



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Program zajęć wyrównawczych z matematyki w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r w Zespole Szkół Budowlanych w Chełmie



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

I. WSTĘP

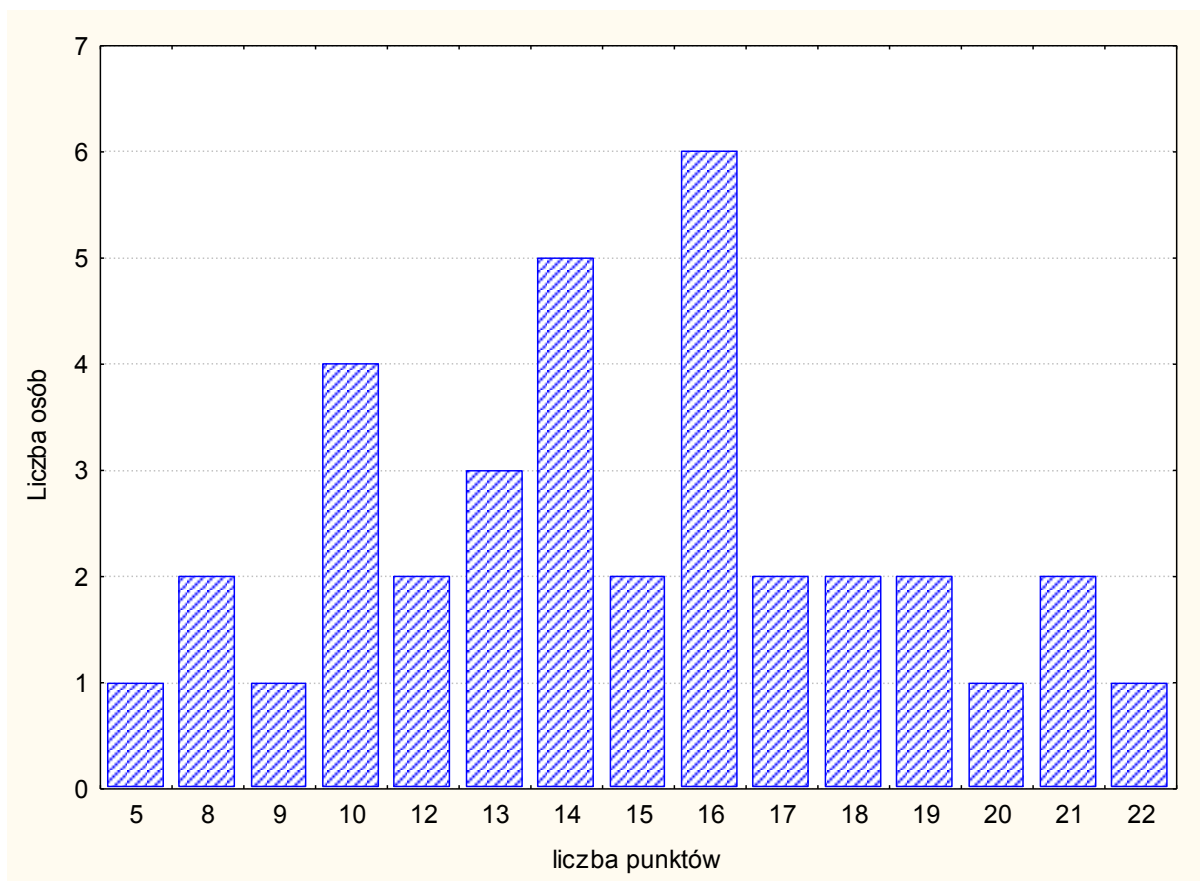
Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

W rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół Budowlanych w Chełmie wzięło udział 37 osób. W dalszej analizie pod uwagę wzięto 36 osób ponieważ jedna osoba przyjechała z zagranicy. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 14,47 punktów, co stanowi 28,94% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik znacznie niższy w stosunku do wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 14,5 punkty (mediana). Najniższy wynik na egzaminie to 5 punktów, a najwyższy to 22 punktów.

Tabela 1. Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.

Podstawowe miary statystyczne	Województwo lubelskie		Zespół Szkół Budowlanych w Chełmie	
	punkty	procent	punkty	procent
Średni wynik	23,85	47,70	14,47	28,94
Mediana	23	46	14,5	29
Wynik najniższy	1	2	5	10
Wynik najwyższy	50	100	22	44
Odchylenie standardowe	9,59	19,19	4,03	8,06

Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów Zespołu Szkół Budowlanych w Chełmie, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 5 do 22.



Rysunek 1. Rozkład wyników gimnazjalistów Zespołu Szkół Budowlanych w Chełmie rozwiązujących arkusz GM-1-102.

Rozkład wyników uczniów z Zespołu Szkół Budowlanych w Chełmie jest jedno modalny, prawo skośny, przesunięty w stronę niższych wyników, z modalną wynoszącą 16 punktów.

Uczniowie biorący udział w rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół Budowlanych w Chełmie byli oceniani także pod względem ocen końcowych z matematyki w gimnazjum. Średnia ocena dla tych uczniów to 2,03. Nie było uczniów z oceną celującą, bardzo dobrą ani dobrą. 35 uczniów uzyskało ocenę dopuszczającą oraz 1 uczeń uzyskał ocenę dostateczną.

Analiza wyników egzaminu gimnazjalnego uczestników zajęć i wynikające stąd założenia wstępne oraz obowiązkowa matura z matematyki były głównym czynnikiem odpowiadającym za stworzenie tego programu. Realizacja tego programu:

- ❖ umożliwia zdobycie wiadomości i umiejętności zapisanych w podstawie
- ❖ daje matematyczne podstawy do uczenia się przedmiotów przyrodniczych jak i zawodowych przede wszystkim fizyki, chemii, przedmiotów związanych z budownictwem, geodezją czy też architekturą krajobrazu
- ❖ umożliwia powtórzenie najistotniejszych zagadnień występujących na lekcjach oraz na niższych szczeblach kształcenia

Program zajęć opiera się na standardach wymagań egzaminacyjnych zamieszczonych w informatorze Centralnej Komisji Egzaminacyjnej o egzaminie maturalnym od 2010 roku i przewiduje kształcenie umiejętności w zakresie:

1. wykorzystania i tworzenia informacji (używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników);
2. wykorzystania i interpretowania reprezentacji (prawidłowe rozumienie i interpretacja pojęć matematycznych oraz posługiwanie się obiektami matematycznymi);
3. modelowania matematycznego (budowanie modelu matematycznego danej sytuacji, uwzględniającego ograniczenia i zastrzeżenia);
4. użycia i tworzenia strategii (tworzenie strategii rozwiązania problemu);
5. rozumowania i argumentacji (tworzenie łańcucha argumentów i uzasadnianie jego poprawności).

II. CELE EDUKACYJNE

1. Cele ogólne

Zajęcia wyrównawcze z matematyki mają za zadanie:

- uzupełnianie braków w wiadomościach matematycznych
- praktyczne utrwalenie wiadomości zdobytych na lekcjach matematyki
- stymulowanie logicznego myślenia

Opracowany program zajęć wyrównawczych ma na celu:

- rozwijanie umiejętności zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji;
- wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych w odniesieniu do różnych sytuacji życiowych
- wykształcenie umiejętności stosowania metod matematycznych w rozwiązywaniu problemów praktycznych
- rozwijaniu umiejętności czytania ze zrozumieniem
- rozwinięciu wyobraźni przestrzennej
- rozwijaniu zainteresowań matematycznych
- rozwijaniu logicznego myślenia
- nabycie umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy

2. Cele szczegółowe:

Lp.	Zakres tematyczny	Cele szczegółowe	
		Uczeń:	Uczeń potrafi:
1	Elementy logiki matematycznej	<ul style="list-style-type: none">- pozna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiór skończony (nieskończony), element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru;- zapozna się z symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów;- pozna pojęcie sumy, różnicy, iloczynu i dopełnienia zbiorów;- przypomni sobie wiadomości dotyczące liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych;- pozna relacje jakie zachodzą między podzbiorami zbioru liczb rzeczywistych;- przypomni sobie, czym jest oś liczbowa;	<ul style="list-style-type: none">- wypisać elementy zbioru- wskazać elementy należące i nienależące do zbioru- podać podzbiory danego zbioru- wyznaczać część wspólną, sumę i różnicę zbiorów oraz dopełnienie zbioru;- wykorzystywać język matematyki w komunikowaniu się.

2	Liczby rzeczywiste	<ul style="list-style-type: none"> - przypomni sobie pojęcie liczb pierwszych i złożonych; - przypomni sobie, jak wykonuje się działania na ułamkach; - przypomni sobie prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych; - pozna pojęcie przedziału (ograniczonego, nieograniczonego, otwartego, domkniętego, jednostronnie otwartego); - przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych; - pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej; - pozna wzory skróconego mnożenia - pozna prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym; - nauczy się wykonywać działania na przedziałach (znajdować sumę, iloczyn, różnicę przedziałów, dopełnienie przedziału); - przypomni sobie własności równości i nierówności w zbiorze \mathbf{R}; - przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami; - pozna pojęcie punktu procentowego; - pozna pojęcie wartości bezwzględnej; - pozna pojęcie błędu bezwzględnego i względnego; - nauczy się szacować wyrażenia liczbowe 	<ul style="list-style-type: none"> - sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym - sprawnie wykonywać działania na pierwiastkach; - sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia - usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka; - wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (wymiernym i niewymiernym); - stosować pojęcie procentu w obliczeniach; - odczytywać dane z tabel i diagramów; - wykorzystywać tabele i diagramy do przedstawiania danych; - posługiwać się pojęciem punktu procentowego; - obliczyć wartość bezwzględną danej liczby; - zastosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej; - zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu $x - a = b$, $x - a \geq b$ - zapisać nierówność (równanie) z wartością bezwzględną, znając zbiór rozwiązań tej nierówności (tego równania); - znaleźć przybliżenie liczby zadaną dokładnością; - stosować reguły zaokrąglania liczb; - stosować pojęcie błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia; - oszacować wartość wyrażenia liczbowego.
3	Funkcje	<ul style="list-style-type: none"> - przypomni sobie pojęcie funkcji; - pozna różne sposoby opisywania funkcji (graf, wzór, tabela, wykres, opis słowny); - przypomni sobie takie pojęcia jak: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej; - pozna pojęcie monotoniczności funkcji; - pozna wykresy niektórych funkcji - pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji. - nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu; - nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji; - nauczy się przesuwając równolegle wykres funkcji wzdłuż osi OX; - nauczy się przesuwając równolegle wykres funkcji wzdłuż osi OY; - nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX; - nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OY; 	<ul style="list-style-type: none"> - odróżnić przyporządkowanie, które jest funkcją, od przyporządkowania, które funkcją nie jest; - opisywać funkcje na różne sposoby (grafem, wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym); - wskazać wykres funkcji liczbowej; - wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej; - określić zbiór wartości funkcji (proste przykłady); - obliczyć miejsca zerowe funkcji; - określić na podstawie wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość największą i najmniejszą funkcji, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie (maleje, jest stała) oraz zbiory, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne); - sporządzić wykres funkcji spełniającej podane warunki; - podać opis matematyczny zależności dwóch zmiennych w postaci funkcji; - odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji,

			<ul style="list-style-type: none"> - na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a)$ - na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x) + b$ - na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a) + b$
4	Funkcja liniowa	<ul style="list-style-type: none"> - przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej; - pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej; - przypomni sobie własności funkcji liniowej; - pozna równanie prostej w postaci ogólnej - nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji liniowej; - nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego; - przypomni sobie, jak się rozwiązuje równania i nierówności liniowe; - przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; 	<ul style="list-style-type: none"> - sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu; - znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach; - wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań; - wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej funkcji liniowej; - stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego; - rozwiązywać równania oraz nierówności liniowe z jedną niewiadomą oraz interpretować je graficznie; - rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą; - stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi; - graficznie przedstawiać nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi oraz opisywać podane zbiory za pomocą układów równań i nierówności z dwiema niewiadomymi.
5	Funkcja kwadratowa	<ul style="list-style-type: none"> - pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności; - nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej; - nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych; - nauczy się przekształcać wykresy funkcji kwadratowych; - pozna metodę rozwiązywania równań kwadratowych; - pozna metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych; - nauczy się znajdować największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym; - nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań (w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym). 	<ul style="list-style-type: none"> - odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji; - sporządzić wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu; - wyznaczyć współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji kwadratowej; - przekształcać wykresy funkcji kwadratowych; - wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu; - wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej i postać iloczynową funkcji kwadratowej; - sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na inną (postać kanoniczna, iloczynowa, ogólna); - sprawnie rozwiązywać równania i

			<p>nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów;</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych; - wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym; - rozwiązywać zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne); - rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych; - przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej;
6	Wielomiany	<ul style="list-style-type: none"> - pozna definicję wielomianu stopnia n ($n \geq 1$) jednej zmiennej; - pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować; - nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wielomiany; - pozna pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu; - pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki (wyłączanie czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów); - nauczy się sporządzać szkic wykresu wielomianu - nauczy się rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe; - nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych. 	<ul style="list-style-type: none"> - odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem; - dodać, odjąć, pomnożyć i podzielić wielomiany; - rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias; - rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki; - rozwiązywać nierówności wielomianowe - rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;
7	Funkcje wymierne	<ul style="list-style-type: none"> - pozna definicję funkcji wymiernej; - nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej; - nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne; - nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne; - nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej; - nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji; - nauczy się rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną; - nauczy się rysować wykresy funkcji homograficznych; - nauczy się opisywać własności funkcji homograficznej na podstawie jej wykresu; - nauczy się rozwiązywać proste 	<ul style="list-style-type: none"> - wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych lub kwadratowych za pomocą grupowania wyrazów, stosowania wzorów skróconego mnożenia, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias; - obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej; - skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne; - dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne; - szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji; - rozwiązywać zadania z proporcjonalnością odwrotną; - rysować wykresy i określać własności funkcji homograficznych;

		<p>równania wymierne; - nauczy się rozwiązywać proste nierówności wymierne</p>	<p>- rozwiązywać zadania dotyczące funkcji homograficznych; - rozwiązywać proste równania wymierne; - rozwiązywać proste nierówności wymierne - rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych.</p>
8	Funkcje trygonometryczne	<p>- pozna określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym; - nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°; - pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta. - pozna pojęcie miary łukowej kąta - pozna wykresy funkcji trygonometrycznych - nauczy się udowadniać proste tożsamości trygonometryczne</p>	<p>- wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; - rozwiązać równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, gdzie $0^\circ < x < 90^\circ$, korzystając z kalkulatora, tablic lub posługując się wartościami funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów; - stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w rozwiązywaniu zadań; - naszkicować wykres funkcji trygonometrycznej - udowodnić tożsamość trygonometryczną - zamienić miarę łukową kąta na miarę stopniową i na odwrot - znając wartości jednej funkcji potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego.</p>
9	Ciągi	<p>- pozna definicję ciągu; - pozna sposoby opisywania ciągów (wzór ogólny, wykres); - pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu; - pozna definicję ciągu arytmetycznego; - pozna własności ciągu arytmetycznego; - nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego (n-ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia arytmetyczna); - pozna definicję ciągu geometrycznego; - pozna własności ciągu geometrycznego; - nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego (n-ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna); - pozna pojęcie procentu prostego i składanego; - nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów.</p>	<p>- określać ciąg wzorem ogólnym; - wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym; - narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu; - zbadać monotoniczność ciągu; - zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym; - wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych; - wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; - rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego; - zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym; - wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych; - wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; - rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego; - rozwiązywać zadania stosując wzory na n-ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu</p>

			<p>geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym;</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów.
10	Planimetria	<ul style="list-style-type: none"> - pozna zależność między kątem wpisanym i środkowym opartym na tym samym łuku - pozna cechy przystawania i podobieństwa trójkątów - przypomni sobie stosowane wzory na pole trójkąta - pozna twierdzenie dotyczące pól trójkątów podobnych; - przypomni sobie wzór na pole koła i długość okręgu; - pozna wzór na pole wycinka koła i wzór na długość łuku okręgu. - przypomni sobie wzory na pola czworokątów (kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu); - pozna twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie (trójkącie) i twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt (trójkąt); - pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych. 	<ul style="list-style-type: none"> - stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów; - stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach (np. długość wysokości, długość promienia koła wpisanego w trójkąt); - zastosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań; - zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań. - stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów; - stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy); - rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.
11	Geometria analityczna	<ul style="list-style-type: none"> - przypomni sobie, jak oblicza się odległość punktów w układzie współrzędnych; - pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka; - przypomni sobie informacje o równaniu kierunkowym prostej; - nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej; - przypomni sobie warunki na równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych; - pozna wzór na obliczanie odległości punktu od prostej; - nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej; - nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu; - nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu); - nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu; - nauczy się określać wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami. 	<ul style="list-style-type: none"> - obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych; - wyznaczyć współrzędne środka odcinka; - znaleźć równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym; - zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych; - stosować wzór na obliczanie odległości punktu od prostej w zadaniach; - posługiwać się równaniem okręgu; - przekształcić równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytać współrzędne środka i promień okręgu; - wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach; - wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu; - określić wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami; - wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów.

12	<p align="center">Funkcja wykładnicza i logarymiczna</p>	<ul style="list-style-type: none"> - przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym; - będzie doskonalił umiejętności wykonywania działań na potęgach; - pozna pojęcie funkcji wykładniczej; - pozna własności funkcji wykładniczej; - nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze; - nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań; - pozna sobie pojęcie logarytmu; - pozna własności logarytmów i ich zastosowanie w rozwiązywaniu zadań; - pozna pojęcie funkcji logarymicznej; - pozna własności funkcji logarymicznej; - nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności logarymiczne; - nauczy się stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań. 	<ul style="list-style-type: none"> - sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; - stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań; - odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji; - sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw; - przekształcać wykresy funkcji wykładniczych; - opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów; - rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze; - rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym; - obliczać logarytm liczby dodatniej; - stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań; - odróżnić funkcję logarymiczną od innych funkcji; - sporządzać wykresy funkcji logarymicznych dla różnych podstaw; - przekształcać wykresy funkcji logarymicznych; - opisywać własności funkcji logarymicznych na podstawie ich wykresów; - rozwiązywać proste równania i nierówności logarymiczne;
13	<p align="center">Stereometria</p>	<ul style="list-style-type: none"> - pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni; - nauczy się rysować figury w rzucie równoległym na płaszczyznę; - pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny; - nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną; - pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego; - przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach; - przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach; - przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych. 	<ul style="list-style-type: none"> - badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni; - poprawnie narysować wielościany (graniastosłupy, ostrosłupy) i bryły obrotowe; - wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości; - podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy czy bryły obrotowe; - rysować siatki figur przestrzennych; - wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych; - wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii.
14	<p align="center">Elementy kombinatoryki</p>	<ul style="list-style-type: none"> - nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych; - pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować; 	<ul style="list-style-type: none"> - zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych; - stosować zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań;

		<ul style="list-style-type: none"> - nauczy się przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań; - pozna symbol silni i nauczy się go stosować; - pozna pojęcie permutacji, wariacji z powtórzeniami i wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji; - nauczy się obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji; - nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne. 	<ul style="list-style-type: none"> - rozwiązywać pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa; - stosować symbol silni; - obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń i kombinacji; - rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki.
15	Rachunek prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none"> - pozna takie pojęcia, jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe; - nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu; - nauczy się znajdować sumę zdarzeń, różnicę zdarzeń, iloczyn zdarzeń oraz zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia; - pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa; - pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań; - pozna „klasyczną definicję prawdopodobieństwa”; - nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”. 	<ul style="list-style-type: none"> - określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc; - wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu; - obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”; - stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań; - wykorzystywać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa; - obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa.
16	Elementy statystyki opisowej	<ul style="list-style-type: none"> - dowie się, na czym polega klasyfikacja danych statystycznych; - nauczy się obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby; - nauczy się interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne. 	<ul style="list-style-type: none"> - obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe z próby; - interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne; - odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów; - przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów; - przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych; - porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.

III. ZAŁOŻENIA PROGRAMU

Program przeznaczony jest dla uczniów mających braki w materiale obowiązującym w gimnazjum oraz problemy z opanowaniem materiału nauczania z matematyki. Opracowany został w oparciu o programową dla szkół ponadgimnazjalnych w zakresie kształcenia podstawowego. Program zakłada, że w zajęciach tych będą brać udział uczniowie klas pierwszych kolejne trzy lata.

IV. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH

1. Organizacja zajęć:

- zajęcia odbywają się raz w tygodniu po 2 godziny lekcyjne przez kolejne 3 lata. (3 lata x 48 godzin zajęć = 144 godziny).
- przeprowadzenie sześciu godzin konsultacji w ciągu roku szkolnego dla każdej grupy osobno.

2. Pomoce naukowe:

- zastosowanie komputerów, kalkulatorów
- modele brył
- plansze
- podręczniki, zbiory zadań

3. Procedury osiągania celów

Osiągnięciu szczegółowych celów tj.

- wykształcenia umiejętności operowania obiektami abstrakcyjnymi,
- wykształcenia umiejętności budowania modeli matematycznych dla różnych sytuacji z życia codziennego oraz ich wykorzystywania do rozwiązywania problemów praktycznych,
- wykształcenia umiejętności projektowania obliczeń i ich wykonywania
- poznania podstawowych elementów myślenia matematycznego
- nabycia umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej

- nabycie umiejętności odczytywania i interpretowania innych źródeł informacji (tabele, wykresy, diagramy)
- nabycie umiejętności współpracy w grupie
- nabycie umiejętności dokonywania oceny własnego sposobu uczenia się
- wyrobienie systematyczności, dokładności, staranności, pracowitości oraz koleżeńskości i tolerancji

powinny sprzyjać metody aktywizujące:

- pytania i odpowiedzi
- ćwiczenia indywidualne
- praca w grupach
- samodzielna praca z podręcznikiem
- praca z komputerem (wykorzystanie Internetu i programów edukacyjnych)
- prezentacja multimedialna

oraz metody tradycyjne

- wykład
- ćwiczenia

V. TREŚCI NAUCZANIA

l.p.	Zakres tematyczny	liczba godzin
	Elementy logiki matematycznej	
1	Pojęcie zbioru, podzbioru	1
2	Część wspólna zbiorów, suma zbiorów i różnica zbiorów.	1
3	Działania na zbiorach – rozwiązywanie zadań	1
	Liczby rzeczywiste	
4	Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych	1
5	Zbiory. Działania na zbiorach	1
6	Własności działań na pierwiastkach	1
7	Własności działań na potęgach	1
8	Wzory skróconego mnożenia	1
9	Usuwanie niewymierności z mianownika	1
10	Przedziały liczbowe. Działania na przedziałach	1
11	Procenty, punkty procentowe	1
12	Obliczenia procentowe	1
13	Wartość bezwzględna	1
14	Równania i nierówności z wartością bezwzględną	2
15	Przybliżenia, błąd bezwzględny, błąd względny, szacowanie	1
	Funkcje	
16	Pojęcie funkcji	1
17	Sposoby opisywania funkcji	1
18	Dziedzina i zbiór wartości funkcji liczbowych	1
19	Miejsce zerowe funkcji	1
20	Monotoniczność funkcji	1
21	Najmniejsza i największa wartość funkcji	1
22	Odczytywanie własności funkcji z wykresu	2
23	Zastosowanie wykresu funkcji do rozwiązywania równań i nierówności	2
24	Przekształcenia wykresów funkcji	1
	Funkcja liniowa	
25	Pojęcie funkcji liniowej i jej własności	1
26	Równanie prostej na płaszczyźnie	1
27	Współczynnik kierunkowy prostej	1

28	Prostopadłość i równoległość prostych	2
29	Układy równań liniowych	1
30	Zastosowania funkcji liniowej	2
	Funkcja kwadratowa	
31	Postać ogólna i kanoniczna funkcji kwadratowej	1
32	Rozwiązywanie równań kwadratowych	2
33	Rozwiązywanie nierówności kwadratowych	2
34	Postać iloczynowa funkcji kwadratowej	1
35	Najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale	1
36	Rozwiązywanie zadań tekstowych prowadzących do równań i nierówności kwadratowych	2
	Wielomiany	
37	Pojęcie wielomianu. Równość wielomianów	1
38	Dodawanie i odejmowanie wielomianów	1
39	Mnożenie wielomianów	1
40	Rozkład wielomianu na czynniki	2
41	Rozwiązywanie równań wielomianowych	2
42	Wykres wielomianu	1
43	Rozwiązywanie nierówności wielomianowych	2
44	Zastosowania wielomianów	2
	Funkcje wymierne	
45	Określenie funkcji wymiernej	1
46	Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych	1
47	Dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych	2
48	Rozwiązywanie równań wymiernych	1
49	Rozwiązywanie nierówności wymiernych	1
50	Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych	1
51	Pojęcie funkcji homograficznej i jej własności	1
	Funkcje trygonometryczne	
52	Funkcje trygonometryczne w trójkącie prostokątnym	1
53	Zastosowanie funkcji trygonometrycznych w zadaniach praktycznych	1
54	Miara łukowa kąta	1
55	Wykresy funkcji trygonometrycznych	2
56	Związki między funkcjami trygonometrycznymi	1
57	Tożsamości trygonometryczne	1

58	Odczytywanie rozwiązań równań i nierówności trygonometrycznych z wykresu	2
	Ciągi	
59	Ciągi liczbowe i ich własności	1
60	Ciąg arytmetyczny. Wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego	2
61	Suma n-początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	1
62	Ciąg geometryczny. Wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego	1
63	Suma n-początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	2
64	Procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów	1
	Planimetria	
65	Miary kątów w trójkącie	1
66	Podobieństwo i przystawanie trójkątów	1
67	Twierdzenie Talesa	1
68	Podobieństwo wielokątów	1
69	Rozwiązywanie trójkątów	2
70	Pola wielokątów	1
71	Pole koła i długość okręgu	1
72	Kąty w okręgu	1
73	Okrąg wpisany w trójkąt i opisany na trójkącie	1
74	Własności czworokątów wypukłych	1
75	Okrąg wpisany w czworokąt i opisany na czworokącie	2
	Geometria analityczna	
76	Odległość dwóch punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej	1
77	Współrzędne środka odcinka	1
78	Odległość punktu od prostej	1
79	Odległość między dwiema prostymi równoległymi	1
80	Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty	1
81	Wzajemne położenie dwóch prostych	1
82	Okrąg i koło w ujęciu analitycznym	1
83	Wzajemne położenie prostej i okręgu	1
84	Wzajemne położenie dwóch okręgów	1
85	Interpretacja geometryczna układu równań i nierówności liniowych	2
	Funkcja wykładnicza i logarytmiczna	
86	Potęga o wykładniku rzeczywistym	1
87	Wykres funkcji wykładniczej i jego własności	1
88	Proste równania i nierówności wykładnicze	1

89	Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań praktycznych	1
90	Pojęcie logarytmu	1
91	Zastosowanie twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi	1
92	Funkcja logarytmiczna i jej własności	1
93	Proste równania i nierówności logarytmiczne	1
	Stereometria	
94	Pojęcie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny	1
95	Kąt dwuścienny i jego miara	1
96	Rodzaje i własności graniastosłupów	1
97	Odcinki i kąty w graniastosłupach	1
98	Pole powierzchni graniastosłupa	1
99	Objętość graniastosłupa	1
100	Rodzaje ostrosłupów	1
101	Odcinki i kąty w ostrosłupach	1
102	Pole powierzchni ostrosłupa	1
103	Objętość ostrosłupa	1
104	Siatki wielościanów	1
105	Walec - Pole powierzchni i objętość	1
105	Stożek - Pole powierzchni i objętość	1
107	Kula - Pole powierzchni i objętość	1
108	Kula opisana na stożku , na walcu	1
109	Kula wpisana w stożek , w walec	1
	Elementy kombinatoryki	
110	Reguła mnożenia i reguła dodawania	1
111	Permutacje	1
112	Kombinacje	1
113	Wariacje bez powtórzeń	1
114	Wariacje z powtórzeniami	1
115	Kombinatoryka - zadania różne	1
	Rachunek prawdopodobieństwa	
116	Klasyczna definicja prawdopodobieństwa	1
117	Własności prawdopodobieństwa	1
118	Doświadczenia wieloetapowe	1
119	Zastosowanie klasycznej definicji prawdopodobieństwa w zadaniach	2
	Elementy statystyki opisowej	

120	Podstawowe pojęcia statystyki	1
121	Średnia arytmetyczna, geometryczna, harmoniczna	1
122	Miary tendencji centralnej: mediana i dominanta	1
123	Wariancja i odchylenie standardowe	1

VI. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW

- wykonywanie działań na liczbach i wyrażeniach algebraicznych
- opisywanie zbiorów za pomocą równań, nierówności i ich układów oraz upraszczanie takich opisów
- sporządzanie wykresów funkcji oraz odczytywanie własności funkcji z wykresu
- wyznaczanie związków miarowych dla figur płaskich i brył
- opisywanie związków pomiędzy wielkościami liczbowymi za pomocą równań i nierówności
- wykrywanie zależności funkcyjnych między wielkościami liczbowymi
- przeprowadzanie obliczeń dokładnych i przybliżonych
- rozwiązywanie niektórych typów równań oraz ich układów
- wyznaczanie miar figur geometrycznych
- obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń
- umiejętność definiowania prostych obiektów matematycznych
- samodzielne zdobywanie wiedzy matematycznej

VII. SPOSOBY OCENIANIA UCZESTNIKÓW

Podczas pracy z uczniem ważne jest stymulowanie zainteresowań tak, by je właściwie ukierunkować. Ze względu na to, że zajęcia są zajęciami nadobowiązkowymi, ocenianie w formie ocen nie istnieje.

Ocena pracy i osiągnięć ucznia powinna mobilizować go do zdobywania wiedzy i kształtowania umiejętności, dawać radość i satysfakcję. Dlatego powinna wykazywać mocne strony ucznia i pełnić rolę wyłącznie wspierającą. Proponuje się zatem:

- ocenę słowną z motywacją,
- wspólną analizę wykonanej pracy,
- wspólne wyciąganie wniosków,
- pochwałę samodzielności, oryginalności i pomysłowości,
- pochwałę dobrej współpracy w grupie,
- test po każdym roku trwania zajęć.

VIII. EWALUACJA PROGRAMU

Ewaluacja programu polegać będzie na:

- przeprowadzeniu ankiet skierowanych do uczniów biorących udział w zajęciach,
- analizowaniu ocen semestralnych i końcowo rocznych
- wynikach uczniów na egzaminie maturalnym

Wnioski wypływające z ewaluacji dotyczącej realizacji programu w pierwszym roku zostaną wykorzystane do ewentualnych zmian w latach następnych.

IX. BIBLIOGRAFIA

- Podstawa programowa kształcenia ogólnego (Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 6 listopada 2003 r., Dz. U. z 2003 r., r 210, poz. 2041)
- Informator o egzaminie maturalnym z matematyki od 2010 roku (www.cke.edu.pl)



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Tezy do programu przedstawili:

Maria Kawecka

Adam Ziemba

Korekta i opracowanie:

mgr Elżbieta Miterka

Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:

mgr Agnieszka Szumera

Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281