



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzi Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Program zajęć wyrównawczych z matematyki
w ramach projektu „Młodzi Uniwersytety Matematyczne”
na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r
w Zespole Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcącym
im. gen. Władysława Andersa w Chełmie



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

Wstęp

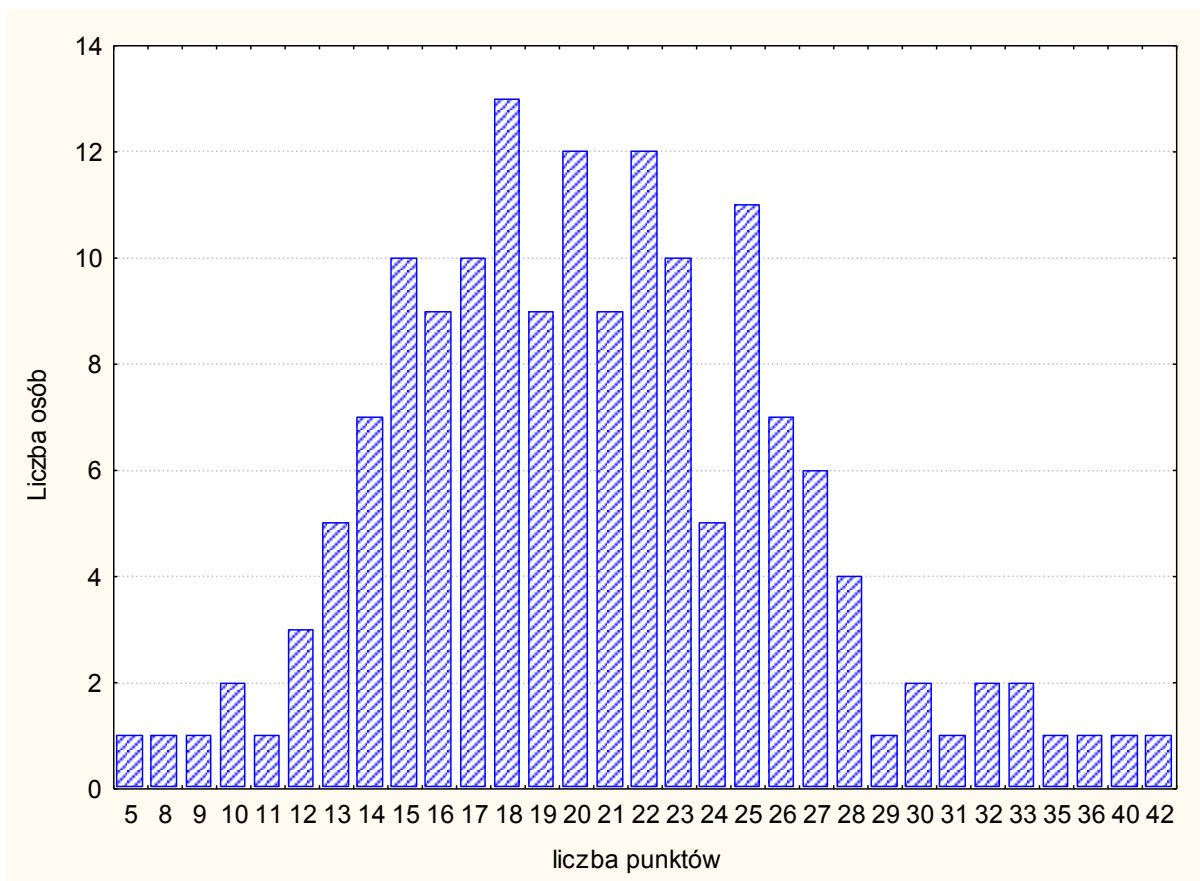
Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

W rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcącym w Chełmie wzięło udział 160 osób. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 20,61 punktów, co stanowi 41,22% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik bardzo niski w stosunku do wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 20 punkty (mediana). Najniższy wynik na egzaminie to 5 punktów, a najwyższy to 42 punktów.

Tabela 1. **Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.**

Podstawowe miary statystyczne	Województwo lubelskie		Zespół Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcące w Chełmie	
	punkty	procent	punkty	procent
Średni wynik	23,85	47,70	20,61	41,22
Mediana	23	46	20	40
Wynik najniższy	1	2	5	10
Wynik najwyższy	50	100	42	84
Odchylenie standardowe	9,59	19,19	5,96	11,92

