



Młodzięzowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

KONKURS „ZOSTAŃ EUKLIDEM”

CZĘŚĆ II

Imię i nazwisko:

Szkoła:

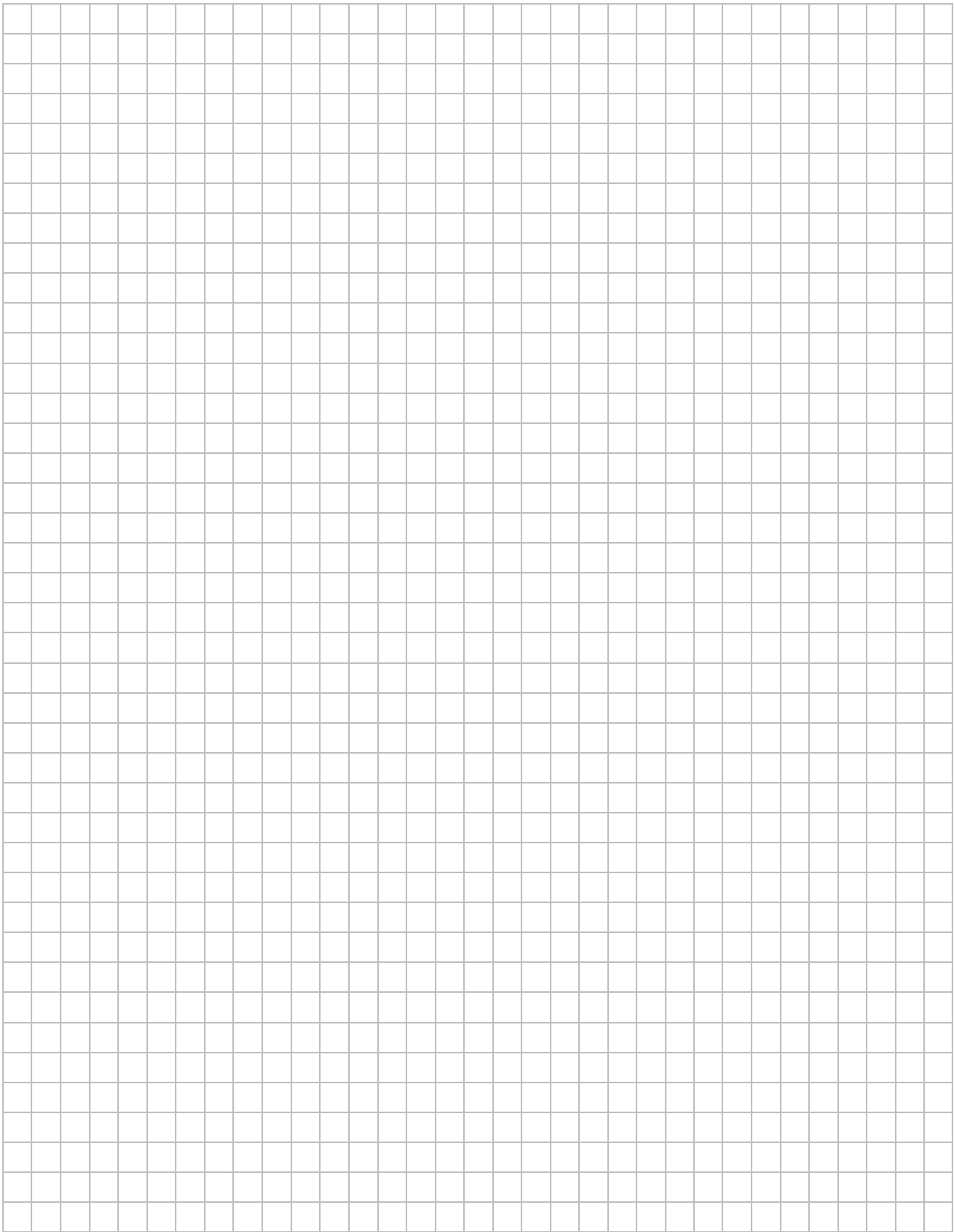
1. Sprawdź, czy arkusz konkursowy zawiera 12 stron (zadania 1–5). Ewentualny brak zgłoś pracownikowi zespołu nadzorującego konkurs.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym lub niebieskim tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Czas pracy: 90 minut. Liczba punktów do uzyskania: 25.

Wypełnia oceniający

Nr zadania	Punkty						
	0	1	2	3	4	5	6
1.	0	1	2	3	4	5	6
2.	0	1	2	3	4		
3.	0	1	2	3	4	5	6
4.	0	1	2	3	4	5	
5.	0	1	2	3	4		

11 czerwca 2011

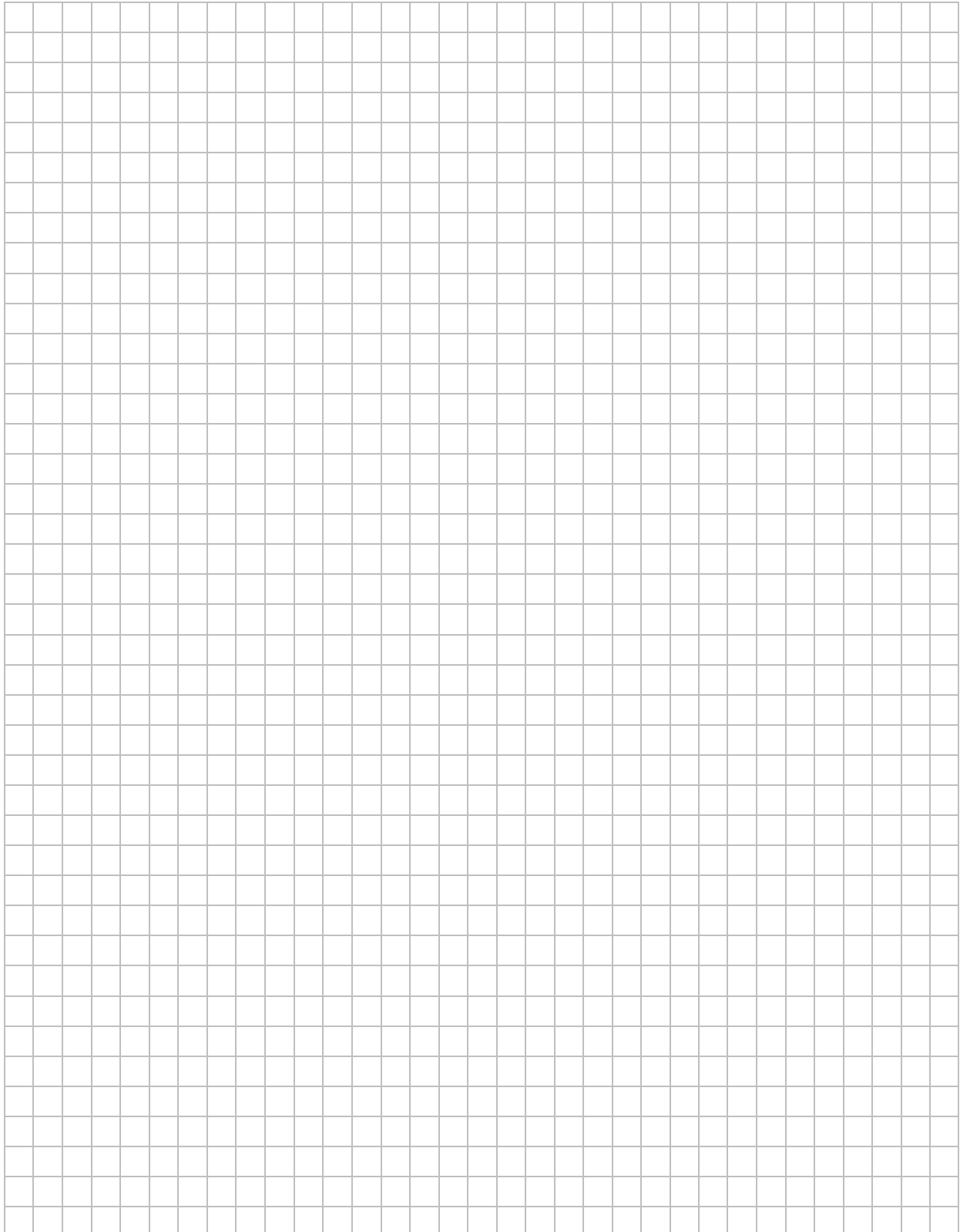


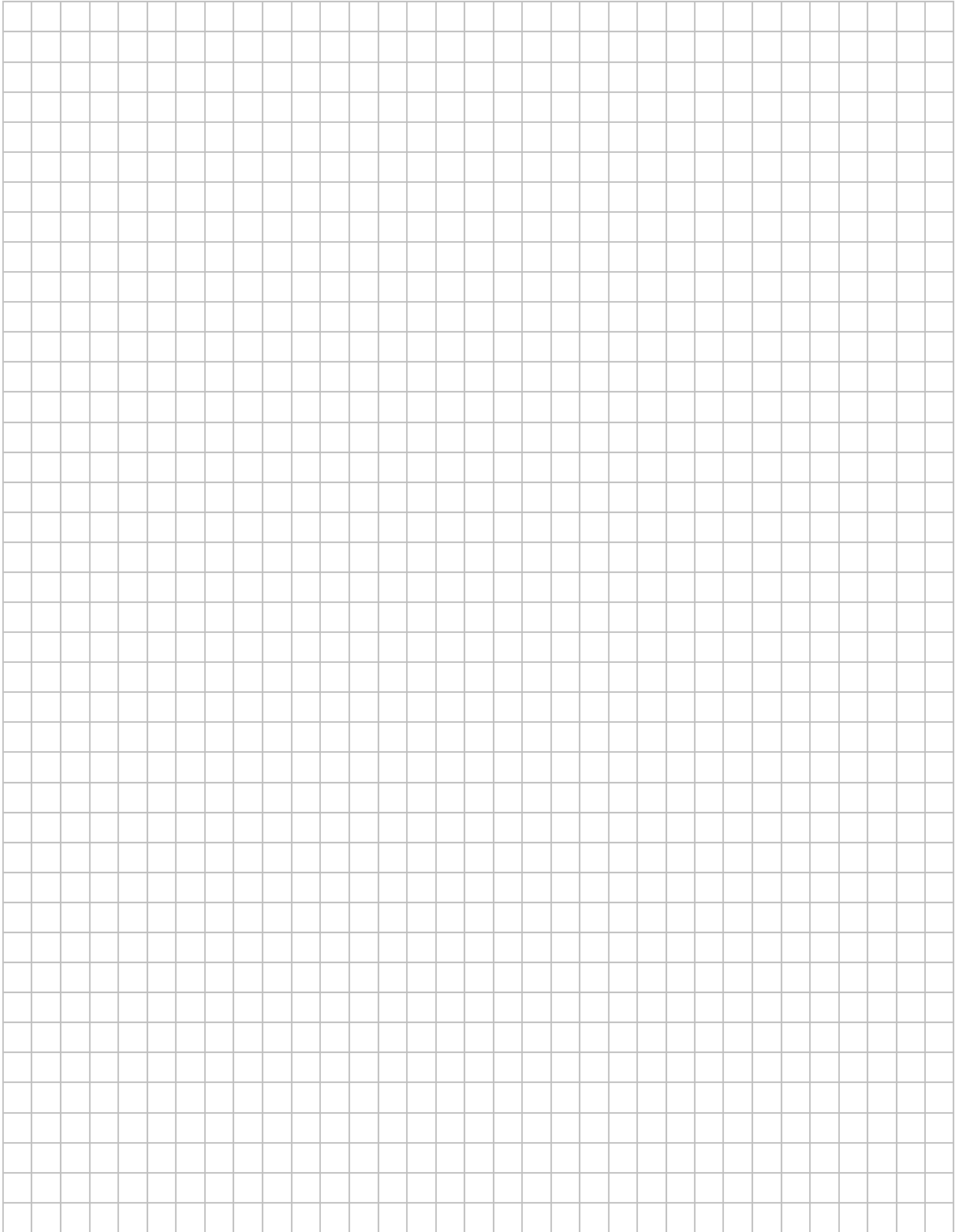


Odpowiedź:

Zadanie 2. (4 pkt.)

Od dwóch kawałków stopu o różnej zawartości procentowej miedzi ważących 10 kg (stop I) i 8 kg (stop II) odcięto jednakowe wagowo kawałki. Odcięty kawałek pierwszego stopu stopiono z resztą drugiego stopu, zaś odcięty kawałek drugiego stopu stopiono z resztą pierwszego. Okazało się wówczas, że zawartość procentowa miedzi w obu otrzymanych stopach jest jednakowa. Ile ważył każdy z odciętych kawałków?



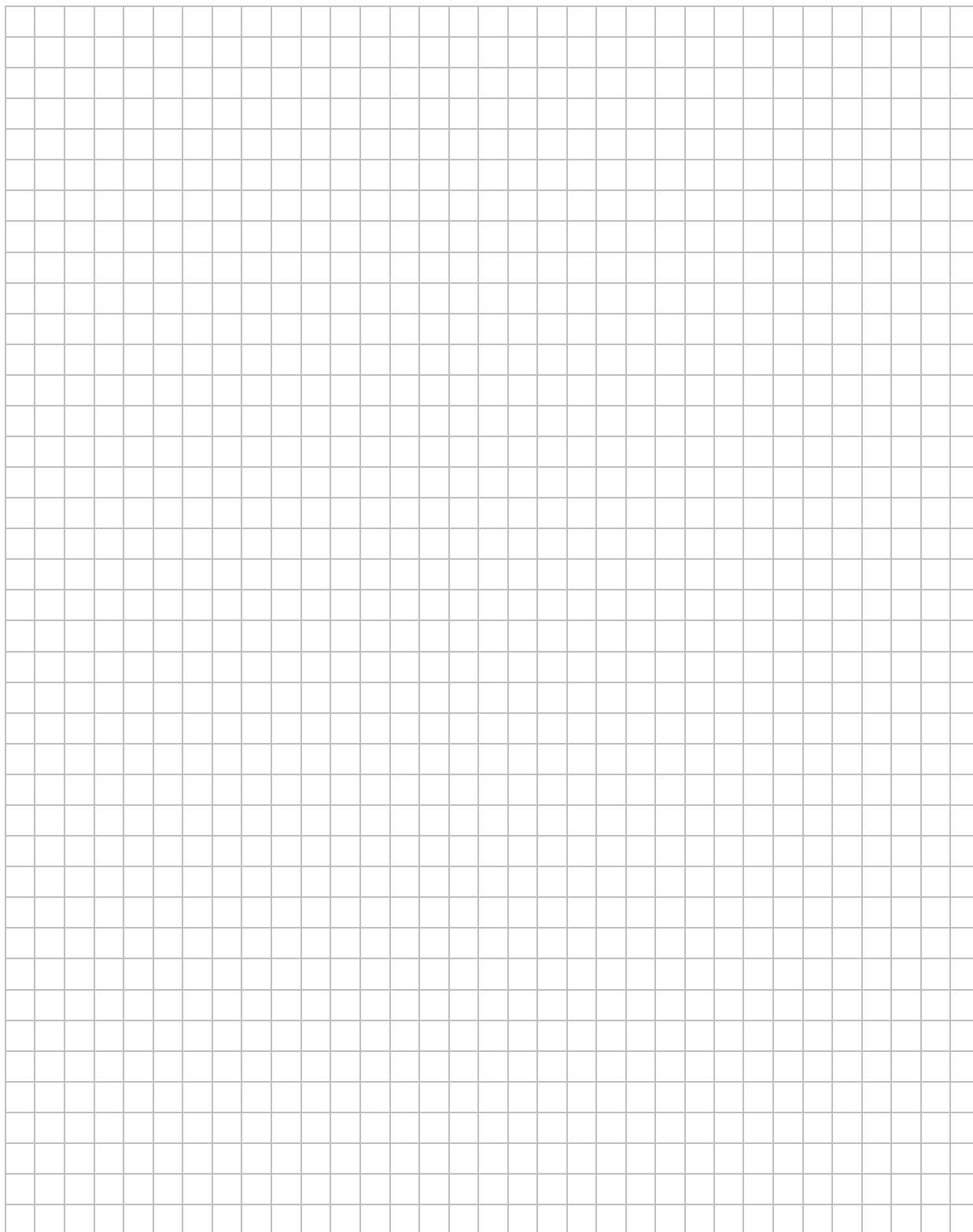


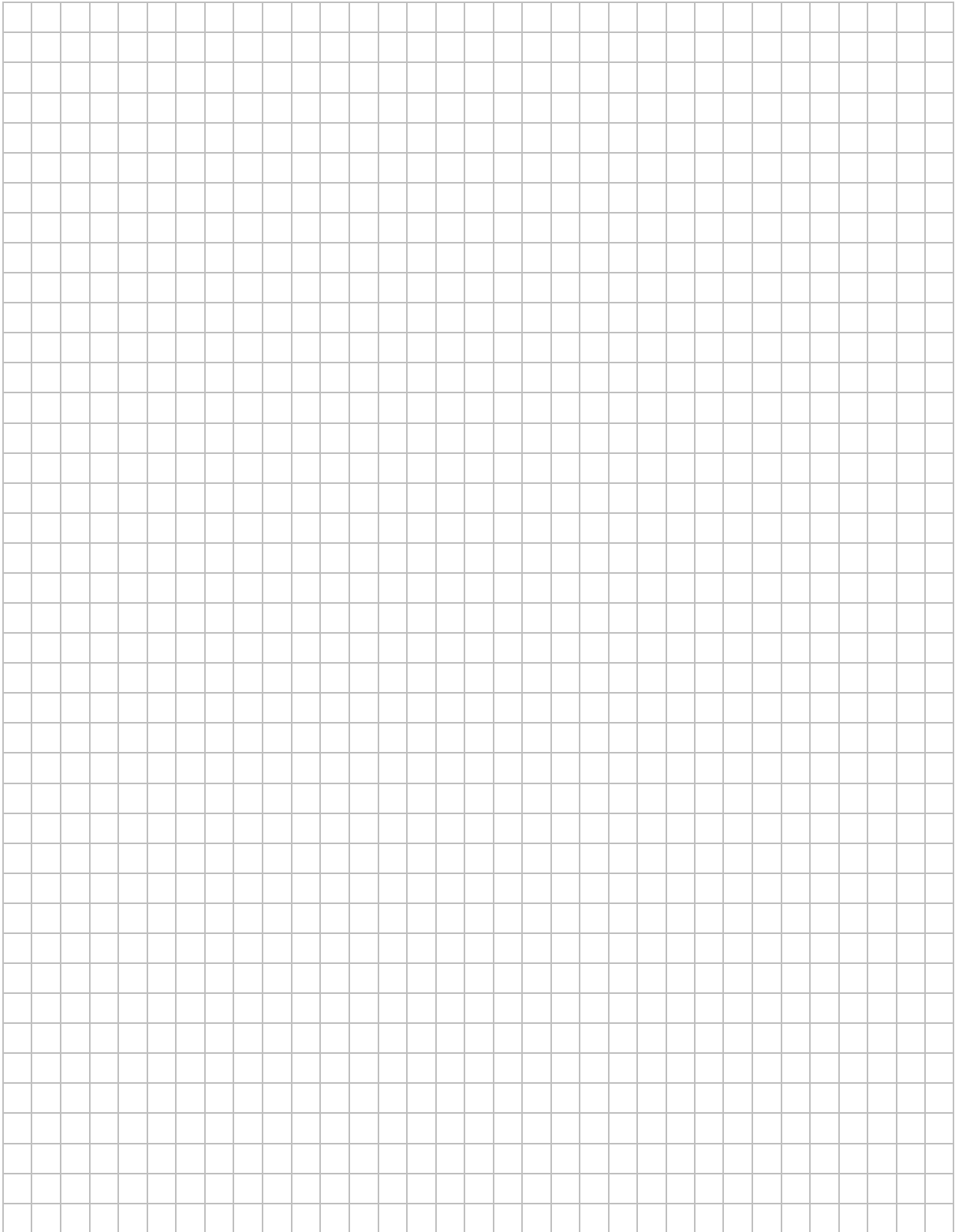
Odpowiedź:

Zadanie 3. (6 pkt.)

Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych $a, b, a, b \geq 0$ zachodzi nierówność

$$\frac{a^3 + b^9}{4} \geq 3ab^3 - 16.$$



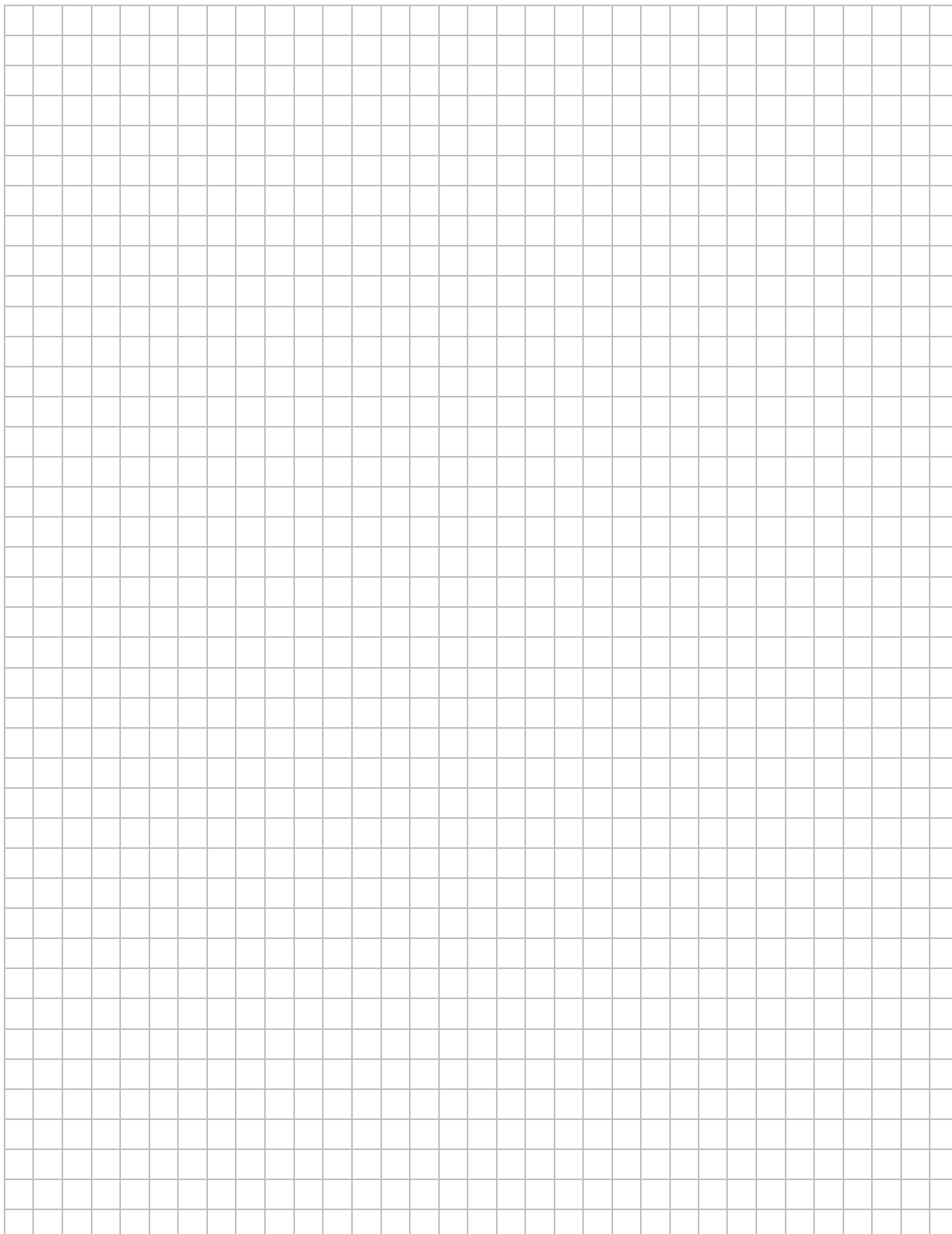


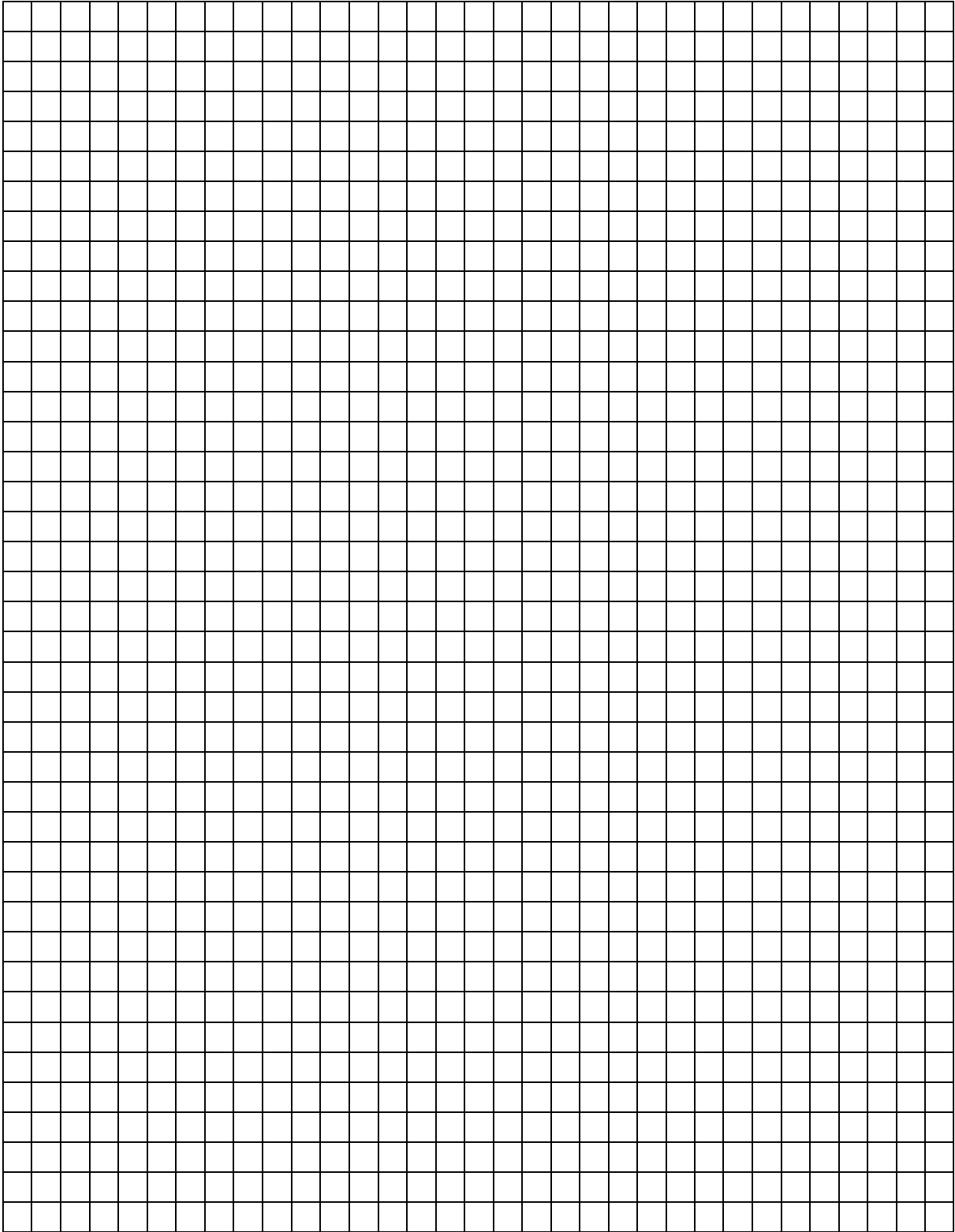
Odpowiedź:

Zadanie 4. (5 pkt.)

Niech $f(x) = \sqrt{x}$. Znajdź wszystkie liczby rzeczywiste a spełniające równanie

$$f(4) + f(f(a^4)) + 16f\left(\frac{1}{a^2}\right) = \frac{1}{f(0,01)};$$





Odpowiedź:

BRUDNOPIS

