



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## **Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne**

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

---

### **Program zajęć wyrównawczych z matematyki**

**w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”**

**na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r**

**w szkole: ZSZ Nr 1 i II LO we Włodawie**



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

## I.WSTĘP

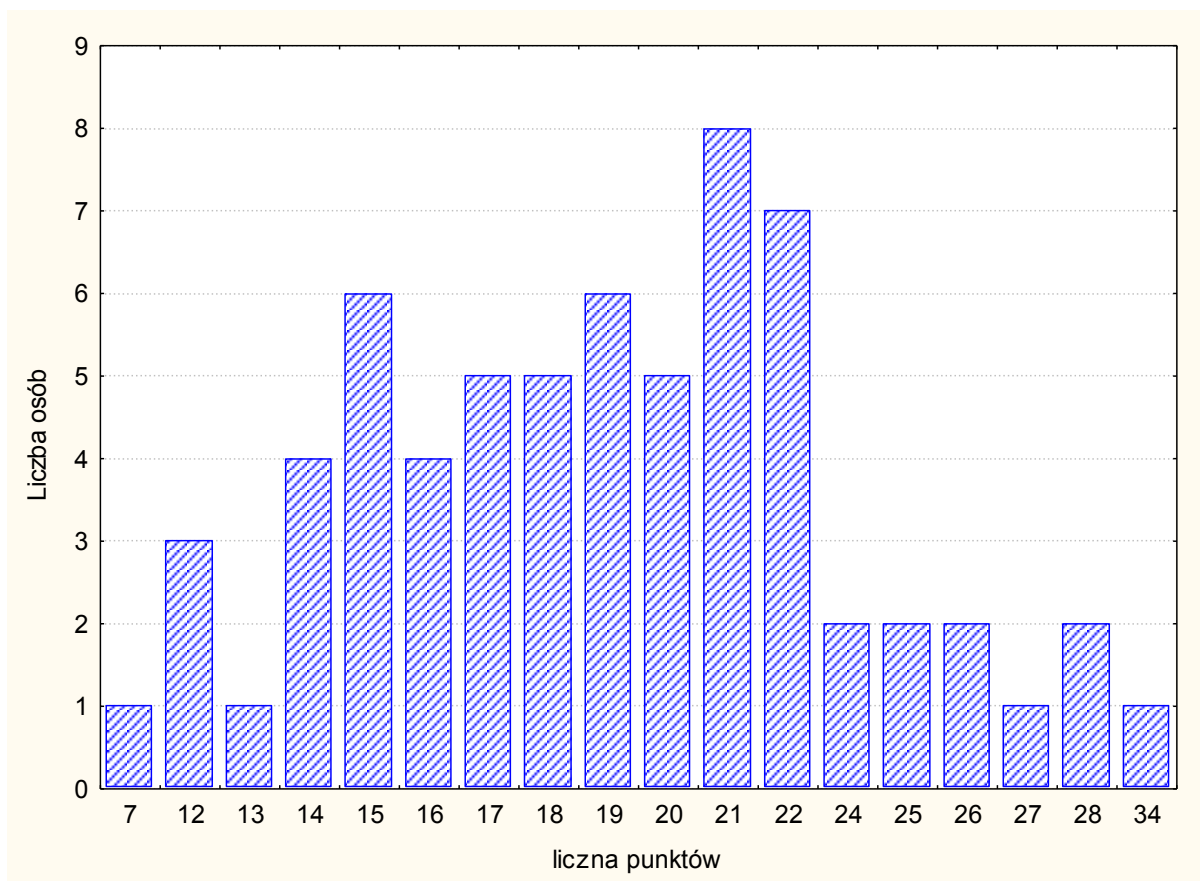
Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

W rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół Zawodowych Nr 1 i II Liceum Ogólnokształcącym we Włodawie wzięło udział 65 osób. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 19,14 punktów, co stanowi 38,28% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik nieznacznie niższy w stosunku do wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 19 punkty (mediana). Najniższy wynik na egzaminie to 7 punktów, a najwyższy to 34 punktów.

Tabela 1. Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.

Podstawowe miary statystyczne	Województwo lubelskie		Zespół Szkół Zawodowych Nr 1 i II Liceum Ogólnokształcące we Włodawie	
	punkty	procent	punkty	procent
<b>Średni wynik</b>	<b>23,85</b>	<b>47,70</b>	<b>19,14</b>	<b>38,28</b>
Mediana	23	46	19	38
Wynik najniższy	1	2	7	14
Wynik najwyższy	50	100	34	68
Odchylenie standardowe	9,59	19,19	4,60	9,20

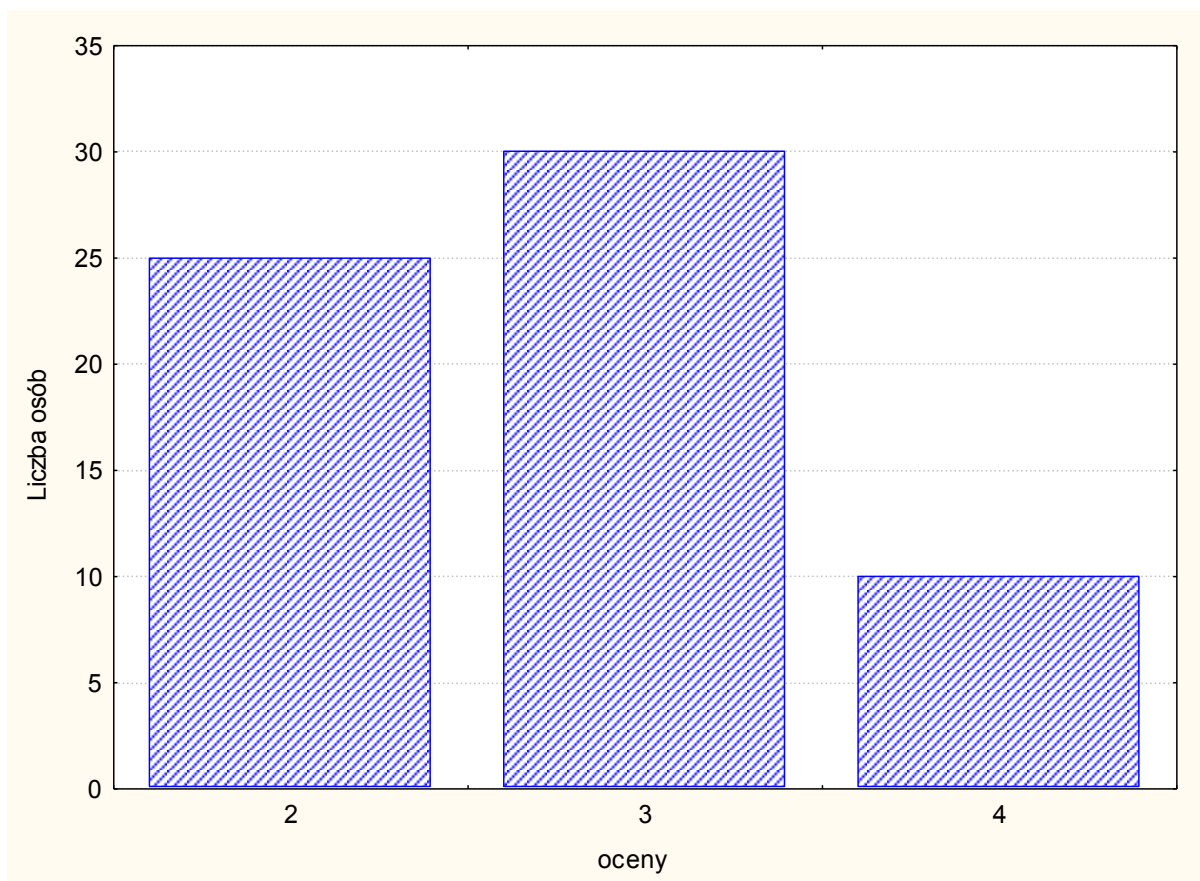
Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów Zespołu Szkół Zawodowych Nr 1 i II Liceum Ogólnokształcącego we Włodawie, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 7 do 34.



Rysunek 1. **Rozkład wyników gimnazjalistów Zespołu Szkół Zawodowych Nr 1 i II Liceum Ogólnokształcącego we Włodawie rozwiązujących arkusz GM-1-102.**

Rozkład wyników uczniów z Zespołu Szkół Zawodowych Nr 1 i II Liceum Ogólnokształcącego we Włodawie jest prawo skośny, lekko przesunięty w stronę niższych wyników, z modalną wynoszącą 21 punktów.

Uczniowie biorący udział w rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół Zawodowych Nr 1 i II Liceum Ogólnokształcącym we Włodawie byli oceniani także pod względem ocen końcowych z matematyki w gimnazjum. Średnia ocena dla tych uczniów to 2,77. Nie było uczniów z oceną celującą ani bardzo dobrą. 25 uczniów uzyskało ocenę dopuszczającą, 30 uczniów uzyskało ocenę dostateczną, 10 uczniów otrzymało ocenę dobrą.



Rysunek 2. Rozkład ocen końcowych z gimnazjum uczniów Zespołu Szkół Zawodowych Nr 1 i II Liceum Ogólnokształcące we Włodawie.

Rozkład końcowych ocen gimnazjalnych uczniów z Zespołu Szkół Zawodowych Nr 1 i II Liceum Ogólnokształcącego we Włodawie jest jednomodalny, z modalną wynoszącą 3 (Rysunek 2).

Powyższa analiza wyników egzaminu gimnazjalnego uczestników zajęć, a także ocena końcoworoczna w trzeciej klasie gimnazjum spowodowała, iż zakwalifikowali się oni na zajęcia wyrównawcze, ze względu na zbyt małą ilość zdobytych punktów i stosunkowo bardzo słabe oceny z matematyki.

Wyniki egzaminu gimnazjalnego nie są zadowalające. Uczniowie nie poradzili sobie z prostymi zadaniami i schematami rozwiązań. Wśród uczniów klas pierwszych zostali wybrani ci, którzy potrzebują pomocy i uzupełnienia wiadomości z gimnazjum a także ci, którzy muszą wkładać więcej pracy w przyswojenie sobie materiału realizowanego na lekcjach matematyki. Dodatkowe zajęcia wyrównawcze pozwolą tej młodzieży na wyrównanie szans przygotowania się do czekającego ich egzaminu maturalnego.

## II. CELE EDUKACYJNE

### I. Cele ogólne:

Głównym celem zajęć jest wyrównanie braków z matematyki oraz poprawa wyników nauczania i kształcenia.

Opracowany program zajęć wyrównawczych ma na celu :

- usystematyzowanie i uporządkowania treści programowych z matematyki;
- uzupełnienie braków w wiadomościach ze szkoły gimnazjalnej;
- utrwalanie bieżącego materiału;
- opanowanie umiejętności uogólniania przykładów, formułowania hipotez i twierdzeń, przeprowadzania prostych rozumowań dedukcyjnych;
- opanowanie umiejętności podawania przykładów i kontrprzykładów, definiowania pojęć oraz posługiwania się definicją;
- wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych różnorodnych sytuacji z życia codziennego oraz ich wykorzystania do rozwiązywania problemów;
- opanowanie umiejętności potrzebnych do ilościowej oceny i opisu różnych zjawisk;
- wykształcenie wyobraźni przestrzennej przez wyznaczanie związków metrycznych i miarowych w otaczającej nas przestrzeni i obliczanie miar figur geometrycznych;
- nauczenie wykrywania związków między liczbowymi parametrami zjawisk, szacowania wartości tych parametrów, opisywania związków pomiędzy nimi za pomocą równań i nierówności, wykrywania między nimi zależności funkcyjnych lub rekurencyjnych oraz analiza ich własności, wyznaczania stanów optymalnych i ekstremalnych;
- opanowanie umiejętności odczytywania własności związków opisanych wykresami, diagramami itp., konstruowanie wykresów;
- nauczenie wykonywania działań na liczbach i wyrażeniach algebraicznych;
- opanowanie umiejętności sporządzania notatek;
- opanowanie umiejętności korzystania z opracowań podręcznikowych, pomocy naukowych, komputera, kalkulatora itp.

Pomoże to uczniom w systematycznym przygotowaniu się do lekcji a w konsekwencji do egzaminu maturalnego, egzaminu na wyższe uczelnie, a nauczycielowi w umiejętnym kierowaniu tym procesem.

## **2. Cele szczegółowe:**

Uczeń wie, umie, potrafi:

### **1) liczby i ich zbiory:**

- a) co to jest zbiór, suma, iloczyn i różnica zbiorów,
- b) podstawowe prawa rachunku zdań,
- c) co to jest zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory, liczby naturalne (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne, rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej,
- d) prawa dotyczące działań arytmetycznych na liczbach rzeczywistych,
- e) definicję potęgi o wykładniku wymiernym oraz prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym,
- f) co to jest oś liczbowa i co to jest układ współrzędnych na płaszczyźnie,
- g) definicję przedziału liczbowego na osi oraz definicję sumy, iloczynu i różnicy przedziałów,
- h) definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną,
- i) pojęcie błędu przybliżenia oraz zasady szacowania wartości liczbowych,
- j) co to jest procent i jak wykonuje się obliczenia procentowe,

### **2) funkcje i ich własności:**

- a) definicję funkcji oraz definicję wykresu funkcji liczbowej,
- b) pojęcia: dziedzina funkcji, miejsce zerowe, zbiór wartości, wartość najmniejsza i największa funkcji w danym przedziale, monotoniczność funkcji,
- c) jak wykonać przesunięcia wykresu funkcji wzdłuż osi  $x$  oraz osi  $y$ ,

### **3) wielomiany i funkcje wymierne:**

- a) definicję i własności funkcji liniowej,
- b) definicję i własności funkcji kwadratowej, jej wykres i miejsca zerowe,
- c) definicję wielomianu i prawa dotyczące działań na wielomianach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie,
- d) sposoby rozkładu wielomianu na czynniki,
- f) definicję proporcjonalności odwrotnej

- g) zasady wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych,
- h) sposoby rozwiązywania równań wielomianowych

**4) funkcje trygonometryczne:**

- a) definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym,
- b) co to są tożsamości trygonometryczne,
- c) zastosowanie tożsamości trygonometrycznych dla kąta ostrego.

**5) ciągi liczbowe:**

- a) definicję ciągu liczbowego,
- b) definicję ciągu arytmetycznego i geometrycznego, wzór na  $n$ -ty wyraz, wzór na sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego,
- c) co to jest procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów,

**6) planimetrię:**

- a) związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii,
- b) pojęcie osi symetrii i środka symetrii figury,
- c) twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem,
- d) cechy podobieństwa trójkątów,

**7) geometrię analityczną:**

- a) pojęcie odległości na płaszczyźnie kartezjańskiej,

**8) stereometrię:**

- a) rozróżnia: graniastosłupy, ostrosłupy, walce, stożki i kule,
- b) pojęcie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny i kąta dwuściennego,
- c) związki miarowe w bryłach z zastosowaniem trygonometrii,

**9) rachunek prawdopodobieństwa:**

- a) pojęcia kombinatoryczne: permutacje, kombinacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń,
- b) pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności,
- c) elementy statystyki opisowej: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja i odchylenie standardowe (liczone z próby).

### **III. ZAŁOŻENIA PROGRAMU**

Program jest odpowiedzią na zapotrzebowanie, na dodatkowe lekcje matematyki pomocne w wyrównaniu szans uczniów, którzy mają problemy z matematyką. Ideą tego programu jest:

1. uzupełnienie braków w wiadomościach z gimnazjum
2. utrwalenie materiału realizowanego na bieżąco
3. indywidualne podejście do każdego ucznia i przekazanie mu wiedzy w sposób najlepszy dla danego ucznia

### **IV. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH**

Założenia programu będą realizowane na zajęciach według ustalonego harmonogramu. Tempo zajęć będzie uzależnione od treści realizowanych na lekcjach matematyki.

#### **1. Organizacja zajęć**

Zajęcia będą przebiegały według ustalonego wcześniej harmonogramu. Sposób przeprowadzenia zajęć będzie dostosowany do aktualnie omawianych treści, jak również do indywidualnych potrzeb uczniów.

#### **2. Pomoce naukowe:**

Podręcznik, kalkulator, zeszyt ćwiczeń.

#### **3. Procedury osiągnięcia celów**

Wybierając sposoby osiągnięcia celów edukacyjnych, nauczyciel powinien uwzględnić przede wszystkim możliwości i zainteresowania uczniów, nie zapominając o zasadzie stopniowania trudności. Omawiając treści programowe należy jak najczęściej posługiwać



przykładami z życia codziennego. Dobieranie interesujących przykładów rozbudza naturalną ciekawość uczniów i rozwija ich zainteresowania. Nauczyciel powinien stosować możliwie różnorodne metody nauczania. Najskuteczniejsze są oczywiście takie, które wymagają aktywnej postawy uczniów. Do każdej ze stosowanych metod należy wykorzystywać odpowiednie do omawianego zagadnienia, dostępne środki dydaktyczne (przyrządy, modele, komputery itp.).

Najlepszym środkiem do realizowania celów edukacyjnych na lekcjach matematyki jest rozwiązywanie zadań problemowych. Stanowi to znakomity trening umysłu, doskonali i rozwija myślenie, uczy rozumowania oraz pobudza wyobraźnię. Ważną rolę odgrywa dyskusowanie na temat sposobu rozwiązywania zadań. Nauczyciel powinien zadbać o to, by uczniowie mieli też okazję, rozwiązując postawione im problemy i zadania, odnosić je do życia codziennego i otaczającej ich rzeczywistości.

Należy też poświęcić trochę czasu na pracę z podręcznikiem, która pomaga nauczyć ucznia czytania tekstu ze zrozumieniem i kształtuje umiejętność odróżniania treści ważnych od mniej istotnych. Pozwoli to łatwiej zrozumieć uczniom zadania.

Warto też na lekcjach matematyki organizować pracę w grupach. Podczas pracy zespołowej uczniowie uczą się współdziałania, dobrej organizacji pracy, kształcą umiejętności komunikowania się i argumentowania swoich stanowisk.

## V. TREŚCI NAUCZANIA

Dział programowy	Forma kształcenia	Zakres tematyczny	Liczba godzin
<b>I. Liczby i ich zbiory</b>	konwersatoria	1. Intuicyjne pojęcie zbioru, podzbiory, zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory, 2. Liczby naturalne i całkowite. Liczby wymierne – ułamki zwykłe, rozwinięcia dziesiętne okresowe, zamiana ułamków dziesiętnych okresowych na ułamki zwykłe. Pierwiastki (w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych). Liczby niewymierne, rozwinięcia dziesiętne nieokresowe, przybliżenia oraz pojęcie błędu przybliżenia (błąd bezwzględny, błąd względny), rachunki na kalkulatorach, szacowanie wartości wyrażeń liczbowych. 3. Cztery działania w zbiorze liczb	10

		<p>rzeczywistych i ich własności, działania na pierwiastkach, znoszenie niewymierności z mianownika.</p> <p>4. Działania na potęgach o wykładnikach naturalnych i ich własności.</p> <p>5. Definicje potęg. Działania na potęgach o wykładnikach całkowitych i ich własności.</p> <p>6. Oś liczbowa, przedziały liczbowe, część wspólna przedziałów liczbowych, suma przedziałów, różnice przedziałów.</p> <p>7. Wartość bezwzględna liczby i jej podstawowe własności, interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej na osi liczbowej, określanie przedziałów liczbowych za pomocą wartości bezwzględnej, długość odcinka na osi liczbowej.</p> <p>8. Obliczenia procentowe, diagramy procentowe, wielkości większe (mniejsze) o <math>a</math> procent, obliczenia procentowe z użyciem kalkulatorów, punkty procentowe.</p>	
<p><b>II. Funkcje i ich własności</b></p>	<p>konwersatoria</p>	<p>1. Definicja funkcji jako przyporządkowania <math>y = f(x)</math>, przykłady funkcji, funkcje używane w statystyce opisowej, tabelki, diagramy, funkcje opisujące zjawiska przyrodnicze, ekonomiczne, socjologiczne itp.</p> <p>2. Dziedzina funkcji i zbiór wartości funkcji, wyznaczanie dziedziny funkcji liczbowej określonej wzorami.</p> <p>3. Definicja wykresu funkcji liczbowej, wykresy funkcji opisujące zależności w gospodarce i życiu codziennym – uwzględnienie różnych jednostek na osiach. Odczytywanie z wykresu funkcji jej dziedziny i zbioru wartości, a także wartości największej (najmniejszej) osiągananej przez funkcję w dziedzinie lub w określonym przedziale, odczytywanie z wykresu argumentów, dla których funkcja przyjmuje określone wartości (<math>f(x) = m, f(x) &gt; m, f(x) &lt; m</math>).</p> <p>4. Miejsce zerowe funkcji, odczytywanie z wykresu funkcji jej miejsc zerowych.</p>	<p>10</p>

		<p>5. Definicja funkcji monotonicznej na przedziale <math>(a; b)</math>, wyznaczanie przedziałów monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu.</p> <p>6. Przekształcanie wykresów funkcji: <math>y = f(x) + q</math>, <math>y = f(x - p)</math>, <math>y = f(x - p) + q</math>, wykonywanie takich przesunięć, jeżeli funkcja dana jest wykresem (bez wzoru).</p>	
<b>III. Funkcja liniowa i jej własności</b>	konwersatoria	<p>1. Proporcjonalność prosta. Funkcja liniowa, interpretacja jej współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego. Rysowanie wykresów funkcji liniowych i kawałkami liniowych. Przekształcenie wzoru i wykresu funkcji liniowej <math>f(x) = ax</math> (przesunięcie wzdłuż osi układu współrzędnych).</p> <p>2. Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie jej wykresu (wykorzystanie interpretacji współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego).</p> <p>3. Znajdowanie miejsc zerowych funkcji liniowych i kawałkami liniowych. Punkty przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych.</p> <p>4. Układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi – rozwiązywanie i interpretacja geometryczna. Zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi.</p>	10
<b>IV. Geometria analityczna</b>	konwersatoria	<p>1. Równanie prostej w postaci ogólnej <math>Ax + By + C = 0</math> – przejście od wykresu funkcji liniowej, proste <math>x = a</math>, punkty przecięcia prostej z osiami układu współrzędnych, równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty płaszczyzny kartezjańskiej.</p> <p>2. Wzajemne położenie dwóch prostych na płaszczyźnie. Proste równoległe i proste prostopadłe na płaszczyźnie kartezjańskiej.</p> <p>3. Odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej. Współrzędne Środka odcinka.</p> <p>4. Równanie okręgu <math>(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2</math>.</p>	8

<p><b>V. Funkcja kwadratowa</b></p>	<p>Konwersatoria</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Funkcja <math>f(x) = ax^2</math> i jej wykres, własności funkcji odczytywane z wykresu: dziedzina, zbiór wartości, wartości największe i wartości najmniejsze w dziedzinie lub na określonym przedziale, przedziały monotoniczności, miejsce zerowe.</li> <li>2. Wykres i wzór funkcji <math>y = ax^2 + q</math>, odczytywanie z wykresu własności (jw.).</li> <li>3. Wykres i wzór funkcji <math>y = a(x - p)^2</math>, odczytywanie z wykresu własności (jw.).</li> <li>4. Postać kanoniczna funkcji kwadratowej <math>y = a(x - p)^2 + q</math>, współrzędne wierzchołka paraboli.</li> <li>5. Postać ogólna funkcji kwadratowej <math>y = ax^2 + bx + c</math>, wyprowadzenie wzoru na postać kanoniczną. Wartość największa i wartość najmniejsza funkcji kwadratowej w przedziale – zastosowanie w zadaniach tekstowych, wykresy funkcji kwadratowej.</li> <li>6. Równanie kwadratowe niepełne <math>x^2 + a = 0</math>, <math>x^2 + bx = 0</math>. Wyróżnik trójmianu i związek jego znaku z liczbą miejsc zerowych funkcji kwadratowej, wyprowadzenie wzorów na pierwiastki równania kwadratowego. Nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą.</li> <li>7. Rozwiązywanie zadań prowadzących do równań i nierówności stopnia drugiego.</li> </ol>	<p>10</p>
-------------------------------------	----------------------	---	-----------

<p><b>VI. Wielomiany i funkcje wymierne</b></p>	<p>Konwersatoria</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Jednomiany i wielomiany stopnia <math>n</math> z jedną zmienną, wielomian stopnia zero, wielomian zerowy, równość wielomianów.</li> <li>2. Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów.</li> <li>3. Wzory skróconego mnożenia, w tym <math>(a \pm b)^3</math> oraz <math>a^3 \pm b^3</math>.</li> <li>4. Pierwiastki wielomianu i odczytywanie ich z postaci iloczynowej wielomianu.</li> <li>5. Rozkład wielomianu na czynniki (grupowanie i wyłączanie czynnika przed nawias, wzory skróconego mnożenia).</li> <li>6. Rozwiązywanie prostych równań wielomianowych metodą rozkładu wielomianu na czynniki.</li> <li>7. Działania na wyrażeniach wymiernych – rozszerzanie i skracanie wyrażeń wymiernych, sprowadzanie wyrażeń wymiernych do wspólnego mianownika, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych.</li> <li>8. Wyznaczanie dziedziny wyrażenia wymiernego z jedną zmienną. Obliczanie wartości liczbowej wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej.</li> <li>9. Funkcja wymierna i jej dziedzina.</li> <li>10. Proporcjonalność odwrotna.</li> <li>11. Funkcja <math>f(x) = a/x</math>, jej dziedzina i wykres. Odczytywanie własności funkcji <math>f(x) = a/x</math> z wykresu.</li> <li>12. Rozwiązywanie prostych równań wymiernych.</li> <li>13. Rozwiązywanie zadań o kontekście praktycznym, prowadzących do prostych równań wymiernych.</li> </ol>	
<p><b>VII. Potęga o wykładniku rzeczywistym</b></p>	<p>Konwersatoria</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Potęga liczb nieujemnych o wykładniku wymiernym.</li> <li>2. Działania na potęgach o wykładniku wymiernym.</li> <li>3. Potęga liczb nieujemnych o wykładniku rzeczywistym (informacja).</li> <li>4. Funkcja wykładnicza, jej wykres i podstawowe własności.</li> <li>5. Określenie logarytmu.</li> </ol>	

		6. Własności logarytmów – logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi o wykładniku naturalnym.	
<b>VIII. Ciągi liczbowe</b>	Konwersatoria	<p>1. Definicja ciągu liczbowego – funkcji, której dziedziną jest zbiór (lub podzbiór) liczb naturalnych, ciąg skończony i nieskończony.</p> <p>2. Ciąg arytmetyczny, wzór na <math>n</math>-ty wyraz oraz sumę <math>n</math> początkowych wyrazów, wyraz środkowy jako średnia arytmetyczna wyrazów sąsiednich, monotoniczność ciągu arytmetycznego.</p> <p>3. Ciąg geometryczny, wzór na <math>n</math>-ty wyraz oraz sumę <math>n</math> początkowych wyrazów, zależność <math>a_n^2 = a_{n-1} a_{n+1}</math>, monotoniczność ciągu gdy <math>a_1 &gt; 0</math> i <math>q &lt; 0</math> (rośnie lub maleje w postępie geometrycznym).</p> <p>4. Procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów bankowych, sprzedaży ratalnej itp.</p>	
<b>IX. Związki miarowe w figurach płaskich</b>	konwersatoria	<p>1. Kąty w kole (kąąt środkowy, kąąt wpisany, kąąt między styczną a cięciwą).</p> <p>2. Podobieństwo, figury podobne.</p> <p>3. Cechy podobieństwa trójkątów.</p> <p>4. Twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem.</p> <p>5. Związki miarowe w trójkącie prostokątnym.</p> <p>6. Definicja funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.</p> <p>7. Podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego.</p> <p>8. Pola wielokątów, pole i obwód koła, obliczanie pól, obwodów i innych związków miarowych z zastosowaniem poznanych wzorów i trygonometrii.</p>	

<p><b>X. Kombinatoryka; rachunek prawdopodobieństwa oraz elementy statystyki opisowej</b></p>	<p>konwersatoria</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Proste zadania kombinatoryczne uwzględniające losowanie kolejno ze zwracaniem i bez zwracania oraz losowania podzbiorów danego zbioru.</li> <li>2. Zasada mnożenia.</li> <li>3. Doświadczenia losowe, zdarzenia losowe, zbiór zdarzeń elementarnych, działania na zdarzeniach – zdarzenie pewne, niemożliwe, koniunkcja i alternatywa zdarzeń, zdarzenie przeciwne, zdarzenia wykluczające się’.</li> <li>4. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa i jego podstawowe własności</li> <li>5. Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń w skończonych przestrzeniach probabilistycznych, zastosowanie własności prawdopodobieństwa.</li> <li>6. Elementy statystyki opisowej – badanie próby losowej i jej opis za pomocą liczb charakterystycznych, Średnia arytmetyczna, Średnia ważona, mediana, wariancja i odchylenie standardowe.</li> </ol>	
<p><b>XI. Stereometria</b></p>	<p>konwersatoria</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Równoległość i prostopadłość w przestrzeni.</li> <li>2. Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych.</li> <li>3. Kąt nachylenia prostej do płaszczyzny.</li> <li>4. Kąt dwuścienny.</li> <li>5. Graniastosłupy – powtórzenie podstawowych własności, graniastosłupy prawidłowe, proste, prostopadłościanny.</li> <li>6. Ostrosłupy – powtórzenie podstawowych własności, ostrosłupy prawidłowe, twierdzenie o ostrosłupie, który ma wszystkie krawędzie boczne równej długości.</li> <li>7. Pola powierzchni i objętości wielościanów – powtórzenie wzorów, obliczenia również z zastosowaniem trygonometrii.</li> <li>8. Walec, stożek, kula – powtórzenie podstawowych własności, pola powierzchni i objętości, obliczanie również z zastosowaniem trygonometrii.</li> </ol>	

## VI. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW

### Uczeń powinien znać:

1. pojęcia, własności i algorytmy:

- w klasie 1 dotyczące: liczb rzeczywistych, funkcji, funkcji liniowej i funkcji kwadratowej, równań i nierówności liniowych, równań i nierówności kwadratowych, układów równań liniowych, podobieństwa trójkątów, funkcji trygonometrycznych kąta ostrego,
- w klasie 2 dotyczące: wielomianów i wyrażeń wymiernych, ciągów, funkcji wykładniczych i logarytmów, kątów w kole, odległości między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej oraz równania okręgu,
- w klasie 3 dotyczące: prawdopodobieństwa, statystyki i stereometrii.

### Uczeń powinien umieć:

1. posługiwać się pojęciami, własnościami i algorytmami :

- w klasie 1 dotyczącymi: liczb rzeczywistych, funkcji, funkcji liniowej i funkcji kwadratowej, równań i nierówności liniowych, równań i nierówności kwadratowych, układów równań liniowych, podobieństwa trójkątów, funkcji trygonometrycznych kąta ostrego,
- w klasie 2 dotyczącymi: wielomianów i wyrażeń wymiernych, ciągów, funkcji wykładniczych i logarytmów, kątów w kole, odległości między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej oraz równania okręgu,
- w klasie 3 dotyczącymi: prawdopodobieństwa, statystyki i stereometrii;

2. stosować posiadaną wiedzę do rozwiązywania zadań praktycznych, np.:

- korzystać z procentów w zagadnieniach związanych z podatkami, ubezpieczeniami, inflacją, lokatami bankowymi, kredytami i itp.,
- dokonywać obliczeń miarowych – obwodów, pól, objętości i przybliżać wyniki z zadaną dokładnością,
- odczytywać i analizować informacje z tabel, diagramów i wykresów, wyznaczać i interpretować liczby charakteryzujące zestawy danych ;



3. dobierać odpowiednie modele matematyczne czy algorytmy do prostych sytuacji problemowych i weryfikować uzyskane wyniki ;
4. precyzyjnie formułować myśli;
5. wykorzystywać urządzenia techniczne, takie jak kalkulator (ewentualnie komputer), w różnych sytuacjach .

## **VII. SPOSOBY OCENIANIA UCZESTNIKÓW**

Ocenianie jest ważnym elementem pracy nauczyciela. Umożliwia ono nie tylko ustalenie stopnia opanowania wiedzy przez uczniów, ale także wykrywanie w porę ich trudności w nabywaniu kolejnych umiejętności. Dzięki temu nauczyciel może korygować tempo pracy i metody nauczania. Oceniać powinien jednak nie tylko po to, by sprawdzać postępy ucznia, ale także po to, by zachęcać go do systematycznej pracy. Szczególnie motywujące jest zauważanie i premiowanie wysiłku oraz twórczej pracy ucznia na lekcji i regularnego odrabiania zadań domowych.

Należy dołożyć starań, by wybrany przez nauczyciela system oceniania był czytelny dla uczniów i rodziców. Bez względu na to, jaki system zastosujemy, należy dostosować go do potrzeb i możliwości uczniów. Nauczyciel powinien zadbać także o znalezienie miejsca dla ogólnej oceny postawy ucznia.

Dobierając narzędzia oceniania, warto zwrócić uwagę na to, by uczniowie stopniowo przyzwyczajali się do takiej formy sprawdzania umiejętności, z jaką zetkną się na studiach wyższych.

Obowiązkiem nauczyciela jest zadbanie o to, aby te warunki były spełnione, niezależnie od tego, jaki sposób oceniania wybierze.

## **VIII. EWALUACJA PROGRAMU**

Ewaluacja to działania, za pomocą których opisujemy rezultaty końcowe zaistniałych faktów zarówno z pozytywnej jak i negatywnej strony.

Współcześnie rozumienie ewaluacji to nie tylko kontrola, ocena i zbieranie danych.

Ewaluacja przeprowadzana jest na zajęciach w formie obserwacji uczniów i ich postępów. Ważnym elementem ewaluacji będą oceny na lekcjach matematyki. Systematyczne prowadzenie ewaluacji pozwoli na pewno dostrzec wpływ przekazywanych treści na postawy, wiedzę, umiejętności i zachowania uczniów, a zarazem stanowi podstawę planowania dalszej pracy.

## **IX. BIBLIOGRAFIA**

- Podstawa programowa
- Standardy egzaminacyjne
- Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum- kształcenie w zakresie podstawowym



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## **Młodzi Uniwersytety Matematyczne**

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

---

### **Tezy do programu przedstawili:**

1. Grażyna Dyśko
2. Małgorzata Omelczuk
3. Małgorzata Horszcharuk
4. Jolanta Jastrzębska

### **Korekta i opracowanie:**

mgr Elżbieta Miterka

### **Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:**

mgr Agnieszka Szumera

### **Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:**

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik

