



---

Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla gimnazjów”  
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

## Skrypt 2

# Liczby wymierne dodatnie i niedodatnie

1. Zaznaczanie i odczytywanie liczb na osi liczbowej
2. Obliczanie wartości bezwzględnej liczb
3. Obliczanie odległości między dwiema liczbami na osi liczbowej
4. Pojęcie liczby wymiernej, naturalnej i całkowitej. Zależności między tymi liczbami
5. Dodawanie i odejmowanie liczb o różnych znakach
6. Mnożenie i dzielenie liczb o różnych znakach
7. Zaznaczanie i odczytywanie na osi liczbowej warunków:  $x > a$  oraz  $x < a$
8. Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby wymierne

**Opracowanie: GIM2**

## Temat: Zaznaczanie i odczytywanie liczb na osi liczbowej

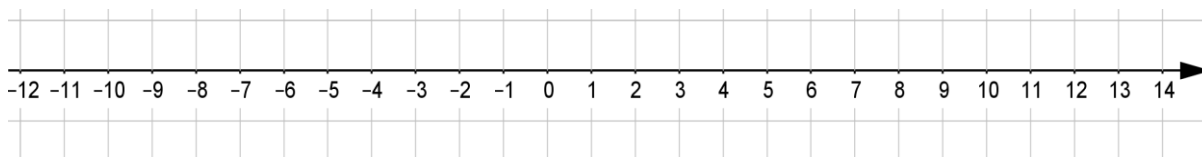
### Praca z apletem:

Otwórz plik *wymierne09*. Aplet ilustruje liczby na osiach liczbowych. Można zmieniać położenie zaznaczonych punktów. Zwróć uwagę na dobór jednostek. Pierwsze dwa przykłady ilustrują liczby całkowite. Na trzeciej osi liczbowej można zobaczyć przykłady ułamków dziesiętnych. Ostatnia oś liczbową ilustruje przykładowe ułamki zwykłe. Rozwiąż **zadanie**, które znajduje się w aplecie i **sprawdź odpowiedzi**.

**Rozwiąż poniższe zadania, wykorzystując podane w aplecie wiadomości dotyczące zaznaczania liczb na osi liczbowej:**

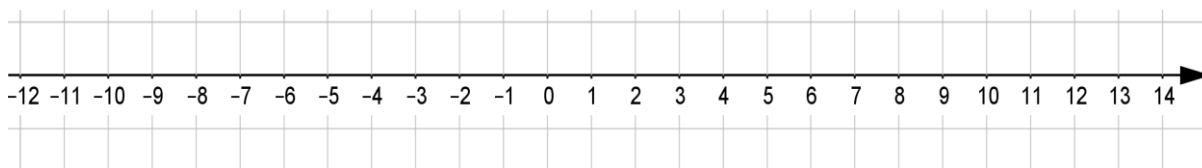
**Zadanie 1.** Zaznacz na osi liczbę 4, a następnie liczbę:

- a) o 5 od niej większą,
- b) o 10 od niej mniejszą,
- c) 2 razy od niej większą,
- d) 4 razy od niej mniejszą,
- e) liczbę do niej przeciwną.

