



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

**Program zajęć wyrównawczych z matematyki
w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”
na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r
w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych Nr 4
z Oddziałami Integracyjnymi
w Zamościu**



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

I. WSTĘP

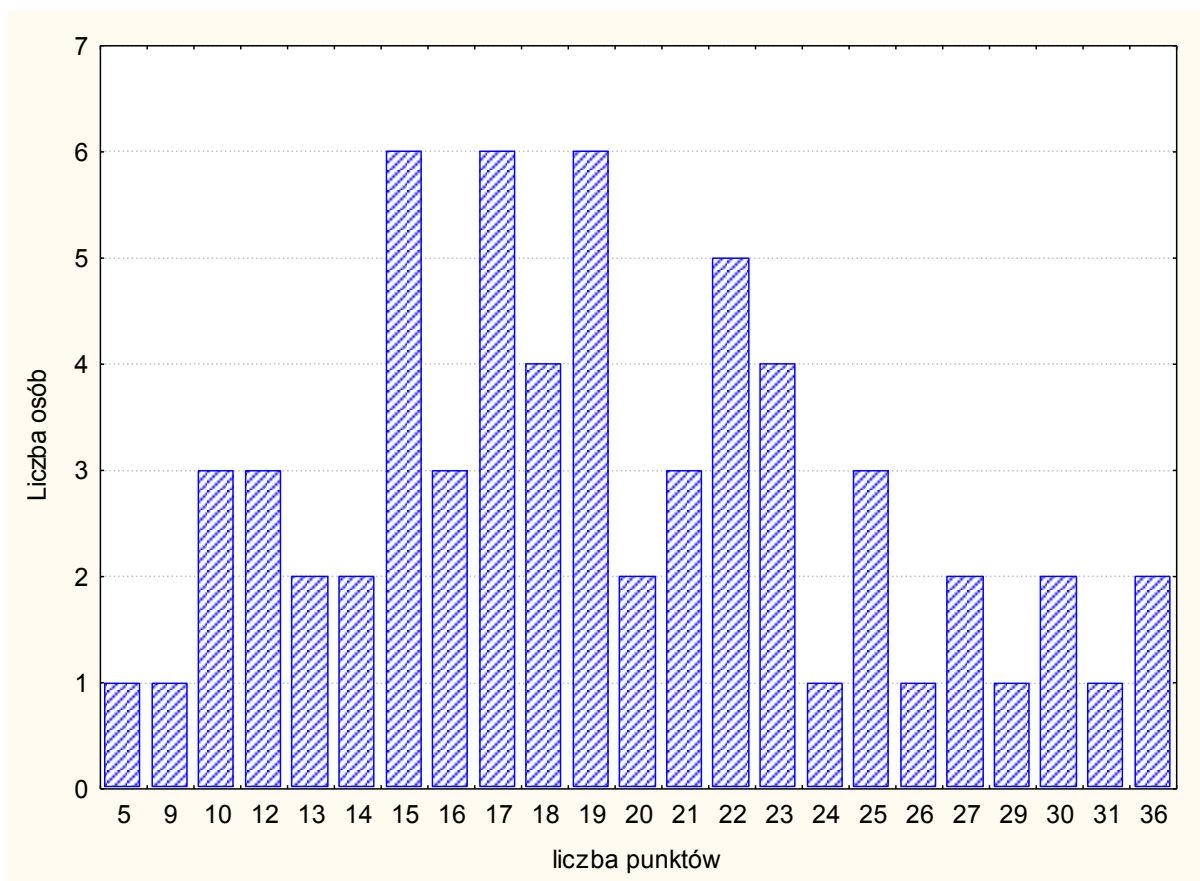
Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

W rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych nr 4 z Oddziałami Integracyjnymi im. Dzieci Zamojszczyzny w Zamościu wzięło udział 64 osoby. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 19,31 punktów, co stanowi 38,62% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik znacznie niższy w stosunku do wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 19 punktów (mediana). Najniższy wynik na egzaminie to 5 punktów, a najwyższy to 36 punktów.

Tabela 1. Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.

Podstawowe miary statystyczne	Województwo lubelskie		Zespół Szkół Ponadgimnazjalnych nr 4 w Zamościu	
	punkty	procent	punkty	procent
Średni wynik	23,85	47,70	19,31	38,62
Mediana	23	46	19	38
Wynik najniższy	1	2	5	10
Wynik najwyższy	50	100	36	72
Odchylenie standardowe	9,59	19,19	6,24	12,48

