względu na to, że te zajęcia są zajęciami nadobowiązkowymi ocenianie na nich występuje wyłącznie w formie słownej. Wykazuje ono mocne strony ucznia i pełni rolę wyłącznie wspierającą. Jest stosowane celem korygowania przekonań, sprawności i technik działania.

## **VIII. EWALUACJA PROGRAMU**

- naturalną formą ewaluacji będzie poziom zadowolenia uczniów z własnych dokonań i umiejętności nabytych w czasie zajęć.
- poczucie dobrze wykonanej pracy, a także zaangażowanie uczniów daje obraz efektów wspólnej pracy.
- wyniki osiągnięte przez uczniów na lekcjach matematyki.
- analiza wyników uzyskanych przez uczniów na próbnych egzaminach maturalnych i diagnozach z matematyki.

Poniższe zagadnienia zostały opracowane do realizacji z grupą uczniów uczestniczących w projekcie przez Pana Mirosława Hałasa

Z analizy wyników egzaminu gimnazjalnego, części matematyczno-przyrodniczej uczestników zajęć wynika, że uczniowie Ci mają duże zaległości oraz braki wiedzy matematycznej. Zaistniała więc konieczność stworzenia programu wyrównawczego. Program zajęć zawiera treści objęte programem nauczania matematyki w klasach I- III liceum ogólnokształcącego. Celem realizacji programu jest poprawa wyników nauczania tzn.: wyposażenie ucznia w wiedzę i wykształcenie umiejętności umożliwiających mu kontynuowanie nauki w klasach programowo wyższych oraz uzyskania pozytywnych wyników na egzaminach zewnętrznych.

## **II. CELE EDUKACYJNE**

### **1. Cele ogólne:**

Zajęcia wyrównawcze z matematyki mają za zadanie przekazanie uczniowi wiedzy oraz umiejętności, tak aby:

1. mógł przyswajać wiedzę matematyczną na zajęciach lekcyjnych
2. mógł on zdać egzamin maturalny
3. podjąć naukę na uczelniach wyższych oraz
4. swobodnie i pewnie działać we współczesnym świecie.

Opracowany program zajęć wyrównawczych ma na celu :

- poznanie wymaganych pojęć i zdobycie rzetelnej wiedzy matematycznej
- dochodzenie do rozumienia, a nie tylko do pamięciowego opanowania przekazanych treści
- rozwijanie zdolności dostrzegania różnego rodzaju związków i zależności między obiektami matematycznymi
- uzupełnianie braków w wiadomościach matematycznych
- praktyczne utrwalenie umiejętności zdobytych na lekcjach matematyki
- stymulowanie logicznego myślenia
- analiza prostych zagadnień i problemów matematycznych
- rozbudzenie zainteresowania matematyką
- wykorzystanie zależności i analogii matematycznych do łatwiejszego zapamiętywania
- kształcenie aktywności na zajęciach lekcyjnych poprzez aktywność na zajęciach wyrównawczych
- rozwijanie umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem
- rozwijanie pamięci oraz osiąganie przez uczniów sprawności rachunkowej

## 2. Cele szczegółowe:

- przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamka zwykłego, dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg);
- oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych);
- posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach;
- oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych;
- wykorzystuje podstawowe własności potęg
- wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym;
- oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia;
- posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;
- wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat
- uczeń używa wzorów skróconego mnożenia
- sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;
- wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;
- rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą;
- rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;
- korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu  $x^3 = -8$
- korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu  $x(x + 1)(x - 7) = 0$ ;
- rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych.
- określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego;
- oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danej wartości argumentu.
- Posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość;
- odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; wartość największą lub najmniejszą);
- na podstawie wykresu funkcji  $y = f(x)$  szkicuje wykresy funkcji  $y = f(x + a)$ ,  $y = f(x) + a$ ,  $y = -f(x)$ ,  $y = f(-x)$ ;
- rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;
- wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie;
- szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;
- wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
- interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje);

- wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- szkicuje wykres funkcji  $f(x) = a/x$  dla danego  $a$ , korzysta ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;
- szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;
- wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym
- bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;
- stosuje wzór na  $n$ -ty wyraz i na sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- stosuje wzór na  $n$ -ty wyraz i na sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.
- wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów ostrych
- korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych
- oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną
- stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi
- znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.
- rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), oblicza miary tych kątów;
- rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów;
- rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;
- rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami;
- określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;
- stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości.
- oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje te parametry dla danych empirycznych;
- zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania;
- oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.

### III. ZAŁOŻENIA PROGRAMU

- Program jest przewidziany dla uczniów, którzy nie przyswoili podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystania w sytuacjach praktycznych.



- Program ten ma na celu pomóc uczniom nadrobić zaległości oraz usystematyzować wiedzę matematyczną.
- W programie należy postawić na przekazanie wiedzy w sposób prosty, ciekawy i zrozumiały dla ucznia, często poparty przykładami zaczerpniętymi z otoczenia. Należy doszukiwać się związków, podobieństw i różnic, aby ułatwić zapamiętanie i zrozumienie podstawowych pojęć i faktów matematycznych.
- Nauczyciel powinien stosować różnorodne metody nauczania ze szczególnym uwzględnieniem metod aktywnych. Najlepszym sposobem realizacji tego programu są działania praktyczne, z konkretnymi modelami. Najczęściej występującą formą pracy na zajęciach wyrównawczych powinna być praca indywidualna lub w małych grupach.
- Ważnym jest, by motywować uczniów do pracy. Dostrzegać nawet małe przejawy aktywności stosując pozytywne wzmocnienia w postaci pochwał.

#### **IV. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH**

##### **1. Organizacja zajęć**

Zajęcia odbywają się w sesjach 3 godzinnych wg harmonogramu opracowanego wcześniej.

##### **2. Pomoce naukowe:**

Kalkulator, komputer, tablica interaktywna, zasoby sieci Internet, zbiory i podręczniki do nauki matematyki.

##### **3. Procedury osiągania celów**

Do realizacji założeń tego programu najbardziej przydatne będą metody aktywizujące, pobudzające uczniów do samodzielnej pracy, samodoskonalenia, przygotowujące do wysiłku niezbędnego w kontynuowaniu nauki. Wśród tych metod na szczególną uwagę zasługują:

1. wykład
2. pokaz
3. obserwacja
4. praca z lekturą matematyczną
5. praca z wykorzystaniem encyklopedii, czasopism popularnonaukowych, roczników statystycznych, Internetu
6. metody heurystyczne
7. praca z tablicami maturalnymi
8. ćwiczenia i rozwiązywanie zadań
9. gry i zabawy

## V. TREŚCI NAUCZANIA

Dział programowy	Forma kształcenia	Zakres tematyczny	Liczba godzin
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Liczby i ich zbiory</li> </ul>	konwersatoria	a) zbiór, suma, iloczyn i różnica zbiorów; b) podstawowe prawa rachunku zdań; c) zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory, liczby naturalne (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne, rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej; d) prawa dotyczące działań arytmetycznych na liczbach rzeczywistych; e) definicja potęgi o wykładniku wymiernym oraz prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym; f) oś liczbowa i układ współrzędnych na płaszczyźnie; g) definicja przedziału liczbowego na osi oraz definicja sumy, iloczynu i różnicy przedziałów, h) definicja wartości bezwzględnej; i) zasada indukcji matematycznej; j) metody rozwiązywania i interpretację geometryczną równań i nierówności z wartością bezwzględną; k) prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	25

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wielomiany i funkcje wymierne</li> </ul>	<p>konwersatoria</p>	<p>a) definicja i własności funkcji liniowej;  b) definicję i własności funkcji kwadratowej, jej wykres i miejsca zerowe;  c) wzory Viète'a;  d) sposoby rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych z parametrem;  e) definicja wielomianu i prawa dotyczące działań na wielomianach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie;  d) sposoby rozkładu wielomianu na czynniki;  e) twierdzenie Bézouta;  f) definicja funkcji homograficznej i jej własności;  g) zasady wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych;  h) sposoby rozwiązywania równań wielomianowych oraz równań i nierówności z funkcją homograficzną;  i) definicja funkcji wymiernej oraz metody rozwiązywania równań i nierówności wymiernych;  j) dwumian Newtona</p>	<p>25</p>
---	----------------------	--	-----------

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funkcje trygonometryczne</li> </ul>	konwersatoria	<ul style="list-style-type: none"> <li>a) definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;</li> <li>b) pojęcie miary łukowej kąta oraz definicje, własności i wykresy funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;</li> <li>c) tożsamości trygonometryczne;</li> <li>d) wzory redukcyjne;</li> <li>e) sposoby rozwiązywania równań trygonometrycznych</li> </ul>	15
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ciagi liczbowe</li> </ul>	konwersatoria	<ul style="list-style-type: none"> <li>a) definicję ciągu liczbowego;</li> <li>b) definicję ciągu arytmetycznego i geometrycznego, wzór na <math>n</math>-ty wyraz, wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego;</li> <li>c) procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów;</li> <li>d) przykłady ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie;</li> <li>e) definicję granicy ciągu liczbowego oraz sposoby obliczania granic ciągów;</li> <li>f) pojęcie sumy szeregu geometrycznego.</li> </ul>	20