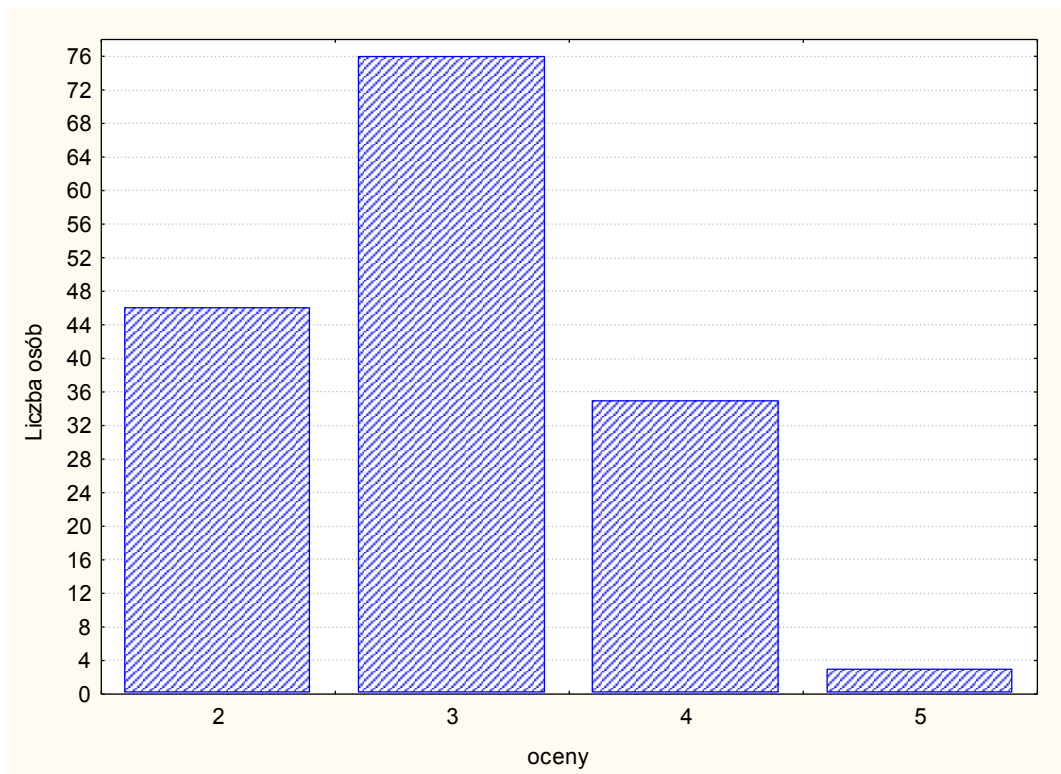
Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów Zespołu Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcącego w Chełmie, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 5 do 42.



Rysunek 1. **Rozkład wyników gimnazjalistów Zespołu Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcącego w Chełmie rozwiązujących arkusz GM-1-102.**

Rozkład wyników uczniów z Zespołu Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcącego w Chełmie jest lewo skośny, lekko przesunięty w stronę wyższych wyników, z modalną wynoszącą 18 punktów.

Uczniowie biorący udział w rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcącym w Chełmie byli oceniani także pod względem ocen końcowych z matematyki w gimnazjum. Średnia ocena dla tych uczniów to 2,97. Nie było uczniów z oceną celującą. 46 uczniów uzyskało ocenę dopuszczającą, 76 uczniów uzyskało ocenę dostateczną, 35 uczniów otrzymało ocenę dobrą oraz 3 uczniów otrzymało ocenę bardzo dobrą.



Rysunek 2. **Rozkład ocen końcowych z gimnazjum uczniów Zespołu Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcące w Chełmie.**

Uczestnicy projektu osiągnęli niskie wyniki w części przyrodniczo – matematycznej egzaminu gimnazjalnego oraz z matematyki w trzeciej klasie gimnazjum.

Po przeprowadzeniu testu diagnostycznego z matematyki na rozpoczęcie edukacji w klasie pierwszej szkoły ponadgimnazjalnej, stwierdza się, co następuje:

Uczniowie:

- mają trudności w wykonywaniu działań w zbiorze liczb rzeczywistych, mają problemy z działaniami na ułamkach, kolejnością ich wykonywania,
- nie potrafią prawidłowo wykonywać działań na wyrażeniach algebraicznych,
- nie prawidłowo stosują w zadaniach obliczenia procentowe,
- mają problemy z rozróżnieniem wielokątów na płaszczyźnie,
- nie posiadają wyobraźni przestrzennej, co utrudnia im rozpoznawanie brył,
- nie radzą sobie z rozwiązywaniem prostych równań i nierówności liniowych.

II. CELE EDUKACYJNE

1. Cele ogólne:

Zajęcia wyrównawcze z matematyki mają za zadanie:

1. Wykształcenie umiejętności operowania najprostszymi obiektami abstrakcyjnymi: liczbami, zmiennymi i zbudowanymi z nich wyrażeniami algebraicznymi, zbiorami (liczb, punktów, zdarzeń elementarnych) oraz funkcjami.
2. Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych oraz różnorodnych sytuacji z życia codziennego, oraz ich wykorzystania do rozwiązywania problemów praktycznych.
3. Wykształcenie umiejętności projektowania obliczeń i ich wykonywania.
4. Poznanie podstawowych elementów myślenia matematycznego.
5. Nabycie umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej.
6. Uzyskanie pozytywnego wyniku z matematyki na egzaminie maturalnym.

Opracowany program zajęć wyrównawczych ma na celu pomóc uczniowi w:

- precyzyjnym formułowaniu myśli, kształceniu wyobraźni geometrycznej,
- kształtowaniu umiejętności odczytywania oraz przedstawiania danych w różnych formach (graficznej, za pomocą wzorów, tabeli, itp.),
- łączeniu i wykorzystaniu wiedzy z różnych działów matematyki, stosowaniu zdobytej wiedzy teoretycznej w sytuacjach praktycznych,
- poprawnym rozumieniu i posługiwaniu się językiem matematyki.

2. Cele szczegółowe:

Uczeń:

- Zna i rozumie pojęcie zbioru, potrafi wyznaczyć, sumę, różnicę i iloczyn zbiorów.
- Prawidłowo stosuje w zadaniach wzory skróconego mnożenia, Wykonuje działania w zbiorze liczb rzeczywistych, zgodnie z kolejnością ich wykonywania.
- Rozwiązuje proste równania i nierówności z wartością bezwzględną i właściwie stosuje jej własności.
- Zna pojęcie funkcji, rozróżnia pojęcie argumentu i zbioru wartości, wykonuje wykresy funkcji i podaje ich własności.
- Rozumie pojęcie funkcji liniowej, kwadratowej, wielomianowej, wymiernej, logarytmicznej i wykładniczej oraz wykorzystuje ich własności do rozwiązywania zadań.
- Potrafi rozwiązać równanie liniowe, kwadratowe, wielomianowe, wymierne oraz nierówność liniową i kwadratową.

- Rozróżnia figury geometryczne na płaszczyźnie i w przestrzeni oraz zna i stosuje ich własności.
- Wykorzystuje w zadaniach twierdzenie Talesa i Pitagorasa oraz podobieństwo trójkątów.
- Zna pojęcia funkcji trygonometrycznych oraz stosuje je do rozwiązywania prostych zadań.
- Wyjaśnia pojęcie ciągu i wykonuje działania algebraiczne na ciągach, w szczególności rozpoznaje ciągi arytmetyczne i geometryczne oraz stosuje ich własności w zadaniach praktycznych.
- Rozwiązuje zadania dotyczące oprocentowania wkładów pieniężnych i spłaty kredytów.
- Potrafi korzystać z definicji klasycznej prawdopodobieństwa przy rozwiązywaniu zadań, stosuje twierdzenie o mnożeniu.
- Zna i stosuje podstawowe pojęcia statystyczne: średnia arytmetyczna, mediana, dominanta, odchylenie standardowe.

III. ZAŁOŻENIA PROGRAMU

1. Rozwijanie umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem.
2. Opanowanie umiejętności potrzebnych do oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia.
3. Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych w odniesieniu do różnych sytuacji życiowych i stosowania metod matematycznych w rozwiązywaniu problemów praktycznych.
4. Nabycie umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej.
5. Rozwijanie logicznego myślenia.
6. Precyzyjne formułowanie wypowiedzi.
7. Dbanie o estetykę (czytelny rysunek, jasne i przejrzyste rozwiązanie zadań itp.).
8. Rozwinięcie zdolności poznawczych ucznia, wyrabianie u niego dociekliwości i krytycyzmu.

IV. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH

1. Organizacja zajęć

Program realizowany będzie przez okres trzech lat – 48 godzin lekcyjnych rocznie (dwie godziny tygodniowo i nie więcej niż trzy godziny w tygodniu).

Zajęcia odbywać się będą w Zespole Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcącym im. gen. Władysława Andersa w Chełmie w trzech grupach:

Grupa nr 1 – prowadzący: mgr Marek Jagiełło,

Grupa nr 2 – prowadzący: mgr Maria Kosiorowska,

Grupa nr 3 – prowadzący: mgr Agnieszka Skubisz.

2. Pomoce naukowe:

Dobór środków dydaktycznych zależy od założonych celów zajęć i metod nauczania. Będą to: podręczniki, zbiory zadań, tablice matematyczne, tablice z układem współrzędnych, przykładowe arkusze maturalne, materiały pomocnicze przygotowane przez prowadzących, kalkulatory, komputer, modele brył, plansze, przyrządy kreślarskie, kserokopiarka, itp.

3. Procedury osiągania celów

Realizacja celów niniejszego programu wymaga stosowania odpowiednich procedur nauczania. Składają się na nie: metody nauczania, sposoby oceniania, formy pracy i środki dydaktyczne.

Zasady nauczania

zasada pogłębłości, przystępności nauczania, systematyczności, świadomego i aktywnego uczestnictwa uczniów w zajęciach, zasada praktyczności, indywidualizacji, zespołowości i trwałości wiedzy.

Metody nauczania i powtarzania materiału

- wykład problemowy,
- pogadanka,
- dyskusja,
- rozwiązywanie zadań problemowych,
- praca z tekstem,
- pokaz,
- obserwacja.

Formy pracy

praca z grupą uczniów, praca indywidualizowana, nauczanie wielopoziomowe.

V. TREŚCI NAUCZANIA

Tematyka zajęć	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Liczba godzin
LICZBY RZECZYWISTE			6
Zastosowanie przekształceń algebraicznych	<ul style="list-style-type: none"> wzory skróconego mnożenia usuwanie niewymierności z mianownika 	<ul style="list-style-type: none"> stosuje odpowiedni wzór skróconego mnożenia do wyznaczenia kwadratu sumy lub różnicy oraz różnicy kwadratów przekształca wyrażenie algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia usuwa niewymierność z mianownika ułamka 	2
Potęga o wykładniku całkowitym	<ul style="list-style-type: none"> definicja potęgi o wykładniku naturalnym definicja potęgi o wykładniku całkowitym ujemnym twierdzenia o działaniach na potęgach 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartość potęgi liczby o wykładniku naturalnym i całkowitym ujemnym stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do obliczania wartości wyrażeń stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do upraszczania wyrażeń algebraicznych 	2
Procenty	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie procentu 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza procent danej liczby oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent zmniejsza i zwiększa liczbę o dany procent stosuje obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych 	2
JĘZYK MATEMATYKI			8
Zbiory i działania na nich. Przedziały i działania na nich	<ul style="list-style-type: none"> iloczyn zbiorów suma zbiorów różnica zbiorów określenie przedziałów: otwartego, domkniętego, lewostronnie domkniętego, prawostronnie domkniętego, nieograniczonego zapis symboliczny przedziałów iloczyn, suma, różnica przedziałów 	<ul style="list-style-type: none"> posługuje się pojęciami: iloczyn, suma oraz różnica zbiorów wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów rozdziela pojęcia: przedział otwarty, domknięty, lewostronnie domknięty, prawostronnie domknięty, nieograniczony zapisuje przedział i zaznacza go na osi liczbowej odczytuje i zapisuje symbolicznie przedział zaznaczony na osi liczbowej wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami wymienia liczby należące do przedziału, spełniające zadane warunki 	4

Wartość bezwzględna	<ul style="list-style-type: none"> definicja wartości bezwzględnej interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej własności wartości bezwzględnej 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartość bezwzględną danej liczby upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną rozwiązuje, stosując interpretację geometryczną, elementarne równania i nierówności z wartością bezwzględną stosuje podstawowe własności wartości bezwzględnej korzystając z własności wartości bezwzględnej, rozwiązuje proste równania i nierówności z wartością bezwzględną korzystając z własności wartości bezwzględnej, upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną 	4
FUNKCJE			8
Dziedzina i miejsca zerowe funkcji	<ul style="list-style-type: none"> dziedzina funkcji opisanej wzorem definicja miejsca zerowego funkcji 	<ul style="list-style-type: none"> wyznacza dziedzinę funkcji opisanej wzorem wyznacza miejsca zerowe funkcji opisanej wzorem 	2
Odczytywanie własności funkcji z wykresu	<ul style="list-style-type: none"> zbiór wartości funkcji interpretacja geometryczna miejsca zerowego funkcji największa i najmniejsza wartość funkcji znak wartości funkcji 	<ul style="list-style-type: none"> stosuje pojęcia: zbiór wartości funkcji, największa i najmniejsza wartość funkcji odczytuje z wykresu funkcji jej dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartości argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne, i tych, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, przedziały monotoniczności funkcji, najmniejszą i największą wartość funkcji 	2
Przekształcanie wykresu funkcji	<ul style="list-style-type: none"> metoda otrzymywania wykresu funkcji $y = f(x - p) + q$ (przesunięcie) metoda otrzymywania wykresu funkcji $y = -f(x)$ (symetria) metoda otrzymywania wykresu funkcji $y = f(-x)$ (symetria) 	<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$ zapisuje wzór funkcji otrzymanej w wyniku danego przesunięcia na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$ i $y = f(-x)$ 	2
Funkcje – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> funkcje w sytuacjach praktycznych 	<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje zależność funkcyjną umieszczoną w kontekście praktycznym, określa dziedzinę oraz zbiór wartości takiej funkcji przedstawia zależności opisane w zadaniach z treścią w postaci wzoru lub wykresu 	2

FUNKCJA LINIOWA			10
Funkcja liniowa, jej własności i wykres	<ul style="list-style-type: none"> definicja funkcji liniowej interpretacja geometryczna współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej własności funkcji liniowej 	<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje funkcję liniową, mając dany jej wzór, oraz szkicuje jej wykres interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej i wskazuje wśród danych wzorów funkcji liniowych te, których wykresy są równoległe, podaje własności funkcji liniowej danej wzorem wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres spełnia zadane warunki, np. jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej wyznacza miejsce zerowe i określa monotoniczność funkcji liniowej danej wzorem wyznacza współrzędne punktów, w których wykres funkcji liniowej przecina osie układu współrzędnych, oraz podaje, w których ćwiartkach układu wykres się znajduje wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja ma określone własności 	2
Funkcja kłamrowa i jej własności	<ul style="list-style-type: none"> wprowadzenie funkcji definiowanych za pomocą klamry 	<ul style="list-style-type: none"> rysuje wykresy funkcji kłamrowych wyznacza miejsca zerowe takich funkcji 	2
Równanie prostej na płaszczyźnie	<ul style="list-style-type: none"> równanie kierunkowe prostej równanie ogólne prostej warunek równoległości prostych warunek prostokątności prostych wyznaczanie równania prostej prostokątnej i równoległej do danej prostej 	<ul style="list-style-type: none"> podaje równanie kierunkowe i ogólne prostej zapisuje równanie ogólne prostej, która nie jest równoległa do osi OY, w postaci kierunkowej wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty rysuje prostą opisaną równaniem ogólnym wyznacza wartości parametru, dla których prosta spełnia określone warunki podaje warunek prostokątności prostych o równaniach kierunkowych wyznacza równanie prostej prostokątnej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt wyznacza wartości parametru, dla których proste są prostokątne 	2
Układy równań liniowych	<ul style="list-style-type: none"> metody algebraiczne rozwiązywania układów równań liniowych definicja układu równań oznaczonego, sprzecznego, nieoznaczonego 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje układ równań metodą podstawiania i przeciwnych współczynników określa typ układu równań układa i rozwiązuje układ równań do zadania z treścią 	2

Funkcja liniowa – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> • tworzenie modelu matematycznego opisującego przedstawione zagadnienie praktyczne 	<ul style="list-style-type: none"> – przeprowadza analizę zadania z treścią, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność liniową lub wzór funkcji liniowej – rozwiązuje ułożone przez siebie równanie, nierówność lub analizuje własności funkcji liniowej – przeprowadza analizę wyniku i podaje odpowiedź 	2
FUNKCJA KWADRATOWA			10
Postać ogólna, kanoniczna i iloczynowa funkcji kwadratowej	<ul style="list-style-type: none"> • postać ogólna funkcji kwadratowej postać kanoniczna funkcji kwadratowej współrzędne wierzchołka paraboli rysowanie wykresu funkcji kwadratowej postaci $f(x)=ax^2+bx+c$ • wyróżnik trójmianu kwadratowego twierdzenie o postaci iloczynowej funkcji kwadratowej 	<ul style="list-style-type: none"> – podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej oblicza współrzędne wierzchołka paraboli – przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej i iloczynowej – szkicuje wykres funkcji kwadratowej – przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej mając dane współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu – odczytuje wartości pierwiastków trójmianu podanego w postaci iloczynowej przekształca postać iloczynową funkcji kwadratowej do postaci ogólnej wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań 	2
Rozwiązywanie równań kwadratowych	<ul style="list-style-type: none"> • metoda rozwiązywania równań przez rozkład na czynniki • zależność między znakiem wyróżnika a liczbą rozwiązań równania kwadratowego • wzory na pierwiastki równania kwadratowego • interpretacja geometryczna rozwiązań równania kwadratowego 	<ul style="list-style-type: none"> – stosuje wzory skróconego mnożenia oraz zasadę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do przedstawienia wyrażenia w postaci iloczynu rozwiązuje równanie kwadratowe przez rozkład na czynniki – rozwiązuje równania kwadratowe, korzystając z poznanych wzorów interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego stosuje poznane wzory przy szkicowaniu wykresu funkcji kwadratowej 	2

Nierówności kwadratowe	<ul style="list-style-type: none"> • metoda rozwiązywania nierówności kwadratowych 	<ul style="list-style-type: none"> – rozumie związek między rozwiązaniem nierówności kwadratowej a znakiem wartości odpowiedniego trójmianu kwadratowego – rozwiązuje nierówność kwadratową – wyznacza na osi liczbowej iloczyn, sumę i różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych 	4
Funkcja kwadratowa – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> • najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej • w przedziale domkniętym 	<ul style="list-style-type: none"> – stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym – stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych 	2
PLANIMETRIA			6
Trójkąty prostokątne	<ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa • wzory na długość przekątnej kwadratu i długość wysokości trójkąta równobocznego 	<ul style="list-style-type: none"> – podaje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa oraz wzory na długość przekątnej kwadratu i długość wysokości trójkąta równobocznego – stosuje twierdzenie Pitagorasa do rozwiązywania zadań – korzystając z twierdzenia Pitagorasa, wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i długości wysokości trójkąta równobocznego 	2
Funkcje trygonometryczne kąta ostrego i ich zastosowanie w zadaniach z planimetrii	<ul style="list-style-type: none"> • definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego • wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30°, 45°, 60° • rozwiązywanie trójkątów prostokątnych 	<ul style="list-style-type: none"> – podaje definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym – podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30°, 45°, 60° – wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych danego trójkąta prostokątnego – wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach – rozwiązuje trójkąty prostokątne 	2
Trygonometria – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> • odczytywanie wartości funkcji trygonometrycznych kątów w tablicach • odczytywanie miary kąta, dla którego dana jest wartość funkcji trygonometrycznej 	<ul style="list-style-type: none"> – odczytuje wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta w tablicach lub wartości kąta na podstawie wartości funkcji trygonometrycznych – stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych 	2

WIELOMIANY			8
Działania na wielomianach i wzory skróconego mnożenia	<ul style="list-style-type: none"> • dodawanie wielomianów odejmowanie wielomianów • stopień sumy i różnicy wielomianów mnożenie wielomianów • stopień iloczynu wielomianów porównywanie wielomianów • wzory skróconego mnożenia: kwadrat sumy i różnicy, różnica kwadratów, sześciąt sumy i różnicy, suma i różnica sześciąt 	<ul style="list-style-type: none"> – wyznacza sumę i różnicę wielomianów określa stopień sumy i różnicy wielomianów – określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wyznacza iloczyn danych wielomianów – podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów – stosuje wielomian do opisanie pola powierzchni prostopadłościanu i określa jego dziedzinę – porównuje wielomiany dane w postaci iloczynu innych wielomianów stosuje wzory na kwadrat i sześciąt sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do wykonywania działań na wielomianach – stosuje wzory na sumę i różnicę sześciąt 	2
Rozkład wielomianu na czynniki	<ul style="list-style-type: none"> • rozkład wielomianu na czynniki: wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki • zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: kwadratu sumy i różnicy oraz wzoru na różnicę kwadratów • twierdzenie o rozkładzie wielomianu na czynniki • zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: sumy i różnicy sześciąt metoda grupowania wyrazów 	<ul style="list-style-type: none"> – wyłącza wskazany czynnik przed nawias – stosuje wzory na kwadrat sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do rozkładu wielomianu na czynniki – zapisuje wielomian w postaci iloczynu czynników możliwie najniższego stopnia – stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów – stosuje metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do rozkładu wielomianów na czynniki – stosuje wzory na sumę i różnicę sześciąt do rozkładu wielomianu na czynniki 	2
Równania wielomianowe	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie pierwiastka wielomianu • równanie wielomianowe 	<ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje równania wielomianowe – wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej podaje przykład wielomianu, znając jego stopień i pierwiastki 	4
FUNKCJE WYMIERNE			8
Wyrażenia wymierne	<ul style="list-style-type: none"> • wyrażenia wymierne • dziedzina wyrażenia wymiernego 	<ul style="list-style-type: none"> – wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego – oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej skraca i rozszerza wyrażenia 	2

Działania na wyrażeniach wymiernych	<ul style="list-style-type: none"> • mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych • dziedzina iloczynu i ilorazu wyrażeń wymiernych • dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych • dziedzina sumy i różnicy wyrażeń wymiernych 	<ul style="list-style-type: none"> – wyznacza dziedzinę iloczynu oraz ilorazu wyrażeń wymiernych – mnoży wyrażenia wymierne – dzieli wyrażenia wymierne – wyznacza dziedzinę sumy i różnicy wyrażeń wymiernych – dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne – przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych 	2
Równania wymierne	<ul style="list-style-type: none"> • równania wymierne 	<ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje równania wymierne i podaje odpowiednie założenia – stosuje równania wymierne w zadaniach różnych typów 	2
Wyrażenia wymierne – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> • zastosowanie wyrażeń wymiernych do rozwiązywania zadań tekstowych 	<ul style="list-style-type: none"> – wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych (np. prędkość, droga, czas) 	2
FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE			10
Potęga o wykładniku całkowitym i wymiernym	<ul style="list-style-type: none"> • potęga o wykładniku całkowitym ujemnym • definicja pierwiastka n-tego stopnia z liczby nieujemnej • definicja potęgi o wykładniku wymiernym liczby dodatniej • prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych 	<ul style="list-style-type: none"> – oblicza pierwiastek n-tego stopnia z liczby nieujemnej – oblicza potęgę o wykładnikach wymiernych – zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym – upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach 	2
Funkcje wykładnicze – jej wykres i własności	<ul style="list-style-type: none"> • definicja funkcji wykładniczej i jej wykres • własności funkcji wykładniczej metody szkicowania wykresów funkcji wykładniczych w różnych przekształceniach 	<ul style="list-style-type: none"> – wyznacza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów – sprawdza, czy punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej – szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności – porównuje liczby, korzystając z własności funkcji wykładniczej – wyznacza wzór funkcji wykładniczej i szkicuje jej wykres, znając współrzędne punktu należącego do jej wykresu – szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie i określa jej własności – na podstawie wykresów funkcji odczytuje rozwiązania równań i nierówności 	2

Logarytm. Logarytm dziesiętny	<ul style="list-style-type: none"> definicja logarytmu liczby dodatniej 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza logarytm danej liczby stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do obliczeń wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest jego wartość, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej 	2
Własności logarytmów	<ul style="list-style-type: none"> twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi 	<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami podaje założenia i zapisuje wyrażenia zawierające logarytmy w prostszej postaci 	2
Zastosowania logarytmów	<ul style="list-style-type: none"> zastosowania funkcji wykładniczej i logarytmicznej 	<ul style="list-style-type: none"> stosuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym 	2
CIĄGI			14
Ciągi – ich własności i wykres	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie wyrazu poprzedniego i następnego definicja ciągu rosnącego, malejącego, stałego, niemalejącego i nierosnącego 	<ul style="list-style-type: none"> wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość szkicuje wykres ciągu podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki mając dane kolejne wyrazy ciągu, uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny wyznacza wyraz a_{n-1} ciągu określonego wzorem ogólnym bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym 	2

Ciąg arytmetyczny	<ul style="list-style-type: none"> określenie ciągu arytmetycznego i jego różnicy wzór ogólny ciągu arytmetycznego monotoniczność ciągu arytmetycznego pojęcie średniej arytmetycznej 	<ul style="list-style-type: none"> podaje przykłady ciągów arytmetycznych wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego sprawdza, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym określa monotoniczność ciągu arytmetycznego wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań 	2
Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	<ul style="list-style-type: none"> wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego 	2
Ciąg geometryczny	<ul style="list-style-type: none"> określenie ciągu geometrycznego i jego ilorazu wzór ogólny ciągu geometrycznego monotoniczność ciągu geometrycznego pojęcie średniej geometrycznej 	<ul style="list-style-type: none"> podaje przykłady ciągów geometrycznych wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy sprawdza, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny określa monotoniczność ciągu geometrycznego stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań 	2
Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	<ul style="list-style-type: none"> wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach 	2
Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania	<ul style="list-style-type: none"> własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego 	<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego do rozwiązywania zadań 	4

GEOMETRIA ANALITYCZNA			8
Odległość między punktami w układzie współrzędnych. Środek odcinka	<ul style="list-style-type: none"> wzór na odległość między punktami w układzie współrzędnych wzór na współrzędne środka odcinka 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców oblicza obwód wielokąta, mając dane współrzędne jego wierzchołków stosuje wzór na odległość między 	2
Okrąg w układzie współrzędnych	<ul style="list-style-type: none"> równanie okręgu 	<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu stosuje równanie okręgu w zadaniach 	2
Trójkąt i czworokąt w układzie współrzędnych	<ul style="list-style-type: none"> symetralna boku środkowa wysokość przekątna czworokąta 	<ul style="list-style-type: none"> wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty wyznacza równania prostych zawierających wysokość i środkową trójkąta wyznacza równanie symetralnej odcinka rozwiązuje zadania dotyczące trójkąta i czworokątów w układzie współrzędnych 	4
RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA I ELEMENTY STATYSTYKI			12
Zasada mnożenia i jej zastosowanie w zadaniach z kombinatoryki	<ul style="list-style-type: none"> zasada mnożenia ilustracja zbioru wyników doświadczenia za pomocą „drzewa” zasada mnożenia 	<ul style="list-style-type: none"> wypisuje wyniki danego doświadczenia stosuje zasadę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników spełniających dany warunek przedstawia „drzewo” ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia wykorzystuje zasadę mnożenia do rozwiązywania zadań 	2
Prawdopodobieństwo klasyczne	<ul style="list-style-type: none"> zdarzenie losowe pojęcie prawdopodobieństwa klasyczna definicja prawdopodobieństwa 	<ul style="list-style-type: none"> określa przestrzeń zdarzeń elementarnych podaje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu określa zdarzenia pewne i zdarzenia niemożliwe wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych wypisuje pary zdarzeń przeciwnych oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa 	2

Własności prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none"> własności prawdopodobieństwa twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń 	2
Rozwiązywanie zadań z prawdopodobieństwa za pomocą „drzewek”, doświadczenia wieloetapowe	<ul style="list-style-type: none"> ilustracja doświadczenia za pomocą drzewa 	<ul style="list-style-type: none"> ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą „drzewa” oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniu wieloetapowym 	2
Średnia arytmetyczna i ważona. Mediana i dominanta	<ul style="list-style-type: none"> definicja średniej arytmetycznej danych liczb definicja średniej ważonej liczb z podanymi wagami pojęcie mediany pojęcie dominanty 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza średnią arytmetyczną danych liczb oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramie wykorzystuje średnią arytmetyczną do rozwiązywania zadań wyznacza medianę i dominantę zestawu danych wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramie wykorzystuje medianę i dominantę do rozwiązywania zadań oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami wykorzystuje średnią ważoną do rozwiązywania zadań 	2
Wariancja i odchylenie standardowe	<ul style="list-style-type: none"> definicja wariancji definicja odchylenia standardowego 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza wariancję i odchylenie standardowe danych oblicza wariancję i odchylenie standardowe danych przedstawionych w tabeli lub na diagramie 	2
STEREOMETRIA			10
Graniastosłupy i ich własności	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie graniastosłupa prostego i graniastosłupa pochylego pojęcie prostopadłościanu pojęcie graniastosłupa prawidłowego pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa pojęcie przekątnej graniastosłupa wzór na objętość graniastosłupa pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną 	<ul style="list-style-type: none"> określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi graniastosłupów sporządza rysunek graniastosłupa wraz z oznaczeniami oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupów prostych oblicza długości przekątnych graniastosłupów prostych stosuje definicje i własności funkcji trygonometrycznych do obliczania pól powierzchni graniastosłupów oblicza objętości graniastosłupów wskazuje i wyznacza kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną podstawy tego graniastosłupa 	4

Ostrosłupy i ich własności	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie ostrosłupa prostego pojęcie ostrosłupa prawidłowego pojęcie czworościanu foremnego pole powierzchni ostrosłupa • wzór na objętość ostrosłupa • pojęcie kąta dwuściennego miara kąta dwuściennego 	<ul style="list-style-type: none"> – sporządza rysunek ostrosłupa wraz z oznaczeniami oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej ostrosłupów – stosuje definicje i własności funkcji trygonometrycznych do obliczania pól powierzchni ostrosłupów – oblicza objętości ostrosłupów prawidłowych – stosuje definicje i własności funkcji trygonometrycznych do obliczania objętości ostrosłupów – wskazuje i wyznacza kąt między danym odcinkiem w ostrosłupie a płaszczyzną podstawy tego ostrosłupa – wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów rozwiązuje zadania z wykorzystaniem miary kąta dwuściennego 	4
Bryły obrotowe i ich własności	<ul style="list-style-type: none"> • wzór na pole powierzchni całkowitej walca • przekrój osiowy walca • wzór na objętość walca • wzór na pole powierzchni całkowitej stożka • przekrój osiowy i kąt rozwarcia stożka wzór na objętość stożka • pojęcie kuli i sfery, przekroje kuli wzór na pole powierzchni kuli wzór na objętość kuli 	<ul style="list-style-type: none"> – sporządza rysunek walca wraz z oznaczeniami oblicza pole powierzchni całkowitej walca zaznacza przekrój osiowy walca – oblicza objętość walca – stosuje definicje i własności funkcji trygonometrycznych do obliczania pola powierzchni i objętości walca – sporządza rysunek stożka wraz z oznaczeniami oblicza pole powierzchni całkowitej stożka zaznacza przekrój osiowy i kąt rozwarcia stożka oblicza objętość stożka – rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej stożka stosuje definicje i własności funkcji trygonometrycznych do obliczania pola powierzchni i objętości stożka – oblicza pole powierzchni kuli i jej objętość 	2
Praca z arkuszem maturalnym			26
Rozwiązywanie zadań z przykładowych arkuszy maturalnych.	Rozwiązywanie przykładowych zadań maturalnych zamkniętych i otwartych	– potrafi wykorzystać wiedzę z różnych działów matematyki do rozwiązywania zadań maturalnych.	26

VI. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW

Uczeń powinien umieć:

- Definiować proste obiekty matematyczne,
- Wyznaczać miary figur geometrycznych,
- Przeprowadzać obliczenia dokładne i przybliżone,
- Wykrywać zależności funkcyjne między wielkościami liczbowymi,
- Opisywać związki między wielkościami liczbowymi za pomocą równań i nierówności,
- Stosować własności ciągów w zadaniach praktycznych,
- Sporządzać wykresy funkcji oraz odczytywać ich własności,
- Rozwiązywać zadania z arkusza maturalnego.

VII. SPOSOBY OCENIANIA UCZESTNIKÓW

Będą to m.in.: odpowiedzi ustne przy tablicy, testy z zadaniami otwartymi i zamkniętymi, aktywność na lekcji, udział w konkursach przedmiotowych.

VIII. EWALUACJA PROGRAMU

Ankieta dla uczniów,
Wyniki konkursów,
Wyniki egzaminu maturalnego.

IX. BIBLIOGRAFIA

Wojciech Babiański, Lech Chańko, Joanna Czarnowska, Jolanta Wesółowska, Matematyka 1, 2, 3. Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2009.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Tezy do programu przedstawili:

Agnieszka Skubisz

Maria Kosiorowska

Marek Jagiełło

Korekta i opracowanie:

mgr Elżbieta Miterka

Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:

mgr Agnieszka Szumera

Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik

