



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Program zajęć wyrównawczych z matematyki
w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”
na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r
w **Zespole Szkół Technicznych w Chełmie**



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

I. WSTĘP

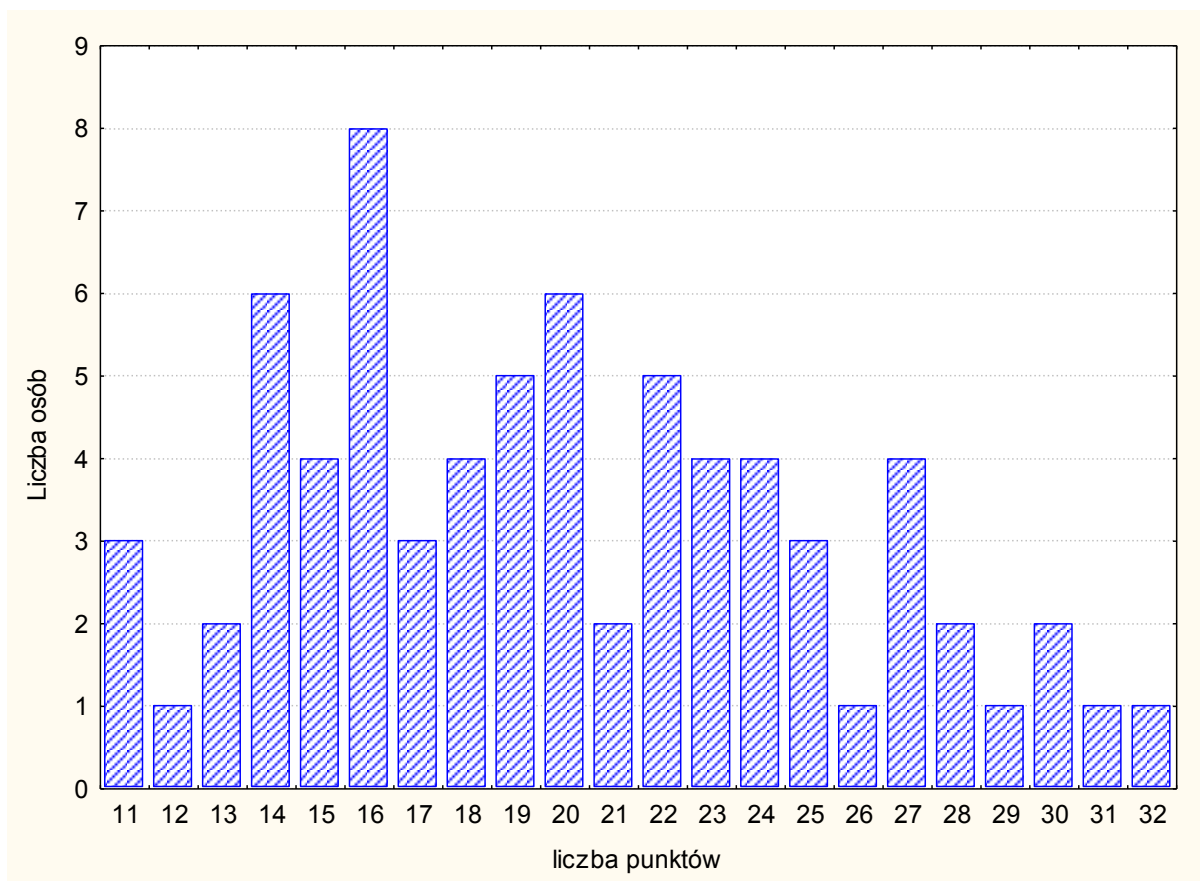
Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

W rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół Technicznych w Chełmie wzięło udział 72 osoby. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 19,97 punktów, co stanowi 39,94% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik znacznie niższy w stosunku do wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 19,5 punkty (mediana). Najniższy wynik na egzaminie to 11 punktów, a najwyższy to 32 punktów.

Tabela 1. Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.

Podstawowe miary statystyczne	Województwo lubelskie		Zespół Szkół Technicznych w Chełmie	
	punkty	procent	punkty	procent
Średni wynik	23,85	47,70	19,97	39,94
Mediana	23	46	19,5	39
Wynik najniższy	1	2	11	22
Wynik najwyższy	50	100	32	64
Odchylenie standardowe	9,59	19,19	5,31	10,62

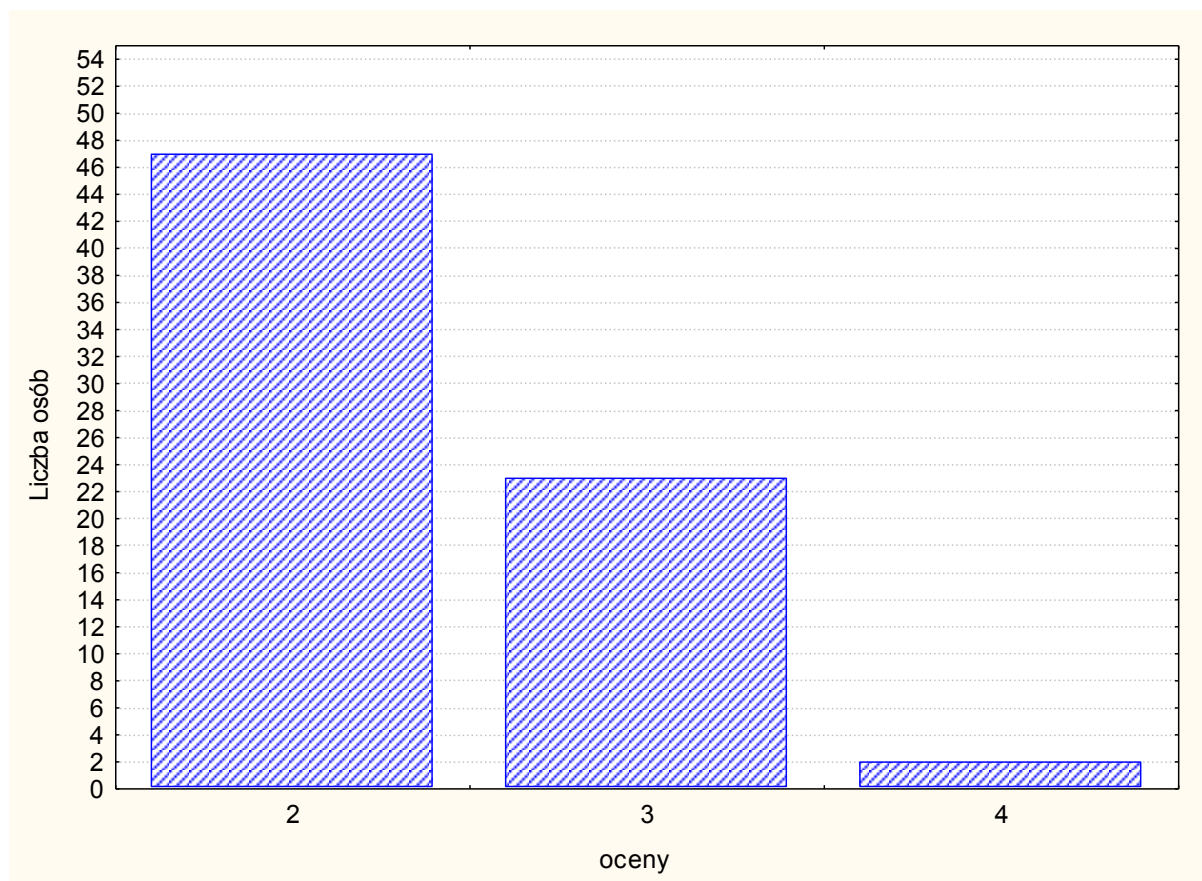
Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów Zespołu Szkół Technicznych w Chełmie, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 11 do 32.



Rysunek 1. Rozkład wyników gimnazjalistów Zespołu Szkół Technicznych w Chełmie rozwiązujących arkusz GM-1-102.

Rozkład wyników uczniów z Zespołu Szkół Technicznych w Chełmie jest jedno modalny, przesunięty w stronę niższych wyników, z modalną wynoszącą 16 punktów.

Uczniowie biorący udział w rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół Technicznych w Chełmie byli oceniani także pod względem ocen końcowych z matematyki w gimnazjum. Średnia ocena dla tych uczniów to 2,37. Nie było uczniów z oceną celującą oraz bardzo dobrą. 47 uczniów uzyskało ocenę dopuszczającą, 23 uczniów uzyskało ocenę dostateczną oraz 2 uczniów otrzymało ocenę dobrą.



Rysunek 2. Rozkład ocen końcowych z gimnazjum uczniów Zespołu Szkół Technicznych w Chełmie.

Rozkład końcowych ocen gimnazjalnych uczniów z Zespołu Szkół Technicznych w Chełmie jest jedno modalny, z modalną wynoszącą 2 (Rysunek 2).

We wrześniu 2010r. testem na wejściu zostało objętych 158 uczniów z klas pierwszych. Młodzież w klasyfikacji rocznej 2009/2010 otrzymała oceny o średniej 2,85 z matematyki, a średnia testu gimnazjalnego z części matematyczno-przyrodniczej wynosiła 22,28 punktów na 50 możliwych.

Test na wejście obejmował między innymi: wykonywanie elementarnych działań na liczbach i wyrażeniach algebraicznych, rozwiązywanie prostych równań i nierówności stopnia I-go z jedną niewiadomą, sporządzanie wykresów funkcji liniowej, stosowanie twierdzenia Pitagorasa, obliczanie pól i obwodów figur.

Analizując wskaźniki łatwości poszczególnych zadań stwierdzić należy, że większość z nich należy do bardzo trudnych lub trudnych.

Uczniowie mają duże trudności w analizowaniu zadań dotyczących:

- Funkcji liniowej, budowanie wzoru funkcji i analizowanie jej własności / zad. nr 5- wskaźnik łatwości 0,16
- Wykonywania działań na ułamkach i stosowaniem praw działań na potęgach / zad. nr 1
- Redukowaniu wyrazów podobnych / zad. nr 2

Wśród zadań trudnych – nieznacznie lepiej opanowanych – znalazły się problemy dotyczące:

- Rozwiązywania równań stopnia I z jedną niewiadomą /zad.3
- Związków miarowych figur płaskich- zastosowanie tw. Pitagorasa / zad.4

Analiza wykazała również, 25% uczniów nie zdołała w pełni rozwiązać żadnego zadania.

Osiągnięcia uczniów w zakresie opanowania umiejętności określonych standardami są bardzo zróżnicowane. Obok rozwiązań w całości poprawnych, świadczących o dużej wiedzy i umiejętności samodzielnego myślenia, są odpowiedzi błędne, niepełne lub będące dowodem niezrozumienia polecenia. Niestety, w dalszym ciągu do słabych stron gimnazjalistów należą mała sprawność rachunkowa oraz brak krytycznej oceny otrzymanego wyniku.

Zachodzi więc konieczność przygotowania uczniów do egzaminu maturalnego z matematyki, a to z kolei wpłynie na efektywniejsze przygotowanie ich do egzaminu zawodowego.

Powyższa analiza wyników egzaminu gimnazjalnego uczestników zajęć, a także ocena końcoworoczna w trzeciej klasie gimnazjum spowodowała, iż zakwalifikowali się oni na zajęcia wyrównawcze, ze względu na zbyt małą ilość zdobytych punktów i stosunkowo bardzo słabe oceny z matematyki.

II. CELE EDUKACYJNE

I. Cele ogólne:

Zajęcia wyrównawcze z matematyki mają za zadanie:

- wyrównywanie wiedzy i podnoszenie wyników nauczania z matematyki
- zwiększenie zdawalności egzaminów maturalnych
- zwiększenie aktywności społecznej uczniów
- zwiększenie motywacji do podnoszenia wyników nauczania
- popularyzowanie matematyki wśród uczniów.
- kształcenie wytrwałości, dobrej organizacji w planowania pracy
- kształcenie samodzielności

Opracowany program zajęć wyrównawczych ma na celu:

- przygotowanie uczniów do wykorzystywania wiedzy matematycznej w prostych sytuacjach
- praktycznych
- kształcenie umiejętności logicznego myślenia
- kształcenie wyobraźni przestrzennej
- korzystanie i przetwarzanie informacji

2. Cele szczegółowe:

Uczeń posiada umiejętności w zakresie:

1) wykorzystania i tworzenia informacji:

Uczeń interpretuje tekst matematyczny i formułuje uzyskane wyniki. To znaczy, że potrafi:

- odczytać informację bezpośrednio wynikającą z treści zadania
- zastosować podany wzór lub podany przepis postępowania
- wykonać rutynową procedurę dla typowych danych
- przejrzysto zapisać przebieg i wynik obliczeń oraz uzyskaną odpowiedź

2) wykorzystania i interpretowania reprezentacji:

Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych. Potrafi:

- poprawnie wykonywać działania na liczbach i przedziałach liczbowych, przekształcać wyrażenia algebraiczne, rozwiązywać niezbyt złożone równania, ich układy oraz nierówności, odczytywać z wykresu własności funkcji, sporządzać wykresy niektórych funkcji, znajdować stosunki miarowe w figurach płaskich i przestrzennych (także z wykorzystaniem układu współrzędnych lub trygonometrii), zliczać obiekty i wyznaczać prawdopodobieństwo w prostych sytuacjach kombinatorycznych
- zastosować dobrze znaną definicję lub twierdzenie w typowym kontekście

3) modelowania matematycznego:

Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji. Potrafi, także w sytuacjach praktycznych:

- podać wyrażenie algebraiczne, funkcję, równanie, nierówność, interpretację geometryczną, przestrzeń zdarzeń elementarnych opisujące przedstawioną sytuację
- przetworzyć informacje wyrażone w jednej postaci w postać ułatwiającą rozwiązanie problemu
- ocenić przydatność otrzymanych wyników z perspektywy sytuacji, dla której zbudowano model

4) użycia i tworzenia strategii:

Uczeń stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania. Potrafi:

- dobrać odpowiedni algorytm do wskazanej sytuacji problemowej
- ustalić zależności między podanymi informacjami
- zaplanować kolejność wykonywania czynności, wprost wynikających z treści zadania, lecz nie mieszczących się w ramach rutynowego algorytmu
- krytycznie ocenić otrzymane wyniki

5) rozumowania i argumentacji:

Uczeń prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków. Potrafi:

- wyprowadzić wniosek z prostego układu przesłanek i go uzasadnić
- zastosować twierdzenie, które nie występuje w treści zadania

III. ZAŁOŻENIA PROGRAMU

1. Rozwijanie umiejętności wykonywania operacji rachunkowych na liczbach wymiernych, zarówno sposobem pisemnym, jak i przy pomocy kalkulatora.
2. Ćwiczenie rachunku pamięciowego w zakresie czterech podstawowych działań.
3. Ćwiczenie sprawności w zakresie: upraszczania wyrażeń algebraicznych, rozwiązywania równań, w tym proporcji, układów równań, kreślenia wykresów funkcji i określania ich własności, posługiwania się własnościami figur geometrycznych, stosowania obliczeń procentowych, zamiany jednostek, przekształcania wzorów i stosowania przybliżeń w rachunku liczbowym.
4. Rozwijanie umiejętności posługiwania się właściwą terminologią
5. Rozwijanie umiejętności korzystania z podręcznika i innych źródeł, czytania tekstu matematycznego ze zrozumieniem i analizowania treści zadań.
6. Rozwijanie umiejętności wykonywania obliczeń w różnych sytuacjach praktycznych.
7. Rozwijanie umiejętności posługiwania się własnościami figur geometrycznych w sytuacjach praktycznych.
8. Kształcenie umiejętności operowania informacją, czyli porównywania, selekcjonowania, analizowania, interpretowania i przetwarzania informacji podanych w różnej formie.
9. Rozwijanie umiejętności zapisywania związków za pomocą symboli, wyrażeń algebraicznych, równań i nierówności.
10. Rozwijanie umiejętności zapisywania planu rozwiązania zadania.
11. Rozwijanie umiejętności wyciągania wniosków na podstawie analizy funkcji przedstawionych w różnej postaci.
12. Wyrabianie samodzielności w rozwiązywaniu różnych rodzajów i typów zadań, ze szczególnym zwróceniem uwagi na zadania otwarte.

IV. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH

1. Organizacja zajęć

- prowadzenie wykładu
- prowadzenie dyskusji
- praca w grupach o wyrównanym poziomie uzdolnień
- praca indywidualna - uczeń otrzymuje do rozwiązania na określony czas listę zadań. Rozwiązuje je w dodatkowym zeszycie w domu, przynosi do sprawdzenia. Poziom rozwiązania zadań decyduje o tym, jakie zadania znajdą się na kolejnych listach.

2. Pomoce naukowe:

- podręcznik : Matematyka, W. Babiański, L. Chańko, D. Ponczek
- zbiory zdań przygotowujące do egzaminu maturalnego
- karty pracy w których zawarte są przykłady zdań elementarnych występujących w standardach egzaminacyjnych
- testy dostępne na stronach WWW portali edukacyjnych oraz arkusze maturalne dostępne na stronach OKE
- tablice matematyczne
- bryły geometryczne

3. Procedury osiągnięcia celów

- dobieranie elementarnych zadań,
- umożliwienie wyrównywania braków w wiedzy i umiejętnościach uczniów,
- wzmocnienie poczucia satysfakcji i własnej wartości uczniów,
- motywowanie uczniów do dalszej pracy i systematycznego udziału w zajęciach,

V. TREŚCI NAUCZANIA

Nr, lekcji	Tytuł działu i tematyka zajęć	Zakres	Kompetencje ucznia (uczeń umie:)	Uwagi o realizacji
Potęgi i pierwiastki				
1.	Działania na liczbach wymiernych	<ul style="list-style-type: none"> Działania na ułamkach (algorytm dodawania, odejmowania, dzielenia i mnożenia liczb wymiernych) Liczba odwrotna Liczba przeciwna 	<ul style="list-style-type: none"> wykonywać podstawowe działania na ułamkach zwykłych kolejność wykonywania działań podać przykłady liczb całkowitych i nienaturalnych podać przykłady liczb wymiernych i niecałkowitych przedstawić liczbę wymierną (ułamek) na osi liczbowej porównywać ułamki 	
2	Potęga o wykładniku naturalnym.	<ul style="list-style-type: none"> Iloczyn potęg o tej samej podstawie Iloraz potęg o tej samej podstawie Potęgowanie iloczynu, ilorazu i potęgi 	<ul style="list-style-type: none"> Obliczać wartość wyrażeń, w których występują potęgi Mnożyć i dzielić potęgi o jednakowych podstawach lub jednakowych wykładnikach Zapisywać w postaci jednej potęgi potęgę potęgi 	
3	Obliczanie pierwiastka kwadratowego i sześciennego	<ul style="list-style-type: none"> Pierwiastek stopnia drugiego Pierwiastek stopnia trzeciego Pierwiastek z iloczynu Pierwiastek z ilorazu 	<ul style="list-style-type: none"> Obliczyć pierwiastki kwadratowe i sześcienne dla liczb rzeczywistych Wylączyć czynnik przed znak pierwiastka Włączać czynnik pod znak pierwiastka Wykonywać działania na pierwiastkach tego samego stopnia 	
4	Potęga o wykładniku całkowitym	<ul style="list-style-type: none"> potęga o wykładniku naturalnym potęga o wykładniku całkowitym ujemnym działania na potęgach 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać potęgi o wykładniku całkowitym stosować działania na potęgach 	
Wyrażenia algebraiczne				

5	Mnożenie sum algebraicznych	<ul style="list-style-type: none"> • mnożenie sumy przez jednomian • mnożenie sum algebraicznych • redukcja wyrazów podobnych 	<ul style="list-style-type: none"> • mnożyć sumy algebraiczne • redukować wyrazy podobne 	
6	Wzory skróconego mnożenia	<ul style="list-style-type: none"> • kwadrat sumy • kwadrat różnicy • różnica kwadratów 	<ul style="list-style-type: none"> • podać wzory skróconego mnożenia dotyczące potęgi drugiej 	
7	Przekształcanie wyrażeń zawierających potęgi i pierwiastki. Obliczanie ich wartości liczbowej.	Wzory skróconego mnożenia	<ul style="list-style-type: none"> • usunąć niewymierność z mianownika 	
8	Rozkładanie sumy algebraicznej na czynniki	<ul style="list-style-type: none"> • Wylączenie wspólnego czynnika poza nawias • Grupowanie wyrazów • wzory skróconego mnożenia 	<ul style="list-style-type: none"> • Zapisać sumę w postaci iloczynu • Stosować wzorów skróconego mnożenia 	
9	Zastosowanie przekształceń algebraicznych	<ul style="list-style-type: none"> • sześcián sumy • sześcián różnicy • różnica sześciánów • suma sześciánów 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznaczyć z równości podaną wielkość • podać wzory skróconego mnożenia dotyczące potęgi trzeciej 	
10	Procenty- zastosowanie w zadaniach praktycznych.	<ul style="list-style-type: none"> • procent • ułamek jako procent • procent liczby 	<ul style="list-style-type: none"> • zamienić ułamek (liczbę) na procent • obliczyć procent danej liczby • obliczyć liczbę na podstawie jej procentu • obliczyć, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba • posługiwać się procentem w sytuacjach praktycznych 	
11	Obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych	<ul style="list-style-type: none"> • wzór na procent składany 	<ul style="list-style-type: none"> • posługiwać się procentem w sytuacjach praktycznych 	
12	Rozwiązywanie testu maturalnego-- Liczby rzeczywiste			

Wyrażenia algebraiczne				
13	Proporcja i jej własności.	<ul style="list-style-type: none"> • proporcja 	<ul style="list-style-type: none"> • Wyznaczać wyrazy proporcji • Rozwiązywać równania z zastosowaniem proporcji 	
14	Przekształcanie wzorów	<ul style="list-style-type: none"> • Wzory geometryczne i fizyczne 	<ul style="list-style-type: none"> • Wyznaczać wskazaną wielkość z podanych wzorów, w tym geometrycznych i fizycznych 	
15	Równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą	<ul style="list-style-type: none"> • Równanie oznaczone, nieoznaczone, sprzeczne • Zadania prowadzące do równań liniowych 	<ul style="list-style-type: none"> • Sprawdzić, czy liczba jest pierwiastkiem równania liniowego. • Rozwiązywać równanie liniowe z jedną niewiadomą. 	
16	Nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą	<ul style="list-style-type: none"> • Nierówność liniowa z jedną niewiadomą 	<ul style="list-style-type: none"> • Sprawdzić, czy liczba należy do zbioru rozwiązań nierówności liniowej. • Zaznaczyć na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności i zapisać go za pomocą przedziału liczbowego. 	
17	Układ równań liniowych z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania	<ul style="list-style-type: none"> • Rozwiązywanie układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania • Układ oznaczony, nieoznaczony i sprzeczny 	<ul style="list-style-type: none"> • Sprawdzić, czy para liczb spełnia układ równań. • Rozwiązać układ równań metodą podstawiania 	
18	Rozwiązywanie układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi metodą przeciwnych współczynników	<ul style="list-style-type: none"> • Układ oznaczony, nieoznaczony i sprzeczny • Rozwiązywanie układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi metodą przeciwnych współczynników 	<ul style="list-style-type: none"> • Rozwiązać układ równań metodą przeciwnych współczynników 	
19	Graficzna interpretacja układów równań	<ul style="list-style-type: none"> • Rozwiązywanie układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi 	<ul style="list-style-type: none"> • Graficznie rozwiązywać układ równań liniowych. • Określić jakiego rodzaju jest dany układ równań liniowych 	

	liniowych.	metodą graficzną		
Zbiory				
20	Działania na zbiorach. Własności działań na zbiorach	<ul style="list-style-type: none"> • suma zbiorów • iloczyn zbiorów • różnica zbiorów • dopełnienie zbioru • zbiory rozłączne • własności działań na zbiorach 	<ul style="list-style-type: none"> • wymienić elementy sumy różnicy i iloczynu zbiorów • określić dopełnienie danego zbioru 	
21	Działania na przedziałach		<ul style="list-style-type: none"> • wykonywać działania na przedziałach • odczytywać i zapisywać przedziały liczbowe • zaznaczać przedziały na osi liczbowej 	
22	Wartość bezwzględna	<ul style="list-style-type: none"> • wartość bezwzględna liczby • interpretacja wartości bezwzględnej na osi liczbowej • $\sqrt{a^2} = a$ 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać wartość bezwzględną liczb, • stosować interpretację geometryczną modułu na osi liczbowej do rozwiązywania prostych równań i nierówności z wartością bezwzględną • stosować wzór $\sqrt{a^2} = a$ w zadaniach 	
23	Własności wartości bezwzględnej	<ul style="list-style-type: none"> • zapisanie przedziałów za pomocą wartości bezwzględnej 	<ul style="list-style-type: none"> • zapisać przedział lub sumę przedziałów za pomocą nierówności z wartością bezwzględną 	
24	Rozwiązywanie równań i nierówności z wartością bezwzględną	<ul style="list-style-type: none"> • proste równania i nierówności z wartością bezwzględną 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równania i nierówności z wartością bezwzględną metodą rozpatrywania przypadków 	
25	Powtórzenie wiadomości-działania na zbiorach	<ul style="list-style-type: none"> • Test maturalny 		
Funkcje i ich własności.				
26	Określanie dziedziny i miejsc zerowych ze wzoru	<ul style="list-style-type: none"> • dziedzina funkcji • wykonalność działań • miejsce zerowe funkcji 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznaczyć dziedzinę funkcji danej wzorem • podać definicję miejsca zerowego funkcji • obliczyć miejsce zerowe 	

			funkcji • odczytać z wykresu miejsca zerowe funkcji	
27	Odczytywanie własności funkcji z jej wykresu	• dziedzina, zbiór wartości • argument, wartość funkcji • miejsca zerowe • zbiór tych x , dla których $f(x) > 0$, $f(x) < 0$ • przedziały monotoniczności funkcji	• odczytać różne własności funkcji z danego jej wykresu • narysować przykładowy wykres funkcji o danych własnościach	
28	Szkicowanie wykresów i odczytywanie własności funkcji	• jw	• jw	
29	Przesuwanie wykresu funkcji o wektor	• wykres • przesunięcie o wektor • współrzędne wektora	• przesunąć wykres danej funkcji o wektor o dowolnych współrzędnych • zapisać przekształcenie przedstawione na rysunku • odczytywać własności funkcji przesuniętej o wektor $[p, q]$ czyli $y = f(x-p) + q$	
30	Przekształcenie wykresu funkcji przez symetrię względem osi układu współrzędnych.	• symetria osiowa • symetria środkowa jako złożenie dwóch symetrii osiowych	• przekształcać wykres danej funkcji przez symetrię względem osi układu współrzędnych • rysować wykres funkcji - $f(x)$, $f(-x)$ i $-f(x)$, gdy dany jest wykres $f(x)$	
Funkcja liniowa				
31	Funkcja liniowa i jej własności	• funkcja liniowa • wykres funkcji liniowej współczynnik kierunkowy prostej • zbiór wartości funkcji liniowej • miejsca zerowe i monotoniczność f. liniowej	• rozpoznać wzór funkcji liniowej i określić jej współczynniki • narysować wykres funkcji liniowej • określać własności funkcji liniowej na podstawie jej współczynników • obliczać miejsca zerowe funkcji liniowej • rozpoznawać rodzaj monotoniczności funkcji liniowej na podstawie wzoru • wyznaczać współrzędne	

			<p>punktów wspólnych wykresy funkcji i osi układu wsp.</p> <ul style="list-style-type: none"> Wyznaczać wartość parametru, dla którego funkcja jest rosnąca (malejąca, stała) 	
32	Równanie prostej na płaszczyźnie	<ul style="list-style-type: none"> równanie kierunkowe prostej równanie ogólne prostej równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty 	<ul style="list-style-type: none"> określić położenie w układzie współrzędnych (ćwiartki) prostej danej równaniem kierunkowym wyznaczyć równanie kierunkowe prostej na podstawie danych dwóch punktów narysować prosta daną równaniem ogólnym przekształcić równanie kierunkowe prostej do postaci ogólnej i na odwrót sprawdzić, czy dany punkt należy do danej równaniem ogólnym prostej zapisać równanie prostej przedstawionej na rysunku 	
33	Współczynnik kierunkowy prostej. Warunek równoległości prostych.	<ul style="list-style-type: none"> współczynnik kierunkowy prostej i jego interpretacja geometryczna warunek równoległości prostych danych równaniami kierunkowymi warunek równoległości prostych danych równaniami ogólnymi 	<ul style="list-style-type: none"> wyznaczyć współczynnik kierunkowy prostej danej w postaci kierunkowej, ogólnej, przechodzącej przez dane dwa punkty podać interpretację geometryczną współczynnika kierunkowego wyznaczyć równanie prostej równoległej do danej (równaniem kierunkowym i ogólnym) i przechodzącej przez dany punkt sprawdzać równoległość prostych danych równaniami (kierunkowymi i ogólnymi) 	
34	Warunek prostopadłości prostych.	<ul style="list-style-type: none"> warunek prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi i ogólnymi 	<ul style="list-style-type: none"> wyznaczyć równanie prostej prostopadłej do prostej danej równaniem kierunkowym (ogólnym) sprawdzić, czy dane dwie proste są prostopadłe podać warunek prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi i ogólnymi wyznaczyć wartość parametru, dla którego proste są prostopadłe 	

35	Odległość punktów w układzie współrzędnych	<ul style="list-style-type: none"> • odległość punktów w układzie współrzędnych 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać odległość punktów w układzie współ. • obliczać obwód wielokąta o podanych wierzchołkach • sprawdzać własności czworokątów za pomocą odległości punktów 	
36	Środek odcinka	<ul style="list-style-type: none"> • środek odcinka i jego współrzędne 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznaczać współrzędne środka odcinka na podstawie jego końców • wyznaczać współrzędne jednego z końców odcinka mając współrzędne środka i drugiego końca odcinka 	
37	Odległość punktu od prostej	<ul style="list-style-type: none"> • def. odległości punktu od prostej • tw. o odległości punktu od prostej danej równaniem ogólnym 	<ul style="list-style-type: none"> • określić co to jest odległość punktu od prostej • obliczyć odległość punktu od danej prostej • wyznaczyć np. wysokość trójkąta jako odległość wierzchołka od prostej zawierającej podstawę 	
38	Okrąg w układzie współrzędnych	<ul style="list-style-type: none"> • równanie okręgu 	<ul style="list-style-type: none"> • zapisać równanie okręgu na płaszczyźnie mając współrzędne środka i promień • odczytać parametry okręgu z jego równania 	
39	Powtórzenie wiadomości-funkcja liniowa	<ul style="list-style-type: none"> • Test maturalny 		
Funkcja kwadratowa				
40	Postać kanoniczna i postać ogólna funkcji kwadratowej	<ul style="list-style-type: none"> • postać ogólna funkcji kwadratowej – trójmian kwadratowy • postać kanoniczna funkcji kwadratowej • wyróżnik trójmianu kwadratowego • współrzędne wierzchołka 	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznać ogólną postać trójmianu kwadratowego • odczytywać współczynniki trójmianu kwadratowego z jego postaci ogólnej • przekształcić trójmian kwadratowy dany w postaci ogólnej do kanonicznej • sprowadzić trójmian do postaci ogólnej (od kanonicznej) • odczytywać współrzędne wierzchołka paraboli z 	

		trójmianu kwadratowego	kanonicznej postaci trójmianu	
41	Szkicowanie wykresu trójmianu kwadratowego danego w postaci ogólnej	<ul style="list-style-type: none"> wykres trójmianu kwadratowego 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać wyróżnik trójmianu obliczać współrzędne wierzchołka paraboli naszkić wykres trójmianu kwadratowego danego w postaci ogólnej wyznaczyć brakujące współczynniki trójmianu na podstawie danych o np. wierzchołku 	
42	Równanie kwadratowe zupełne i niezupełne	<ul style="list-style-type: none"> równanie kwadratowe równanie kwadratowe niezupełne i zupełne 	<ul style="list-style-type: none"> rozpoznać równanie kwadratowe zupełne i niezupełne rozwiązać równanie kwadratowe niezupełne metodą rozkładu na czynniki liniowe za pomocą wzorów skróconego mnożenia określić liczbę rozwiązań równania na podstawie wyróżnika 	
43	Rozwiązywanie równań kwadratowych	<ul style="list-style-type: none"> wzory skróconego mnożenia twierdzenie o rozwiązaniach równania kwadratowego w zależności od wyróżnika 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązać równanie kwadratowe dowolnej postaci stosując rozkład na czynniki zapisać wzory rozwiązania równania kwadratowego w zależności od wyróżnika rozwiązać równanie kwadratowe dowolnej postaci korzystając ze wzorów interpretuje położenie paraboli na podstawie współczynnika a i wyróżnika 	
44	Postać iloczynowa funkcji kwadratowej	<ul style="list-style-type: none"> miejsca zerowe trójmianu kwadratowego – pierwiastek trójmianu iloczynowa postać trójmianu kwadratowego czynniki liniowe rozkład na czynniki liniowe 	<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje funkcję kwadratową zapisaną w postaci iloczynowej odczytuje z postaci iloczynowej trójmianu jego miejsca zerowe i inne własności przekształcić trójmian kwadratowy dany w postaci ogólnej lub kanonicznej do postaci iloczynowej 	
45	Nierówności kwadratowe	<ul style="list-style-type: none"> nierówność kwadratowa i jej interpretacja w układzie współrzędnych 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązać nierówność kwadratową 	

46	Rozwiązywanie nierówności kwadratowych	<ul style="list-style-type: none"> • jw 	<ul style="list-style-type: none"> • jw 	
47	Zastosowanie funkcji kwadratowych do rozwiązywania zadań	<ul style="list-style-type: none"> • własności funkcji kwadratowej 	<ul style="list-style-type: none"> • zbudować model matematyczny przy użyciu funkcji kwadratowej do opisanie sytuacji praktycznej • wyznaczyć własności, w szczególności zbiór argumentów i zbiór wartości funkcji zbudowanej do konkretnej sytuacji praktycznej 	
48	Powtórzenie wiadomości- Funkcja kwadratowa	<ul style="list-style-type: none"> • Test maturalny 		

Nr, lekcji	Tytuł działu i tematyka zajęć	Zakres	Kompetencje ucznia	Uwagi o realizacji
Pola figur płaskich				
49	Twierdzenie Pitagorasa.	<ul style="list-style-type: none"> • Twierdzenie Pitagorasa i tw. odwrotne do tw. Pitagorasa 	<ul style="list-style-type: none"> • Obliczyć długość trzeciego boku trójkąta mając dane długości dwóch pozostałych boków. • Sprawdzić, czy trójkąt jest prostokątny mając dane długości jego boków. 	
50	Trójkąty prostokątne. Twierdzenie Pitagorasa	<ul style="list-style-type: none"> • własności trójkątów prostokątnych: przyprostokątna, przeciwprostokątna, wysokość trójkąta prostokątnego, jego pole • tw. Pitagorasa • tw. odwrotne do tw. Pitagorasa 	<ul style="list-style-type: none"> • wymienić własności trójkątów prostokątnych • podać treść tw. Pitagorasa • stosować tw. Pitagorasa w zadaniach • podać treść tw. odwrotnego do tw. Pitagorasa • wyznaczyć np. wysokość trójkąta równobocznego, przekątną kwadratu stosując tw. Pitagorasa 	
51	Zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do rozwiązywania zadań praktycznych.	<ul style="list-style-type: none"> • tw. Pitagorasa • tw. odwrotne do tw. Pitagorasa 	<ul style="list-style-type: none"> • Stosować twierdzenie Pitagorasa do rozwiązywania problemów praktycznych. 	
52	Funkcje trygonometryczne kąta ostrego	<ul style="list-style-type: none"> • przyprostokątna przyległa, przyprostokątna przeciwległa, przeciwprostokątna • definicje \sin, \cos, tg i ctg kąta ostrego w trójkącie prostokątnym 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznaczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego 	
53	Funkcje trygonometrycznych	<ul style="list-style-type: none"> • wartości funkcji trygonometrycznych 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznaczyć wartości funkcji trygonomet- 	

	kątów 30° , 45° i 60°	<ul style="list-style-type: none"> h typowych kątów ostrych długości boków trójkąta prostokątnego o kącie 60° 	<ul style="list-style-type: none"> rycznych dla kątów 30°, 45° i 60° zbudować kąt na podstawie danej wartości funkcji trygonometrycznej 	
54	Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych	<ul style="list-style-type: none"> trójkąt prostokątny 	<ul style="list-style-type: none"> wyznaczyć długości boków trójkąta prostokątnego korzystając z funkcji trygonometrycznych – rozwiązać trójkąt prostokątny 	
55	Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta	<ul style="list-style-type: none"> jedynka trygonometryczna $tg\alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $ctg\alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ $\sin \alpha \leq 1$, $\cos \alpha \leq 1$ tożsamość trygonometryczna 	<ul style="list-style-type: none"> przekształcać wyrażenia trygonometryczne wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych na podstawie danej funkcji tryg. np. obliczyć \sin, tg i ctg mając \cos kąta. dowodzenie prostych tożsamości trygonometrycznych 	
56	Trygonometria – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów o miarach: 30°, 45°, 60° 	<ul style="list-style-type: none"> stosować funkcje trygonometryczne w sytuacjach praktycznych posłużyć się kalkulatorem i tablicami matematycznymi do wyznaczania wartości wyrażeń z funkcjami trygonometrycznymi 	
57	Trójkąty podobne i przystające.	<ul style="list-style-type: none"> figury podobne trójkąty podobne trójkąty przystające cechy podobieństwa trójkątów skala podobieństwa 	<ul style="list-style-type: none"> opisać figury (w tym trójkąty) podobne wyróżnić trójkąty podobne i przystające podać i stosować cechy podobieństwa trójkątów BBB, KKK, BKB wyznaczać skalę podobieństwa trójkątów 	

			<ul style="list-style-type: none"> wyznaczać wielkości w trójkątach znając skalę ich podobieństwa 	
58	Wielokąty podobne	<ul style="list-style-type: none"> tw. o stosunku pól figur podobnych tw. o stosunku objętości figur podobnych podobieństwo podstawowych czworokątów 	<ul style="list-style-type: none"> wykorzystywać własności wielokątów podobnych do rozwiązywania zadań stosować twierdzenie o stosunku pól figur podobnych stosować twierdzenie o stosunku objętości brył podobnych formułować wnioski o podobieństwie podstawowych czworokątów 	
59	Twierdzenie Talesa	<ul style="list-style-type: none"> Tw. Talesa Tw. odwrotne do tw. Talesa Odcinki proporcjonalne 	<ul style="list-style-type: none"> podać treść twierdzenia Talesa i twierdzenia do niego odwrotnego stosować tw. Talesa do wyznaczania długości odcinków stosować tw. Talesa do konstruowania odcinaka spełniającego podaną zależność 	
60	Zastosowanie twierdzenia Talesa do rozwiązywania zadań z treścią.	<ul style="list-style-type: none"> Twierdzenie Talesa 	<ul style="list-style-type: none"> Zastosować twierdzenia Talesa do rozwiązywania zadań praktycznych. 	
61	Okręgi i proste	<ul style="list-style-type: none"> prosta styczna, sieczna i rozłączna z okręgiem wzajemne położenie dwóch okręgów okręgi współśrodkowe Wzajemne położenie prostej i okręgu 	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć odległość środków dwóch okręgów danych równaniami określić wzajemne położenie dwóch okręgów na płaszczyźnie określić położenie okręgu i prostej na płaszczyźnie obliczyć odległość środka okręgu o danym równaniu od danej prostej 	

62	Kąty w okręgu	<ul style="list-style-type: none"> • kąt wpisany i środkowy w okręgu • twierdzenie o kącie wpisanym i środkowym opartym na tym samym łuku • wielokąt wpisany w okrąg 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznaczyć miarę kąta wpisanego, gdy znamy miarę kąta środkowego opartego na tym samym łuku i na odwrót • rozwiązywać trójkąty w oparciu o twierdzenie o kącie wpisanym i środkowym opartym na tym samym łuku 	
63	Proste i odcinki szczególne w trójkącie	<ul style="list-style-type: none"> • symetralne boków trójkąta • dwusieczna kątów trójkąta • wysokości trójkąta (spadek wysokości, ortocentrum trójkąta) • środkowe trójkąta (środek ciężkości) 	<ul style="list-style-type: none"> • Obliczyć długości środkowych trójkąta • Wyznaczyć równanie prostej zawierającej wysokości trójkąta 	
64	Okrąg wpisany w trójkąt	<ul style="list-style-type: none"> • wzór na pole trójkąta opisanego na okręgu • dwusieczna kąta • cechy podobieństwa trójkątów • pole koła 	<ul style="list-style-type: none"> • wykonać konstrukcję okręgu wpisanego w trójkąt • wyznaczyć długość okręgu wpisanego w trójkąt • wyznaczyć długości boków trójkąta opisanego na okręgu • stosować wzory na promień okręgu wpisanego i opisanego na trójkącie równobocznym 	
65	Okrąg opisany na trójkącie	<ul style="list-style-type: none"> • symetralna odcinka • związek między kątem środkowym i wpisanym opartym na tym samym łuku • wzór na pole trójkąta wpisanego w okrąg 	<ul style="list-style-type: none"> • wykonać konstrukcję okręgu opisanego na trójkącie • wyznaczyć długość promienia okręgu opisanego na trójkącie • wyznaczyć długości boków trójkąta wpisanego w trójkąt • stosować wzory na promień okręgu wpisanego i opisanego na trójkącie równobocznym 	

66	Czworokąty wypukłe.	<ul style="list-style-type: none"> • pole kwadratu • pole prostokąta • pole równoległoboku • pole rombu • pole trapezu 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczyć pole kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu • stosować funkcje trygonometryczne do wyznaczenia potrzebnych odcinków w czworokącie 	
67	Pola wielokątów.	<ul style="list-style-type: none"> • Wielokąt foremny 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować funkcje trygonometryczne do wyznaczenia potrzebnych odcinków w wielokątach 	
68	Długość okręgu i pole koła	<ul style="list-style-type: none"> • długość okręgu • pole koła • długość łuku w okręgu • wycinek koła i jego pole • odcinek koła i jego pole 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować wzory na pole koła i długość łuku do wyznaczania pól figur zacieniowanych w kole 	
69	Zastosowanie funkcji trygonometrycznych w zadaniach	<ul style="list-style-type: none"> • znajduje związki miarowe w figurach płaskich, • pole deltoidu • pola wielokątów foremnych 	<ul style="list-style-type: none"> • Zastosować trygonometrię w planimetrii w zadaniach umieszczonych w kontekście praktycznym 	
70	Związki miarowe w figurach geometrycznych	<ul style="list-style-type: none"> • test maturalny 		
Wielomiany				
71	Działania na wielomianach.	<ul style="list-style-type: none"> • jednomian stopnia n • wielomian jednej zmiennej • stopień wielomianu • suma, różnica wielomianów • wzory skróconego mnożenia • iloczyn wielomianów 	<ul style="list-style-type: none"> • podawać przykłady wielomianów jednej zmiennej • uporządkować wielomian oraz określić jego współczynniki i stopień • wykonać dodawanie, odejmowanie, mnożenie wielomianów • stosować wzory skróconego mnożenia 	

72	Rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki- powtórzenie	<ul style="list-style-type: none"> • postać iloczynowa trójmianu kwadratowego 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznaczyć miejsca zerowe trójmianu kwadratowego, • rozłożyć trójmianu kwadratowy na czynniki liniowe; 	
73	Rozkład wielomianów na czynniki przez wyłączanie wspólnego czynnika i przez wzory skróconego mnożenia	<ul style="list-style-type: none"> • rozkład wielomianów na czynniki 	<ul style="list-style-type: none"> • rozłożyć wielomian na czynniki stosując: wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, grupowanie wyrazów, wzory skróconego mnożenia 	
74	Rozkład wielomianów na czynniki przez grupowanie	<ul style="list-style-type: none"> • rozkład wielomianów na czynniki 	<ul style="list-style-type: none"> • rozłożyć wielomian na czynniki stosując: grupowanie wyrazów 	
75	Pierwiastki wielomianu	<ul style="list-style-type: none"> • pierwiastek wielomianu • pierwiastki wielokrotne wielomianu 	<ul style="list-style-type: none"> • Sprawdzić, że dana liczba p jest pierwiastkiem wielomianu • Znaleźć wielomian przy podanych pierwiastkach 	
76	Równanie wielomianowe.	<ul style="list-style-type: none"> • pierwiastek wielomianu • pierwiastki wielokrotne wielomianu 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równanie trzeciego stopnia stosując rozkład wielomianów na czynniki metodami: wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, grupowanie wyrazów, wzory skróconego mnożenia • określić krotność pierwiastka wielomianu 	
77	Rozwiązywanie równań wielomianowych.	<ul style="list-style-type: none"> • równanie wielomianowe 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równanie wielomianowe stosując różne metody rozkładu wielomianów na czynniki 	
78	Wielomiany- zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> • równania z parametrem • pierwiastek wielomianu 	<ul style="list-style-type: none"> • zastosować definicję pierwiastka wielomianu i wyznaczyć parametr wielomianu 	

79	Powtórzenie wiadomości-wielomiany	<ul style="list-style-type: none"> • Test maturalny 		
Funkcja wymierna				
80	Wielkości proporcjonalne i funkcja $y = \frac{a}{x}$	<ul style="list-style-type: none"> • Proporcjonalność odwrotna • Wykres hiperboli • Własności hiperboli 	<ul style="list-style-type: none"> • wskazać wielkości odwrotnie proporcjonalne • sporządzać wykres, • odczytywać własności i rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym związane z proporcjonalnością odwrotną, 	
81	Wyrażenia wymierne	<ul style="list-style-type: none"> • Dziedzina wyrażenia wymiernego 	<ul style="list-style-type: none"> • Podać warunki określające dziedzinę wyrażenia wymiernego • Upraszczać wyrażenia wymierne, także z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia 	
82	Działania na wyrażeniach wymiernych	<ul style="list-style-type: none"> • Działania na wyrażeniach wymiernych 	<ul style="list-style-type: none"> • Wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych 	
83	Rozwiązywanie równań wymiernych.	<ul style="list-style-type: none"> • Równania wymierne 	<ul style="list-style-type: none"> • Rozwiązywać proste równania wymierne • Rozwiązywać graficznie równania wymierne 	
84	Rozwiązywanie zadań prowadzących do równań wymiernych	<ul style="list-style-type: none"> • 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych 	
85	Powtórzenie wiadomości- Funkcje wymierne	<ul style="list-style-type: none"> • Test maturalny 		
Ciągi liczbowe				
86	Pojęcie ciągu. Sposoby określania ciągu	<ul style="list-style-type: none"> • Ciąg liczbowy • Wykres ciągu liczbowego 	<ul style="list-style-type: none"> • Podać przykład ciągu liczbowego skończonego i nieskończonego 	

			<ul style="list-style-type: none"> • Naszkicować wykres ciągu • Wyznaczyć wyraz ciągu określonego wzorem ogólnym • Podać wzór ogólny ciągu na podstawie kilku podanych wyrazów 	
87	Badanie monotoniczności ciągów	<ul style="list-style-type: none"> • Ciągi monotoniczne 	<ul style="list-style-type: none"> • Sprawdzić na podstawie definicji monotoniczność ciągu • Podać przykład ciągu rosnącego i malejącego 	
88	Ciąg arytmetyczny def. i własności	<ul style="list-style-type: none"> • Ciąg arytmetyczny • Wzór na wyraz ogólny ciągu • Monotoniczność ciągu arytmetycznego 	<ul style="list-style-type: none"> • Podać przykład ciągu arytmetycznego • Rozpoznać, czy ciąg jest arytmetyczny • Określić monotoniczność ciągu arytmetycznego, znając różnicę ciągu • Obliczyć n-ty wyraz ciągu arytmetycznego 	
89	Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.	<ul style="list-style-type: none"> • Wzór na sumę początkowych wyrazów ciągu 	<ul style="list-style-type: none"> • Zastosować wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego • Opisać sytuację praktyczną za pomocą sumy ciągu arytmetycznego 	
90	Rozwiązywanie zadań dotyczących ciągu arytmetycznego	<ul style="list-style-type: none"> • jw 	<ul style="list-style-type: none"> • Zapisać zależność między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego • Opisać sytuację praktyczną za pomocą ciągu arytmetycznego 	
91	Ciąg geometryczny def. i własności	<ul style="list-style-type: none"> • Ciąg geometryczny • Wzór na wyraz ogólny ciągu • Monotoniczność ciągu geometrycznego 	<ul style="list-style-type: none"> • Podać przykład ciągu geometrycznego • Rozpoznać, czy ciąg jest geometryczny • Określić monotoniczność ciągu geometrycznego, znając wyraz pierwszy i iloraz ciągu • Obliczyć n-ty wyraz 	

			ciągu geometrycznego	
92	Rozwiązywanie zadań dotyczących ciągu geometrycznego	<ul style="list-style-type: none"> • jw 	<ul style="list-style-type: none"> • Zapisać zależność między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego • Opisać sytuację praktyczną za pomocą ciągu geometrycznego 	
93	Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.	<ul style="list-style-type: none"> • Wzór na sumę początkowych wyrazów ciągu • Średnia geometryczna 	<ul style="list-style-type: none"> • Zastosować wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego • Opisać sytuację praktyczną za pomocą sumy ciągu geometrycznego 	
94	Rozwiązywanie zadań dotyczących ciągów arytmetycznego i geometrycznego		<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania praktyczne dotyczące obu ciągów 	
95	Procent składany.	<ul style="list-style-type: none"> • Pojęcie procentu składanego • Sposoby obliczania odsetek od lokat i kredytów oraz rat kredytów 	<ul style="list-style-type: none"> • Obliczyć odsetki od kwoty złożonej na kilka lat na stały procent (z uwzględnieniem okresu kapitalizacji odsetek) • Wyznaczyć liczbę lat, po których kwota złożona na stały procent powiększy się o zadaną wielkość. • Wyznaczyć roczną stopę procentową, znając złożoną kwotę, wysokość odsetek, liczbę lat 	
96	Powtórzenie wiadomości: „ Ciągi liczbowe”.	<ul style="list-style-type: none"> • Test maturalny 		

Nr, lekcji	Tytuł działu i tematyka zajęć	Zakres	Kompetencje ucznia	Uwagi o realizacji
------------	-------------------------------	--------	--------------------	--------------------

Funkcje wykładnicze i logarytmy				
97	Potęga o wykładniku całkowitym-powtórzenie	<ul style="list-style-type: none"> • potęga o wykładniku naturalnym • potęga o wykładniku całkowitym ujemnym • działania na potęgach 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać potęgi o wykładniku całkowitym • stosować działania na potęgach 	
98	Potęga o wykładniku rzeczywistym	<ul style="list-style-type: none"> • tw. dotyczące działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym 	<ul style="list-style-type: none"> • Wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym ujemnym, wymiernym 	
99	Funkcja wykładnicza i jej własności.	<ul style="list-style-type: none"> • Pojęcie funkcji wykładniczej • Własności funkcji wykładniczej • Wykres funkcji wykładniczej 	<ul style="list-style-type: none"> • Szkicować wykresy funkcji wykładniczych • Określić dziedzinę i zbiór wartości funkcji wykładniczej • Określić monotoniczność funkcji wykładniczej • Przekształcać wykresy funkcji wykładniczych (translacja, symetria osiowa o osi OX i OY) 	
100	Rozwiązywanie równań wykładniczych.	<ul style="list-style-type: none"> • Pojęcie równania wykładniczego • Podstawowe metody rozwiązania równań i nierówności wykładniczych 	<ul style="list-style-type: none"> • Rozwiązywać graficznie i algebraicznie równania wykładnicze • Zastosować metody podstawiania w równaniach wykładniczych 	
101	Rozwiązywanie nierówności wykładniczych.	<ul style="list-style-type: none"> • Pojęcie nierówności wykładniczej • Podstawowe metody rozwiązania równań i nierówności wykładniczych 	<ul style="list-style-type: none"> • Rozwiązywać graficznie i algebraicznie równania i nierówności wykładnicze • Wykorzystać monotoniczność funkcji przy rozwiązywaniu nierówności wykładniczych 	
102	Logarytm liczby dodatniej.	<ul style="list-style-type: none"> • Pojęcie logarytmu 	<ul style="list-style-type: none"> • Operować definicją logarytmu (wyznaczyć podstawy logarytmu oraz liczby logarytmicznej, gdy dane są pozostałe liczby) 	

103	Własności logarytmów	<ul style="list-style-type: none"> • Podstawowe wzory związane z operacjami arytmetycznymi na logarytmach 	<ul style="list-style-type: none"> • Zastosować twierdzenia o logarytmowaniu iloczynu wyrażeń, ilorazu i potęgi do przekształcania wyrażeń 	
104	Logarytmy- utrwalenie wiadomości	<ul style="list-style-type: none"> • Test maturalny 		
Graniastosłupy				
105	Proste i płaszczyzny w przestrzeni	<ul style="list-style-type: none"> • proste równoległe, prostopadłe i skośne w przestrzeni • płaszczyzny równoległe, prostopadłe w przestrzeni • proste równoległe i prostopadłe do płaszczyzny 	<ul style="list-style-type: none"> • określić wzajemne położenie prostych zawierających wskazane krawędzie wielościanu • określić wzajemne położenie płaszczyzn zawierających wskazane ściany wielościanu • określić wzajemny położenie prostej i płaszczyzny zawierających odpowiednio wskazaną krawędź i ścianę wielościanu 	
106	Kąty w przestrzeni	<ul style="list-style-type: none"> • kąt utworzony przez proste w przestrzeni • kąt utworzony przez prostą i płaszczyznę, • kąt dwuścienny 	<ul style="list-style-type: none"> • zaznaczyć kąt między dwiema różnymi przecinającymi się prostymi wyznaczonymi przez dwie różne pary wierzchołków ostrosłupa lub graniastosłupa • wyznaczyć kąt między przekątnymi graniastosłupa i płaszczyzną podstawy graniastosłupa 	
107	Klasyfikacja graniastosłupów	<ul style="list-style-type: none"> • Graniastosłupy proste i prawidłowe • wzór na objętość i pole powierzchni graniastosłupa 	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznać graniastosłup wśród różnych brył i zaprezentować opis graniastosłupa • rozpoznać graniastosłupy proste i graniastosłupy prawidłowe w tym również sześciian i prostopadłościan • wskazać wierzchołki, krawędzie, ściany, przekątne, wysokości i 	

			kąty graniastosłupa • narysować siatkę danego graniastosłupa	
108	Kąt między prostą a płaszczyzną w graniastosłupach	<ul style="list-style-type: none"> • proste równoległe, prostopadłe, skośne • płaszczyzny równoległe, prostopadłe • prosta równoległa, prostopadła do płaszczyzny • kąt utworzony przez proste w przestrzeni • kąt utworzony przez prostą i płaszczyznę w przestrzeni • kąt dwuścienny 	<ul style="list-style-type: none"> • zaznaczyć kąt między krawędziami graniastosłupa zawierającymi wspólny wierzchołek, między dwiema różnymi przecinającymi się prostymi wyznaczony przez dwie różne pary wierzchołków graniastosłupa • zaznaczyć kąt między krawędzią boczną i płaszczyzną podstawy graniastosłupa, między przekątną graniastosłupa i płaszczyzną podstawy graniastosłupa • zaznaczyć kąt między ścianą boczną i płaszczyzną podstawy graniastosłupa 	
109	Pole powierzchni i objętość graniastosłupów prawidłowych czworokątnych	<ul style="list-style-type: none"> • wzór na objętość i pole powierzchni graniastosłupa 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować i przekształcać wzory związane z objętością i polem powierzchni graniastosłupa • zastosować tw. Pitagorasa, definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym do wyznaczania związków miarowych w graniastosłupie 	
110	Pole powierzchni i objętość graniastosłupów o podstawie trójkąta	<ul style="list-style-type: none"> • wzór na objętość i pole powierzchni graniastosłupa 	<ul style="list-style-type: none"> • zastosować wiadomości dotyczące graniastosłupów do rozwiązywania problemów z życia codziennego 	
111	Objętość graniastosłupów- powtórzenie			
Ostrosłupy				

112	Klasyfikacja ostrosłupów. Kąty w ostrosłupach	<ul style="list-style-type: none"> • ostrosłupy prawidłowe, proste i dowolne • przekroje ostrosłupa płaszczyzną 	<ul style="list-style-type: none"> • narysować siatkę ostrosłupa • zastosować tw. Pitagorasa i definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym do wyznaczania związków miarowych w ostrosłupie 	
113	Objętość ostrosłupa i pole powierzchni	<ul style="list-style-type: none"> • wzór na objętość i pole powierzchni ostrosłupa 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować i przekształcać wzory związane z objętością i polem powierzchni ostrosłupa 	
114	Wielościany foremne	<ul style="list-style-type: none"> • własności czworoscianu foremnego • sześcián 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować i przekształcać wzory związane z objętością i polem powierzchni ostrosłupa 	
115	Pole powierzchni i objętość ostrosłupów prawidłowych trójkątny	<ul style="list-style-type: none"> • ostrosłup prawidłowy trójkątny 	<ul style="list-style-type: none"> • zastosować tw. Pitagorasa i definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym do wyznaczania związków miarowych w ostrosłupie 	
116	Pole powierzchni i objętość ostrosłupów prawidłowych czworokątnych	<ul style="list-style-type: none"> • ostrosłup prawidłowy czworokątny 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować i przekształcać wzory związane z objętością i polem powierzchni ostrosłupa 	
117	Powtórzenie wiadomości-ostrosłupy			
Bryły obrotowe				
118	Walec- pole powierzchni i objętość	<ul style="list-style-type: none"> • definicja i własności walca • siatka walca • objętość i pole powierzchni całkowitej 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować i przekształcać wzory związane z objętością i polem powierzchni walca 	
119	Walec-rozwiązywanie zadań praktycznych	<ul style="list-style-type: none"> • walec 	<ul style="list-style-type: none"> • zastosować tw. Pitagorasa, definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym do wyznaczania 	

			związków miarowych w figurach obrotowych	
120	Stożek- pole powierzchni i objętość	<ul style="list-style-type: none"> definicja i własności stożka siatka walca objętość i pole powierzchni całkowitej 	<ul style="list-style-type: none"> stosować i przekształcać wzory związane z objętością i polem powierzchni stożka 	
121	Związek między powierzchnią boczną stożka a wycinkiem koła	<ul style="list-style-type: none"> pole wycinka koła długość łuku wycinka koła 	<ul style="list-style-type: none"> rozpoznawać i analizować własności stożka i wycinka koła 	
122	Kula- pole powierzchni i objętość	<ul style="list-style-type: none"> kula, pole powierzchni i objętość 	<ul style="list-style-type: none"> stosować i przekształcać wzory związane z objętością i polem powierzchni kuli 	
123	Pola powierzchni i objętości brył obrotowych	<ul style="list-style-type: none"> pole powierzchni i objętość walca, kuli i stożka 	<ul style="list-style-type: none"> zastosować i przekształcić wzory związane z objętością i polem powierzchni brył obrotowych 	
124	Powtórzenie wiadomości-bryły obrotowe	<ul style="list-style-type: none"> definicja i własności walca siatka walca objętość i pole powierzchni całkowitej 	<ul style="list-style-type: none"> stosować i przekształcać wzory związane z objętością i polem powierzchni walca 	
Elementy statystyki				
125	Średnia arytmetyczna	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie średniej arytmetycznej, geometrycznej i harmonicznej odczytywanie diagramów 	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć średnią arytmetyczną dla danych odczytać informacje ilościowe i proste jakościowe z tabel i wykresów w układzie współrzędnych, diagramów słupkowych, kolumnowych i kołowych przedstawić zebrane dane w tabelach, na wykresie, w układzie współrzędnych, na diagramie słupkowym, kołowym i kolumnowym 	

126	Mediana i dominanta	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie mediany i dominanty 	<ul style="list-style-type: none"> wyznaczyć mediany i dominanty 	
127	Odchylenie standardowe	<ul style="list-style-type: none"> obliczanie miar rozrzutu liczb z populacji danych rozstęp, wariancja, odchylenie standardowe 	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć i zinterpretować wariancje oraz odchylenie standardowe skończonego zbioru liczb 	
128	Średnia ważona	<ul style="list-style-type: none"> definicja średniej ważonej 	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć średnią ważoną 	
129	Różne sposoby prezentacji danych- powtórzenie wiadomości	<ul style="list-style-type: none"> umiejętność budowania diagramów w oparciu o dane statystyczne 	<ul style="list-style-type: none"> prezentować dane statystyczne dotyczące wybranych zagadnień gospodarki, ludności i przyrody 	
Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa				
130	Podstawowe pojęcia kombinatoryczne	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie silni symbol Newtona 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać $n!$ dla n naturalnych obliczać symbol Newtona 	
131	Reguła mnożenia	<ul style="list-style-type: none"> reguła mnożenia zadanie z treścią na zastosowanie reguły mnożenia 	<ul style="list-style-type: none"> stosować reguły mnożenia w zadaniach, przedstawić rozwiązanie w interpretacji geometrycznej(drzewo) 	
132	Permutacje	<ul style="list-style-type: none"> definicja permutacji liczba permutacji danego zbioru 	<ul style="list-style-type: none"> stosować wzory permutacji w zadaniach z treścią, wpisywać silnię przy skracaniu ułamków np. $(n-2)!/(n-3)!$ 	
133	Wariacje bez powtórzeń	<ul style="list-style-type: none"> definicja wariacji bez powtórzeń, liczba permutacji bez powtórzeń 	<ul style="list-style-type: none"> podać definicje i wzór wariacji bez powtórzeń stosować wzór na wariacje bez powtórzeń obliczyć liczbę k-elementowych wariacji bez powtórzeń zbioru n-elementowego 	
134	Wariacje z powtórzeniami	<ul style="list-style-type: none"> definicja wariacji z powtórzeniami wzór na liczbę wariacji z powtórzeniami 	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć liczbę k-elementowych wariacji z powtórzeniami zbioru n-elementowego dla danych k i n trafnie dobrać wzór do rozwiązania zadania z 	

			treścią	
135	Kombinacje	<ul style="list-style-type: none"> definicja k-elementowej kombinacji zbioru n-elementowego wzór na liczbę wszystkich k-elementowych kombinacji zbioru n-elementowego 	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć liczbę kombinacji k-elementowych zbioru n-elementowego dostosować wzór do zadania z treścią 	
136	Powtórzenie wiadomości- elementy kombinatoryki			
137	Zdarzenia losowe	<ul style="list-style-type: none"> działania na zdarzeniach 	<ul style="list-style-type: none"> określić przestrzeń zdarzeń elementarnych 	
138	Częstość zdarzeń	<ul style="list-style-type: none"> analizowanie tabel i wykresów 	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć częstość zdarzeń 	
139	Klasyczna definicja prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none"> klasyczna definicja prawdopodobieństwa stosowanie definicji klasycznej prawdopodobieństwa w zadaniach 	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych i liczbę zdarzeń sprzyjających wykorzystując elementy kombinatoryki. obliczyć prawdopodobieństwo zdarzeń wykorzystując elementy kombinatoryki 	
140	Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none"> stosowanie definicji klasycznej prawdopodobieństwa w zadaniach 	<ul style="list-style-type: none"> określić przestrzeń zdarzeń elementarnych dla eksperymentu opisanego w zadaniu obliczyć prawdopodobieństwo zdarzeń wykorzystując elementy kombinatoryki 	
141	Doświadczenia wieloetapowe	<ul style="list-style-type: none"> wykorzystanie metody drzewa do obliczania prawdopodobieństw 	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć prawdopodobieństwo zdarzeń wykorzystując metodę drzewa 	
142	Własności prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none"> własności prawdopodobieństwa dowodzenie niektórych własności prawdopodobieństw 	<ul style="list-style-type: none"> zastosować własności prawdopodobieństwa w zadaniach 	

143	Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none"> • aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa i jej aksjomaty 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować aksjomaty definicji w zadaniach do wyznaczania prawdopodobieństw zdarzeń 	
144	Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń	<ul style="list-style-type: none"> • Test naturalny 	<ul style="list-style-type: none"> • zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych; stosuje zasadę mnożenia, • wykorzystywać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń, • wykorzystywać własności prawdopodobieństwa i stosować twierdzenie znane jako klasyczna definicja prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń. 	

VI. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW

Uczeń posiada umiejętności w zakresie:

1) wykorzystania i tworzenia informacji:

Uczeń interpretuje tekst matematyczny i formułuje uzyskane wyniki. To znaczy, że potrafi:

- odczytać informację bezpośrednio wynikającą z treści zadania
- zastosować podany wzór lub podany przepis postępowania
- wykonać rutynową procedurę dla typowych danych
- przejrzysto zapisać przebieg i wynik obliczeń oraz uzyskaną odpowiedź

2) wykorzystania i interpretowania reprezentacji:

Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych. Potrafi:

- poprawnie wykonywać działania na liczbach i przedziałach liczbowych, przekształcać wyrażenia algebraiczne, rozwiązywać niezbyt złożone równania, ich układy oraz nierówności, odczytywać z wykresu własności funkcji, sporządzać wykresy niektórych funkcji, znajdować stosunki miarowe w figurach płaskich i przestrzennych (także z wykorzystaniem układu współrzędnych lub trygonometrii), zliczać obiekty i wyznaczać prawdopodobieństwo w prostych sytuacjach kombinatorycznych
- zastosować dobrze znaną definicję lub twierdzenie w typowym kontekście

3) modelowania matematycznego:

Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji. Potrafi, także w sytuacjach praktycznych:

- podać wyrażenie algebraiczne, funkcję, równanie, nierówność, interpretację geometryczną, przestrzeń zdarzeń elementarnych opisujące przedstawioną sytuację
- przetworzyć informacje wyrażone w jednej postaci w postać ułatwiającą rozwiązanie problemu
- ocenić przydatność otrzymanych wyników z perspektywy sytuacji, dla której zbudowano model

4) użycia i tworzenia strategii:

Uczeń stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania. Potrafi:

- dobrać odpowiedni algorytm do wskazanej sytuacji problemowej

- ustalić zależności między podanymi informacjami
- zaplanować kolejność wykonywania czynności, wprost wynikających z treści zadania, lecz nie mieszczących się w ramach rutynowego algorytmu
- krytycznie ocenić otrzymane wyniki

5) rozumowania i argumentacji:

Uczeń prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków. Potrafi:

- wyprowadzić wniosek z prostego układu przesłanek i go uzasadnić
- zastosować twierdzenie, które nie występuje w treści zadania

VII. SPOSOBY OCENIANIA UCZESTNIKÓW

Ostateczna ocena ucznia musi wynikać z wielu różnorodnych informacji. Należy doceniać jego chęci, wkładu pracy, systematyczność i obowiązkowość. Przede wszystkim należy wziąć pod uwagę dokonane w określonym czasie postępy, czyli tempo przyrostu kompetencji.

Ocenianiu podlegają następujące formy aktywności: praca klasowa, kartkówka, ćwiczenia pisemne, wypowiedź ustna, inne.

Uczniowie za swoją pracę będą otrzymywali oceny, które zostaną wpisane do dziennika lekcyjnego w specjalnie wydzieloną rubrykę.

VIII. EWALUACJA PROGRAMU

Ewaluacja programu następuje poprzez : monitorowanie obecności uczniów na zajęciach, śledzenie wyników osiągniętych na sprawdzianach, pracach klasowych, próbnym egzaminie maturalnym.

IX. BIBLIOGRAFIA

Babiański W. , Chańko L., Ponczek D., „Matematyka”, Nowa Era, Warszawa 2010;
 Jacewicz M., Karpiński M., Lech J. „Matematyka z plusem – program nauczania matematyki dla trzeciego etapu edukacyjnego” GWO, Gdańsk 1999;
 Stryczniewicz B., „Praca z uczniem mającym trudności z matematyka”, Nowik, Opole 2006;
 Radwańska J., „Program zajęć wyrównawczych z matematyki dla Iii etapu kształcenia (Internet).



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Tezy do programu przedstawili:

Edyta Sawosz

Dorota Lubaś-Bas

Anna Makuch

Henryk Dziewulski

Wiesław Mazur

Korekta i opracowanie:

mgr Elżbieta Miterka

Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:

mgr Agnieszka Szumera

Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik

