



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## **Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne**

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

---

**Program zajęć wyrównawczych z matematyki  
w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”  
na okres od 14.12.2010r. do 30.06.2013r  
w Liceum Ogólnokształcącym im. ks. Stanisława Staszica  
w Zespole Szkół Nr 2 w Hrubieszowie**



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

## I. WSTĘP

Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

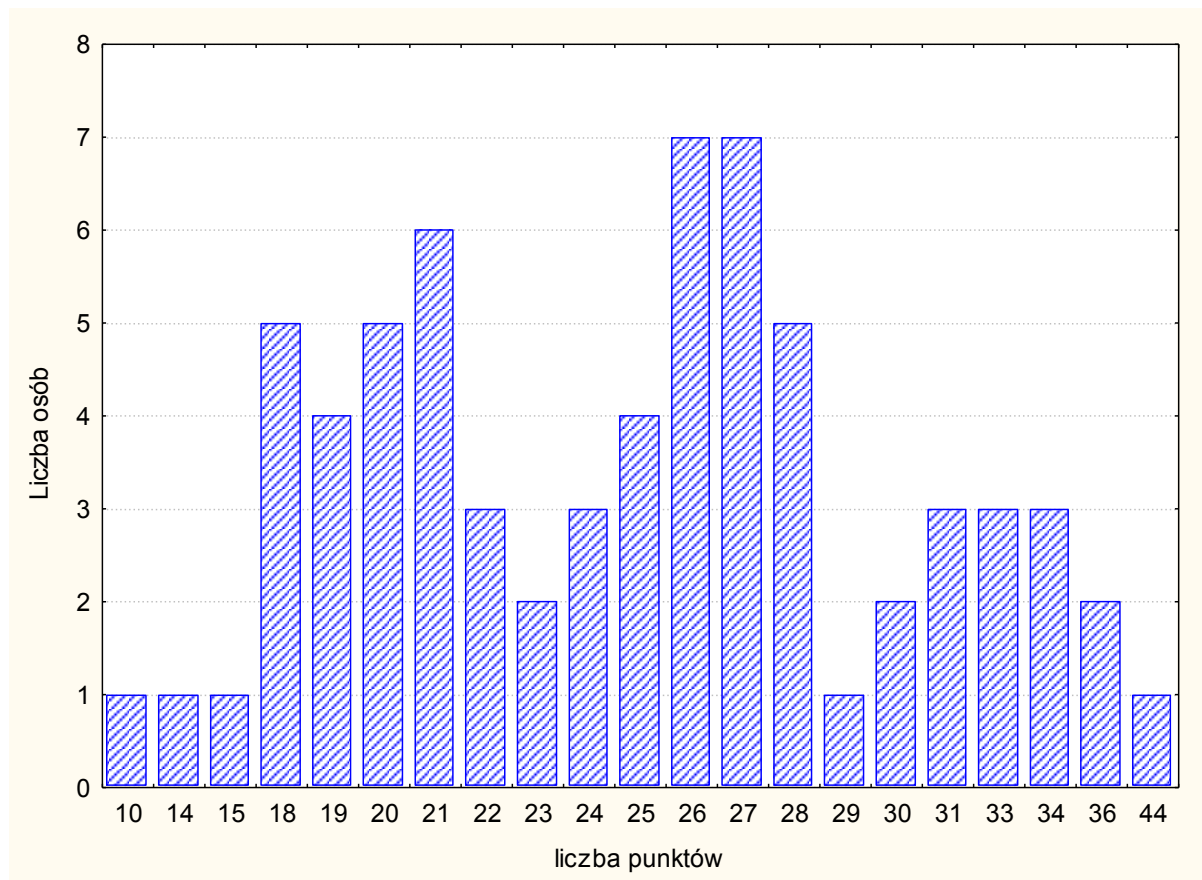
W rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Liceum Ogólnokształcącym im. ks. Stanisława Staszica w Hrubieszowie wzięło udział 69 osób. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 25 punktów, co stanowi 50% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik stosunkowo nieznacznie wyższy od wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 25 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 26 i 27 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 10 punktów, a najwyższy to 44 punktów.

Tabela 1. Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.

