E-learning – matematyka – poziom podstawowy

Temat: Planimetria II

Materiały merytoryczne do kursu

1 Wstęp

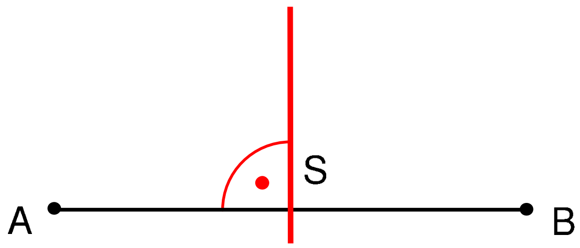
Geometria jest nauką podstawową. Jej historia sięga czasów starożytnych. Przekonujemy się o tym czytając nazwy twierdzeń Pitagotrasa, Talesa. Wszyscy Ci starożytni filozofowie badali i poznawali piękno geometrii. W jedną całość starożytną wiedzę z geometrii zebrał Euklides w swoim dziele "Stoicheia geometrias" (w Polsce nazywanym "Elementy"). Do XIX wieku było to dzieło niedoścignione. Zresztą i dziś nauczana w szkole geometria niewiele wykracza poza euklidesowe Elementy.

W czasie tej prezentacji przekażemy Ci podstawową wiedzę z geometrii, której znajomość ułatwi Ci zdanie matury. Jednocześnie chcemy, abyś zuważył(ła), piękno geometri w rozumieniu siły metody dedukcyjnej i siły rozumowania formalnego opartego na logice. Po zdefiniowaniu pojęć drogą ścisłego rozumowania wyprowadzane są kolejne twierdzenia. Jest to cecha charakterystyczna dojrzałych teorii matematycznych.

Zatem nie pozostaje nam nic innego jak życzyć przyjemnej lektury.

2 Symetralna odcinka

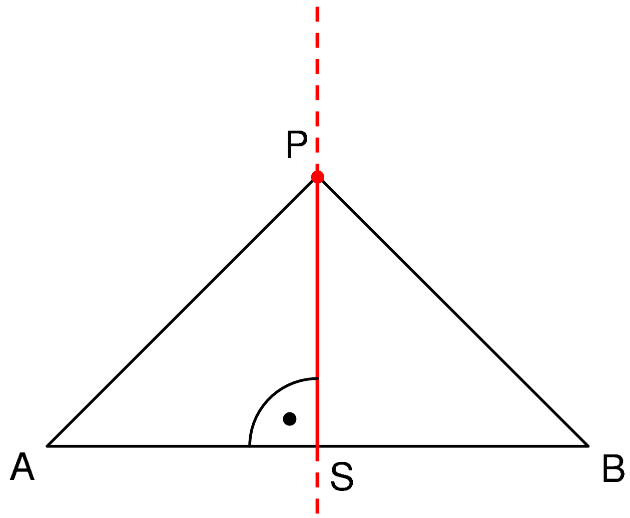
Definicja. **Symetralną odcinka nazywamy prostą prostopadłą do odcinka i przechodzącą przez jego środek.**



$$|AS| = |BS| \ \text{ i } \ |AS| + |BS| = |AB|$$

Twierdzenie. **Symetralna odcinka jest zbiorem wszystkich punktów płaszczyzny równo oddalonych od końców tego odcinka.**

Dowód. Załóżmy, że punkt P należy do symetralnej odcinka AB i $P \neq S$.

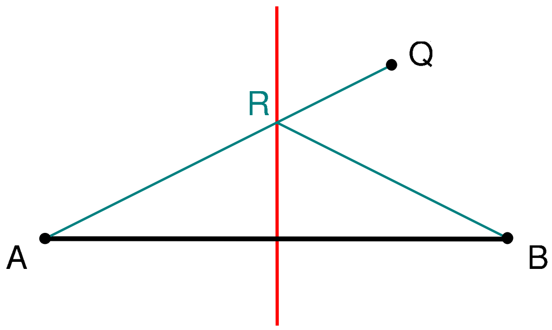


Trójkąty ASP i BSP są przystające (bkb), zatem $|AP| = |BP|$. Gdy $P = S$, to $|AS| = |BS|$, ponieważ S jest środkiem odcinka AB.

Przyjmijmy, że punkt Q nie należy do symetralnej odcinka AB. Rozważymy dwa przypadki $Q \notin pr AB$ lub $Q \in pr AB$.

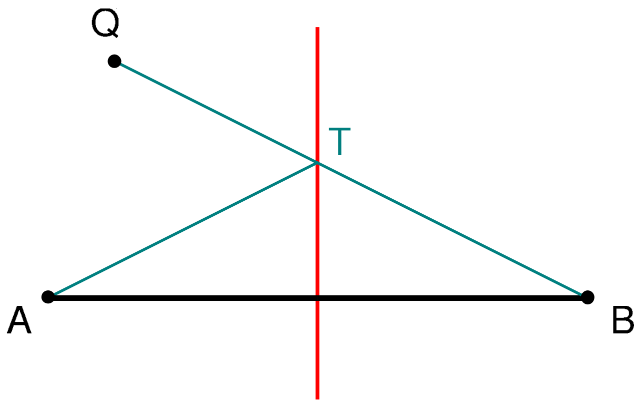
$$Q \notin prAB$$

Wówczas



$$|AQ| = |AR| + |RQ| = |BR| + |RQ| > |BQ|$$

lub

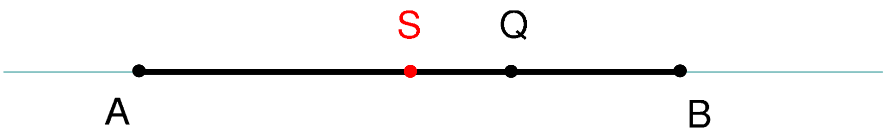


$$|BQ| = |BT| + |TQ| = |AT| + |TQ| > |AQ|$$

Gdy

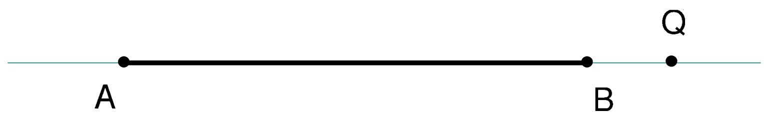
$$Q \in prAB$$

to



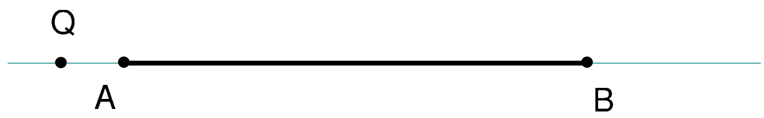
$|AQ| \neq |BQ|$, ponieważ $Q \neq S$,

lub



$$|AQ| = |AB| + |BQ| > |BQ|,$$

lub

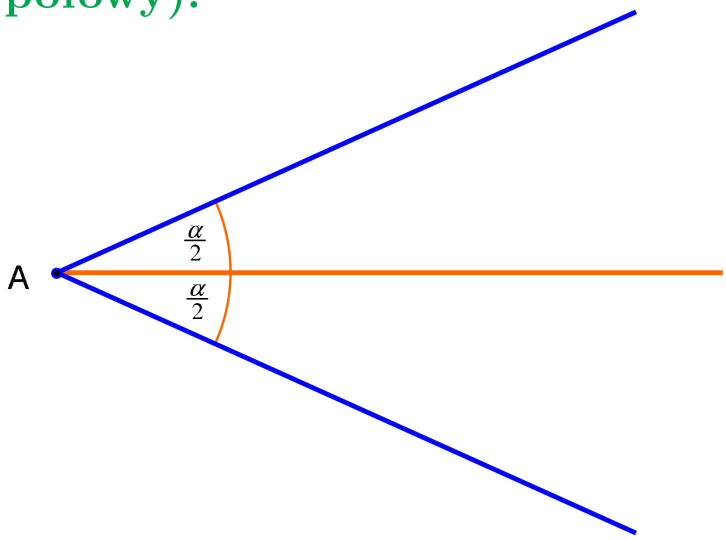


$$|BQ| = |BA| + |AQ| > |AQ|.$$

Wniosek. Symetralna podstawy trójkąta równoramiennego zawiera wysokość tego trójkąta opuszczoną na podstawę.