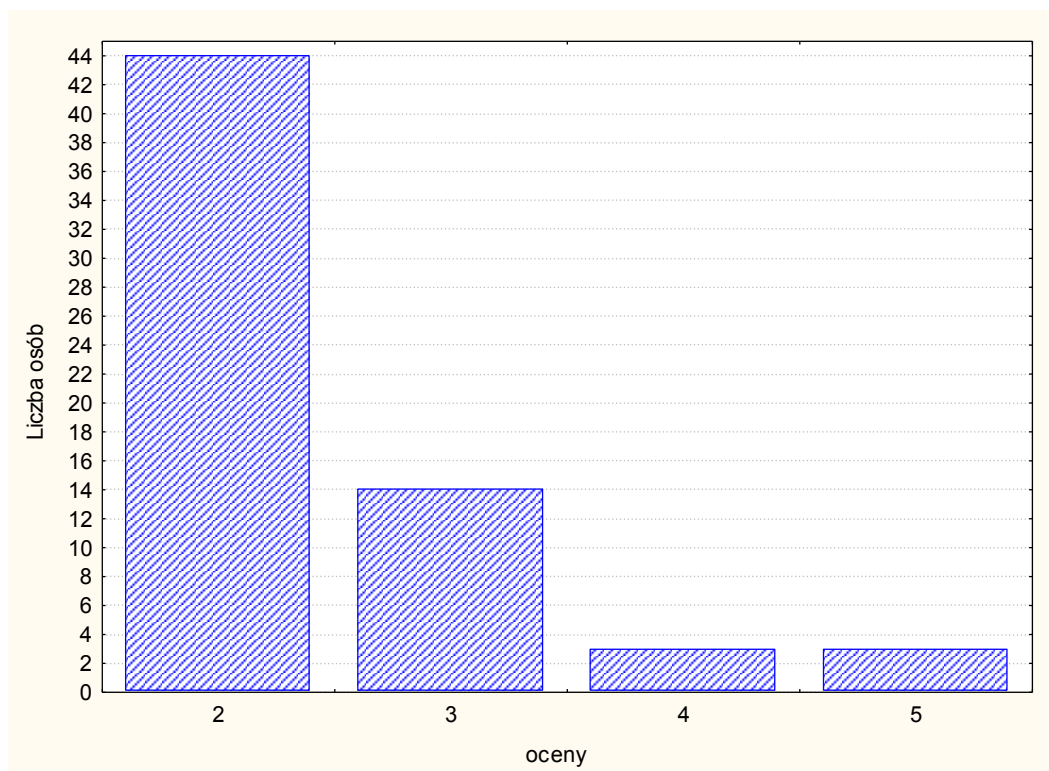
Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów Zespołu Szkół Ponadgimnazjalnych nr 4 z Oddziałami Integracyjnymi im. Dzieci Zamojszczyzny w Zamościu, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 5 do 36.



Rysunek 1. Rozkład wyników gimnazjalistów Zespołu Szkół Ponadgimnazjalnych nr 4 z Oddziałami Integracyjnymi im. Dzieci Zamojszczyzny w Zamościu rozwiązujących arkusz GM-1-102.

Rozkład wyników uczniów z Zespołu Szkół Ponadgimnazjalnych nr 4 z Oddziałami Integracyjnymi im. Dzieci Zamojszczyzny w Zamościu jest trzymodalny, z modalną wynoszącą 15, 17 i 19 punktów.

Uczniowie biorący udział w rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych nr 4 z Oddziałami Integracyjnymi im. Dzieci Zamojszczyzny w Zamościu byli oceniani także pod względem ocen końcowych z matematyki w gimnazjum. Średnia ocena dla tych uczniów to 2,45. Nie było uczniów z oceną celującą. 44 uczniów uzyskało ocenę dopuszczającą, 14 uczniów uzyskało ocenę dostateczną, 3 uczniów otrzymało ocenę dobrą oraz 3 uczniów uzyskało ocenę bardzo dobrą.



Rysunek 2. Rozkład ocen końcowych z gimnazjum uczniów Zespołu Szkół Ponadgimnazjalnych nr 4 z Oddziałami Integracyjnymi im. Dzieci Zamojszczyzny w Zamościu.

Rozkład końcowych ocen gimnazjalnych uczniów z Zespołu Szkół Ponadgimnazjalnych nr 4 z Oddziałami Integracyjnymi im. Dzieci Zamojszczyzny w Zamościu jest jedno modalny, z modalną wynoszącą 2 (Rysunek 2).

Analiza wyników egzaminu gimnazjalnego uczestników zajęć i wynikające stąd założenia wstępne przewidują wyrównanie wiedzy i umiejętności matematycznych uczniów, tak aby mogli bez większych problemów zdać egzamin maturalny z matematyki. Założeniem programu jest pokonanie podstawowych trudności w uczeniu się matematyki w tym lęku przed odpowiedzią ustną, pracą domową czy kartkówką lub sprawdzianem. Podbudowanie pewności siebie pomoże na dalszym etapie rozbudowywać wiedzę matematyczną i jej zastosowanie w otaczającym nas świecie. Systematyczne rozwijanie poczucia pewności swojej wiedzy pozwoli na stopniowe zwiększanie wymagań, tak aby uczniowie poczuli, że coś osiągnęli. Warunkiem rozwoju intelektualnego jest stwarzanie sytuacji, gdy wymagania są trochę wyższe niż możliwości ucznia.

Założeniem programu jest stwarzanie sytuacji do odkrywania pojęć i stosowania metod, wyzwalających aktywność uczniów. Uczeń powinien dostrzegać problemy w środowisku, w którym przebywa, próbować je ująć i zinterpretować w pewnym modelu matematycznym, następnie wyprowadzić odpowiednie wnioski.

II. CELE EDUKACYJNE

1. Cele ogólne:

Zajęcia wyrównawcze z matematyki mają za zadanie:

- kształcenie umiejętności operowania najprostszymi obiektami abstrakcyjnymi: liczbami, zmiennymi i zbudowanymi z nich wyrażeniami algebraicznymi, zbiorami (liczb, punktów, zdarzeń elementarnych) oraz funkcjami;
- kształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji z życia codziennego i wykorzystania ich do rozwiązywania problemów praktycznych;
- kształcenie umiejętności projektowania i wykonywania obliczeń;
- poznawanie podstawowych elementów myślenia matematycznego;
- rozwijanie umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy;
- kształceniu umiejętności precyzyjnego formułowania myśli w mowie i piśmie;
- kształceniu wyobraźni przestrzennej;
- kształceniu umiejętności odczytywania i przedstawiania danych w formie symbolicznej, graficznej i za pomocą wzorów;
- rozwijaniu umiejętności wykorzystania nowoczesnych narzędzi wspomagających rozwiązywanie problemów matematycznych (kalkulatory, komputery);
- rozwiązywaniu problemów we współpracy w zespołach.

Opracowany program zajęć wyrównawczych ma na celu :

- a) wyrównać braki w wiedzy i umiejętnościach powstałe na wcześniejszych etapach kształcenia,
- b) przełamać zahamowania i lęki związane z uczeniem się matematyki,
- c) zachęcić do samodzielnego poznawania i rozszerzania wiedzy,
- d) pokazać zastosowanie i wykorzystywanie matematyki w otaczającym nas świecie,
- e) przygotowanie do obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki.

2. Cele szczegółowe:

1. Liczby i ich zbiory

Uczeń będzie potrafił:

- Podać przykład zbioru i wskazać jego podzbiór.
- Utworzyć sumę, iloczyn i różnicę danych zbiorów.
- Wskazać w zbiorze liczb rzeczywistych: liczby naturalne, całkowite, wymierne i niewymierne.

- Posłużyć się podzielnością liczb naturalnych oraz własnościami liczb pierwszych i złożonych.
- Wykonać działania na liczbach rzeczywistych
- Przedstawić zapis liczby rzeczywistej w innej postaci, np.: zamienić ułamek zwykły na ułamek dziesiętny i odwrotnie, włączać wspólny czynnik pod znak pierwiastka, wyłączać wspólny czynnik przed znak pierwiastka, usuwać niewymierność z mianownika ułamka.
- Zastosować w obliczeniach własności działań.
- Posłużyć się kalkulatorem w działaniach na liczbach rzeczywistych.
- Wyznaczyć rozwinięcie dziesiętne liczby wymiernej.
- Podać własności rozwinięcia dziesiętnego liczby niewymiernej.
- Obliczyć wartość potęgi o wykładniku całkowitym i wymiernym.
- Posłużyć się kalkulatorem w obliczaniu przybliżonych wartości potęg i pierwiastków.
- Wykonać działania na potęgach o wykładnikach wymiernych.
- zilustrować na osi liczbowej przedział oraz sumę, różnicę i iloczyn przedziałów.
- Posłużyć się pojęciem wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej.
- Określić błąd przybliżenia.
- Oszacować wartość liczbową przybliżenia.
- Zastosować procenty w obliczeniach praktycznych niezbędnych w życiu.

2. Wielomiany i funkcje wymierne

Uczeń będzie potrafił:

- Przedstawić zależność funkcyjną tabelką, grafem, wzorem, wykresem, opisem słownym.
- Wyznaczyć wartość funkcji, gdy dany jest jej argument.
- Wyznaczyć argument, gdy dana jest wartość funkcji jemu odpowiadająca.
- Odczytać z wykresu funkcji: dziedzinę, miejsca zerowe, największą i najmniejszą wartość w przedziale oraz zbiór wartości.
- Odczytać z wykresu funkcji przedziały jej monotoniczności.
- Odczytać własności funkcji z danego jej wykresu.
- Zastosować pojęcie funkcji do opisu zależności występujących w przyrodzie, gospodarce lub w życiu codziennym.
- Przesunąć wykres funkcji o wektor równoległy do osi x lub osi y układu współrzędnych.
- Odkryć zależność funkcyjną między wielkościami liczbowymi.
- Opisać za pomocą funkcji zależność w przyrodzie, gospodarce lub w życiu codziennym.
- Określić wzorem funkcję liniową.

- Sporządzić wykres funkcji liniowej.
- Zbadać monotoniczność funkcji liniowej.
- Zastosować funkcję liniową do opisu zależności z życia codziennego.
- Rozwiązać problem teoretyczny lub praktyczny przy pomocy równania, nierówności liniowej lub układu równań liniowych.
- Rozpoznać równanie prostej.
- Sprawdzić, czy punkt o danych współrzędnych należy do prostej danej równaniem.
- Napisać równanie prostej wyznaczonej przez dwa punkty o danych współrzędnych.
- Obliczyć współrzędne punktu przecięcia się prostych o danych równaniach.
- Wyznaczyć zbiór punktów określony równaniem lub nierównością typu $x = a$, $x < a$, $x > a$ na osi liczbowej i na płaszczyźnie układu współrzędnych.
- Rozpoznać trójmian kwadratowy.
- Obliczyć pierwiastki trójmianu kwadratowego.
- Rozłożyć trójmian kwadratowy na czynniki liniowe.
- Sporządzić wykres funkcji kwadratowej.
- Odczytać z wykresu funkcji kwadratowej jej monotoniczność i zbiór wartości.
- Zastosować funkcję kwadratową do opisu zależności z życia codziennego.
- Rozwiązać równanie kwadratowe.
- Rozwiązać nierówność drugiego stopnia.
- Wykonać interpretację geometryczną nierówności kwadratowej.
- Rozwiązać problem teoretyczny lub praktyczny przy pomocy równania kwadratowego lub nierówności drugiego stopnia.
- Uporządkować wielomian oraz określić jego współczynniki i stopień.
- Wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów.
- Rozłożyć wielomian na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias.
- Rozwiązywać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki.
- Rozpoznać wyrażenie wymierne.
- Obliczyć wartość wyrażenia wymiernego dla danych wartości jego zmiennych.
- Skrócić lub rozszerzyć wyrażenie wymierne.
- Sporządzać wykres, odczytywać własności i rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym związane z proporcjonalnością odwrotną.
- Rozwiązywać proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np. $(x+1)/(x+3)=2$; $(x+1)/x=2x$.
- Rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych.

- Zastosować równanie, nierówność lub układ równań do rozwiązania problemu praktycznego lub teoretycznego.

3. Funkcje trygonometryczne

Uczeń będzie potrafił:

- Określić sinus, kosinus, tangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.
- Posłużyć się kalkulatorem w obliczeniu wartości funkcji trygonometrycznej danego kąta i miary kąta, gdy dana jest wartość funkcji trygonometrycznej.
- Obliczyć długość dowolnego boku lub miarę kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.
- Zastosować funkcje trygonometryczne kąta ostrego do obliczania długości odcinków i miar kątów w figurach geometrycznych.
- Obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest wartość jednej z nich.
- Rozwiązać równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\tan x = a$, dla kąta ostrego.
- Stosować proste związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego.
- Obliczyć przy pomocy kalkulatora lub tablic przybliżoną wartość funkcji trygonometrycznej danego kąta.

4. Ciągi liczbowe

Uczeń będzie potrafił:

- Zdefiniować ciąg jako funkcję określoną w zbiorze liczb naturalnych.
- Naszkicować wykres ciągu.
- Obliczyć dowolny wyraz ciągu.
- Rozpoznać ciąg arytmetyczny.
- Rozpoznać ciąg geometryczny.
- Posłużyć się wzorem na ogólny wyraz ciągu arytmetycznego.
- Posłużyć się wzorem na ogólny wyraz ciągu geometrycznego.
- Posłużyć się wzorem na sumę n wyrazów ciągu arytmetycznego.
- Posłużyć się wzorem na sumę n wyrazów ciągu geometrycznego.
- Zastosować wzór na procent składany do obliczenia odsetek od lokat kapitału lub udzielonych kredytów.
- Zastosować ciąg w badaniu problemu praktycznego lub teoretycznego.
- Zastosować własności ciągów do rozwiązywania zadań teoretycznych i praktycznych.

5. Planimetria

Uczeń będzie potrafił:

- Wskazać wierzchołki, kąty, boki i przekątne czworokąta.
- Obliczyć sumę miar kątów czworokąta.
- Zdefiniować trapez, równoległobok, prostokąt, romb i kwadrat.
- Przeprowadzić dowód wybranej własności dowolnego równoległoboku.
- Zastosować w rozwiązywaniu problemów własności boków, kątów i przekątnych: równoległoboku, prostokąta, rombu i kwadratu.
- Zastosować własności czworokąta wpisanego w okrąg w rozwiązywaniu zadań.
- Zastosować własności czworokąta opisanego na okręgu w rozwiązywaniu zadań.
- Skonstruować figury symetryczne względem prostej.
- Skonstruować figury symetryczne względem punktu.
- Wskazać figurę, która ma oś symetrii.
- Wskazać figurę, która ma środek symetrii.
- Rozpoznać odcinki proporcjonalne i zapisać odpowiednią proporcję.
- Posłużyć się twierdzeniem Talesa w konstruowaniu odcinków proporcjonalnych.
- Zastosować twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa w rozpoznaniu prostych równoległych.
- Zastosować twierdzenia Talesa do rozwiązania problemu teoretycznego lub praktycznego.
- Rozpoznać trójkąty podobne na podstawie cech podobieństwa trójkątów.
- Wskazać odcinki proporcjonalne w trójkątach podobnych.
- Zastosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązywania zadań.
- Zastosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania problemu teoretycznego lub praktycznego.
- Obliczyć pole trójkąta, trapezu, równoległoboku, prostokąta i kwadratu.
- Podać sposób obliczenia pola dowolnego wielokąta i wielokąta foremnego.
- Obliczyć pole koła i długość okręgu.
- Zastosować funkcje trygonometryczne do wyznaczenia długości odcinków i miar kątów w figurach geometrycznych.
- Zaprezentować związki miarowe w trójkątach i czworokątach.
- Zastosować funkcje trygonometryczne do wyznaczenia związków miarowych w figurach płaskich.
- Zastosować przekształcenia geometryczne w rozwiązywaniu zadań teoretycznych lub praktycznych

- Zastosować metody współrzędnych do rozwiązywania problemów z geometrii płaskiej.

6. Geometria analityczna

Uczeń będzie potrafił:

- Wykreślić prostą daną równaniem.
- Wyznaczyć równanie prostej równoległej do prostej danej równaniem.
- Wyznaczyć równanie prostej prostopadłej do prostej danej równaniem.
- Wykonać ilustrację graficzną układu dwóch nierówności liniowych.
- Obliczyć odległość dwóch punktów o danych współrzędnych.
- Obliczyć odległość punktu o danych współrzędnych od prostej danej równaniem.
- Podać równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym.
- Badać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań.
- Wyznaczać współrzędne środka odcinka.
- Posługiwać się równaniem okręgu.
- Zastosować równanie prostej do rozwiązania problemu teoretycznego lub praktycznego.

7. Stereometria

Uczeń będzie potrafił:

- Zdefiniować proste równoległe w przestrzeni.
- Opisać własności prostych skośnych.
- Opisać wzajemne położenia prostej i płaszczyzny w przestrzeni.
- Zdefiniować prostą równoległą do płaszczyzny.
- Opisać wzajemne położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni.
- Zdefiniować dwie płaszczyzny równoległe.
- Rozstrzygnąć, jaka prosta jest prostopadła do płaszczyzny.
- Sformułować warunki, przy których dwie płaszczyzny są prostopadłe.
- Wyznaczyć kąt nachylenia prostej do płaszczyzny.
- Wyznaczyć kąt liniowy kąta dwuściennego.
- Zinterpretować położenia prostych i płaszczyzn na modelach graniastosłupów i ostrosłupów.
- Zaprezentować opis graniastosłupa i ostrosłupa.
- Zaprezentować własności graniastosłupa i ostrosłupa prawidłowego.

- Zastosować funkcje trygonometryczne kąta ostrego do obliczania długości odcinków i miar kątów w graniastosłupach i ostrosłupach.
- Obliczyć pole powierzchni bocznej graniastosłupa i ostrosłupa.
- Obliczyć pole powierzchni oraz objętość graniastosłupa i ostrosłupa.
- Zastosować własności graniastosłupa i ostrosłupa do rozwiązania problemu praktycznego.
- Zaprezentować własności oraz rodzaje graniastosłupów i ostrosłupów.
- Opisać walec, stożek i kulę.
- Zastosować funkcje trygonometryczne do obliczenia długości odcinków i miar kątów w wielościanach i bryłach obrotowych.
- Obliczyć pole powierzchni bocznej walca i stożka.
- Obliczyć pole powierzchni walca, stożka i kuli.
- Obliczyć objętość walca, stożka i kuli.
- Zastosować własności graniastosłupa, ostrosłupa lub bryły obrotowej do rozwiązania problemu praktycznego.

8. Rachunek prawdopodobieństwa

Uczeń będzie potrafił:

- Zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych; stosuje zasadę mnożenia.
- Określić zbiór zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i podać ich liczbę.
- Ustalić zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu i wyznaczyć ich liczbę.
- Określić sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń.
- Sformułować klasyczną definicję prawdopodobieństwa.
- Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia w modelu klasycznym.
- Posłużyć się własnościami prawdopodobieństwa w obliczeniu prawdopodobieństwa zdarzenia.
- Zebrać i uporządkować dane statystyczne.
- Przedstawić dane diagramem słupkowym, histogramem, diagramem kołowym, wykresem punktowym lub liniowym.
- Odczytać dane z diagramów i wykresów.
- Obliczyć średnią arytmetyczną danych.
- Obliczyć średnią ważoną danych statystycznych.
- Wyznaczyć medianę i dominantę danych statystycznych.
- Zinterpretować średnią arytmetyczną medianę i dominantę danych statystycznych.
- Porównać wyniki pomiarów za pomocą średniej arytmetycznej, mediany i dominaty.
- Obliczyć wariancję i odchylenie standardowe danych statystycznych.

III. ZAŁOŻENIA PROGRAMU

1. Wyrównanie bieżących braków w umiejętnościach matematycznych uczniów.
2. Przygotowanie uczniów do obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki
3. Przełamanie zahamowań i lęków związanych z uczeniem się matematyki
4. Zachęcenie do samodzielnego rozwijania swoich umiejętności matematycznych.

IV. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH

1. Organizacja zajęć

Zajęcia będą realizowane od 01.12.2010 roku do 30.06.2013 roku. Rocznie przeprowadzonych zostanie 48 godzin dydaktycznych w wymiarze czasowym 45 minut każda. W sumie zostanie przeprowadzonych 144 godzin zajęć. W ciągu całego cyklu zajęć zostanie przeprowadzonych dodatkowo 20 godzin zegarowych konsultacji. Zajęcia będą odbywać się na terenie szkoły.

2. Pomoce naukowe:

Zastosowanie nowoczesnych i różnorodnych pomocy naukowych ma ogromny wpływ na przyswajanie wiedzy przez uczniów. Podstawowymi pomocami, które będą wchodziły w skład wyposażenia ucznia są:

- Kalkulator,
- Tablice matematyczne,
- Pamięć przenośna,
- Zbiór zadań.

W ramach programu będzie wykorzystywany dostęp do Internetu i jego zasobów edukacyjnych.

Na zajęciach będą wykorzystywane typowe pomoce naukowe dostępne w szkole jak: tablica z układem współrzędnych, modele brył, klocki matematyczne i inne.

3. Procedury osiągania celów

- Sukces dydaktyczny, jakim jest osiągnięcie uprzednio sformułowanych celów, zależy w ogromnym stopniu od uświadomienia ich sobie przez nauczyciela. Świadomość celów kształcenia jest mu potrzebna na co dzień, od niej bowiem zależy określenie celu każdego zajęcia. Cel taki powinien być sformułowany precyzyjnie, tak by i nauczyciel, i uczniowie mogli ocenić, czy został zrealizowany.
- Praca nauczyciela z grupą powinna przybierać różne formy: wykład, rozmowa, praca samodzielna, praca w grupach. Różnorodność form pozwala na uniknięcie znużenia przedmiotem, powoduje, że zajęcia są bardziej atrakcyjne, a nauczycielowi nie pozwala popaść w rutynę.
- Praca w grupach może być organizowana w celu ćwiczenia sprawności już nabytych. Uczy odpowiedzialności jednostki za zespół oraz wprowadza element rywalizacji między zespołami. Efekt pracy grupowej powinien być zaprezentowany na forum grupy.
- Poprawianie błędów, które w toku nauki uczeń będzie nieuchronnie popełniał, powinno dawać mu wrażenie, że sam dochodzi do poprawnego wyniku. Możemy to osiągnąć, stosując pytania pomocnicze lub wykazując sprzeczność w rozumowaniu ucznia. Pomaga to zrozumieć błąd i być może trwale go wyeliminować. Można również polecić uczniom wymianę notatek i poprawianie błędów sobie nawzajem. Skuteczność utrwalania wiedzy jest większa, gdy stosujemy różnorodne formy poprawiania błędów.
- Na zajęciach konieczne jest stosowanie pomocy naukowych, takich jak: modele brył, kalkulator, komputer. Normą powinno być również korzystanie z tablic matematycznych, słownika, leksykonu, a nie tylko z podręcznika i zeszytu.
- Uczeń powinien być traktowany w sposób partnerski. Zabiegi dydaktyczne stosowane przez nauczyciela, gdy tylko jest to możliwe, powinny dawać wrażenie odkrywania matematyki. Sytuacja, w której matematyka jawi się młodzieży jako zbiór prawd objawionych, jest zniechęcająca i stresogenna. Partnerskie podejście do uczniów można też realizować, dopuszczając pewien ich udział w organizacji procesu dydaktycznego, np. ustalanie zasad pracy na zajęciach. Zasady te powinny regulować, co wolno, a czego nie wolno uczniowi i nauczycielowi.
- W omawianych zagadnieniach powinna być poruszana tematyka lokalnej społeczności, rynków finansowych, sytuacji politycznej i gospodarczej.

V. TREŚCI NAUCZANIA

Dział programowy	Forma kształcenia	Zakres tematyczny	Liczba godzin
1. Liczby i ich zbiory	konwersatoria	a) zbiór, suma, iloczyn i różnica zbiorów; b) podstawowe prawa rachunku zdań; c) zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory, liczby naturalne (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne, rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej; d) prawa dotyczące działań arytmetycznych na liczbach rzeczywistych; e) definicja potęgi o wykładniku wymiernym oraz prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym; f) oś liczbowa i układ współrzędnych na płaszczyźnie; g) definicja przedziału liczbowego na osi oraz definicja sumy, iloczynu i różnicy przedziałów, h) definicja wartości bezwzględnej; i) metody rozwiązywania i interpretację geometryczną równań i nierówności z wartością bezwzględną; j) prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	20
2. Wielomiany i funkcje wymierne	konwersatoria	a) definicja i własności funkcji liniowej; b) definicję i własności funkcji kwadratowej, jej wykres i miejsca zerowe; c) sposoby rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych;	35

		<p>d) definicja wielomianu i prawa dotyczące działań na wielomianach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie;</p> <p>e) sposoby rozkładu wielomianu na czynniki;</p> <p>f) definicja funkcji homograficznej i jej własności;</p> <p>g) zasady wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych;</p> <p>h) sposoby rozwiązywania równań wielomianowych oraz równań i nierówności z funkcją homograficzną;</p> <p>i) definicja funkcji wymiernej oraz metody rozwiązywania równań i nierówności wymiernych;</p>	
3. Funkcje trygonometryczne	konwersatoria	<p>a) definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;</p> <p>b) pojęcie miary łukowej kąta</p> <p>c) tożsamości trygonometryczne;</p> <p>d) sposoby rozwiązywania prostych równań trygonometrycznych.</p>	10
4. Ciągi liczbowe	konwersatoria	<p>a) definicję ciągu liczbowego;</p> <p>b) definicję ciągu arytmetycznego i geometrycznego, wzór na n-ty wyraz, wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego;</p> <p>c) procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów;</p>	20

5. Planimetria	konwersatoria	<p>a) własności czworokątów wypukłych, twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie;</p> <p>b) związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii;</p> <p>c) pojęcie osi symetrii i środka symetrii figury;</p> <p>d) twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem;</p> <p>e) cechy podobieństwa trójkątów,</p> <p>f) pojęcia: symetria osiowa, przesunięcie, obrót, symetria środkowa oraz własności tych przekształceń;</p>	15
6. Geometria analityczna	konwersatoria	<p>a) proste równoległe i prostopadłe do prostych danych;</p> <p>b) odległość dwóch punktów o danych współrzędnych;</p> <p>c) odległość punktu o danych współrzędnych od prostej danej równaniem;</p> <p>d) równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym;</p> <p>e) równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań,</p> <p>f) współrzędne środka odcinka;</p> <p>g) równanie okręgu;</p>	15
7. Stereometria	konwersatoria	<p>a) graniastosłupy, ostrosłupy, walce, stożki i kule;</p> <p>b) pojęcie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny i kąta dwuściennego;</p>	15

		c) związki miarowe w bryłach z zastosowaniem trygonometrii; d) przekroje płaskie graniastosłupów i ostrosłupów;	
8. Rachunek prawdopodobieństwa	konwersatoria	a) pojęcia kombinatoryczne: permutacje, kombinacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń; b) pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności; c) elementy statystyki opisowej: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja i odchylenie standardowe (liczone z próby).	14

VI. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW

Uczeń powinien umieć:

- Podać przykład zbioru i wskazać jego podzbiór.
- Utworzyć sumę, iloczyn i różnicę danych zbiorów.
- Wskazać w zbiorze liczb rzeczywistych: liczby naturalne, całkowite, wymierne i niewymierne.
- Posłużyć się podzielnością liczb naturalnych oraz własnościami liczb pierwszych i złożonych.
- Wykonać działania na liczbach rzeczywistych
- Przedstawić zapis liczby rzeczywistej w innej postaci, np.: zamienić ułamek zwykły na ułamek dziesiętny i odwrotnie, włączać wspólny czynnik pod znak pierwiastka, wyłączać wspólny czynnik przed znak pierwiastka, usuwać niewymierność z mianownika ułamka.
- Zastosować w obliczeniach własności działań.
- Posłużyć się kalkulatorem w działaniach na liczbach rzeczywistych.
- Wyznaczyć rozwinięcie dziesiętne liczby wymiernej.
- Podać własności rozwinięcia dziesiętnego liczby niewymiernej.
- Obliczyć wartość potęgi o wykładniku całkowitym i wymiernym.
- Posłużyć się kalkulatorem w obliczaniu przybliżonych wartości potęg i pierwiastków.

- Wykonać działania na potęgach o wykładnikach wymiernych.
- zilustrować na osi liczbowej przedział oraz sumę, różnicę i iloczyn przedziałów.
- Posłużyć się pojęciem wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej.
- Określić błąd przybliżenia.
- Oszacować wartość liczbową przybliżenia.
- Zastosować procenty w obliczeniach praktycznych niezbędnych w życiu.
- Przedstawić zależność funkcyjną tabelką, grafem, wzorem, wykresem, opisem słownym.
- Wyznaczyć wartość funkcji, gdy dany jest jej argument.
- Wyznaczyć argument, gdy dana jest wartość funkcji jemu odpowiadająca.
- Odczytać z wykresu funkcji: dziedzinę, miejsca zerowe, największą i najmniejszą wartość w przedziale oraz zbiór wartości.
- Odczytać z wykresu funkcji przedziały jej monotoniczności.
- Odczytać własności funkcji z danego jej wykresu.
- Zastosować pojęcie funkcji do opisu zależności występujących w przyrodzie, gospodarce lub w życiu codziennym.
- Przesunąć wykres funkcji o wektor równoległy do osi x lub osi y układu współrzędnych.
- Odkryć zależność funkcyjną między wielkościami liczbowymi.
- Opisać za pomocą funkcji zależność w przyrodzie, gospodarce lub w życiu codziennym.
- Określić wzorem funkcję liniową.
- Sporządzić wykres funkcji liniowej.
- zbadać monotoniczność funkcji liniowej.
- Zastosować funkcję liniową do opisu zależności z życia codziennego.
- Rozwiązać problem teoretyczny lub praktyczny przy pomocy równania, nierówności liniowej lub układu równań liniowych.
- Rozpoznać równanie prostej.
- Sprawdzić, czy punkt o danych współrzędnych należy do prostej danej równaniem.
- Napisać równanie prostej wyznaczonej przez dwa punkty o danych współrzędnych.
- Obliczyć współrzędne punktu przecięcia się prostych o danych równaniach.
- Wyznaczyć zbiór punktów określony równaniem lub nierównością typu $x = a$, $x < a$, $x > a$ na osi liczbowej i na płaszczyźnie układu współrzędnych.
- Rozpoznać trójmian kwadratowy.
- Obliczyć pierwiastki trójmianu kwadratowego.
- Rozłożyć trójmian kwadratowy na czynniki liniowe.
- Sporządzić wykres funkcji kwadratowej.
- Odczytać z wykresu funkcji kwadratowej jej monotoniczność i zbiór wartości.

- Zastosować funkcję kwadratową do opisu zależności z życia codziennego.
- Rozwiązać równanie kwadratowe.
- Rozwiązać nierówność drugiego stopnia.
- Wykonać interpretację geometryczną nierówności kwadratowej.
- Rozwiązać problem teoretyczny lub praktyczny przy pomocy równania kwadratowego lub nierówności drugiego stopnia.
- Uporządkować wielomian oraz określić jego współczynniki i stopień.
- Wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów.
- Rozłożyć wielomian na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias.
- Rozwiązywać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki.
- Rozpoznać wyrażenie wymierne.
- Obliczyć wartość wyrażenia wymiernego dla danych wartości jego zmiennych.
- Skrócić lub rozszerzyć wyrażenie wymierne.
- Sporządzać wykres, odczytywać własności i rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym związane z proporcjonalnością odwrotną.
- Rozwiązywać proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np. $(x+1)/(x+3)=2$; $(x+1)/x=2x$.
- Rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych.
- Zastosować równanie, nierówność lub układ równań do rozwiązania problemu praktycznego lub teoretycznego
- Określić sinus, kosinus, tangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.
- Posłużyć się kalkulatorem w obliczeniu wartości funkcji trygonometrycznej danego kąta i miary kąta, gdy dana jest wartość funkcji trygonometrycznej.
- Obliczyć długość dowolnego boku lub miarę kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.
- Zastosować funkcje trygonometryczne kąta ostrego do obliczania długości odcinków i miar kątów w figurach geometrycznych.
- Obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest wartość jednej z nich.
- Rozwiązać równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\tan x = a$, dla kąta ostrego.
- Stosować proste związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego.
- Obliczyć przy pomocy kalkulatora lub tablic przybliżoną wartość funkcji trygonometrycznej danego kąta.
- Zdefiniować ciąg jako funkcję określoną w zbiorze liczb naturalnych.
- Naszkicować wykres ciągu.
- Obliczyć dowolny wyraz ciągu.

- Rozpoznać ciąg arytmetyczny.
- Rozpoznać ciąg geometryczny.
- Posłużyć się wzorem na ogólny wyraz ciągu arytmetycznego.
- Posłużyć się wzorem na ogólny wyraz ciągu geometrycznego.
- Posłużyć się wzorem na sumę n wyrazów ciągu arytmetycznego.
- Posłużyć się wzorem na sumę n wyrazów ciągu geometrycznego.
- Zastosować wzór na procent składany do obliczenia odsetek od lokat kapitału lub udzielonych kredytów.
- Zastosować ciąg w badaniu problemu praktycznego lub teoretycznego.
- Zastosować własności ciągów do rozwiązywania zadań teoretycznych i praktycznych.
- Wskazać wierzchołki, kąty, boki i przekątne czworokąta.
- Obliczyć sumę miar kątów czworokąta.
- Zdefiniować trapez, równoległobok, prostokąt, romb i kwadrat.
- Przeprowadzić dowód wybranej własności dowolnego równoległoboku.
- Zastosować w rozwiązywaniu problemów własności boków, kątów i przekątnych: równoległoboku, prostokąta, rombu i kwadratu.
- Zastosować własności czworokąta wpisanego w okrąg w rozwiązywaniu zadań.
- Zastosować własności czworokąta opisanego na okręgu w rozwiązywaniu zadań.
- Skonstruować figury symetryczne względem prostej.
- Skonstruować figury symetryczne względem punktu.
- Wskazać figurę, która ma oś symetrii.
- Wskazać figurę, która ma środek symetrii.
- Rozpoznać odcinki proporcjonalne i zapisać odpowiednią proporcję.
- Posłużyć się twierdzeniem Talesa w konstruowaniu odcinków proporcjonalnych.
- Zastosować twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa w rozpoznaniu prostych równoległych.
- Zastosować twierdzenia Talesa do rozwiązania problemu teoretycznego lub praktycznego.
- Rozpoznać trójkąty podobne na podstawie cech podobieństwa trójkątów.
- Wskazać odcinki proporcjonalne w trójkątach podobnych.
- Zastosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązywania zadań.
- Zastosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania problemu teoretycznego lub praktycznego.
- Obliczyć pole trójkąta, trapezu, równoległoboku, prostokąta i kwadratu.
- Podać sposób obliczenia pola dowolnego wielokąta i wielokąta foremnego.
- Obliczyć pole koła i długość okręgu.

- Zastosować funkcje trygonometryczne do wyznaczenia długości odcinków i miar kątów w figurach geometrycznych.
- Zaprezentować związki miarowe w trójkątach i czworokątach.
- Zastosować funkcje trygonometryczne do wyznaczenia związków miarowych w figurach płaskich.
- Zastosować przekształcenia geometryczne w rozwiązywaniu zadań teoretycznych lub praktycznych
- Zastosować metody współrzędnych do rozwiązywania problemów z geometrii płaskiej.
- Wykreślić prostą daną równaniem.
- Wyznaczyć równanie prostej równoległej do prostej danej równaniem.
- Wyznaczyć równanie prostej prostopadłej do prostej danej równaniem.
- Wykonać ilustrację graficzną układu dwóch nierówności liniowych.
- Obliczyć odległość dwóch punktów o danych współrzędnych.
- Obliczyć odległość punktu o danych współrzędnych od prostej danej równaniem.
- Podać równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym.
- Badać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań.
- Wyznaczać współrzędne środka odcinka.
- Posługiwać się równaniem okręgu.
- Zastosować równanie prostej do rozwiązania problemu teoretycznego lub praktycznego.
- Zdefiniować proste równoległe w przestrzeni.
- Opisać własności prostych skośnych.
- Opisać wzajemne położenia prostej i płaszczyzny w przestrzeni.
- Zdefiniować prostą równoległą do płaszczyzny.
- Opisać wzajemne położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni.
- Zdefiniować dwie płaszczyzny równoległe.
- Rozstrzygnąć, jaka prosta jest prostopadła do płaszczyzny.
- Sformułować warunki, przy których dwie płaszczyzny są prostopadłe.
- Wyznaczyć kąt nachylenia prostej do płaszczyzny.
- Wyznaczyć kąt liniowy kąta dwuściennego.
- Zinterpretować położenia prostych i płaszczyzn na modelach graniastosłupów i ostrosłupów.
- Zaprezentować opis graniastosłupa i ostrosłupa.
- Zaprezentować własności graniastosłupa i ostrosłupa prawidłowego.
- Zastosować funkcje trygonometryczne kąta ostrego do obliczania długości odcinków i miar kątów w graniastosłupach i ostrosłupach.
- Obliczyć pole powierzchni bocznej graniastosłupa i ostrosłupa.

- Obliczyć pole powierzchni oraz objętość graniastosłupa i ostrosłupa.
 - Zastosować własności graniastosłupa i ostrosłupa do rozwiązania problemu praktycznego.
 - Zaprezentować własności oraz rodzaje graniastosłupów i ostrosłupów.
 - Opisać walec, stożek i kulę.
 - Zastosować funkcje trygonometryczne do obliczenia długości odcinków i miar kątów w wielościanach i bryłach obrotowych.
 - Obliczyć pole powierzchni bocznej walca i stożka.
 - Obliczyć pole powierzchni walca, stożka i kuli.
 - Obliczyć objętość walca, stożka i kuli.
 - Zastosować własności graniastosłupa, ostrosłupa lub bryły obrotowej do rozwiązania problemu praktycznego.
-
- Zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych; stosuje zasadę mnożenia.
 - Określić zbiór zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i podać ich liczbę.
 - Ustalić zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu i wyznaczyć ich liczbę.
 - Określić sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń.
 - Sformułować klasyczną definicję prawdopodobieństwa.
 - Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia w modelu klasycznym.
 - Posłużyć się własnościami prawdopodobieństwa w obliczeniu prawdopodobieństwa zdarzenia.
 - Zebrać i uporządkować dane statystyczne.
 - Przedstawić dane diagramem słupkowym, histogramem, diagramem kołowym, wykresem punktowym lub liniowym.
 - Odczytać dane z diagramów i wykresów.
 - Obliczyć średnią arytmetyczną danych.
 - Obliczyć średnią ważoną danych statystycznych.
 - Wyznaczyć medianę i dominantę danych statystycznych.
 - Zinterpretować średnią arytmetyczną medianę i dominantę danych statystycznych.
 - Porównać wyniki pomiarów za pomocą średniej arytmetycznej, mediany i dominanty.
 - Obliczyć wariancję i odchylenie standardowe danych statystycznych.

VII. SPOSOBY OCENIANIA UCZESTNIKÓW

Kontrola osiągnięć i ich ocena należy do najbardziej stresujących aspektów funkcjonowania szkolnego. Do kontroli i oceny należy się szczególnie przygotować, gdyż brak na zajęciach możliwości stosowania motywującej funkcji oceny. Uczniów należy bardzo często chwalić, nawet za każdy najmniejszy sukces. Można dodatkowo w zeszyte z zajęć napisać notatkę o postępach uczynionych przez uczniów.

VIII. EWALUACJA PROGRAMU

W trakcie każdego zajęcia będzie prowadzona na bieżąco obserwacja uczniów i modyfikowanie zajęć, metod i treści do bieżących potrzeb. W ciągu całego cyklu zajęć przewidziano trzy sprawdziany testowe, pod koniec każdego roku zajęć. Mają one na celu badanie jakości nauczania, wykazanie słabych i mocnych stron uczniów i praca nad nimi.

IX. BIBLIOGRAFIA

- Stanisław Zieleń, „Matematyka bliżej nas” Program nauczania matematyki w liceum ogólnokształcącym, liceum profilowanym i technikum w zakresie podstawowym i rozszerzonym
- Henryk Pawłowski „Matematyka” Program nauczania dla liceum ogólnokształcącego (w zakresach podstawowym i rozszerzonym), liceum profilowanego i technikum (w zakresie podstawowym)
- Małgorzata Trzeciak, Monika Jankowska „Matematyka” , Klasa 1 Poradnik dla nauczyciela i program nauczania w liceum ogólnokształcącym, liceum profilowanym i technikum



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzi Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Tezy do programu przedstawiła:

Anna Hawryluk

Korekta i opracowanie:

mgr Elżbieta Miterka

Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:

mgr Agnieszka Szumera

Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281