Podstawowe miary statystyczne	Województwo lubelskie		Liceum Ogólnokształcące w Hrubieszowie	
	punkty	procent	punkty	procent
<b>Średni wynik</b>	<b>23,85</b>	<b>47,70</b>	<b>25</b>	<b>50</b>
Mediana	23	46	25	50
Wynik najniższy	1	2	10	20
Wynik najwyższy	50	100	44	88
Odchylenie standardowe	9,59	19,19	5,92	11,84

Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów Liceum Ogólnokształcącym im. ks. Stanisława Staszica w Hrubieszowie, którzy uzyskali na egzaminie

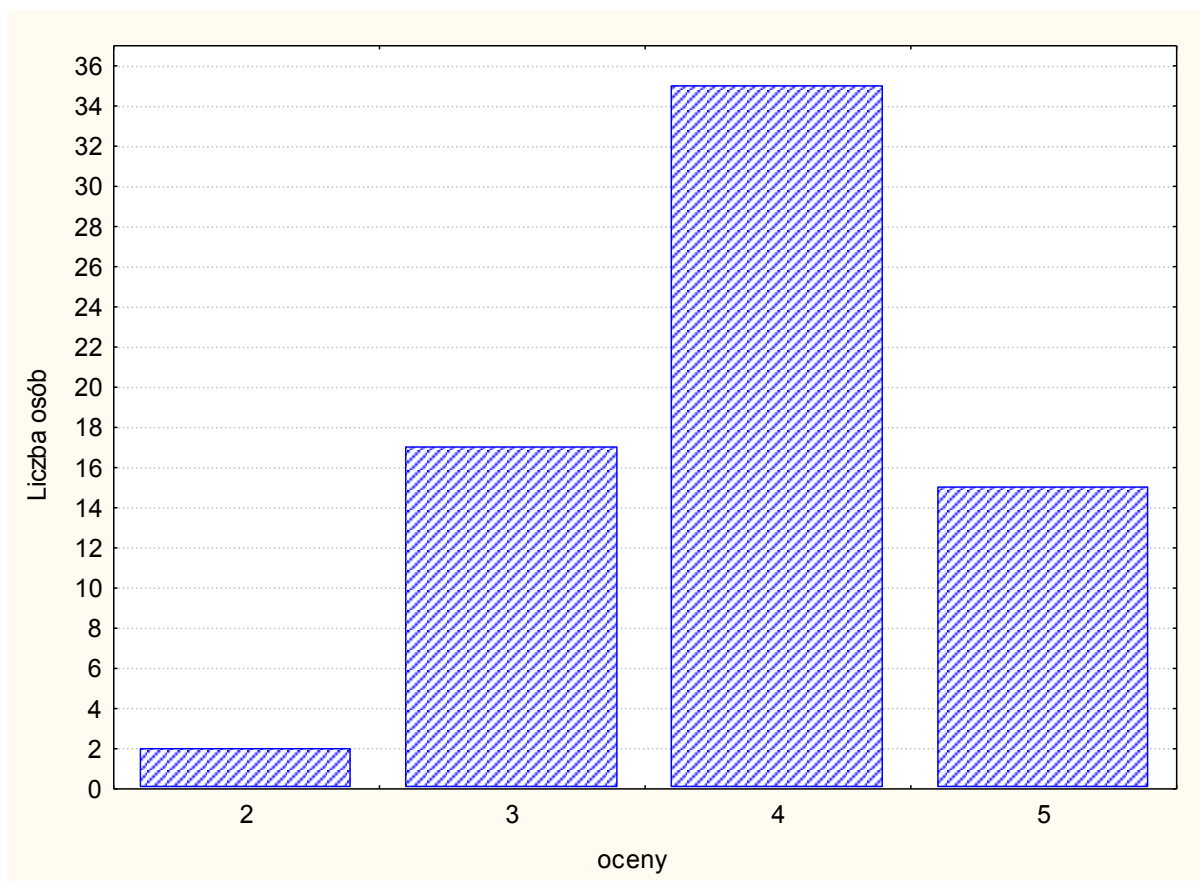
gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 10 do 44.



Rysunek 1. Rozkład wyników gimnazjalistów Liceum Ogólnokształcącego im. ks. Stanisława Staszica w Hrubieszowie rozwiązujących arkusz GM-1-102.

Rozkład wyników uczniów z Liceum Ogólnokształcącym im. ks. Stanisława Staszica w Hrubieszowie jest lekko przesunięty w stronę niższych wyników, z modalną wynoszącą 26 i 27 punktów.

Uczniowie biorący udział w rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Liceum Ogólnokształcącym im. ks. Stanisława Staszica w Hrubieszowie byli oceniani także pod względem ocen końcowych z matematyki w gimnazjum. Średnia ocena dla tych uczniów to 3,91. Nie było uczniów z oceną celującą. 2 uczniów uzyskało ocenę dopuszczającą, 17 uczniów uzyskało ocenę dostateczną, 35 uczniów uzyskało ocenę dobrą i 15 uczniów uzyskało ocenę bardzo dobrą.



Rysunek 2. Rozkład ocen końcowych z gimnazjum uczniów Liceum Ogólnokształcącego im. ks. Stanisława Staszica w Hrubieszowie.

Rozkład końcowych ocen gimnazjalnych uczniów z Liceum Ogólnokształcącego im. ks. Stanisława Staszica w Hrubieszowie jest jedno modalny, z modalną wynoszącą 4 (Rysunek 2).

Na podstawie analizy wyników egzaminu gimnazjalnego uczestników zajęć i podań uczniów chętnych do wzięcia udziału w projekcie „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” został opracowany program zajęć wyrównawczych z matematyki.

Realizacja tego programu umożliwi utrwalenie wiadomości opisanych w podstawie programowej i standardach wymagań egzaminacyjnych.

## II. CELE EDUKACYJNE

### 1. Cele ogólne:

Zajęcia wyrównawcze z matematyki mają za zadanie:

- wyrównanie poziomu wiedzy i umiejętności uczniów;
- przygotowanie uczniów słabych do obowiązkowej matury z matematyki;
- motywowanie uczniów do podnoszenia poziomu wiedzy.

Opracowany program zajęć wyrównawczych ma na celu :

- a) zniwelowanie luk w wiadomościach i umiejętnościach matematycznych uczniów słabych
- b) zdobycie wiadomości i umiejętności opisanych w podstawie programowej i w standardach wymagań egzaminacyjnych;
- c) powtórzenie i utrwalenie przez uczniów wiadomości i umiejętności nabytych w gimnazjum i liceum;
- d) wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych w odniesieniu do różnych sytuacji życiowych i stosowania metod matematycznych w rozwiązywaniu problemów praktycznych.

### 2. Cele szczegółowe:

#### ***I. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych i ich własności***

Uczeń:

- zna pojęcie liczb pierwszych i złożonych, cechy podzielności liczb naturalnych oraz jak znajduje się NWD i NWW liczb naturalnych;
- potrafi wykonywać się działania na ułamkach;
- potrafi wyznaczyć rozwinięcia dziesiętne, przybliżenia liczb;
- zna prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;
- umie szacować wyrażenia liczbowe, określać, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną;
- umie stosować pojęcie procentu i punktu procentowego;

- potrafi wykorzystać pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną, rozwiązać proste równania i nierówności z wartością bezwzględną;
- umie obliczyć potęgi o wykładnikach wymiernych i stosować własności działań na potęgach o wykładniku wymiernym i rzeczywistych;
- umie obliczyć pierwiastki, w tym pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych, stosuje prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych;
- zna wzory skróconego mnożenia  $(a \pm b)^2$ ,  $(a \pm b)^3$ ,  $a^2 - b^2$ ,  $a^3 \pm b^3$
- zna pojęcie logarytmu i umie zastosować w obliczeniach podstawowe własności logarytmu (wzór na logarytm ilorazu, iloczynu, potęgi).

## **II. Funkcje i ich własności**

Uczeń:

- zna różne sposoby opisywania funkcji (graf, wzór, tabela, wykres, opis słowny);
- umie odczytać z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały monotoniczności funkcji;
- potrafi naszkicować wykres funkcji o podanych własnościach;
- umie opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji;
- potrafi przesuwając równolegle wykres funkcji o dowolny wektor;
- umie przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX, osi OY i początku układu współrzędnych;
- umie sporządzać wykresy funkcji liniowej;
- umie wyznaczyć wzór funkcji liniowej;
- potrafi wykorzystać interpretację współczynników we wzorze funkcji liniowej;
- znajduje równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji liniowej;
- umie zastosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;
- zna sposoby rozwiązywania równań i nierówności liniowych oraz układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

## **III. Funkcje trygonometryczne**

Uczeń:

- zna definicje i umie wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów ostrych w trójkącie prostokątnym;
- potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ;
- zna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego;
- znając wartość jednej funkcji trygonometrycznej, potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.

#### **IV. Geometria płaszczyzny**

Uczeń:

- zna i potrafi zastosować twierdzenie Talesa;
- umie skorzystać ze związków między kątem środkowym, wpisanym i kątem między styczną a cięciwą okręgu;
- zna twierdzenie o sumie kątów w trójkącie, nierówność trójkąta, twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa, twierdzenie o wysokościach w trójkącie, twierdzenie o środkowych w trójkącie;
- potrafi wykorzystać własności figur podobnych w zadaniach praktycznych;
- umie obliczać obwody i pola figur płaskich (trójkąta, koła, kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu);
- zna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych.

#### **V. Funkcja kwadratowa**

Uczeń:

- zna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności;
- umie wyznaczać wzór funkcji kwadratowej;
- potrafi wyznaczać miejsca zerowe funkcji kwadratowej;
- umie przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;
- umie sporządzać wykresy funkcji kwadratowych i je przekształcać;
- potrafi wyznaczać wartość największą i najmniejszą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- zna zasady rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych, a rozwiązanie potrafi zapisać w postaci sumy przedziałów;
- umie wykorzystać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań (w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym).

#### **VI. Geometria analityczna**

Uczeń:

- zna sposób obliczania odległości punktów w układzie współrzędnych;
- zna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka;
- potrafi zastosować informacje o równaniu kierunkowym prostej;
- umie zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej;
- zna warunki na równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych;
- potrafi przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej;
- umie wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu;
- potrafi zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu);

- zna metodę wyznaczania współrzędnych punktów wspólnych prostej i okręgu;
- umie określać wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami.

## **VII. Wielomiany i wyrażenia wymierne**

Uczeń:

- zna definicję wielomianu stopnia  $n$  jednej zmiennej;
- zna twierdzenie o równości wielomianów i umie je stosować;
- potrafi dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;
- zna pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu;
- umie zastosować metody rozkładania wielomianów na czynniki (wyłączanie czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów);
- umie rozwiązywać równania wielomianowe;
- potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;
- potrafi obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- umie skracać, rozszerzać dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- umie rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną;
- potrafi rozwiązywać proste równania wymierne.

## **VIII. Ciągi liczbowe**

Uczeń:

- zna definicję ciągu;
- zna sposoby opisywania ciągów (wzór ogólny, wykres);
- potrafi badać monotoniczność ciągu;
- zna definicję i własności ciągu arytmetycznego;
- umie stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego ( $n$ -ty wyraz ciągu, suma  $n$  początkowych wyrazów tego ciągu);
- zna definicję własności ciągu geometrycznego;
- umie stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego ( $n$ -ty wyraz ciągu, suma  $n$  początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna);
- zna pojęcie procentu prostego i składanego;
- umie rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów.



## **IX. Rachunek prawdopodobieństwa**

Uczeń:

- potrafi zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- zna zasadę mnożenia i umie ją zastosować;
- umie przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań;
- potrafi określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu;
- zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązywaniu zadań;
- zna „klasyczną definicję prawdopodobieństwa”;
- umie rozwiązywać zadania z zastosowaniem „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”.

## **X. Elementy statystyki opisowej**

Uczeń:

- wie na czym polega klasyfikacja danych statystycznych;
- potrafi obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby i interpretować te dane statystyczne.

## **XI. Figury geometryczne w przestrzeni**

Uczeń:

- zna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni oraz wzajemne położenie prostej i płaszczyzny;
- umie wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną;
- zna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego;
- potrafi zastosować wiadomości o graniastosłupach;
- potrafi zastosować wiadomości o ostrosłupach;
- potrafi zastosować wiadomości o bryłach obrotowych.

## **XII. Powtórzenie zdobytych wiadomości i umiejętności**

### **III. ZAŁOŻENIA PROGRAMU**

1. Zniwelowanie luk w wiadomościach i umiejętnościach matematycznych uczniów słabych.
2. Zdobywanie wiadomości i umiejętności opisanych w podstawie programowej i w standardach wymagań egzaminacyjnych.
3. Powtórzenie i utrwalenie przez uczniów wiadomości i umiejętności nabytych w gimnazjum i liceum.
4. Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych w odniesieniu do różnych sytuacji życiowych i stosowania metod matematycznych w rozwiązywaniu problemów praktycznych.

### **IV. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH**

#### **1. Organizacja zajęć**

Zajęcia będą odbywały się według wcześniej ustalonego harmonogramu zajęć wyrównawczych dla poszczególnych grup. Dopuszczalne są zmiany wynikające ze zmiany planu zajęć lekcyjnych lub przyczyn niezależnych od prowadzących zajęcia.

#### **2. Pomoce naukowe:**

Nauczyciele prowadzący zajęcia będą korzystać z dostępnej literatury i opracowanych przez siebie materiałów dydaktycznych.

#### **3. Procedury osiągania celów**

Na zajęciach wyrównawczych z matematyki będą stosowane różnorodne metody nauczania (metody aktywizujące, praca z tekstem matematycznym) i odpowiednio dobrane formy organizacji lekcji (praca z całą grupą, praca w zespołach kilkuosobowych, praca indywidualna).

Praca uczniów będzie podlegała kontroli i ocenie (wypowiedź ustna, testy, kartkówki).

## V. TREŚCI NAUCZANIA

Dział programowy	Forma kształcenia	Zakres tematyczny	Liczba godzin
1. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych i ich własności	konwersatoria	1. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory, liczby naturalne (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne, rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej. 2. Prawa dotyczące działań na liczbach rzeczywistych. 3. Obliczenia procentowe. 4. Wartość bezwzględna, metody rozwiązywania i interpretacja geometryczna równań i nierówności z wartością bezwzględną. 5. Potęga o wykładniku wymiernym oraz prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym. 6. Wzory skróconego mnożenia. 7. Pojęcie logarytmu, własności logarytmu.	1 1 1 2 2 1 2
2. Funkcje i ich własności.	konwersatoria	1. Definicja funkcji liczbowej, dziedzina i zbiór wartości funkcji. 2. Miejsce zerowe funkcji. 3. Wykres funkcji i jej własności (monotoniczność, najmniejsza i największa wartość funkcji). 4. Przesunięcie wykresu funkcji o wektor. 5. Przekształcenie wykresu funkcji w symetrii względem osi OX i OY. 6. Własności funkcji liniowej. 7. Równoległość i prostokątność wykresów funkcji liniowych. 8. Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego. 9. Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. 10. Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań, nierówności i układów równań liniowych.	1 1 4 1 1 2 1 1 1 3
3. Funkcje trygonometryczne	konwersatoria	1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym. 2. Wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów $30^\circ$ , $45^\circ$ i $60^\circ$ . 3. Podstawowe tożsamości trygonometryczne.	2 2 2

		4. Wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznych na podstawie znajomości jednej z funkcji.	2
4. Geometria płaszczyzny	konwersatoria	1. Twierdzenie Talesa i jego zastosowanie w zadaniach. 2. Kąty i koło (kąąt środkowy, kąąt wpisany, kąąt dopisany do okręgu). 3. Podział trójkątów. Suma kątów w trójkącie. Nierówność trójkąta. Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa. 4. Wysokości w trójkącie. Środkowe w trójkącie. 5. Okrąg opisany na trójkącie. Okrąg wpisany w trójkąt. 6. Podobieństwo trójkątów. 7. Podział czworokątów. Podobieństwo czworokątów. 8. Pole trójkąta i pole koła. 9. Pola czworokątów. 10. Pola figur podobnych.	2 1 1 1 1 1 1 2 3 1
5. Funkcja kwadratowa	konwersatoria	1. Definicja i własności funkcji kwadratowej, przekształcenia wykresu funkcji kwadratowej 2. Postać kanoniczna i iloczynowa funkcji kwadratowej. 3. Najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym. 4. Badanie trójmianu kwadratowego, zadania optymalizacyjne. 5. Równania kwadratowe. 6. Nierówności kwadratowe. 7. Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.	2 3 2 2 1 2 3
6. Geometria analityczna	konwersatoria	1. Odległość punktów w układzie współrzędnych. Współrzędne środka odcinka. 2. Równanie kierunkowe prostej. 3. Równanie ogólne prostych. 4. Badanie równoległości i prostopadłości prostych. 5. Równanie okręgu. 6. Wzajemne położenie prostej i okręgu	1 1 1 2 2 2
7. Wielomiany i wyrażenia wymierne	konwersatoria	1. Wielomian jednej zmiennej, równość wielomianów. 2. Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów. 3. Pierwiastek wielomianu, pierwiastek wielokrotny.	1 1 1

		<ul style="list-style-type: none"> <li>4. Rozkład wielomianów na czynniki. 2</li> <li>5. Równania wielomianowe. 2</li> <li>6. Działania na wyrażeniach wymiernych (dziedzina wyrażenia). 2</li> <li>7. Proste równania wymierne. 1</li> <li>8. Rozwiązywanie zadań tekstowych. 2</li> </ul>	
8. Ciągi liczbowe	konwersatoria	<ul style="list-style-type: none"> <li>1. Określenie ciągu liczbowego, sposoby jego opisywania. 1</li> <li>2. Monotoniczność ciągu. 1</li> <li>3. Ciąg arytmetyczny (definicja, wzór na <math>n</math>-ty wyraz, wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu). 4</li> <li>4. Ciąg geometryczny (definicja, wzór na <math>n</math>-ty wyraz, wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu). 4</li> <li>5. Oprocentowanie lokat i kredytów (procent prosty i składany). 2</li> </ul>	
9. Rachunek prawdopodobieństwa	konwersatoria	<ul style="list-style-type: none"> <li>1. Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych, drzewa stochastyczne, zasada dodawania i mnożenia. 3</li> <li>2. Zbiór zdarzeń elementarnych, działania na zdarzeniach. 1</li> <li>3. Prawdopodobieństwo i jego własności. 2</li> <li>4. Zastosowanie klasycznej definicji prawdopodobieństwa w zadaniach. 2</li> </ul>	
10. Elementy statystyki opisowej	konwersatoria	<ul style="list-style-type: none"> <li>1. Dane statystyczne i ich klasyfikacja. 1</li> <li>2. Średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana i odchylenie standardowe z próby. 1</li> </ul>	
11. Figury geometryczne w przestrzeni.	konwersatoria	<ul style="list-style-type: none"> <li>1. Płaszczyzny i proste w przestrzeni, kąt między prostą i płaszczyzną, kąt dwuścienny. 1</li> <li>2. Graniastosłupy – podział, pole powierzchni, objętość. 4</li> <li>3. Ostrosłupy – podział, pole powierzchni, objętość. 4</li> <li>4. Bryły obrotowe: walec, stożek i kula. 1</li> <li>5. Pole powierzchni i objętość brył obrotowych. 4</li> </ul>	
12. Powtórzenie zdobytych wiadomości i umiejętności		<ul style="list-style-type: none"> <li>1. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych. 2</li> <li>2. Funkcje i ich własności. 2</li> <li>3. Geometria płaszczyzny. 2</li> <li>4. Funkcje trygonometryczne. 2</li> <li>5. Funkcja kwadratowa. 2</li> <li>6. Geometria analityczna. 2</li> <li>7. Wielomiany i wyrażenia wymierne. 2</li> <li>8. Ciągi liczbowe. 2</li> <li>9. Rozwiązywanie zestawów zadań maturalnych. 8</li> </ul>	

## **VI. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW**

### ***I. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych i ich własności***

Uczeń potrafi:

- stosować pojęcie liczb pierwszych i złożonych, cechy podzielności liczb naturalnych oraz jak znajduje się NWD i NWW liczb naturalnych;
- wykonywać się działania na ułamkach;
- wyznaczyć rozwinięcia dziesiętne, przybliżenia liczb i szacować wyrażenia liczbowe, określać, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną;
- stosować pojęcie procentu i punktu procentowego;
- rozwiązać proste równania i nierówności z wartością bezwzględną;
- obliczyć potęgi o wykładnikach wymiernych z zastosowaniem własności działań na potęgach o wykładniku wymiernym i rzeczywistych;
- obliczyć pierwiastki, w tym pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych, stosując prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych;
- zastosować w obliczeniach podstawowe własności logarytmu (wzór na logarytm ilorazu, iloczynu, potęgi).

### ***II. Funkcje i ich własności***

Uczeń potrafi:

- opisywać funkcję za pomocą różnych sposobów (graf, wzór, tabela, wykres, opis słowny);
- odczytać z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały monotoniczności funkcji;
- naszkicować wykres funkcji o podanych własnościach;
- opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji;
- przesuwając równolegle wykres funkcji o dowolny wektor;
- przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX, osi OY i początku układu współrzędnych;

- sporządzać wykresy funkcji liniowej;
- wyznaczyć wzór funkcji liniowej;
- znaleźć równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji liniowej;
- zastosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;
- rozwiązywać równania i nierówności liniowe oraz układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

### **III. Funkcje trygonometryczne**

Uczeń potrafi:

- wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów ostrych w trójkącie prostokątnym;
- obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ;
- zastosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego;
- znając wartość jednej funkcji trygonometrycznej, wyznaczyć wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.

### **IV. Geometria płaszczyzny**

Uczeń potrafi:

- zastosować twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie Talesa;
- skorzystać ze związków między kątem środkowym, wpisanym i kątem między styczną a cięciwą okręgu;
- wykorzystać własności figur podobnych w zadaniach praktycznych;
- obliczać obwody i pola figur płaskich (trójkąta, koła, kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu).

### **V. Funkcja kwadratowa**

Uczeń potrafi:

- wyznaczać wzór funkcji kwadratowej;
- wyznaczać miejsca zerowe funkcji kwadratowej oraz wartość największą i najmniejszą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;

- przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;
- sporządzać wykresy funkcji kwadratowych i je przekształcać;
- zastosować zasady rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych, a rozwiązanie potrafi zapisać w postaci sumy przedziałów;
- wykorzystać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań (w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym).

## **VI. Geometria analityczna**

### Uczeń potrafi:

- obliczyć odległości punktów w układzie współrzędnych;
- wyznaczyć współrzędnych środka odcinka;
- zastosować informacje o równaniu kierunkowym prostej;
- zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej;
- zastosować warunki na równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych;
- przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej;
- wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu;
- zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu);
- wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;
- określać wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami.

## **VII. Wielomiany i wyrażenia wymierne**

### Uczeń potrafi:

- zastosować twierdzenie o równości wielomianów;
- dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;
- zastosować metody rozkładania wielomianów na czynniki (wyłączanie czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów);
- rozwiązywać równania wielomianowe;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;
- obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- skracać, rozszerzać dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;



- rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną;
- rozwiązywać proste równania wymierne.

### **VIII. Ciągi liczbowe**

Uczeń potrafi:

- stosować różne sposoby opisywania ciągów (wzór ogólny, wykres);
- badać monotoniczność ciągu;
- stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego ( $n$ -ty wyraz ciągu, suma  $n$  początkowych wyrazów tego ciągu);
- stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego ( $n$ -ty wyraz ciągu, suma  $n$  początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna);
- rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów.

### **IX. Rachunek prawdopodobieństwa**

Uczeń potrafi:

- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- zastosować zasadę mnożenia;
- przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań;
- określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu;
- stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań;
- rozwiązywać zadania z zastosowaniem „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”.

### **X. Elementy statystyki opisowej**

Uczeń potrafi:

- klasyfikować dane statystyczne;
- obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby i interpretować te dane statystyczne.

## **XI. Figury geometryczne w przestrzeni**

Uczeń potrafi:

- wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną;
- zastosować wiadomości o graniastosłupach;
- zastosować wiadomości o ostrosłupach;
- zastosować wiadomości o bryłach obrotowych.

## **VIII. BIBLIOGRAFIA**

1. Kurczab Elżbieta, Kurczab Marcin, Świda Elżbieta „Matematyka. Program nauczania w liceach i technikach.”
2. Kurczab Elżbieta, Kurczab Marcin, Świda Elżbieta „Matematyka. Podręcznik i zbiór do liceów i techników. Zakres podstawowy – kl. I, II, III”
3. Informator o egzaminie maturalnym od 2010 roku z matematyki ze strony Centralnej Komisji Egzaminacyjnej



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## **Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne**

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

---

### **Tezy do programu przedstawili:**

Barbara Brzezicka

Anna Pękowska

Marek Krasiński

### **Korekta i opracowanie:**

mgr Elżbieta Miterka

### **Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:**

mgr Agnieszka Szumera

### **Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:**

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik

