



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## **Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne**

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

---

Program zajęć wyrównawczych z matematyki  
w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”  
na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r

**ZESPÓŁ SZKÓŁ NR 2 IM. ALEKSANDRA ŚWIĘTOCHOWSKIEGO W ŁUKOW**



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281



## Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

### I. WSTĘP

Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

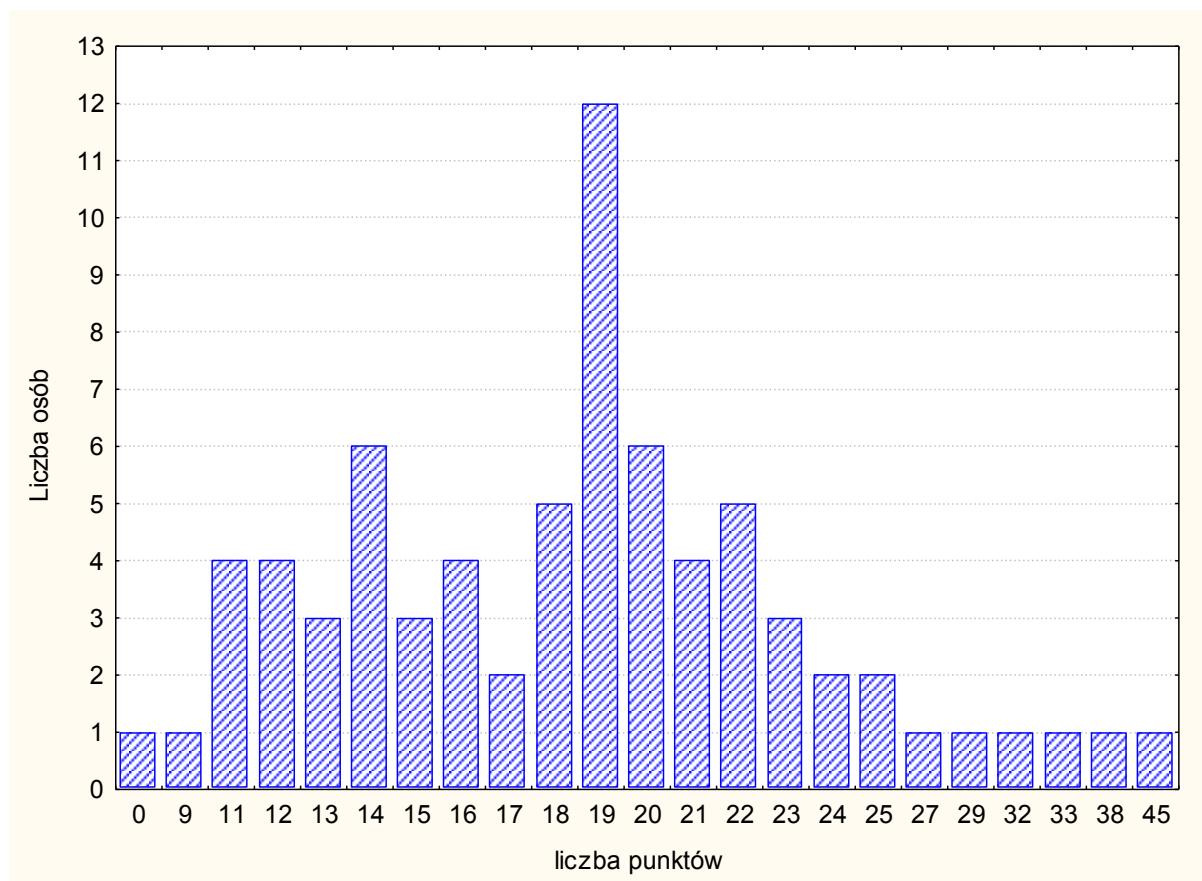
W rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół nr 2 im. Aleksandra Świętochowskiego w Łukowie wzięło udział 73 osoby. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 18,77 punktów, co stanowi 37,54% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik niższy w stosunku do wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 19 punkty (mediana). Najniższy wynik na egzaminie to 0 punktów, a najwyższy to 45 punktów.

Tabela 1. Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.

Podstawowe miary statystyczne	Województwo lubelskie		Zespół Szkół nr 2 w Łukowie	
	punkty	procent	punkty	procent
<b>Średni wynik</b>	<b>23,85</b>	<b>47,70</b>	<b>18,77</b>	<b>37,54</b>
Mediana	23	46	19	38
Wynik najniższy	1	2	0	0
Wynik najwyższy	50	100	45	90
Odchylenie standardowe	9,59	19,19	6,53	13,06



Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów Zespołu Szkół nr 2 im. Aleksandra Świętochowskiego w Łukowie, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 0 do 45.