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Planimetria</li> </ul>	<p>konwersatoria</p>	<p>a) własności czworokątów wypukłych, twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie;  b) związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii;  c) pojęcie osi symetrii i środka symetrii figury;  d) twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem;  e) cechy podobieństwa trójkątów,  f) twierdzenie sinusów i cosinusów;  g) pojęcia: symetria osiowa, przesunięcie, obrót, symetria środkowa oraz własności tych przekształceń;  h) definicję wektora, sumy wektorów i iloczynu wektora przez liczbę;  i) definicję i własności jednokładności.</p>	<p>20</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Stereometria</li> </ul>	<p>konwersatoria</p>	<p>a) graniastosłupy, ostrosłupy, walce, stożki i kule;  b) pojęcie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny i kąta dwuściennego;  c) związki miarowe w bryłach z zastosowaniem trygonometrii;  a) przekroje płaskie graniastosłupów i ostrosłupów;  b) pojęcie wielościanu foremego.</p>	<p>20</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>Rachunek prawdopodobieństwa</li> </ul>	konwersatoria	a) pojęcia kombinatoryczne: permutacje, kombinacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń; b) pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności; c) elementy statystyki opisowej: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja i odchylenie standardowe (liczone z próby).	19
---	---------------	---	----

## VI. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW

Uczeń:

- Wykonuje operacje rachunkowe na liczbach rzeczywistych
- Upraszcza wyrażenia algebraiczne, rozwiązuje równania, w tym proporcje, układy równań, kreśli wykresy funkcji i określa ich własności, posługuje się własnościami figur geometrycznych,
- stosuje obliczenia procentowe, zamienia jednostki, przekształca wzory i stosuje przybliżenia w rachunku liczbowym,
- Posługuje się właściwą terminologią
- Umiejętnie korzystania z podręcznika i innych źródeł, czyta tekst matematyczny ze zrozumieniem i analizuje treści zadań.
- Wykonuje obliczenia w różnych sytuacjach praktycznych.
- Posługuje się własnościami figur geometrycznych w sytuacjach praktycznych.
- Operuje informacją, czyli porównuje, selekcjonuje, analizuje, interpretuje i przetwarza informacje podane w różnej formie.
- Zapisuje związki za pomocą symboli, wyrażeń algebraicznych, równań i nierówności.
- Zapisuje plan rozwiązania zadania.
- Wyciąga wnioski na podstawie analizy funkcji przedstawionych w różnej postaci.

12. Wyróżniania z treści zadania istotne wielkości i zapisuje je w terminach matematyczno-przyrodniczych.
13. Stosuje zintegrowaną wiedzę do rozwiązywania zadań problemowych.
14. Opracowuje otrzymane wyniki i wyciąga wnioski.
15. Samodzielnie rozwiązuje różne rodzaje i typy zadań w tym zadania otwarte.

## **VII. SPOSOBY OCENIANIA UCZESTNIKÓW**

Ze względu na to, że zajęcia wyrównawcze są zajęciami nadobowiązkowymi ocenianie występuje wyłącznie w formie słownej. Wskazuje mocne strony ucznia i pełni rolę wyłącznie wspierającą, stymulującą dalszy rozwój ucznia. Jest stosowane celem korygowania nastawienia ucznia do uczenia się matematyki, sprawności i technik działania.

## **VIII. EWALUACJA PROGRAMU**

Ewaluacja programu następuje poprzez:

1. monitorowanie poziomu zadowolenia uczniów z własnych dokonań i umiejętności nabytych w czasie zajęć.
2. monitorowanie poczucia dobrze wykonanej pracy, a także zaangażowania uczniów w trakcie zajęć.
3. monitorowanie obecności uczniów na zajęciach,
4. śledzenie wyników osiąganych na sprawdzianach, pracach klasowych, próbnych diagnozach oraz próbnych egzaminach maturalnych.

## **IX. BIBLIOGRAFIA**

Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda "Matematyka- podręcznik do liceów i techników dla klas 1, 2, 3" - zakres podstawowy, Warszawa 2010

Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda "Matematyka- zbiór zadań do liceów i techników dla klas 1, 2, 3" - zakres podstawowy, Warszawa 2010

Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda "Matematyka- program nauczania w liceach i technicach ", Warszawa 2010



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## **Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne**

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

---

### **Tezy do programu przedstawili:**

Krystyna Misztal  
Barbara Błażewicz  
Beata Fic  
Mirosław Hałasa

### **Korekta i opracowanie:**

mgr Elżbieta Miterka

### **Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:**

mgr Agnieszka Szumera

### **Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:**

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik

