



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Program zajęć wyrównawczych z matematyki
w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”
na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r
w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych nr 5 w Zamościu



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

I. WSTĘP

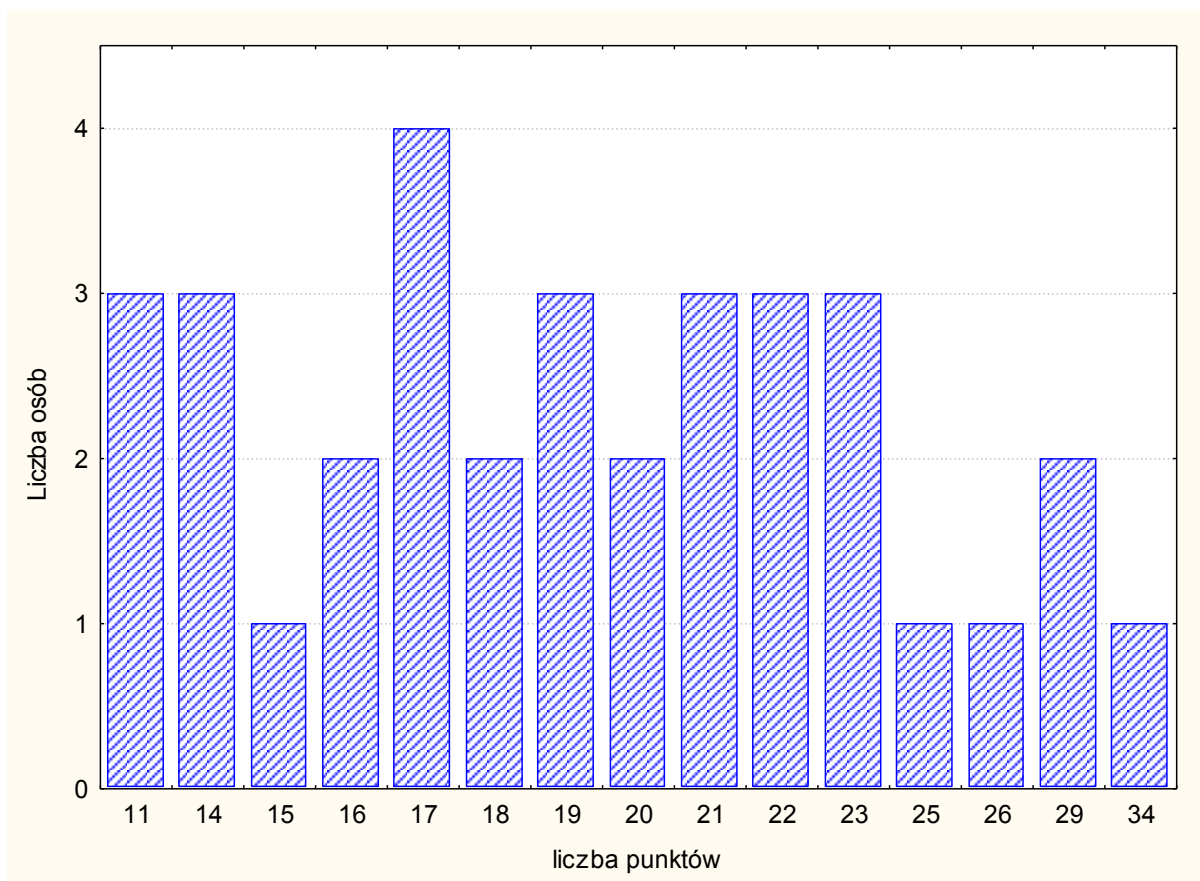
Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

W rekrutacji do zajęć wyrównawczych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych nr 5 w Zamościu wzięło udział 34 osoby. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 19,53 punktów, co stanowi 39,06% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik znacznie niższy w stosunku do wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 19 punktów (mediana). Najniższy wynik na egzaminie to 11 punktów, a najwyższy to 34 punktów.

Tabela 1. Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.

Podstawowe miary statystyczne	Województwo lubelskie		Zespół Szkół Ponadgimnazjalnych nr 5 w Zamościu	
	punkty	procent	punkty	procent
Średni wynik	23,85	47,70	19,53	39,06
Mediana	23	46	19	38
Wynik najniższy	1	2	11	22
Wynik najwyższy	50	100	34	68
Odchylenie standardowe	9,59	19,19	5,25	10,50

Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów Zespołu Szkół Ponadgimnazjalnych nr 5 w Zamościu, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 11 do 34.



Rysunek 1. Rozkład wyników gimnazjalistów Zespołu Szkół Ponadgimnazjalnych nr 5 w Zamościu rozwiązujących arkusz GM-1-102.

Rozkład wyników uczniów z Zespołu Szkół Ponadgimnazjalnych nr 5 w Zamościu jest jedno modalny, asymetryczny, z modalną wynoszącą 17 punktów.

Analiza wyników egzaminu gimnazjalnego uczestników zajęć wyrównawczych określa stopień opanowania podstawowych umiejętności. Ponad 90% uczniów nie przekroczyło 30% punktów z egzaminu. Stąd wynikają następujące założenia: podniesienie poziomu wiedzy z matematyki, nadrobienie zaległości wynikające ze słabego opanowania materiału z gimnazjum, umożliwienie dalszego rozwoju i zwiększenie szans na zdanie egzaminu maturalnego z matematyki.

II. CELE EDUKACYJNE

1. Cele ogólne:

Zajęcia wyrównawcze z matematyki mają za zadanie:

- wyrównać wszystkie braki wynikające ze złego opanowania materiału
- wyształcić umiejętność operowania najprostszymi pojęciami matematycznymi
- rozwijanie samodzielnego myślenia logicznego i twórczego , projektowanie obliczeń i ich wykonywanie

Opracowany program zajęć wyrównawczych ma na celu:

- a) podnieść poziom wiedzy ucznia z matematyki
- b) przygotować do samodzielnej pracy w domu i na lekcji
- c) podnieść samoocenę ucznia
- d) przygotować do egzaminu maturalnego

2. Cele szczegółowe:

Szczegółowe cele edukacyjne (uczeń wie, umie, potrafi) powinny być zbliżone do celów określonych w standardach egzaminacyjnych z rozbiciem na działy.

Elementy logiki i nauki o zbiorach

Uczeń:

- potrafi odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi;
- umie określić wartość logiczną zdania prostego;
- potrafi podać negację zdania prostego i określić jej wartość logiczną;
- potrafi rozpoznać zdania w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań;
- potrafi zbudować zdania złożone w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań;
- potrafi określić wartości logiczne zdań złożonych, takich jak koniunkcja, alternatywa, implikacja i równoważność zdań;
- zna prawa De Morgana (prawo negacji alternatywy oraz prawo negacji koniunkcji) i potrafi je stosować;
- potrafi określić wartość logiczną zdania powstałego po negacji koniunkcji oraz alternatywy zdań;
- odróżnia formę zdaniową jednej zmiennej od zdania;
- potrafi określić dziedzinę prostej formy zdaniowej;
- potrafi wskazać element dziedziny spełniający daną formę zdaniową;
- rozumie zwrot “dla każdego x ...” oraz “istnieje takie x , że ...” i potrafi stosować te zwroty budując zdania logiczne;
- potrafi ocenić wartość logiczną zdania z kwantyfikatorem;
- zna prawa De Morgana dla zdań z kwantyfikatorem;
- potrafi podać negację zdania z kwantyfikatorem i ocenić jej wartość logiczną. potrafi sprawnie posługiwać się funktorami logicznymi;

- potrafi budować zdania złożone i oceniać ich wartości logiczne;
- potrafi wnioskować o wartości zdania złożonego, na podstawie informacji o wartościach logicznych innych wyrażen rachunku zdań;
- rozumie budowę twierdzenia matematycznego; potrafi wskazać jego założenie i tezę;
- potrafi zbudować twierdzenie odwrotne do danego oraz ocenić prawdziwość twierdzenia prostego i odwrotnego;

ZBIÓR LICZB RZECZYWISTYCH I JEGO PODZBIORY .DZIAŁANIA W ZBIORZE LICZB RZECZYWISTYCH I ICH WŁASNOŚCI

Uczeń:

- potrafi rozróżniać liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne;
- potrafi wskazać liczby pierwsze i złożone;
- zna i potrafi stosować cechy podzielności liczb naturalnych (przez 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10);
- potrafi rozłożyć liczbę naturalną na czynniki pierwsze;
- potrafi wyznaczyć największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb naturalnych;
- potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb naturalnych;
- zna prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;
- potrafi porównywać liczby wymierne;
- potrafi przedstawiać liczby wymierne w postaci ułamków zwykłych i dziesiętnych;
- potrafi umieścić liczbę wymierną na osi liczbowej;
- potrafi usuwać niewymierność z mianownika ułamka stosując wzór skróconego mnożenia (różnicę kwadratów dwóch wyrażeń);
- potrafi wyznaczyć przybliżenie dziesiętne liczby rzeczywistej z żadaną dokładnością;
- potrafi sprawnie wykonywać działania w zbiorze liczb rzeczywistych z wykorzystaniem praw działań;
- potrafi wyznaczyć błąd względny i bezwzględny;
- potrafi sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$
 i potrafi wykonywać działania na wyrażeniach, które zawierają wymienione wzory skróconego mnożenia;
- zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych;
- potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku wymiernym;
- zna i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach;
- rozumie pojęcie przedziału liczbowego jako podzbioru zbioru liczb rzeczywistych;
- potrafi zapisać za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami;
- potrafi zaznaczyć na osi liczbowej podany przedział liczbowy;
- potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną przedziałów liczbowych;
- potrafi obliczyć procent danej liczby, a także wyznaczyć liczbę, gdy dany jest jej procent;
- potrafi obliczyć jakim procentem danej liczby jest druga dana liczba;
- potrafi określić o ile procent dana wielkość jest większa (mniejsza) od innej wielkości;
- potrafi posługiwać się procentem w prostych zadaniach tekstowych;

- zna definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną;
- potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby;
- potrafi zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną typu:
 - $|x - a| = b$, $|x - a| < b$,
 - $|x - a| > b$, $|x - a| \leq b$, $|x - a| \geq b$;
- potrafi na podstawie zbioru rozwiązań nierówności, zapisać tę nierówność w postaci nierówności z wartością bezwzględną;

GEOMETRIA PŁASZCZYZNY

Uczeń:

- zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;
- zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej, potrafi podać przykłady takich figur;
- zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;
- rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych;
- zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;
- zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązaniu prostych zadań;
- umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;
- zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej oraz symetralnej odcinka w rozwiązaniu prostych zadań, a także skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;
- zna określenie łamanej, umie stwierdzić, czy dana figura zbudowana z odcinków jest łamaną;
- zna określenie wielokąta i przekątnej wielokąta;
- zna i potrafi zastosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;
- zna pojęcie wielokąta foremnego i potrafi rozróżnić takie wielokąty;
- zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
- zna twierdzenie Pitagorasa i umie je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
- zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym poprowadzonej na przeciwprostokątną;
- zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować w rozwiązaniu prostych zadań;
- zna twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków oraz potrafi je zastosować w rozwiązaniu prostych zadań;
- zna twierdzenie o sumie kątów w trójkącie oraz potrafi je zastosować w rozwiązaniu prostych zadań;
- zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;
- zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;
- zna twierdzenie o dwusiecznych kątów w trójkącie;
- zna trzy cechy przystawiania trójkątów i potrafi je zastosować w rozwiązaniu prostych zadań.
- zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, średnica, łuk, środek okręgu;
- umie określić wzajemne położenie prostej i okręgu;

- zna określenie stycznej do okręgu, potrafi skonstruować styczną do okręgu, przechodzącą przez punkt leżący w odległości większej od środka okręgu niż długość promienia okręgu, potrafi skonstruować styczną do okręgu przechodzącą przez punkt leżący na okręgu;
- zna twierdzenie o stycznej do okręgu, potrafi je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
- zna twierdzenie o odcinkach stycznych i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
- umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów;
- posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła; zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
- zna podział czworokątów;
- potrafi wyróżnić wśród trapezów trapezy prostokątne i trapezy równoramienne, poprawnie posługuje się takimi określeniami jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu;
- wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa 180° i umie tę własność wykorzystać w rozwiązaniach prostych zadań;
- zna dowód twierdzenia o odcinkach stycznych;
- zna dowody twierdzeń o kątach środkowych i wpisanych;
- wie, co to jest kąt dopisany do okręgu;
- zna twierdzenie o kątach dopisanym do okręgu i wpisany w okrąg – opartych na tym samym łuku;
- zna i potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu;
- wie, że odcinki łączące środek okręgu wpisanego w trapez z końcami jednego ramienia tworzą kąt prosty;
- potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;

FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI

Uczeń:

- potrafi odróżnić funkcję od innych przyporządkowań;
- potrafi podawać przykłady funkcji;
- potrafi opisywać funkcje na różne sposoby: wzorem, tabelką, grafem, opisem słownym;
- potrafi szkicować wykres funkcji liczbowej określonej słownie, grafem, tabelką, wzorem;
- potrafi odróżnić wykres funkcji od krzywej, która wykresem funkcji nie jest;
- potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem (w prostych przypadkach);
- potrafi wyznaczyć miejsce zerowe funkcji liczbowej danej wzorem (w prostych przypadkach);
- potrafi obliczyć wartość funkcji liczbowej dla danego argumentu, a także obliczyć argument funkcji, gdy dana jest jej wartość;
- potrafi określić zbiór wartości funkcji w prostych przypadkach (np. w przypadku, gdy dziedzina funkcji jest zbiorem skończonym);
- potrafi na podstawie wykresu funkcji liczbowej odczytać jej własności, takie jak:
 - a) dziedzina funkcji;
 - b) zbiór wartości funkcji;

- c) miejsce zerowe funkcji;
 - d) argument funkcji, gdy dana jest wartość funkcji;
 - e) wartość funkcji dla danego argumentu;
 - f) przedziały w których funkcja jest rosnąca, malejąca, stała;
 - g) zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie, nieujemne;
 - h) najmniejszą oraz największą wartość funkcji;
 - i) parzystość, nieparzystość, okresowość;
 - j) różnowartościowość;
 - k) potrafi narysować wykres funkcji o zadanych własnościach;
- potrafi narysować wykres funkcji liczbowej, której wzór jest określony za pomocą wzorów różnych funkcji składowych;
 - potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji liczbowej oraz współrzędne punktu w którym wykres przecina oś OY, której wzór jest określony za pomocą wzorów różnych funkcji składowych;
 - potrafi opisać własności funkcji liczbowej, której wzór jest określony za pomocą wzorów różnych funkcji składowych;
 - potrafi stosować wiadomości o funkcji do opisywania zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym;
 - zna pojęcie funkcji liniowej;
 - potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej;
 - potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;
 - potrafi na podstawie wykresu funkcji liniowej (wzoru funkcji) określić monotoniczność funkcji;
 - potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów dla których funkcja liniowa osiąga wartości dodatnie (ujemne, nieujemne, niedodatnie);
 - potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;
 - potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach (np. takiej, której wykres przechodzi przez dwa punkty);
 - potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
 - potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
 - potrafi narysować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności funkcji;
 - potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu, w którym wykres przecina oś OY;
 - potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu;
 - potrafi rozwiązać równanie liniowe z jedną niewiadomą;
 - potrafi określić liczbę rozwiązań równania liniowego z jedną niewiadomą;
 - potrafi rozwiązać nierówność liniową z jedną niewiadomą i przedstawić jej zbiór rozwiązań na osi liczbowej;
 - potrafi interpretować graficznie równania i nierówności liniowe z jedną niewiadomą;
 - potrafi rozwiązywać algebraicznie (w tym metodą wyznacznikową) i graficznie układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
 - potrafi rozpoznać układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny i umie podać ich interpretację geometryczną;
 - potrafi zbadać wzajemne położenie dwóch prostych na płaszczyźnie;
 - potrafi rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do równania liniowego z jedną niewiadomą, nierówności liniowej z jedną niewiadomą lub układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi;

- potrafi opisać daną figurę geometryczną w prostokątnym układzie współrzędnych, za pomocą odpowiedniego układu nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi;
- potrafi rozpoznać jednomian stopnia drugiego;
- potrafi narysować wykres jednomianu stopnia drugiego i omówić jego własności;
- potrafi odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzoru innej funkcji;
- potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub sprawdzić, że trójmian kwadratowy nie posiada miejsc zerowych;
- potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli;
- potrafi narysować wykres dowolnej funkcji kwadratowej;
- potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności;
- potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach;
- potrafi sprawnie zamieniać jedną postać trójmianu kwadratowego na drugą (postać ogólna, kanoniczna, iloczynowa);
- potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym;
- potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych;
- potrafi algebraicznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;
- potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;

FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE

Uczeń:

- zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;
- potrafi określić znaki funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach układu współrzędnych;
- potrafi konstruować kąty w układzie współrzędnych w oparciu o wartości funkcji trygonometrycznych;
- potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, gdy dana jest wartość jednej z nich;
- potrafi dowodzić różne tożsamości trygonometryczne;
- potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;
- potrafi znaleźć w tablicach kąty o danej wartości funkcji trygonometrycznej;
- potrafi odczytać z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta;
- zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30° , 45° , 60° ;
- potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach 30° , 45° , 60° ;
- potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, gdy dana jest jedna z nich;
- zna i potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1, \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}, \quad \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1;$$
- potrafi dowodzić proste tożsamości trygonometryczne;
- potrafi stosować wzory redukcyjne;
- potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;
- potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;

WIELOMIANY I WYRAŻENIA WYMIERNE

Uczeń;

- zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej i potrafi określić stopień tego jednomianu;
- potrafi wskazać jednomiany podobne;
- potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej;
- potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco);
- potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej;
- potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej;
- potrafi rozpoznać wielomiany równe;
- potrafi rozwiązywać proste zadania, w których wykorzystuje się twierdzenie o równości wielomianów;
- potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie, mnożenie wielomianów;
- potrafi wykonać dzielenie wielomianu przez dwumian;
- potrafi sprawdzić czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;
- potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu danego w postaci iloczynowej;
- zna twierdzenie Bezouta i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań;
- potrafi obliczyć resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian, nie wykonując dzielenia;
- potrafi rozłożyć wielomian na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia:
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$,
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$,
 $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$,
zastosowanie metody grupowania wyrazów;
- potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe, które wymagają umiejętności rozkładania wielomianów na czynniki wymienionych w poprzednim punkcie;
- potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności wielomianów, w których występują parametry.
- potrafi sprawnie dzielić wielomian przez wielomian;
- potrafi korzystać z twierdzenia Bezouta przy rozkładaniu wielomianów na czynniki;
- potrafi rozkładać wielomian na czynniki
- potrafi rozwiązywać równania dwukwadratowe;
- zna twierdzenie o reszcie i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań;
- potrafi na podstawie wzoru odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji;
- potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej (wyrażenia wymiernego);
- potrafi napisać wzór funkcji wymiernej o zadanej dziedzinie;
- potrafi wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych, takie jak: skracanie wyrażenia wymiernych, rozszerzanie wyrażenia wymiernych, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wyrażenia wymiernych (tylko proste przykłady);
- potrafi narysować wykres proporcjonalności odwrotnej:
$$f(x) = \frac{a}{x}, a \in R - \{0\}, x \in R - \{0\};$$
- potrafi opisać własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x}, a \in R - \{0\}, x \in R - \{0\};$
- potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności wymierne związane z proporcjonalnością odwrotną;
- potrafi rozwiązywać proste zadania tekstowe z zastosowaniem wiadomości o proporcjonalności odwrotnej.

- potrafi przekształcić wzór funkcji $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$, gdzie $x \neq -c$ tak, by znany był wzór proporcjonalności odwrotnej $y = \frac{a}{x}$ i współrzędne wektora przesunięcia równoległego;
- potrafi narysować wykres funkcji $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$,

CIĄGI

Uczeń:

- zna definicję ciągu (ciągu liczbowego);
- potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;
- potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;
- potrafi podać własności ciągu liczbowego na podstawie jego wykresu;
- zna definicję ciągu arytmetycznego;
- zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego;
- zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- zna definicję ciągu geometrycznego;
- zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego;
- zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- potrafi wyznaczyć pierwszy wyraz i różnicę ciągu arytmetycznego na podstawie informacji o innych wyrazach ciągu;
- potrafi znaleźć wzór na wyraz ogólny ciągu arytmetycznego;
- potrafi wyznaczyć pierwszy wyraz i iloraz ciągu geometrycznego na podstawie informacji o wartościach innych wyrazów ciągu;
- potrafi znaleźć wzór na wyraz ogólny ciągu geometrycznego;
- potrafi rozwiązywać zadania z życia codziennego dotyczące ciągu arytmetycznego i geometrycznego;
- potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów.
- potrafi sprawdzić, które wyrazy ciągu należą do danego przedziału;
- potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu określonego wzorem ogólnym;
- potrafi zbadać na podstawie definicji czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny;
- potrafi zbadać na podstawie definicji czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny;
- potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego;
- potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego;

FUNKCJA WYKŁADNICZA I LOGARYTMY

Uczeń:

- zna definicję funkcji wykładniczej;
- potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;
- potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych;
- potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu;
- potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych (S_{OX} , S_{OY} , $S_{(0,0)}$, przesunięcie równoległe o dany wektor);
- potrafi rozwiązywać algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze;
- potrafi obliczyć logarytm liczby dodatniej;
- zna i potrafi stosować własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń;
- zna definicję funkcji logarytmicznej;
- potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;
- potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej;
- potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych;
- potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;
- potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną;
- potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych z wartością bezwzględną;

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

Uczeń:

- zna pojęcie permutacji i umie stosować wzór na liczbę permutacji;
- zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji;
- zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji;
- umie rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów;
- zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się;
- zna i rozumie aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa;
- zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań;
- umie określić (skończoną) przestrzeń zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego i obliczyć jej moc;
- umie określić jakie zdarzenia elementarne sprzyjają danemu zdarzeniu;
- zna i umie stosować klasyczną definicję prawdopodobieństwa;
- umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności;

ELEMENTY STATYSTYKI OPISOWEJ

Uczeń:

- potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów;
- potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów,

- potrafi obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby i na tej podstawie przeprowadzać analizę przedstawionych danych;
- potrafi określać zależności między odczytanymi danymi.
- potrafi przeprowadzić klasyfikacje danych i przedstawić je w postaci szeregu rozdzielczego;
- potrafi odczytywać dane przedstawione w postaci szeregu rozdzielczego;
- potrafi oszacować średnią, medianę i odchylenie standardowe danych przedstawionych w postaci szeregu rozdzielczego i na tej podstawie wyciągnąć odpowiednie wnioski

GEOMETRIA PRZESTRZENI

Uczeń:

- potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni;
- potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni;
- potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni;
- umie scharakteryzować prostopadłość prostej i płaszczyzny;
- umie scharakteryzować prostopadłość dwóch płaszczyzn;
- rozumie pojęcie kąta między prostą i płaszczyzną;
- zna i umie stosować twierdzenie o trzech prostopadłych;
- rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie posługuje się terminem "kąt liniowy kąta dwuściennego";
- zna określenie graniastosłupa; umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość, wierzchołki graniastosłupa;
- zna podział graniastosłupów;
- umie narysować siatki graniastosłupów prostych;
- zna określenie ostrosłupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość, wierzchołki ostrosłupa;
- rozumie określenie „przekrój osiowy stożka” i „kąt rozwarcia stożka”;
- zna podział ostrosłupów;
- umie narysować siatki ostrosłupów prostych;
- zna i umie stosować twierdzenia charakteryzujące ostrosłup prosty i prawidłowy;
- zna określenie wielościanu foremego, potrafi opisać rodzaje wielościanów foremnych;
- zna określenie walca; umie wskazać: podstawy, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu walca;
- rozumie określenie „przekrój osiowy walca”;
- zna określenie stożka; umie wskazać: podstawę, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu, wierzchołek stożka;
- zna określenie kuli;
- rozumie pojęcie objętości bryły;
- umie obliczać objętość i pole powierzchni poznanych graniastosłupów;
- umie obliczać objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów;
- umie obliczać objętość i pole powierzchni brył obrotowych (stożka, kuli, walca);
- potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące brył, w tym z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych wcześniej twierdzeń.
- umie zaznaczać kąty w bryłach (np. kąt między ścianami bocznymi ostrosłupa
- zna określenie jednokładności i podobieństwa w przestrzeni
- potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach prostych zadań;
- potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, dotyczące brył, o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń.

III. ZAŁOŻENIA PROGRAMU

1. Podniesienie poziomu wiedzy
2. Ugruntowanie wiedzy i umiejętności objętych podstawą programową i programem realizowanym na lekcjach matematyki
3. Opanowanie materiału niezbędnego do dalszej edukacji
4. Podwyższenie samooceny ucznia
5. Przygotowanie do egzaminu maturalnego z matematyki

IV. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH

1. Organizacja zajęć

- Aktywne słuchanie (przypominanie) wcześniej zdobytej wiedzy
- Przedstawianie struktury i celu zajęć
- Przekazywanie materiałów, które będą używane na zajęciach
- Zaprezentowanie nowego materiału w małych krokach
- Przećwiczenie i przedyskutowanie z uczniem nowego materiału.
- Sprawdzenie wiedzy i umiejętności ucznia i opanowania przez niego materiału
- Ocena pracy i osiągnięć ucznia motywująca do dalszego wysiłku

2. Pomoce naukowe: książka, komputer, kalkulator , tablica

3. Procedury osiągania celu

-tok podający (praca z książką, pokaz , opis)

-tok problemowy (dyskusja , metody sytuacyjne, metoda projektów)

-tok praktyczny (w zależności od treści nauczyciel dobiera stosowne metody)

V. TREŚCI NAUCZANIA

Dział programowy	Forma kształcenia	Zakres tematyczny	Liczba godzin
1. Liczby i ich zbiory	konwersatoria	a) zbiór, suma, iloczyn i różnica zbiorów; b) podstawowe prawa rachunku zdań; c) zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory, liczby naturalne (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne, rozwinięcie dziesiętne liczb rzeczywistej; d) prawa dotyczące działań arytmetycznych na liczbach rzeczywistych; e) definicja potęgi o wykładniku wymiernym oraz prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym; f) oś liczbowa i układ współrzędnych na płaszczyźnie; g) definicja przedziału liczbowego na osi oraz definicja sumy, iloczynu i różnicy przedziałów, h) definicja wartości bezwzględnej; i) zasada indukcji matematycznej; j) metody rozwiązywania i interpretację geometryczną równań i nierówności z wartością bezwzględną; k) prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	14
2. Wielomiany i funkcje wymierne	konwersatoria	a) definicja i własności funkcji liniowej; b) definicję i własności funkcji kwadratowej, jej wykres i miejsca zerowe; c) wzory Viéte'a;	25

		<p>d) sposoby rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych z parametrem;</p> <p>e) definicja wielomianu i prawa dotyczące działań na wielomianach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie;</p> <p>d) sposoby rozkładu wielomianu na czynniki;</p> <p>e) twierdzenie Bézouta;</p> <p>f) definicja funkcji homograficznej i jej własności;</p> <p>g) zasady wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych;</p> <p>h) sposoby rozwiązywania równań wielomianowych oraz równań i nierówności z funkcją homograficzną;</p> <p>i) definicja funkcji wymiernej oraz metody rozwiązywania równań i nierówności wymiernych;</p> <p>j) dwumian Newtona</p>	
3. Funkcje trygonometryczne	konwersatoria	<p>a) definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;</p> <p>b) pojęcie miary łukowej kąta oraz definicje, własności i wykresy funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;</p> <p>c) tożsamości trygonometryczne;</p> <p>d) wzory redukcyjne;</p> <p>e) sposoby rozwiązywania równań trygonometrycznych.</p>	15

<p>4. Ciągi liczbowe</p>	<p>konwersatoria</p>	<p>a) definicję ciągu liczbowego; b) definicję ciągu arytmetycznego i geometrycznego, wzór na n-ty wyraz, wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego; c) procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów; d) przykłady ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie; e) definicję granicy ciągu liczbowego oraz sposoby obliczania granic ciągów; f) pojęcie sumy szeregu geometrycznego.</p>	<p>15</p>
<p>5. Planimetria</p>	<p>konwersatoria</p>	<p>a) własności czworokątów wypukłych, twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie; b) związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii; c) pojęcie osi symetrii i środka symetrii figury; d) twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem; e) cechy podobieństwa trójkątów, f) twierdzenie sinusów i cosinusów; g) pojęcia: symetria osiowa, przesunięcie, obrót, symetria środkowa oraz własności tych przekształceń; h) definicję wektora, sumy wektorów i iloczynu wektora przez liczbę; i) definicję i własności jednokładności.</p>	<p>25</p>

6. Stereometria	konwersatoria	<p>a) graniastosłupy, ostrosłupy, walce, stożki i kule;</p> <p>b) pojęcie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny i kąta dwuściennego;</p> <p>c) związki miarowe w bryłach z zastosowaniem trygonometrii;</p> <p>a) przekroje płaskie graniastosłupów i ostrosłupów;</p> <p>b) pojęcie wielościanu foremnego.</p>	25
7. Rachunek prawdopodobieństwa	konwersatoria	<p>a) pojęcia kombinatoryczne: permutacje, kombinacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń;</p> <p>b) pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności;</p> <p>c) elementy statystyki opisowej: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja i odchylenie standardowe (liczone z próby).</p>	25

VI. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW

Uczeń powinien umieć:

- Samodzielnie rozwiązywać zadania
- Myśleć logicznie i abstrakcyjnie
- Stosować poznane własności w zadaniach
- Dostrzegać zależności pomiędzy danymi wielkościami
- Stosować poznana wiedzę w życiu codziennym

VII. SPOSOBY OCENIANIA UCZESTNIKÓW

- ustne sprawdzanie wiadomości,
- posługiwanie się książką,
- odpowiedzi ustne;
- prace w grupach;
- aktywność podczas lekcji;
- przygotowanie do lekcji.

VIII. EWALUACJA PROGRAMU

- Testy po każdym roku pracy.
- Bieżąca obserwacja uczniów na lekcji.

IX. BIBLIOGRAFIA

- Plan wynikowy „Matematyka” Elżbieta Świda , Elżbieta Kuraczab, Marcin Kurczab
- „Program pracy z uczniem słabym,, Agnieszka Kostek-Nisztuk



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Tezy do programu przedstawili:

Agnieszka Kostek-Nisztuk

Ewa Śliwińska

Korekta i opracowanie:

mgr Elżbieta Miterka

Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:

mgr Agnieszka Szumera

Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik