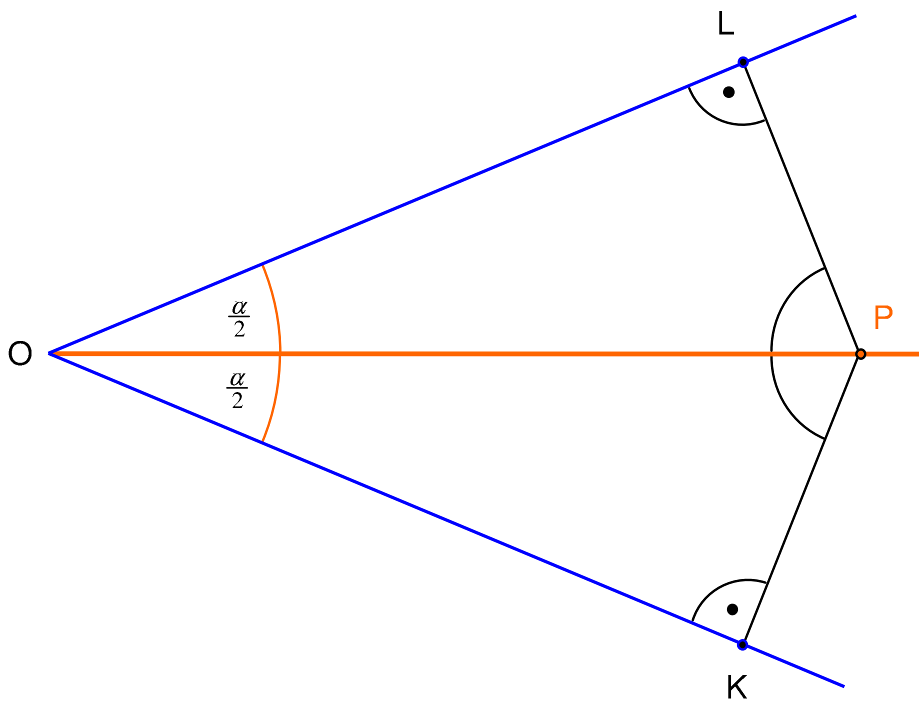
3 Dwusieczna kąta

Definicja. **Dwusieczną kąta nazywamy półprostą o początku w wierzchołku kąta, która dzieli ten kąt na kąty równe (potocznie mówimy na połowy).**



Twierdzenie. **Dwusieczna kąta wypukłego i różnego od kąta półpełnego jest zbiorem wszystkich punktów tego kąta, które są jednakowo oddalone od jego ramion.**

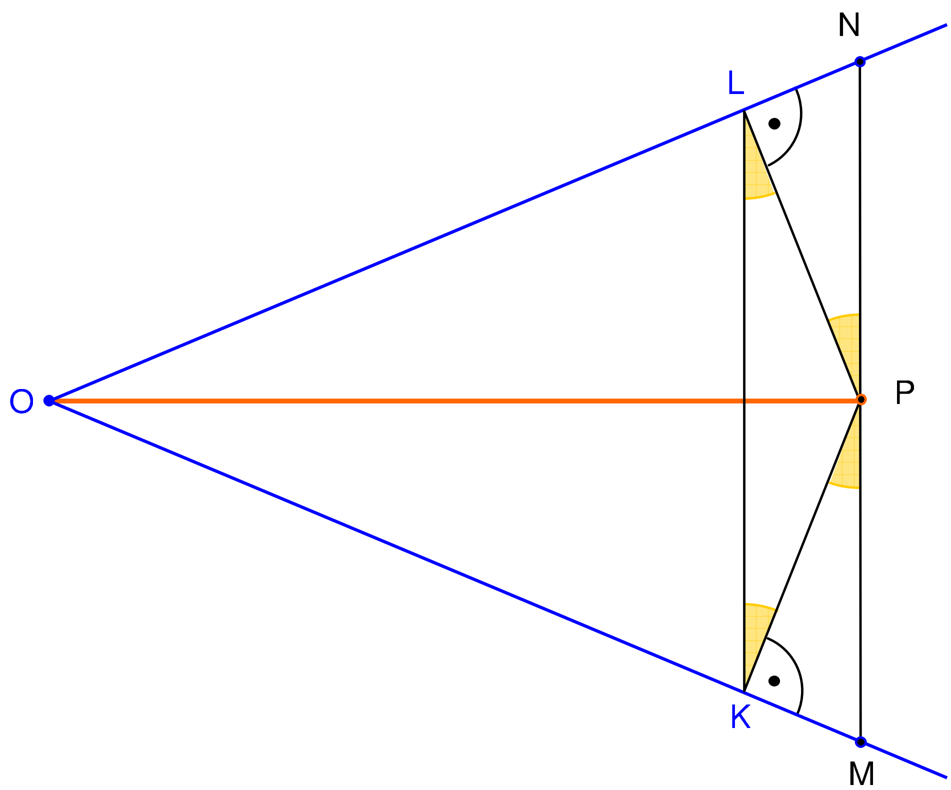
Dowód. Załóżmy, że punkt P leży na dwusiecznej kąta i $P \neq O$. Niech punkty K i L będą rzutami prostopadłymi punktu P na ramiona kąta.



Trójkąty prostokątne OPL i OPK są przystające (kbk), więc $|PK| = |PL|$. Wierzchołek O kąta jest jednakowo odległy od ramion kąta, ponieważ jego odległości od ramion są równe zero.

Przyjmijmy, że punkt P należy do kąta i jest różny od punktu O (punkt O jest jednakowo oddalony od ramion kąta i należy do dwusiecznej tego kąta).

Punkty K i L są rzutami prostokątnymi punktu P na ramiona danego kąta, a odcinek MN jest równoległy do odcinka KL. Załóżmy, że punkt P jest jednakowo oddalony od ramion kąta, czyli $|KP| = |LP|$.

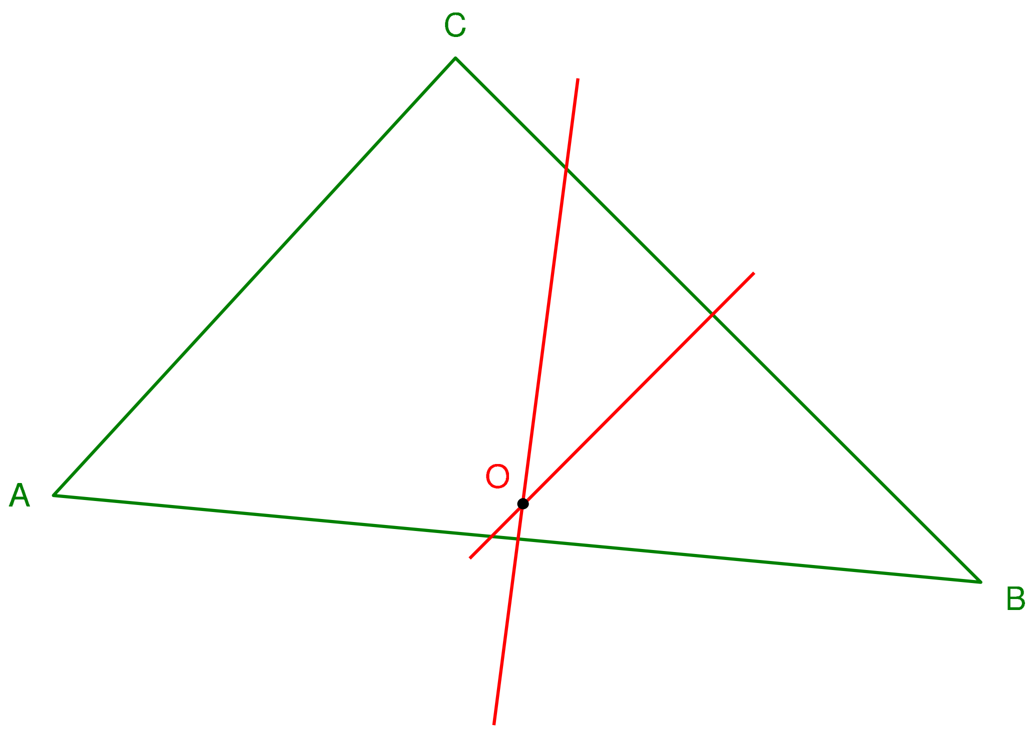


Trójkąt KLP jest równoramienny, więc jego kąty wewnętrzne przy wierzchołkach K i L są równe. Ponieważ proste KL i MN są równoległe, to $\measuredangle KPM = \measuredangle LPN$ i wobec tego trójkąty prostokątne KMP i LNP są przystające. Stąd trójkąt OMN jest równoramienny i $|MP| = |NP|$. Półprosta dzieli kąt MON na kąty równe, ponieważ trójkąty OMP i ONP są przystające.

Uzasadnij, korzystając z cech przystawania trójkątów, że trójkąty OMP i ONP są przystające.

4 Symetralne boków trójkąta

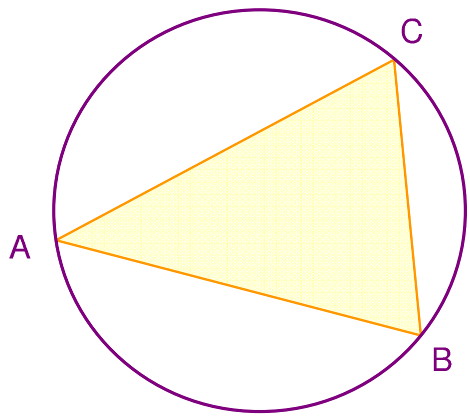
Twierdzenie. **W każdym trójkącie trzy symetralne jego boków przecinają się w jednym punkcie.**



Dowód. Symetralne boków AB i BC przecinają się (proste prostopadłe do prostych przecinających się nie mogą być równoległe). Oznaczmy punkt przecięcia tych symetralnych literą O. Z własności symetralnych wynika, że $|AO| = |BO|$ i $|BO| = |CO|$. Stąd $|AO| = |CO|$ i punkt O należy do symetralnej boku AC.

Wniosek. Punkt, w którym przecinają się symetralne boków trójkąta jest jednakowo oddalony od wierzchołków tego trójkąta.

Okrąg o środku w tym punkcie i promieniu równym odległości tego punktu od wierzchołków trójkąta przechodzi przez wszystkie wierzchołki trójkąta. Taki okrąg nazywamy okręgiem opisanym na trójkącie.

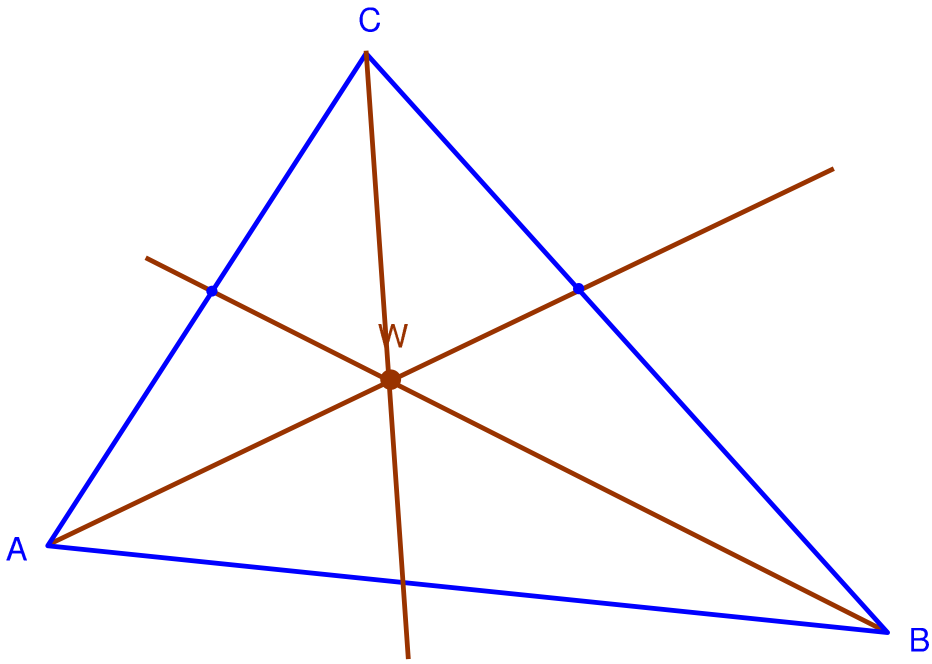


Wniosek. Na każdym trójkącie można opisać dokładnie jeden okrąg.

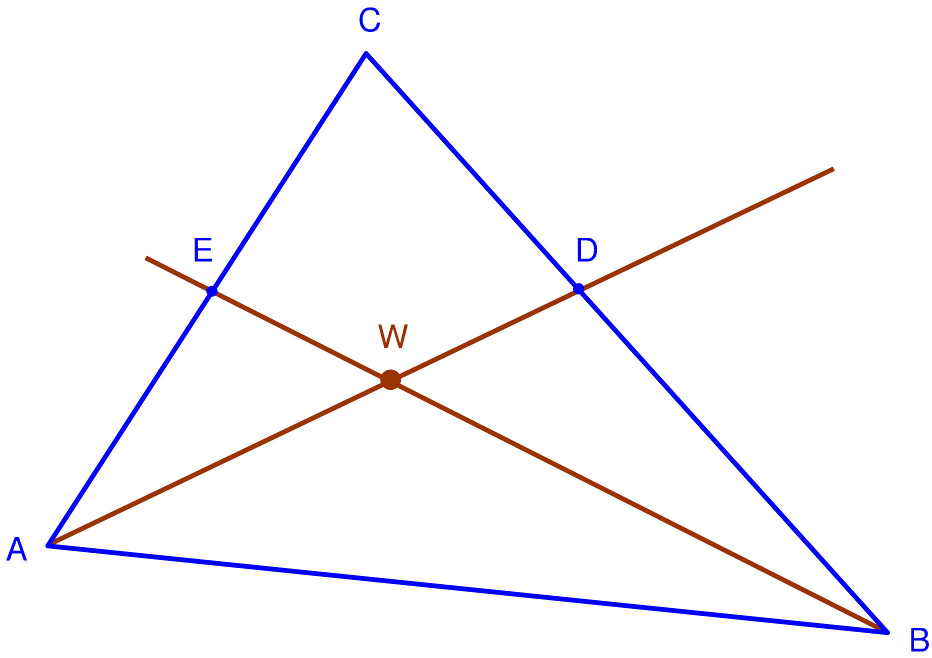
Uwaga. Na płaszczyźnie każde dwa różne punkty wyznaczają prostą, a każde trzy punkty niewspółliniowe wyznaczają okrąg.

5 Dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta

Twierdzenie. **W każdym trójkącie trzy dwusieczne jego kątów wewnętrznych przecinają się w jednym punkcie.**



Dowód. Poprowadźmy w trójkącie dwusieczne kątów wewnętrznych, na przykład kąta BAC i kąta ABC . Ponieważ suma tych kątów ma mniej niż $180°$, to dwusieczne przetną się w punkcie W, należącym do wnętrza trójkąta. Punkt ten jest równoodległy od ramion AB i AC oraz od ramion BA i BC. Zatem punkt ten jest równo odległy od ramion AC i BC, należy więc do dwusiecznej kąta BCA.

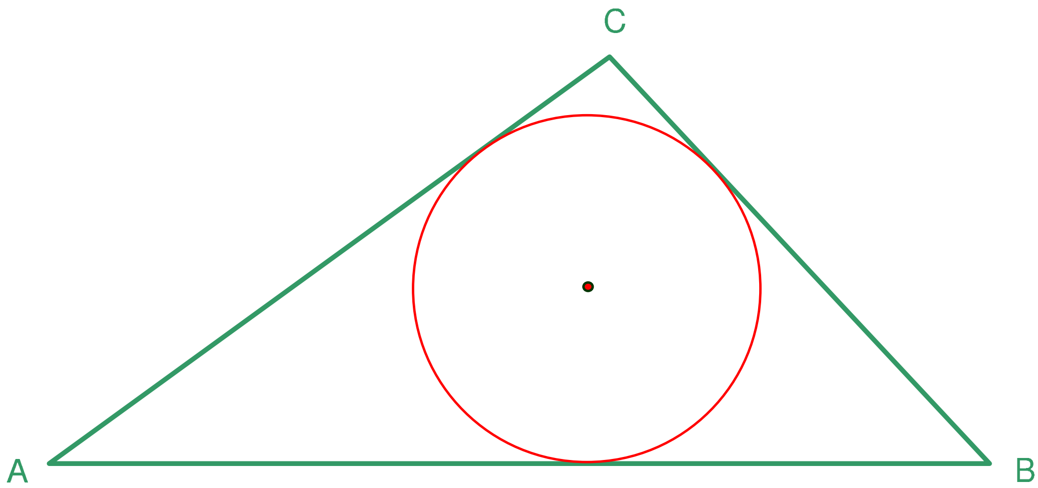


Wniosek. Punkt, w którym przecinają się dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta jest jednakowo oddalony od wszystkich jego boków.

Okrąg o środku w tym punkcie i promieniu równym odległości tego punktu od boków trójkąta jest styczny do boków trójkąta.

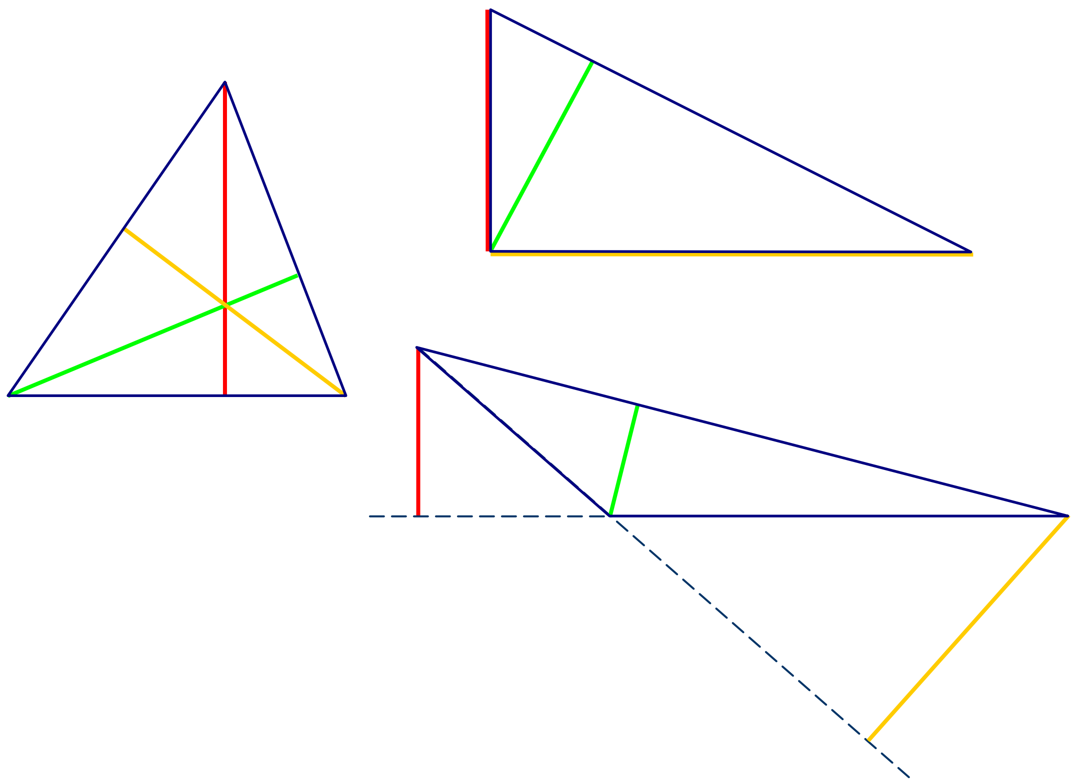
Okrąg ten nazywamy okręgiem wpisanym w trójkąt.

Wniosek. W każdy trójkąt można wpisać dokładnie jeden okrąg.



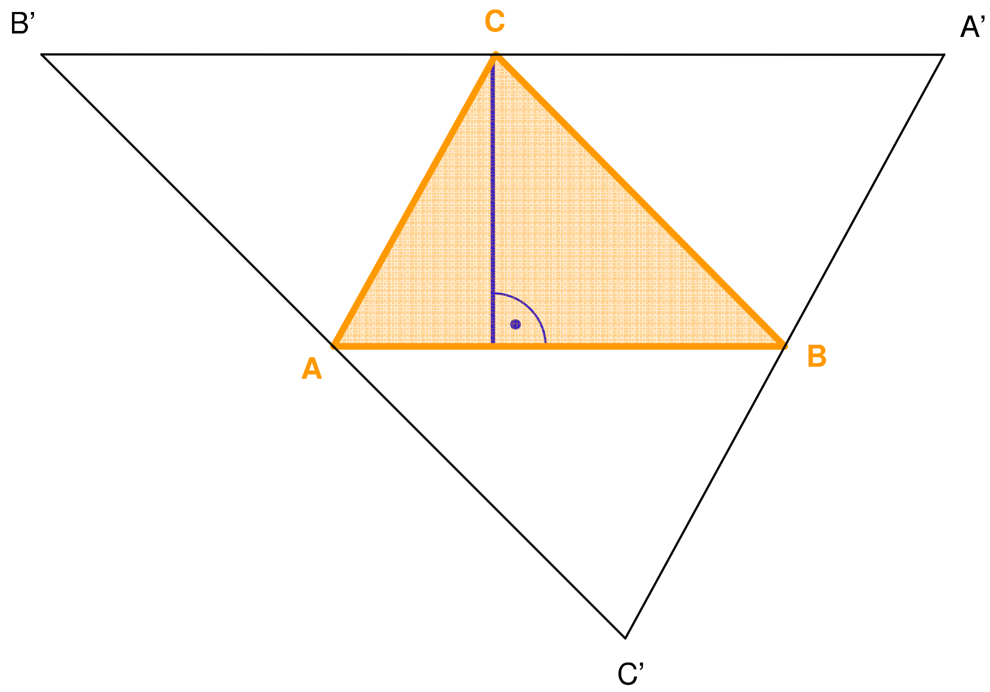
Pytanie. *Co można powiedzieć o symetralnej podstawy i dwusiecznej kąta wewnętrznego przeciwległego do podstawy w trójkącie równoramiennym?*

6 Wysokości w trójkącie



Twierdzenie. **W każdym trójkącie trzy proste zawierające jego wysokości przecinają się w jednym punkcie.**

Dowód. Jeżeli trójkąt jest prostokątny, to trzy proste zawierające wysokości przecinają się w wierzchołku kąta prostego. Załóżmy więc, że trójkąt nie jest prostokątny. Poprowadźmy przez wierzchołki trójkąta proste równoległe do przeciwległych boków. Każde dwie spośród tych trzech prostych przecinają się. Punkty przecięcia oznaczmy A', B' i C'.



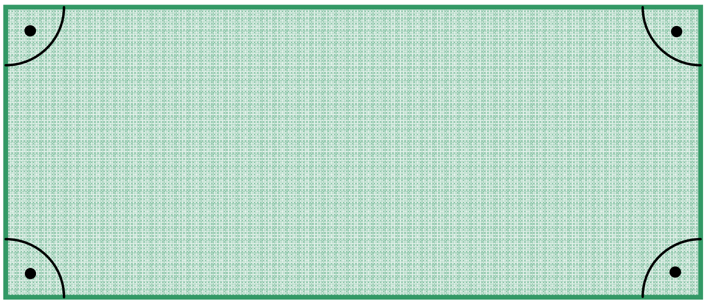
Trójkąty ABC i $AB'C$ są przystające. Trójkąty ABC i $A'BC$ są również przystające. Zatem $|B'C| = |AB|$ i $|A'C| = |AB|$. Stąd $|B'C| = |A'C|$ i prosta zawierająca wysokość trójkąta ABC opuszczoną z wierzchołka C jest symetralną boku $A'B'$ trójkąta $A'B'C'$. Podobnie postępujemy w dwóch pozostałych przypadkach. Skoro proste zawierające wysokości trójkąta ABC są symetralnymi boków trójkąta $A'B'C'$, to przecinają się w jednym punkcie.

Pytanie. *Dlaczego trójkąty ABC i $AB'C$ oraz trójkąty ABC i $A'BC$ są przystające?*

Punkt, w którym przecinają się proste zawierające wysokości trójkąta nazywamy jego ortocentrum lub środkiem ortycznym.

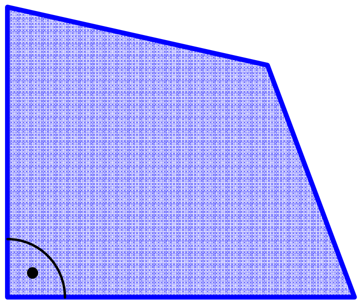
7 Prostokąty

Definicja. **Prostokąt to czworokąt, który ma wszystkie kąty wewnętrzne proste.**

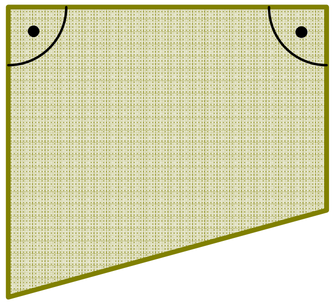


Jeżeli trzy kąty wewnętrzne czworokąta są proste, to czwarty kąt wewnętrzny jest prosty, a więc czworokąt jest prostokątem.

TO NIE SĄ PROSTOKĄTY

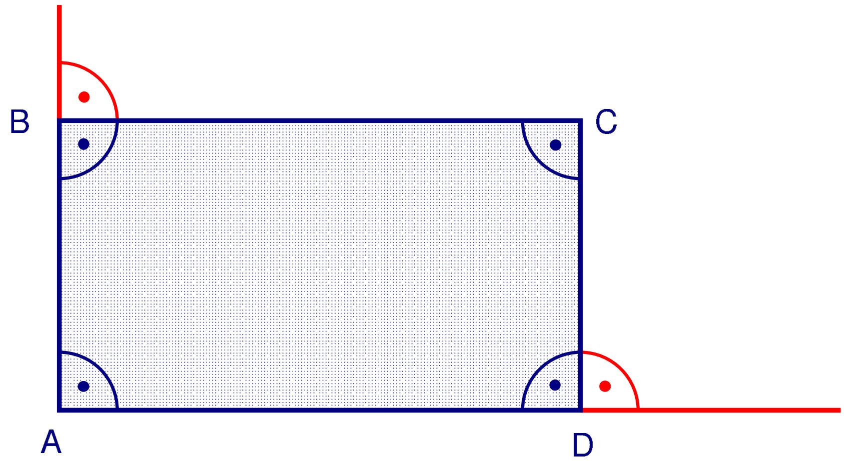


tylko jeden kąt prosty

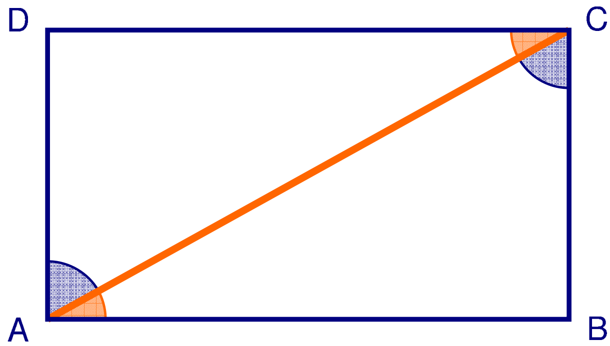


tylko dwa kąty proste

Twierdzenie. **Przeciwległe boki prostokąta są równoległe i mają równe długości.**