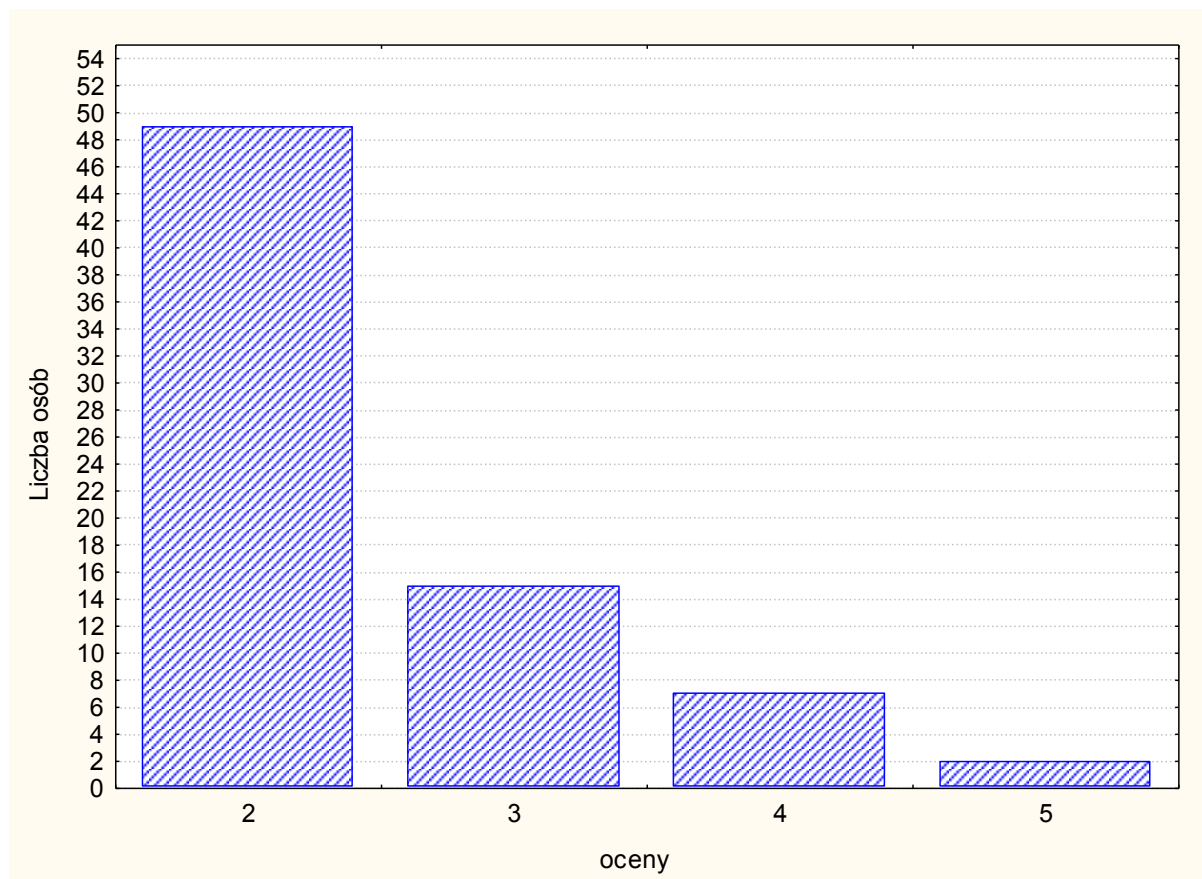


Rysunek 1. Rozkład wyników gimnazjalistów Zespołu Szkół nr 2 im. Aleksandra Świętochowskiego w Łukowie rozwiązujących arkusz GM-1-102.

Rozkład wyników uczniów z Zespołu Szkół nr 2 im. Aleksandra Świętochowskiego w Łukowie jest jednomodalny, z modalną wynoszącą 19 punktów.

Uczniowie biorący udział w rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół nr 2 im. Aleksandra Świętochowskiego w Łukowie byli oceniani także pod względem ocen końcowych z matematyki w gimnazjum. Średnia ocena dla tych uczniów to 2,45. Nie było uczniów z oceną

celującą. 49 uczniów uzyskało ocenę dopuszczającą, 15 uczniów uzyskało ocenę dostateczną, 7 uczniów otrzymało ocenę dobrą oraz 2 uczniów uzyskało ocenę bardzo dobrą.



Rysunek 2. Rozkład ocen końcowych z gimnazjum uczniów Zespołu Szkół nr 2 im. Aleksandra Świętochowskiego w Łukowie.

Rozkład końcowych ocen gimnazjalnych uczniów z Zespołu Szkół nr 2 im. Aleksandra Świętochowskiego w Łukowie jest jednomodalny, z modalną wynoszącą 2 (Rysunek 2).

Do udziału w zajęciach wyrównawczych zostali zakwalifikowani uczniowie, którzy osiągnęli niższe wyniki w części matematyczno – przyrodniczej niż średnia w województwie lubelskim. Uczniowie Ci otrzymali oceny dopuszczające i dostateczne z matematyki w klasie III gimnazjum.

W teście diagnozującym przeprowadzonym we wrześniu 2010r. w klasie pierwszej większość uczniów nie osiągnęła 30 %.

Udział uczniów w zajęciach wyrównawczych ma pomóc w wyrównaniu braków z matematyki, podnieść niskie wyniki z matematyki, przełamać strach uczniów przed matematyką., przywrócić wiarę we własne siły i możliwości oraz zmotywować do samodzielnej pracy.

## **II. CELE EDUKACYJNE**

### **I. Cele ogólne:**

#### **Rozwój intelektualny**

- ◆ Wykształcenie nawyku logicznego i poprawnego myślenia oraz stosowania w praktyce zasad logiki.
- ◆ Rozwijanie zdolności stawiania hipotez i ich dowodzenia, odróżniania hipotezy od udowodnionego faktu.
- ◆ Doskonalenie zdolności heurystycznych.
- ◆ Wykształcenie umiejętności wykonywania działań na liczbach, wyrażeniach algebraicznych i innych podstawowych obiektach abstrakcyjnych.
- ◆ Wykształcenie umiejętności tworzenia modeli matematycznych i nawyku ilościowego rozważania dostrzeganych zjawisk.
- ◆ Wykształcenie umiejętności planowania rozwiązania problemu matematycznego i realizacji tego planu.
- ◆ Kształtowanie wyobraźni przestrzennej.
- ◆ Rozwijanie umiejętności czytania ze zrozumieniem różnego rodzaju tekstów zawierających informacje ilościowe (w tym diagramów, wykresów, tabel itp.) oraz sporządzania takich tekstów.
- ◆ Rozwijanie umiejętności prawidłowej interpretacji tekstów zawierających dane statystyczne.
- ◆ Przygotowanie do korzystania z nowoczesnych technologii informacji.
- ◆ Kształtowanie umiejętności używania symboli, schematów, rysunków i wykresów.
- ◆ Wykształcenie podstaw matematycznych do zrozumienia zjawisk przyrodniczych, społecznych, technicznych i gospodarczych.

#### **Wychowanie**

- ◆ Kształtowanie pozytywnego stosunku do podejmowania aktywności intelektualnej

i rozbudzanie ciekawości intelektualnej.

- ◆ Nauczanie dobrej organizacji pracy, systematyczności i pracowitości.
- ◆ Wykształcenie umiejętności prowadzenia merytorycznej dyskusji mającej na celu wspólne dojście do optymalnego rozwiązania.
- ◆ Kształtowanie szacunku dla poglądów innych i umiejętności obrony własnych poglądów.
- ◆ Wykształcenie krytycznego stosunku do własnych poglądów i umiejętności zmiany zdania pod wpływem racjonalnych argumentów.
- ◆ Nauczenie zrozumiałego przedstawiania informacji.
- ◆ Wykształcenie umiejętności argumentowania.
- ◆ Wykształcenie umiejętności planowania pracy.
- ◆ Wykształcenie umiejętności współpracy w grupie.
- ◆ Umożliwienie podejmowania świadomych decyzji dotyczących społeczeństwa, gospodarki i środowiska naturalnego poprzez przekazanie umiejętności będących podstawą rozumienia zjawisk gospodarczych, społecznych i przyrodniczych.
- ◆ Umożliwienie świadomego i krytycznego korzystania z danych statystycznych.
- ◆ Wykształcenie umiejętności samodzielnego zdobywania informacji i samokształcenia.

## **2. Cele szczegółowe:**

KLASA I

### **Wykształcenie umiejętności posługiwania się obiektami abstrakcyjnymi**

- ◆ Uporządkowanie i uzupełnienie wiadomości i umiejętności dotyczących działań na liczbach rzeczywistych oraz wyrażeniach algebraicznych.
- ◆ Uporządkowanie i uzupełnienie wiadomości i umiejętności dotyczących geometrii elementarnej

### **Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych**

- ◆ Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości i umiejętności dotyczących zastosowania równań, nierówności i układów równań liniowych do rozwiązywania różnorodnych problemów.

- ◆ Wykształcenie umiejętności rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych oraz ich stosowania.
- ◆ Wykształcenie umiejętności dostrzegania związków i zależności.
- ◆ Wykształcenie umiejętności opisu sytuacji za pomocą funkcji i rozumienia zależności pomiędzy własnościami funkcji a własnościami opisywanej przez nią sytuacji.
- ◆ Wykształcenie umiejętności rozwiązywania problemów prowadzących do poszukiwania ekstremum funkcji kwadratowej.
- ◆ Wykształcenie umiejętności stosowania pojęć i twierdzeń planimetrii do różnorodnych problemów.
- ◆ Wykształcenie umiejętności zastosowania funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w sytuacjach praktycznych.

#### **Wykształcenie umiejętności projektowania i wykonywania obliczeń**

- ◆ Powtórzenie i uzupełnienie umiejętności z zakresu gimnazjum.
- ◆ Rozszerzenie działania potęgowania na potęgi o wykładniku wymiernym.
- ◆ Utrwalenie umiejętności działań z użyciem procentów.
- ◆ Doskonalenie umiejętności szacowania wartości liczbowych.
- ◆ Zapoznanie z zapisem liczb w notacji wykładniczej i działaniami na takich liczbach.
- ◆ Zapoznanie z pojęciem logarytmu i kształcenie umiejętności obliczania logarytmów.
- ◆ Zapoznanie z wykorzystaniem kalkulatora do obliczeń dotyczących także funkcji trygonometrycznych kąta ostrego.
- ◆ Zapoznanie z wykorzystaniem kalkulatora graficznego i komputera do rysowania wykresów funkcji

## KLASA II

### **Wykształcenie umiejętności posługiwania się obiektami abstrakcyjnymi**

- ◆ Uzupełnienie wiadomości i umiejętności wykonywania działań dodawania, odejmowania i mnożenia wielomianów.
- ◆ Uzupełnienie wiadomości i umiejętności z zakresu planimetrii o zagadnienia dotyczące związków wielokątów i okręgów, przekształceń geometrycznych, twierdzenia Talesa i podobieństwa
- ◆ Wykształcenie umiejętności stosowania elementów geometrii analitycznej.
- ◆ Zapoznanie z podstawowymi pojęciami statystyki opisowej.

### **Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych**

- ◆ Wykształcenie umiejętności rozwiązywania prostych równań wielomianowych i wymiernych oraz prostych nierówności wielomianowych i wymiernych do rozwiązywania różnorodnych problemów.
- ◆ Wykształcenie umiejętności opisywania różnorodnych zjawisk dyskretnych za pomocą ciągów wykorzystania własności ciągu geometrycznego i arytmetycznego -
- ◆ Wykształcenie umiejętności stosowania metod geometrii analitycznej.
- ◆ Wykształcenie umiejętności wykorzystania pojęcia podobieństwa
- ◆ Wykształcenie umiejętności czytania ze zrozumieniem informacji zawierających dane statystyczne
- ◆ Wykształcenie umiejętności stosowania podstawowych pojęć statystyki do opisu różnorodnych sytuacji.

### **Wykształcenie umiejętności projektowania i wykonywania obliczeń**

- ◆ Wykorzystywanie własności liczb i wyrażeń algebraicznych do wykonywania obliczeń najprostszym sposobem.
- ◆ Wykorzystanie kalkulatora graficznego do szacowania wartości miejsc zerowych wielomianów



- ◆ Wykształcenie umiejętności wykonywania obliczeń z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych, także za pomocą kalkulatora -
- ◆ Wykształcenie umiejętności obliczania wartości logarytmów o różnych podstawach za pomocą kalkulatora.
- ◆ Wykształcenie umiejętności obliczania średnich i parametrów rozproszenia, także za pomocą kalkulatora naukowego, kalkulatora graficznego i komputera
- ◆ Wykształcenie umiejętności samodzielnego prowadzenia prostych badań statystycznych i przedstawiania ich wyników za pomocą poznanych pojęć

### **KLASA III**

#### **Wykształcenie umiejętności posługiwania się obiektami abstrakcyjnymi**

- ◆ Zapoznanie z podstawowymi pojęciami rachunku prawdopodobieństwa i wykształcenie umiejętności ich stosowania.
- ◆ Wykształcenie umiejętności posługiwania się pojęciami geometrii przestrzennej.

#### **Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych**

- ◆ Wykształcenie umiejętności posługiwania się nierównościami wielomianowymi oraz równaniami i nierównościami wymiernymi.
- ◆ Wykształcenie umiejętności rozwiązywania prostych problemów kombinatorycznych za pomocą zasady mnożenia oraz permutacji, wariacji i kombinacji.
- ◆ Wykształcenie umiejętności rozwiązywania prostych problemów probabilistycznych za pomocą klasycznej definicji prawdopodobieństwa i metod kombinatoryki.
- ◆ Wykształcenie umiejętności stosowania metod stereometrii.

#### **Wykształcenie umiejętności projektowania i wykonywania obliczeń**

- ◆ Wykształcenie umiejętności wykonywania obliczeń dotyczących prawdopodobieństwa, także z zastosowaniem kombinatoryki.

◆ Wykształcenie umiejętności szacowania liczb niewymiernych spotykanych w obliczeniach geometrycznych.

◆ Wykształcenie umiejętności przekształcania wyrażeń wymiernych.

### **Zapoznanie z elementami myślenia matematycznego**

◆ Dalsze kształcenie umiejętności przewidzianych dla klasy I i II.

◆ Wykształcenie umiejętności rozumowania probabilistycznego

### **III. ZAŁOŻENIA PROGRAMU**

Program przeznaczony jest do realizowania w czasie zajęć wyrównawczego koła matematycznego. Adresowany jest do uczniów liceum ogólnokształcącego, którzy wykazują potrzebę uzupełnienia wiedzy umiejętności matematycznych. Do jego pełnej realizacji potrzebnych jest około 144 jednostek lekcyjnych. Kolejność omawiania poszczególnych tematów może być odmienna od przedstawionej w programie, powinna jednak być skorelowana z materiałem opracowywanym w czasie lekcji.

Program koła przewiduje, że w czasie zajęć uczniowie będą utrwalali i pogłębiali wiedzę oraz umiejętności nabyte w czasie lekcji matematyki. Realizowane będzie to poprzez ćwiczenia poznanych treści oraz poprzez rozwiązywanie zadań związanych z tematami omawianymi w ramach lekcji.

### **IV. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH**

#### **I. Organizacja zajęć**

Program zajęć wyrównawczych z matematyki przeznaczony jest do realizacji na zajęciach dodatkowych, odbywających się raz w tygodniu. Zajęcia te są przeznaczone dla uczniów klas pierwszych ZSZ Nr 2 w Łukowie zakwalifikowanych do udziału w projekcie „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”

Głównym celem programu jest wyrównanie braków dla uczniów mających problemy z matematyką i osiągających niskie wyniki z matematyki, przełamanie strachu przed matematyką., przywrócenie wiary we własne siły i możliwości oraz zmotywowanie do samodzielnej pracy.

## **2. Pomoce naukowe:**

- zbiory zadań
- przyrządy geometryczne
- kalkulator graficzny
- zestawy zadań przygotowane przez prowadzącego

## **3. Procedury osiągnięcia celów**

Nauczyciel powinien tak organizować zajęcia, aby uczniowie mieli jak najwięcej okazji do „odkrywania” matematyki. Zwiększy to ich zainteresowanie i motywację, a także da im sporo satysfakcji z pracy.

Realizacja programu polegać będzie przede wszystkim na rozwiązywaniu różnorodnych zadań. Taka metoda nauczania ma dużo zalet: wyrabia odpowiednie umiejętności i nawyki oraz dociekliwość, rozwija twórcze myślenie i pamięć, kształtuje matematyczną intuicję, zachęca do wytrwałości.

Podstawowym elementem pracy z uczniami mniej zainteresowanymi matematyka jest staranny dobór zadań, które umożliwiają realizowanie wyżej przedstawionych koncepcji. Bardzo ważną rolę może odegrać indywidualizowanie pracy domowej. Praca z tą grupą uczniów wymaga też specjalnego doboru form pracy. Wśród form pracy, które mogą sprzyjać osiągnięciu wspomnianych wyżej celów, należy zwrócić uwagę na prace w grupach.

W trakcie realizacji całego programu wskazane są przede wszystkim metody nauczania wywołujące aktywność uczniów, takie jak:

- pogadanka problemowa,
- burza mózgów,
- metoda problemowa ( rozwiązywanie problemów ),
- rozwiązywanie ciągu zadań.

Ponadto uczniowie jak najczęściej powinni pracować samodzielnie lub w małych ( 2-4-osobowych ) grupach. Taka forma pracy przyzwyczaja do samodzielnego poszukiwania odpowiedzi na postawione pytania, zwiększa zaangażowanie i motywację, uczy pracy w zespole.

## V. TREŚCI NAUCZANIA

Dział programowy	Forma kształcenia	Zakres tematyczny	Liczba godzin
1. Liczby i ich zbiory	konwersatoria	a) zbiór, suma, iloczyn i różnica zbiorów; b) podstawowe prawa rachunku zdań; c) zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory, liczby naturalne (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne, rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej; d) prawa dotyczące działań arytmetycznych na liczbach rzeczywistych; e) definicja potęgi o wykładniku wymiernym oraz prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym; f) oś liczbowa i układ współrzędnych na płaszczyźnie; g) definicja przedziału liczbowego na osi oraz definicja sumy, iloczynu i różnicy przedziałów, h) definicja wartości bezwzględnej; i) zasada indukcji matematycznej; j) metody rozwiązywania i interpretację geometryczną równań i nierówności z wartością bezwzględną;	30

		k) prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	
2. Wielomiany i funkcje wymierne	konwersatoria	<p>a) definicja i własności funkcji liniowej;</p> <p>b) definicję i własności funkcji kwadratowej, jej wykres i miejsca zerowe;</p> <p>c) wzory Viéte'a;</p> <p>d) sposoby rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych z parametrem;</p> <p>e) definicja wielomianu i prawa dotyczące działań na wielomianach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie;</p> <p>d) sposoby rozkładu wielomianu na czynniki;</p> <p>e) twierdzenie Bézouta;</p> <p>f) definicja funkcji homograficznej i jej własności;</p> <p>g) zasady wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych;</p> <p>h) sposoby rozwiązywania równań wielomianowych oraz równań i nierówności z funkcją homograficzną;</p> <p>i) definicja funkcji wymiernej oraz metody rozwiązywania równań i nierówności wymiernych;</p>	40

		j) dwumian Newtona	
3. Funkcje trygonometryczne	konwersatoria	<p>a) definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;</p> <p>b) pojęcie miary łukowej kąta oraz definicje, własności i wykresy funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;</p> <p>c) tożsamości trygonometryczne;</p> <p>d) wzory redukcyjne;</p> <p>e) sposoby rozwiązywania równań trygonometrycznych.</p>	10
4. Ciągi liczbowe	konwersatoria	<p>a) definicję ciągu liczbowego;</p> <p>b) definicję ciągu arytmetycznego i geometrycznego, wzór na <math>n</math>-ty wyraz, wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego;</p> <p>c) procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów;</p> <p>d) przykłady ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie;</p> <p>e) definicję granicy ciągu liczbowego oraz sposoby obliczania granic ciągów;</p> <p>f) pojęcie sumy szeregu geometrycznego.</p>	10

5. Planimetria	konwersatoria	<p>a) własności czworokątów wypukłych, twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie;</p> <p>b) związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii;</p> <p>c) pojęcie osi symetrii i środka symetrii figury;</p> <p>d) twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem;</p> <p>e) cechy podobieństwa trójkątów,</p> <p>f) twierdzenie sinusów i cosinusów;</p> <p>g) pojęcia: symetria osiowa, przesunięcie, obrót, symetria środkowa oraz własności tych przekształceń;</p> <p>h) definicję wektora, sumy wektorów i iloczynu wektora przez liczbę;</p> <p>i) definicję i własności jednokładności.</p>	20
6. Stereometria	konwersatoria	<p>a) graniastostupy, ostrostupy, walce, stożki i kule;</p> <p>b) pojęcie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny i kąta dwuściennego;</p> <p>c) związki miarowe w bryłach z zastosowaniem trygonometrii;</p> <p>a) przekroje płaskie graniastostupów i</p>	20

		ostrosłupów; b) pojęcie wielościanu foremnego.	
7. Rachunek prawdopodobieństwa	konwersatoria	a) pojęcia kombinatoryczne: permutacje, kombinacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń; b) pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności; c) elementy statystyki opisowej: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja i odchylenie standardowe (liczone z próby).	14

## VI. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW

Uczeń:

- podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych, pierwszych i złożonych, potrafi zakwalifikować daną liczbę do jednego z tych rodzajów
- zna pojęcie osi liczbowej,
- zamienia skończone rozwinięcie dziesiętne na ułamek zwykły i na odwrot
- rozumie pojęcie rozwinięcia okresowego, znajduje rozwinięcia dziesiętne ułamków zwykłych
- wie, że suma, różnica, iloczyn i iloraz liczb wymiernych są liczbami wymiernymi
- umie pokazać na przykładach, że suma (różnica, iloczyn i iloraz) liczb niewymiernych może być zarówno liczbą wymierną, jak i niewymierną
- wykonuje działania na liczbach wymiernych: cztery działania arytmetyczne, potęgi o wykładniku całkowitym i postaci  $1/n$ ; także z użyciem kalkulatora
- znajduje wartość bezwzględną liczby
- upraszcza pierwiastki i znajduje ich przybliżone wartości za pomocą kalkulatora
- upraszcza wyrażenia zawierające potęgi o wykładniku wymiernym i pierwiastki



- usuwa niewymierności z mianownika
- zapisuje i odczytuje liczby w notacji wykładniczej
- posługuje się notacją wykładniczą w obliczeniach
- oblicza procent danej liczby
- zna pojęcie punktu procentowego
- zwiększa i zmniejsza liczbę o dany procent, porównuje liczby, używając procentów
- rozwiązuje zadania z procentami dotyczące m.in. płac, cen, podatków, lokat i kredytów, także z użyciem równań i układów równań liniowych
- zaokrągla liczby z podaną dokładnością
- szacuje wyniki działań i wielkości ze świata rzeczywistego
- wykorzystuje umiejętność szacowania w bardziej złożonych sytuacjach, oblicza błąd względny
- oblicza wartość logarytmu:
  - w najprostszycch wypadkach (np.  $\log 24$ )
  - dziesiętnego lub naturalnego za pomocą kalkulatora
- oblicza wartość liczbową wyrażenia algebraicznego
- przekształca sumy i różnice wielomianów
- zna wzory skróconego mnożenia
- rozwiązuje równania i nierówności liniowe oraz układy równań liniowych i zadania z treścią prowadzące do takich równań, nierówności i układów
- rozwiązuje równania niepełne kwadratowe
- rozwiązuje zadania prowadzące do równań niepełnych kwadratowych
- rozwiązuje równania kwadratowe
- rozwiązuje zadania prowadzące do równań kwadratowych
- rozwiązuje nierówności kwadratowe
- rozwiązuje zadania prowadzące do nierówności kwadratowych
- sprawdza w prostych wypadkach zależność liczby rozwiązań równania kwadratowego z parametrem
- rozwiązuje równania kwadratowe z parametrem

- rozwiązuje nierówności kwadratowe z parametrem
- oblicza sumę i iloczyn pierwiastków równania kwadratowego
- rozwiązuje proste równania i nierówności z wartością bezwzględną
- rozpoznaje wielomiany, dodaje je, odejmuje i mnoży przez liczbę
- mnoży wielomian przez dwumian
- mnoży wielomiany
- dzieli wielomian przez dwumian
- dzieli wielomiany
- znajduje pierwiastki wielomianu zapisanego w postaci iloczynu czynników liniowych i kwadratowych
- rozwiązuje proste równania wielomianowe
- stosuje twierdzenie Bezouta do znajdowania pierwiastków wielomianu
- rozwiązuje proste nierówności wielomianowe
- stosuje twierdzenie o postaci wymiernych pierwiastków wielomianu o współczynnikach całkowitych
- dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne:
  - o jednakowych mianownikach
  - o różnych mianownikach
- wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego
- mnoży i dzieli wyrażenia wymierne
- wyznacza dziedzinę funkcji wymiernej
- rozwiązuje równania wymierne
- rozwiązuje proste nierówności wymierne
- korzysta ze wzorów na logarytm iloczynu, ilorazu i potęgi
- odczytuje z wykresu wartości funkcji, argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość, miejsca zerowe i przedziały, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie i ujemne
- odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, wartość najmniejszą i największą, przedziały monotoniczności
- podaje przykłady funkcji

- posługuje się różnymi sposobami opisu funkcji
- znając własności zależności między wielkościami, szkicuje wykres funkcji opisującej tę zależność
- rysuje wykres funkcji liniowej
- wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres spełnia dane warunki
- rozwiązuje zadania dotyczące funkcji liniowej i jej zastosowań
- z wykresu funkcji  $f$  uzyskuje wykres funkcji:
  - $f(x) + a$
  - $f(x - a)$
  - $f(x - a) + b$
- rysuje wykres funkcji kwadratowej postaci:
  - $y = ax^2 + q$
  - $y = a(x - p)^2 + q$
  - $y = ax^2 + bx + c$  (szkic bez wyznaczenia współrzędnych wierzchołka)
  - $y = ax^2 + bx + c$
- rozwiązuje zadania z treścią prowadzące do poszukiwania ekstremum funkcji kwadratowej
- szkicuje wykres dowolnej funkcji wykładniczej
- wyjaśnia, w jaki sposób własności funkcji postaci  $y = a^x$  zależą od liczby  $a$ ; odczytuje własności funkcji wykładniczej z jej wykresu
- oblicza wartość wielkości opisanej podaną funkcją wykładniczą
- wykorzystuje własności funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań opisywanych za pomocą takich funkcji
- rysuje wykres funkcji homograficznej postaci:  $y = a/x$  i odczytuje z niego własności funkcji i zjawisk opisanych przez tę funkcję
- rozumie intuicyjnie pojęcie ciągu, oblicza dany wyraz ciągu
- znajduje regułę, którą można opisać ciąg, którego kolejne wyrazy zostały podane i w prostych wypadkach zapisuje ją wzorem
- rozumie intuicyjnie pojęcie ciągu arytmetycznego (geometrycznego), podaje i rozpoznaje przykłady

- potrafi utworzyć kolejne wyrazy ciągu arytmetycznego (geometrycznego), znając pierwszy wyraz i różnicę (iloraz)
- zna wzór ogólny ciągu arytmetycznego (geometrycznego), potrafi znaleźć wzór takiego ciągu, mając dane jego kolejne wyrazy
- znajduje wzór ciągu arytmetycznego (geometrycznego) na podstawie podanych informacji
- korzystając z własności ciągu arytmetycznego (geometrycznego), bada zjawiska opisane przez taki ciąg
- oblicza odsetki lokat:
  - rocznych według podanego oprocentowania
  - w procencie składanym
  - w różnych okresach kapitalizacji
- porównuje oferty banków i instytucji finansowych
- zna i rozumie pojęcia, zna własności figur:
  - punkt, prosta, odcinek, półprosta
  - równoległość, prostopadłość
  - punkty współliniowe, symetralna odcinka
  - kąty przyległe, wierzchołkowe, naprzemianległe
  - trójkąt równoboczny, równoramienny
  - ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny
  - kwadrat, prostokąt, równoległobok, romb, trapez
  - promień, cięciwa, średnica, łuk
  - kąt środkowy
  - kąt wpisany
  - okrąg opisany na wielokącie, okrąg wpisany w wielokąt
  - oś symetrii, środek symetrii
  - figura symetryczna do danej
- wykonuje konstrukcje:
  - prostej równoległej (prostopadłej) do danej przechodzącej przez dany punkt
  - symetralnej odcinka

- związane z trójkątami (łatwe)
  - okręgu wpisanego w dany trójkąt
  - okręgu opisanego na danym trójkącie
  - średnicy okręgu, środka okręgu, stycznej do okręgu przechodzącej przez dany punkt
  - figury symetrycznej do danej
- zna nierówność trójkąta i wykorzystuje ją do rozwiązywania zadań
  - wie, ile wynosi suma kątów trójkąta i czworokąta i wykorzystuje ten fakt do rozwiązywania zadań
  - umie udowodnić te fakty
  - oblicza pola i obwody:
    - trójkąta i równoległoboku, koła
    - trapezu, rombu o danych przekątnych
    - wycinka koła
  - nazywa wzajemne położenie okręgów oraz prostej i okręgu, wykorzystuje te pojęcia w rozwiązywaniu zadań
  - rozwiązuje różne zadania, wykorzystując:
    - twierdzenie Pitagorasa
    - twierdzenie o kącie wpisanym i środkowym
    - pola i obwody figur
    - okręgi wpisane i opisanie na wielokątach
    - warunek wpisalności okręgu w czworokąt i opisalności okręgu na czworokącie
    - cechy podobieństwa trójkątów
  - wykorzystuje twierdzenie Talesa do rozwiązywania zadań:
    - prostych, korzystających z jednej proporcji
    - bardziej skomplikowanych
  - rozumie intuicyjnie pojęcie podobieństwa
  - oblicza wymiary figury podobnej do danej w danej skali
  - bada, czy dane prostokąty są podobne
  - znajduje skalę podobieństwa dwóch figur podobnych

- zna cechy podobieństwa trójkątów i sprawdza, czy dane trójkąty są podobne
- zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów spełniających warunek typu:
  - $x > 0$   $y \leq 4$
  - $y < 2x + 3$
  - $x + y \geq 5$
  - koniunkcja lub alternatywa nierówności liniowych
- rysuje prostą o danym równaniu
- wyznacza równanie prostej spełniającej dane warunki
- rozwiązuje graficznie układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi
- wyjaśnia związek pomiędzy liczbą rozwiązań układu dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi a wzajemnym położeniem prostych
- oblicza odległość między punktami o danych współrzędnych
- rozwiązuje zadania związane z odległością punktów w układzie współrzędnych
- rysuje okrąg o równaniu danym w postaci:
  - $x^2 + y^2 = r^2$
  - $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$
  - $x^2 + y^2 + 2ax + 2bx + c = 0$
- sprawdza analitycznie np. czy dany punkt leży na danym okręgu
- rozwiązuje proste zadania dotyczące równania okręgu jak np. znajdowanie punktów wspólnych prostej i okręgu
- znając długości boków trójkąta prostokątnego, potrafi obliczyć funkcje trygonometryczne jego kątów
- wykonuje proste rachunki z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych, także z zastosowaniem kalkulatora
- stosuje funkcje trygonometryczne kąta ostrego do:
  - prostych zadań geometrycznych
  - prostych sytuacji życia codziennego
  - trudniejszych zadań
- samodzielnie rozpoznaje sytuacje, w których może zastosować funkcje trygonometryczne

- korzysta z podanych wartości funkcji kątów  $30^\circ$  ,  $45^\circ$  ,  $60^\circ$  do rozwiązywania prostych zadań
- zna wartości funkcji tych kątów i wykorzystuje je do rozwiązywania zadań
- zna „jedynekę trygonometryczną” i korzysta z niej do wyznaczenia wartości jednej z funkcji, gdy dana jest inna
- rozumie pojęcie równoległości i prostopadłości w przestrzeni
- rozpoznaje następujące rodzaje brył:
  - sześcian, prostopadłościan, graniastosłup, ostrosłup
- potrafi określić liczbę wierzchołków, krawędzi i ścian
- oblicza pola powierzchni i objętości:
  - prostopadłościanów i ostrosłupów o podstawie kwadratu
  - graniastosłupów i ostrosłupów w prostych zadaniach geometrycznych
  - walca i stożka w najprostszych sytuacjach geometrycznych
  - kuli
- rysuje siatki graniastosłupów i ostrosłupów, odpowiada na proste pytania dotyczące bryły na podstawie jej siatki i wykorzystuje tę umiejętność do rozwiązywania zadań dotyczących sytuacji rzeczywistych
- stosuje pojęcia: graniastosłup prosty, graniastosłup prawidłowy, ostrosłup prawidłowy
- — stosuje pola i objętości brył do rozwiązywania zadań
- rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące wielościanów i brył obrotowych
- wskazuje w graniastosłupie prostym kąty: pomiędzy krawędziami, pomiędzy krawędziami a przekątnymi, pomiędzy przekątnymi
- wskazuje w ostrosłupie kąty pomiędzy krawędziami oraz między wysokością a krawędzią
- wskazuje kąty: pomiędzy wysokością a ścianą boczną, pomiędzy ścianą boczną a podstawą, pomiędzy wysokością ściany bocznej a wysokością bryły itp.
- rozwiązuje zadania dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów bez wykorzystania funkcji trygonometrycznych
- rozwiązuje zadania dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów polegające na wykorzystaniu pojedynczej funkcji trygonometrycznej
- rozwiązuje zadania dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów oraz brył obrotowych polegające na wykorzystaniu funkcji trygonometrycznych

- rozumie intuicyjnie pojęcie prawdopodobieństwa i jego związek z częstością
- oblicza wprost z definicji prawdopodobieństwa zdarzeń
  - najprostszycy, np. otrzymanie parzystej liczby oczek w rzucie kostką
  - prostych, przy rzucie dwiema kostkami lub dwiema monetami
  - sumy zdarzeń i zdarzenia przeciwnego
- zna pojęcia: zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenie przeciwne
- — znajduje liczbę możliwych wyników przy kilkukrotnym rzucie kostką i w innych wypadkach o podobnej skali trudności,
- oblicza liczbę możliwości z zasady mnożenia w bardziej skomplikowanych wypadkach i wykorzystuje wyniki do obliczania prawdopodobieństwa
- odczytuje informacje z tabel, diagramów słupkowych i kołowych
- wyciąga z takich informacji wnioski, wykonując odpowiednie obliczenia

oblicza:

- średnią arytmetyczną danych liczb
  - odchylenie standardowe danych liczb
  - modę i medianę danych liczb
  - średnią arytmetyczną danych zapisanych w postaci tabeli lub histogramu
  - średnią ważoną danych liczb
- rozumie sens intuicyjny odchylenia standardowego
  - wyciąga wnioski z informacji w postaci średnich i odchylenia standardowego
  - rozumie różnice pomiędzy różnymi rodzajami średnich i ograniczenia w ich stosowaniu
  - przedstawia dane w postaci tabel i diagramów
  - opracowuje statystycznie nieskomplikowany problem
  - stawia prosty problem i opracowuje go statystycznie



## **VII. SPOSOBY OCENIANIA UCZESTNIKÓW**

Postępy czynione przez uczniów w czasie zajęć koła nie podlegają ocenie szkolnej. Należy jednak śledzić je systematycznie, by po wykryciu luk móc w porę podjąć środki zaradcze. Jednym z możliwych sposobów sprawdzania wiedzy i umiejętności jest organizowanie wśród uczestników testów sprawdzających opanowanie realizowanych treści. Innym miernikiem wiedzy i umiejętności uczniów będą wyniki osiągnięte przez nich na lekcjach matematyki.

## **VIII. EWALUACJA PROGRAMU**

Ewaluacja programu będzie następowała poprzez:

- monitorowanie obecności uczniów na zajęciach
- śledzenie wyników osiągniętych na sprawdzianach, pracach klasowych przez uczestników spotkań
- obserwację aktywności uczniów
- zebranie opinii na temat zajęć za pomocą ankiety.

## **IX. BIBLIOGRAFIA**

1. Podstawa programowa kształcenia ogólnego dla liceów ogólnokształcących, liceów profilowanych i techników”
2. Matematyka z plusem. Program nauczania matematyki w liceum i technikum  
M. Karpiński, M. Braun, J. Lech DKW–4015–37/01 Zgodny z podstawą programową z 23 sierpnia 2007 r.
3. Podręcznik do klasy I, II i III . Zakres podstawowy M. Karpiński, M. Dobrowolska, M. Braun, J. Lech – wydawnictwo GWO



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## **Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne**

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

---

### **Tezy do programu przedstawili:**

Katarzyna Celińska

### **Korekta i opracowanie:**

mgr Elżbieta Miterka

### **Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:**

mgr Agnieszka Szumera

### **Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:**

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281