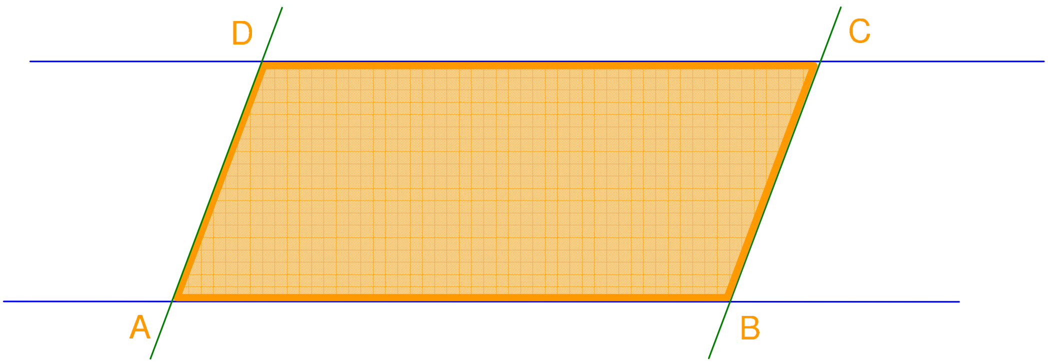
Dowód. Ponieważ kąty odpowiadające przy prostych AB i DC (AD i BC) przeciętych prostą AD (AB) są równe, to proste AB i DC (AD i BC) są równoległe.



Trójkąty ABC i ACD są przystające (kbk), zatem $|AD| = |BC|$ i $|AB| = |DC|$.

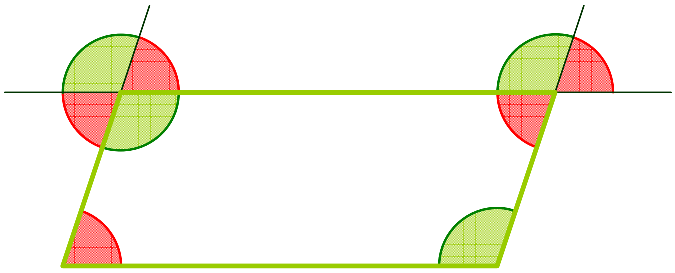
8 Równoległoboki

Definicja. **Równoległobok to czworokąt, który ma dwie pary boków równoległych.**



$$pr\ AB \| pr\ DC \quad \text{i} \quad pr\ AD \| pr\ BC$$

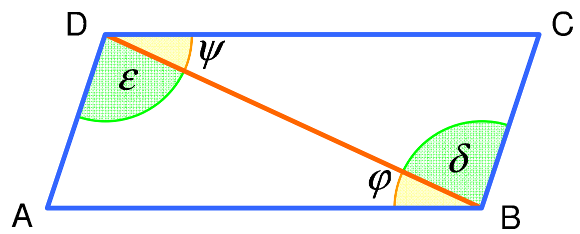
Twierdzenie. **Kąty przeciwległe równoległoboku są równe.**



Wniosek. Suma kątów wewnętrznych równoległoboku ma $360°$.

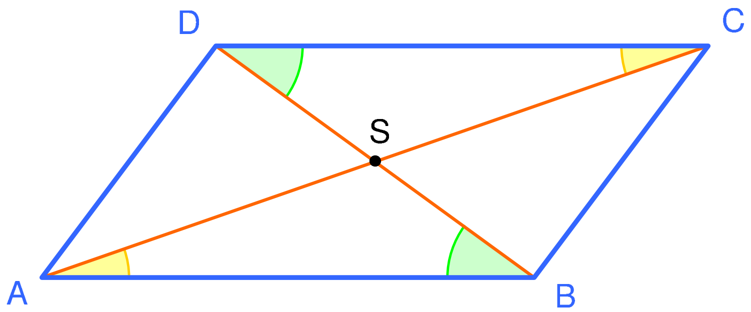
Twierdzenie. **Boki przeciwległe równoległoboku mają równe długości.**

Dowód.



Ponieważ *pr* $AB \| pr\ DC$ i *pr* $AD \| pr\ BC$, to $\varphi = \psi$ i $\delta = \epsilon$. Zatem trójkąty ABD i BDC są przystające (kbk), więc $|AB| = |CD|$ i $|AD| = |BC|$.

Twierdzenie. **Przekątne równoległoboku połowią się.**



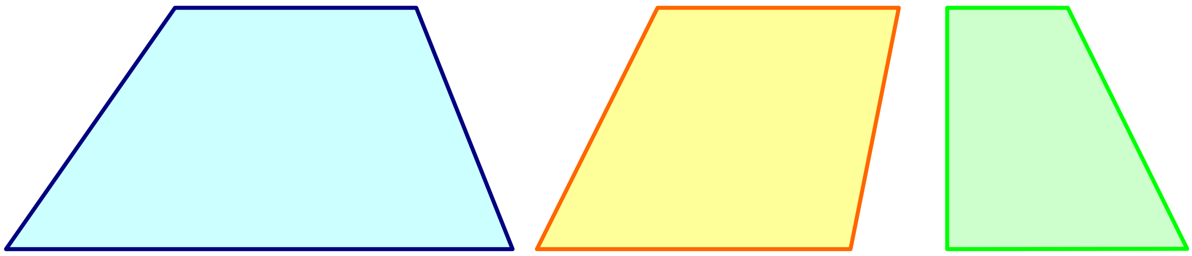
Dowód.

Trójkąty ABS i DCS są przystające (kbk). Stąd $|AS| = |SC|$ i $|BS| = |SD|$. Ponieważ $|AS| + |SC| = |AC|$ i $|BS| + |SD| = |BD|$, to S jest środkiem odcinka AC i odcinka BD.

Wniosek. Prostokąt jest równoległobokiem.

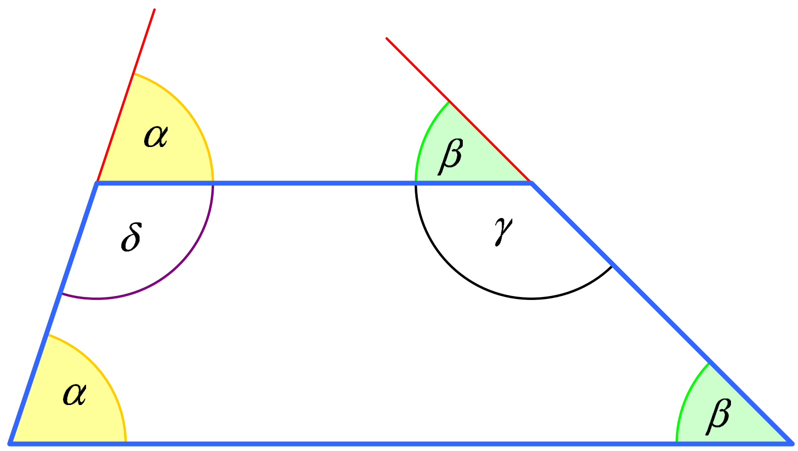
9 Trapezy

Definicja. **Trapez to czworokąt, który ma tylko jedną parę boków równoległych.**



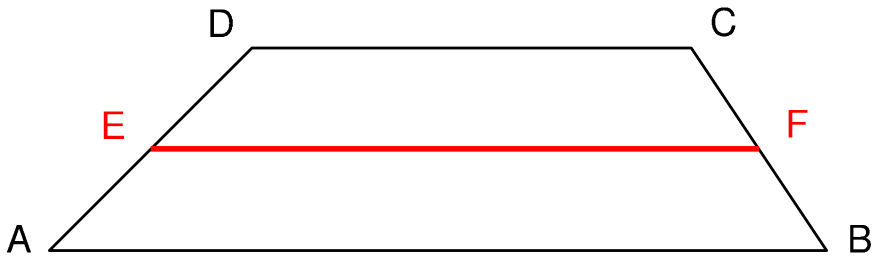
Boki równoległe nazywamy podstawami, a boki nierównoległe ramionami.

Wniosek. Suma kątów wewnętrznych trapezu ma 360°.



$$\alpha+\delta = 180^\circ \quad \text{i} \quad \beta+\gamma = 180^\circ, \text{więc} \quad \alpha+\beta+\gamma+\delta = 360^\circ.$$

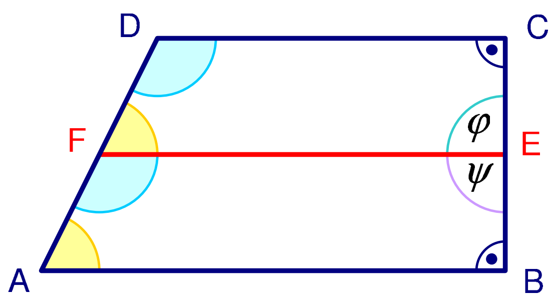
Definicja. **Linią środkową trapezu nazywamy odcinek łączący środki jego ramion.**



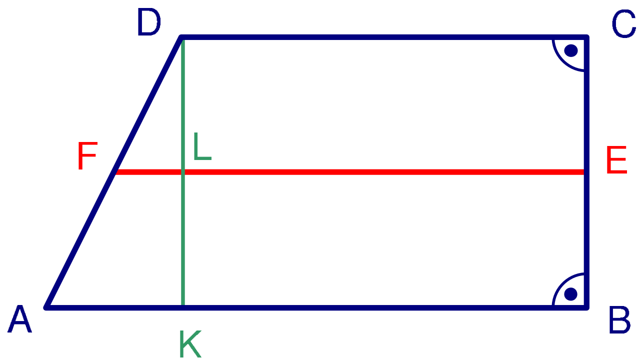
E jest środkiem odcinka AD, F jest środkiem odcinka BC, odcinek EF jest linią środkową trapezu $ABCD$.

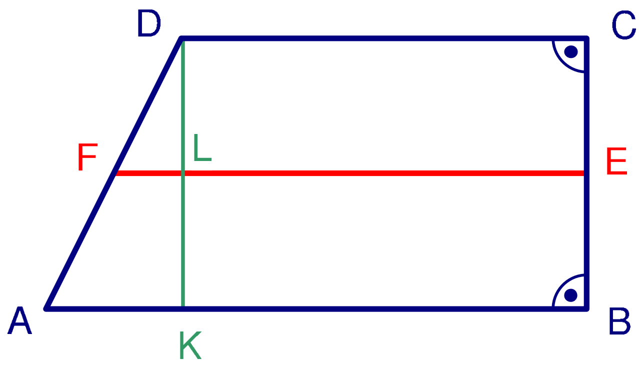
Twierdzenie. Linia środkowa trapezu jest równoległa do jego podstaw, a jej długość jest równa średniej arytmetycznej długości podstaw.

Dowód. Dowód przeprowadzimy dla trapezu , w którym jeden z kątów wewnętrznych jest prosty.



Ponieważ suma kątów wewnętrznych w każdym trapezie ma $360°$, to kąt ψ w trapezie $ABEF$ i kąt φ w trapezie $FECD$ są równe. Ponieważ są to kąty przyległe, to muszą być proste. Skoro tak, to $pr\ EF \| pr\ AB$ i $pr\ EF \| pr\ DC$.





$|FL| = \frac{1}{2}|AK|$, ponieważ odcinek FL jest linia środkową w trójkącie AKD.

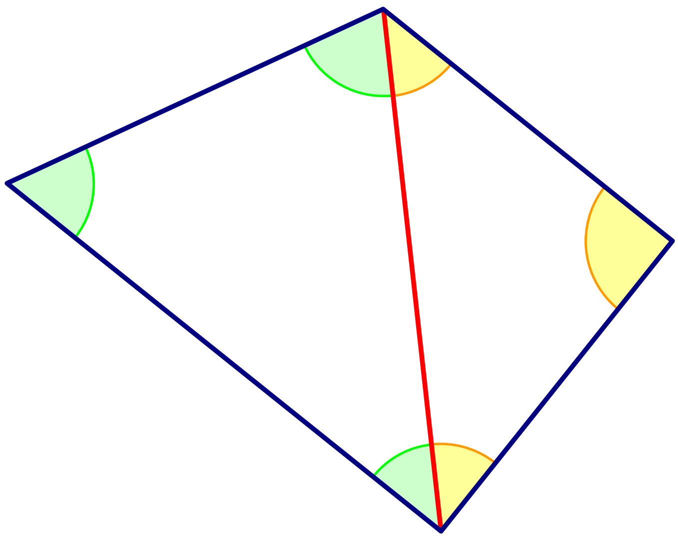
$|KB| = |LE| = |DC|$, ponieważ czworokąty $KBEL$ i $LECD$ są prostokątami.

Ponadto

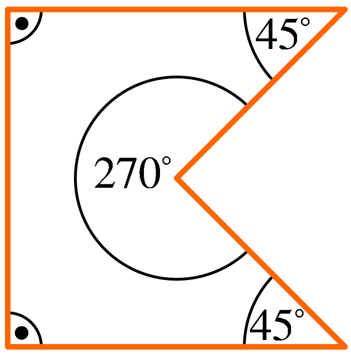
$$\begin{aligned}|FE| &= |FL| + |LE| = \tfrac{1}{2}|AK| + |LE| = \\ &= \tfrac{1}{2}|AK| + \tfrac{1}{2}(|KB| + |DC|) = \\ &= \tfrac{1}{2}(|AB| + |DC|).\end{aligned}$$

10 Czworokąty wypukłe

Twierdzenie. **Suma kątów wewnętrznych czworokąta wypukłego ma** 360° **.**

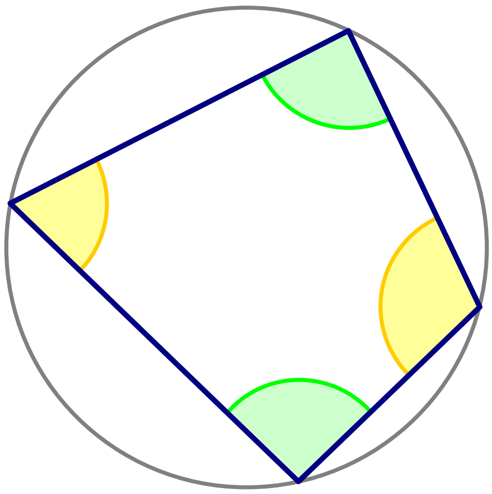


Przykład.

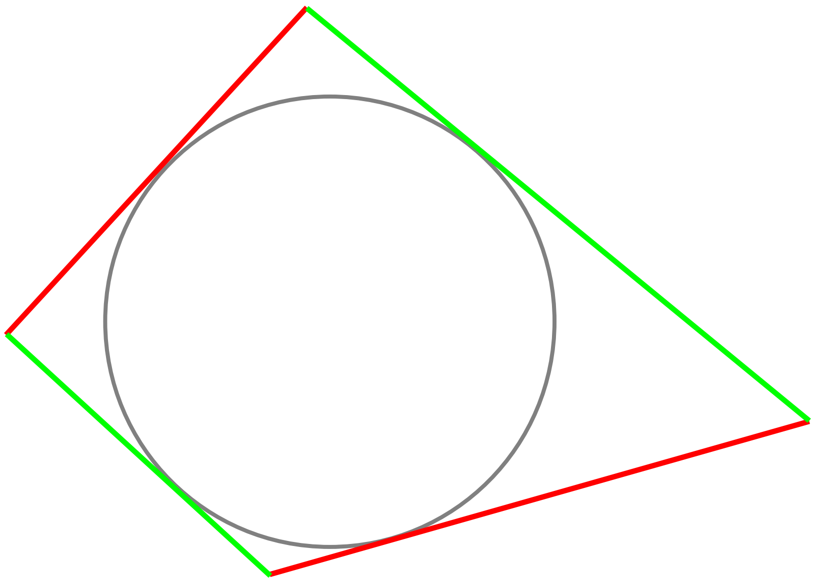


$$90^\circ + 90^\circ + 270^\circ + 45^\circ + 45^\circ = 540^\circ$$

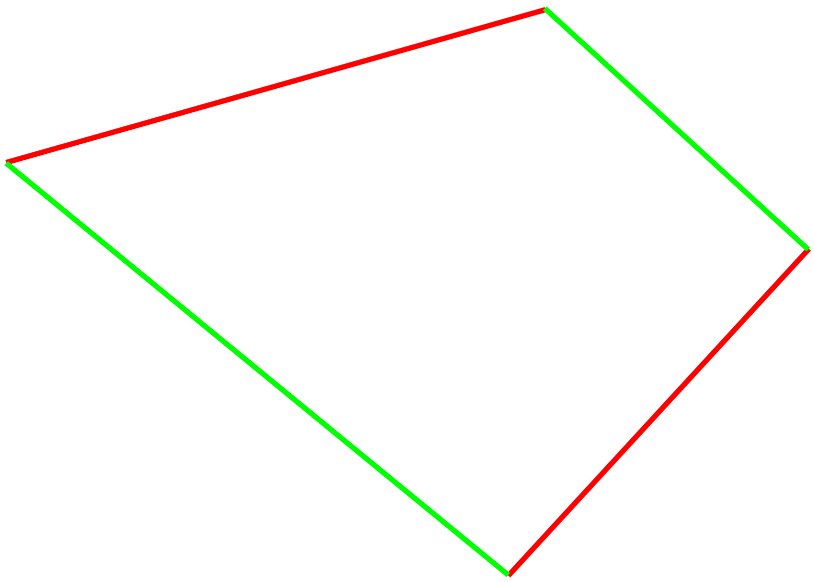
Twierdzenie. Na czworokącie wypukłym można opisać okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy sumy kątów przeciwległych tego czworokąta są równe.



Twierdzenie. **W czworokąt wypukły można wpisać okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy sumy długości boków przeciwległych są równe.**

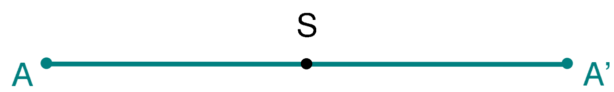


Definicja. **Trapezoid to czworokąt wypukły, który nie ma żadnych dwóch boków równoległych.**



11 Symetria środkowa

Definicja. **Punkty A i A' nazywamy symetrycznymi względem punktu S, gdy S jest środkiem odcinka AA'.**



$$|AS| + |SA'| = |AA'| \text{ i } |SA| = |SA'|.$$

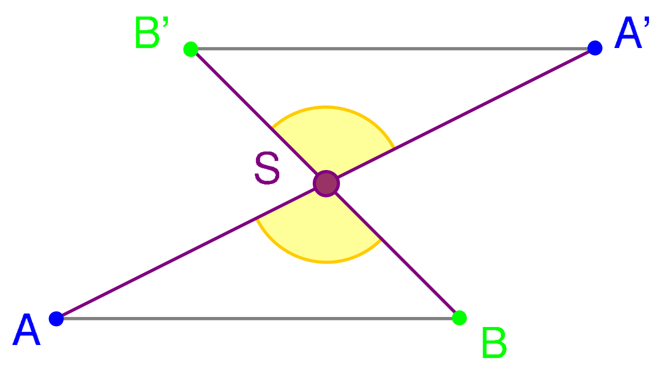
Uwaga. Gdy odcinek AA' jest odcinkiem zerowym tzn. $A = A'$, to $A = S$ i $A' = S$.

Punktem symetrycznym do punktu S względem punktu S jest punkt S.

Definicja. Symetrią środkową o środku S nazywamy przekształcenie geometryczne, które każdemu punktowi P , przyporządkowuje punkt P' symetryczny do niego względem S.

Twierdzenie. **Symetria środkowa zachowuje odległość tzn. dla każdych punktów A, B mamy $|AB| = |A'B'|$.**

Dowód. Załóżmy, że punkty A, B, S nie są współliniowe (nie leżą na jednej prostej).



Ponieważ trójkąty SAB i $SA'B'$ są przystające (bkb), to $|AB| = |A'B'|$.

Jeżeli punkty są współliniowe, to rozpatrzymy dwa przypadki:

1. $A = B$,
2. $A \neq B$.

W pierwszym przypadku, skoro $A = B$, to $A' = B'$ i $|AB| = 0 = |A'B'|$.

W drugim przypadku może być:

- $A = S$ lub
- $B = S$ lub
- $A \neq S$ i $B \neq S$.

Przyjmijmy, że $A = B$.
Wówczas

$$|AB| = |SB| = |SB'| = |A'B'|.$$

Analogicznie postąpimy, gdy $B = S$.

Jeżeli $A \neq S$ i $B \neq S$, to wystarczy przeanalizować przedstawione na rysunku położenia punktów na prostej

Co pozostawiamy jako ciekawą łamigłówkę myślową.

12 Środek symetrii figury

Definicja. **Punkt S nazywamy środkiem symetrii figury geometrycznej, gdy dla każdego punktu A tej figury punkt A' symetryczny do A względem S należy do tej figury.**

Figurę, która ma środek symetrii, nazywamy środkowosymetryczną.

Przykłady figur, które mają środek symetrii:

1. odcinek (środkiem symetrii jest środek tego odcinka),
2. okrąg (środkiem symetrii jest środek tego okręgu),
3. prosta (środkiem symetrii jest każdy punkt tej prostej),
4. równoległobok (środkiem symetrii jest punkt przecięcia przekątnych).

Pytanie. *Czy półprosta, półpłaszczyzna, kąt, trójkąt, trapez mają środek symetrii?*

Uwaga. Środek symetrii figury nie musi do tej figury należeć (okrąg). Figura może mieć nieskończenie wiele środków symetrii (prosta).

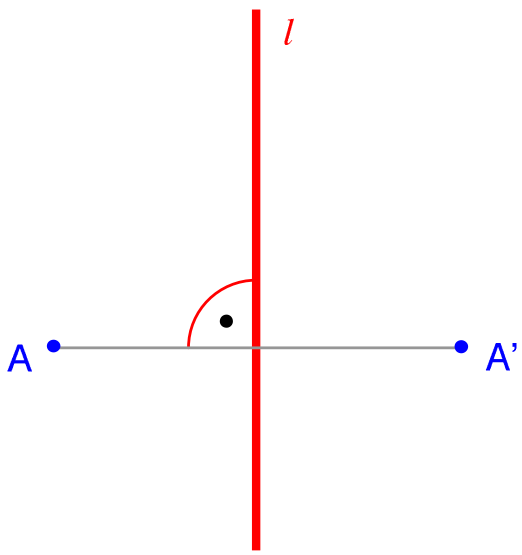
13 Symetria osiowa

Definicja. **Różne punkty A i A' nazywamy symetrycznymi względem prostej l, gdy odcinek AA' jest prostopadły do l i jego środek należy do l.**

Mówimy wówczas, że A' jest symetryczny do A względem prostej l. Oczywiście, jeśli A' jest symetryczny do A względem prostej l, to A jest symetryczny do A' względem prostej l.

Wniosek. Różne punkty są symetryczne względem prostej wtedy i tylko wtedy, gdy ta prosta jest symetralną odcinka przez nie wyznaczonego.

Definicja. **Symetrią osiową o osi l nazywamy przekształcenie geometryczne, które każdemu punktowi P, $P \notin l$, przyporządkowuje punkt P' symetryczny do P względem prostej l, a każdemu punktowi P, $P \in l$ przyporządkowuje punkt P.**



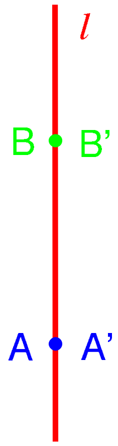
Twierdzenie. **Symetria osiowa zachowuje odległość tzn. dla każdych punktów A, B mamy $|AB| = |A'B'|$.**

Dowód.
Gdy $A = B$, to $A' = B'$ i $|AB| = 0 = |A'B'|$.

Założymy, że $A \neq B$. Wówczas:

1. $A \in l$ i $B \in l$
2. lub jeden z punktów A, B nie należy do prostej l
3. lub $A \notin l$ i $B \notin l$.

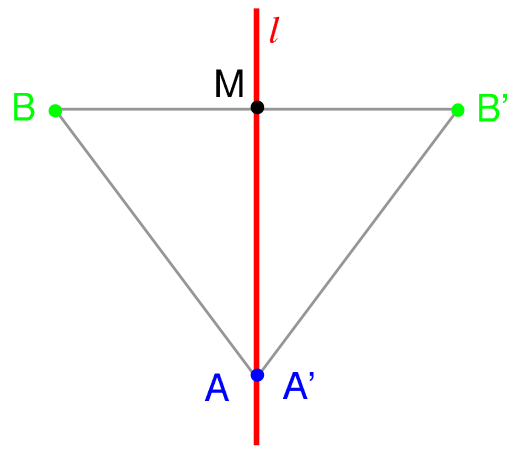
1. Niech $A \in l$ i $B \in l$



Wówczas

$$|AB| = |A'B'|, \quad \text{bo} \quad A' = A \quad \text{i} \quad B' = B$$

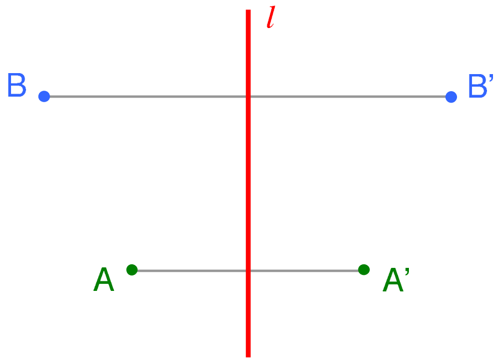
2. Niech jeden z punktów A, B nie należy do prostej l

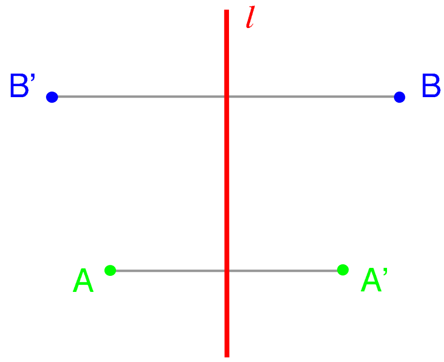


Trójkąty ABM i $AB'M$ są przystające (bkb), więc $|AB| = |AB'| = |A'B'|$.

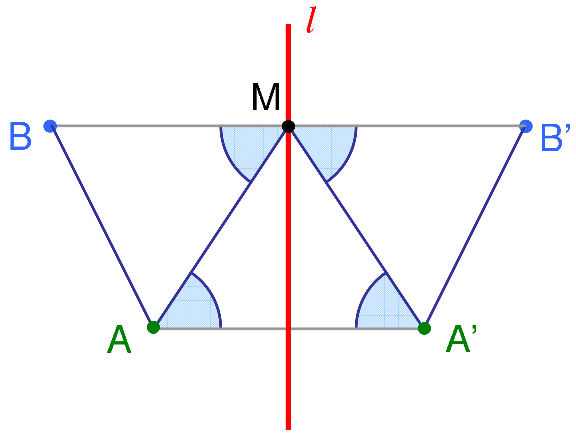
3. Niech $A \notin l$ i $B \notin l$.

Przyjmijmy, że prosta wyznaczona przez punkty A i B nie jest prostopadła do prostej l.



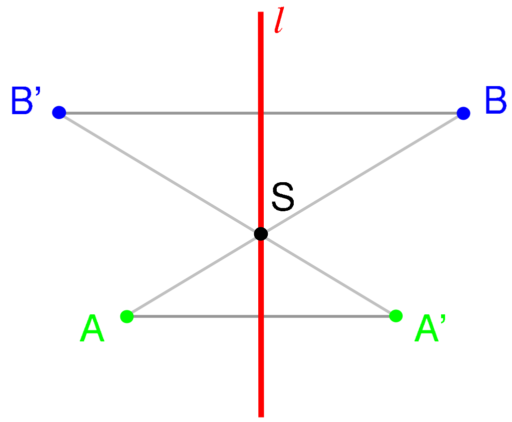


Niech punkty A i B leżą po tej samej stronie prostej l, a punkt M jest środkiem odcinka BB'.



Trójkąty AMB i $A'MB'$ są przystające (bkb). Stąd $|AB| = |A'B'|$.

Jeżeli punkty A i B leżą po przeciwnych stronach prostej l, to proste AB i $A'B'$ przecinają się w punkcie S należącym do prostej l (ćwiczenie). Mamy wówczas



$$|AB| = |AS| + |SB| = |A'S| + |SB'| = |A'B'|.$$

Gdy prosta jest prostopadła do l i przecina l w punkcie S, to A i A' oraz B i B' są symetryczne względem punktu S. Zatem $|AB| = |A'B'|$.

Definicja. **Prostą l nazywamy osią symetrii figury f, gdy dla każdego punktu P tej figury jego obraz P' w symetrii osiowej względem prostej l należy do f. Figurę nazywamy wówczas osiowosymetryczną.**

Przykłady figur, które mają oś symetrii:

1. prosta (nieskończenie wiele osi symetrii),
2. koło (nieskończenie wiele osi symetrii),
3. trójkąt równoboczny (trzy osie symetrii),
4. kwadrat (cztery osie symetrii).

Pytanie. *Czy łamana o dwóch bokach różnej długości, trójkąt różnoboczny, równoległobok, który nie jest prostokątem, trapez nierównoramienny mają osie symetrii?*

Definicja. **Przekształcenia płaszczyzny, które zachowują odległość nazywają się izometriami.**

Wniosek. Symetria środkowa i symetria osiowa są izometriami.

Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zadanie 1.

Udowodnij, że kąt zewnętrzny trójkąta jest większy od obu kątów wewnętrznych, które nie są do niego przyległe.

Zadanie 2.

Niech a, b, c będą dowolnymi dodatnimi liczbami rzeczywistymi. Udowodnij, że następujące warunki są równoważne:

(I) $a < b + c$ i $b < c + a$ i $c < a + b$,

(II) $|a - c| < b$ i $|b - c| < a$ i $|a - b| < c$,

(III) $|a - b| < c < a + b$ lub $|a - c| < b < a + c$ lub $|b - c| < a < b + c$.

Zadanie 3.

Dane są trzy odcinki o długościach a, b, c spełniających nierówności $a < b + c$ i $b < c + a$ i $c < a + b$. Skonstruuj (za pomocą cyrkla i linijki) trójkąt, którego bokami są te odcinki.

Zadanie 4.

Długości boków trójkąta są liczbami naturalnymi. Jedną z tych liczb jest 1, drugą 2. Oblicz obwód tego trójkąta.

Zadanie 5.

Skonstruuj symetralną danego odcinka (za pomocą cyrkla i linijki).

Zadanie 6.

Skonstruuj środek danego odcinka.

Zadanie 7.

Skonstruuj dwusieczną danego kąta (za pomocą cyrkla i linijki).

Zadanie 8.

Wykaż, że suma kątów zewnętrznych trójkąta (liczonych jednokrotnie) ma $360°$.

Zadanie 9.

Udowodnij, że suma kątów wewnętrznych w n - kącie wypukłym ma $(n-2)180°$.

Zadanie 10.

Wykaż, że suma kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego (liczonych jednokrotnie) ma 360°.

Zadanie 11.

Punkt M jest punktem należącym do wnętrza trójkąta ABC. Udowodnij, że $|AM| + |MC| < |AB| + |BC|$.

Zadanie 12.

Udowodnij, że suma odległości punktu leżącego wewnątrz trójkąta jest mniejsza od jego obwodu.

Zadanie 13.

W n - kącie wypukłym jest $\frac{n(n-3)}{2}$ przekątnych. Czy istnieje taki wielokąt wypukły, który ma tyle samo boków ile przekątnych?

Zadanie 14.

Krótsza przekątna rozcina trapez na trójkąt równoboczny i trójkąt prostokątny. Ile stopni mają kąty wewnętrzne tego trapezu ?

Zadanie 15.

Narysuj wielokąt, w którym jedna z jego przekątnych jest dłuższa od każdego boku.

Zadanie 16.

Narysuj wielokąt, w którym jeden z jego boków jest dłuższy od każdej przekątnej.

Zadanie 17.

Punkty A, B, C, D są środkami boków czworokąta wypukłego. Udowodnij, że czworokąt $ABCD$ jest równoległobokiem.

Zadanie 18.

Skonstruuj okrąg wpisany w dany trójkąt.

Zadanie 19.

Skonstruuj okrąg opisany na danym trójkącie.

Zadanie 20.

Z punktu A poprowadzono dwie styczne do danego okręgu. Udowodnij. że odcinki łączące punkt A z punktami styczności są równe.

Zadanie 21.

Jeden z kątów wewnętrznych równoległoboku ma 140°. Ile mają stopni pozostałe kąty tego równoległoboku?

Zadanie 22.

Udowodnij, że jeżeli środek okręgu wpisanego w trójkąt i środek okręgu opisanego na tym trójkącie są identyczne, to ten trójkąt jest równoboczny.

Zadanie 23.

Udowodnij, że jeśli środek okręgu wpisanego w czworokąt jest jednocześnie punktem przecięcia jego przekątnych, to ten czworokąt jest rombem.

Zadanie 24.

Dany jest punkt A i prosta l. Skonstruuj punkt A' symetryczny do A względem l.

Zadanie 25.

Dane są dwa różne punkty A i B. Znajdź symetrię osiową przeprowadzającą jeden z tych punktów na drugi.

Zadanie 26.

Dane są dwie różne proste. Znajdź symetrię osiową przeprowadzającą jedną z tych prostych na drugą.

TEST

1. Kąt przyległy do kąta wypukłego między bokiem kwadratu i jego przekątną ma

a) $145°$

b) $135°$

Ja uważam, że b), a ty?

2. Czy część wspólna dwóch różnych wysokości trójkąta może być zbiorem pustym?

◯ TAK ◯ NIE

Prawidłowa odpowiedź to TAK

3. Czy sumy kątów wewnętrznych pięciokąta wypukłego i dziesięciokąta wypukłego są równe?

◯ TAK ◯ NIE

NIE, Nie, nie i jeszcze raz N I E.

4. Każdy kąt wewnętrzny sześciokąta foremnego ma

a) $100°$ b) $120°$

Tylko b)

5. Czy czworokąt, który ma równe boki
ma też równe kąty wewnętrzne?

◯ TAK ◯ NIE

Oczywiście, że NIE

Wskaż przykład.

6. Czy każdy wielokąt można podzielić na trójkąty?

◯ TAK ◯ NIE

Pewnie, że TAK

7. Czy na każdym czworokącie wypukłym można opisać okrąg?

◯ TAK ◯ NIE

Oczywiście, że NIE

8. Czy czworokąt, którego przekątne są równe i prostopadłe jest kwadratem?

◯ TAK ◯ NIE

A jednak NIE

Zobacz latawiec...

9. Czy w każdy prostokąt można wpisać okrąg?

◯ TAK ◯ NIE

Oczywiście, że NIE

10. Czy środkiem symetrii kwadratu jest

a) punkt przecięcia przekątnych   b) wierzchołek

Aaaaaaaaaaaaa jednak a).

Literatura

[1] J. Anusiak, Matematyka. Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego i technikum, klasa I, WSiP, Warszawa 1990.

[2] M. Antek, P. Grabowski, Matematyka 1. Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym, Nowa Era , Warszawa 2006.

[3] M. Karpiński, M. Dobrowolska, M. Braun, J. Lech, Matematyka I. Podręcznik do liceum i technikum, zakres podstawowy z rozszerzeniem, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2008.

[4] M. Małek, Geometria. Zbiór zadań cz. 1, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 1993.

[5] H. Pawłowski, Matematyka 1. Podręcznik zakres rozszerzony, OPERON, Gdynia 2005.

[6] H. Pawłowski, Matematyka. Zbiór zadań, zakres podstawowy i rozszerzony, OPERON, Gdynia 2005.