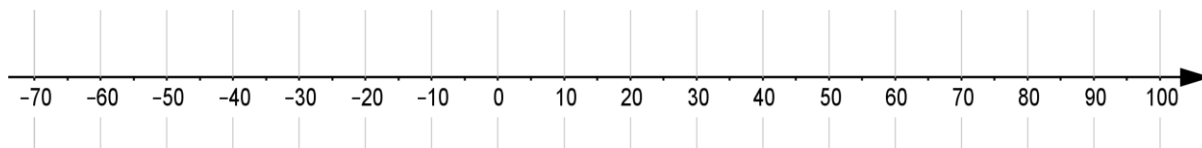


**Zadanie 2.** Na osi liczbowej zaznacz następujące liczby:

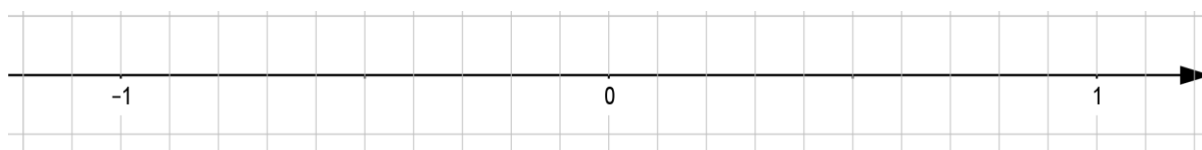
- a)  $-4, -1, 2, 5, 8$



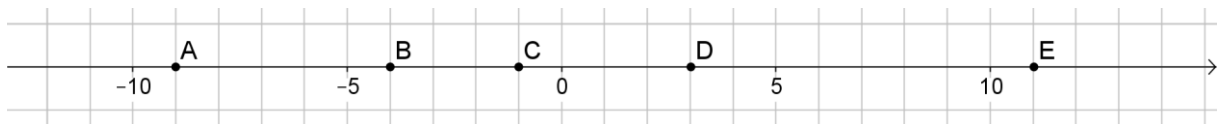
- b)  $-25, -10, 5, 20, 35$



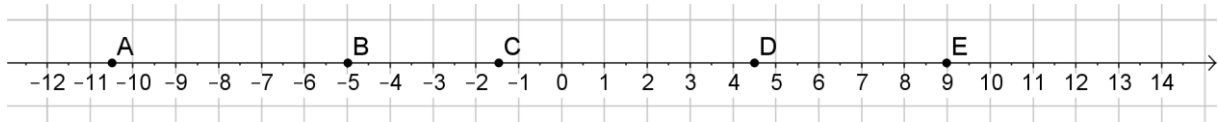
- c)  $-1,2; -0,7; -0,1; 0,2; 0,8; 1,1$



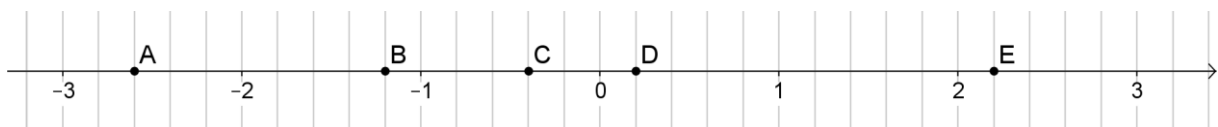
**Zadanie 3.** Podaj współrzędne punktów zaznaczonych na osi liczbowej:



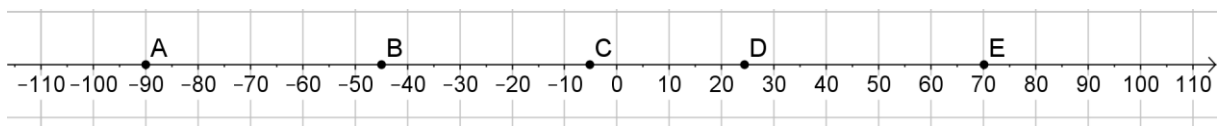
a) .....



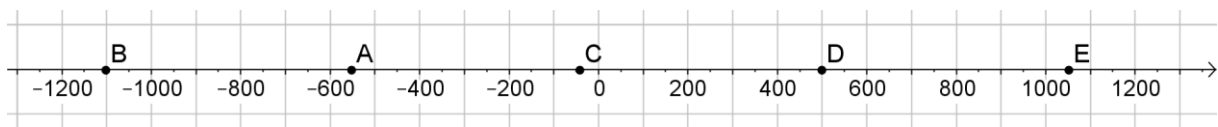
b) .....



c) .....



d) .....



e) .....

**Zadanie 4.** Wskaż zdania prawdziwe:

- a) punkty o współrzędnych ujemnych są położone na osi liczbowej po lewej stronie zera,
- b) odległość na osi liczbowej punktu o współrzędnej ujemnej od punktu zerowego jest mniejsza niż odległość punktu o współrzędnej dodatniej,
- c) wartość bezwzględna dowolnej liczby jest liczbą dodatnią,
- d) liczby odwrotne są położone po tej samej stronie zera,
- e) liczby przeciwne są położone w tej samej odległości od zera.

**Zadanie domowe.** Poszerz i ugruntuj swoją wiedzę, rozwiązując zadania z podręcznika szkolnego lub zbioru zadań.

## Temat: Obliczanie wartości bezwzględnej liczb

### Praca z apletem:

Otwórz plik *wymierne09*.

Aplet ilustruje wartość bezwzględną liczby. Położenie punktu na osi liczbowej można zmieniać przy pomocy suwaka.

Przeczytaj, co to jest wartość bezwzględna liczby i sprawdź, jak zmienia się jej wartość dla różnych liczb zaznaczonych na osi liczbowej.

### Rozwiąż zadania, wykorzystując podane w aplecie wiadomości:

#### Zadanie 1. Oblicz:

- a)  $|-3| = \dots$
- b)  $|\frac{7}{11}| = \dots$
- c)  $|18| = \dots$
- d)  $|0,25| = \dots$
- e)  $|-12,125| = \dots$

#### Zadanie 2. Znajdź liczby spełniające równanie:

$$|x - 12| = 15$$

.....

#### Zadanie 3. Oblicz:

- a)  $|3 - 9| = \dots$
- b)  $|-7 + 15| = \dots$
- c)  $|5 - 3 \cdot 2| = \dots$
- d)  $|-2| + |-7| = \dots$
- e)  $|-5 - 12| = \dots$

#### Zadanie 4. W wyrażeniu:

$$(-5) \cdot 4 + (-2) \cdot (-3) - (-16) : 4$$

zmień niektóre nawiasy na znak wartości bezwzględnej tak, aby wartość tego wyrażenia była równa  $-22$ .

.....

#### Zadanie domowe:

Poszerz i ugruntuj swoją wiedzę, rozwiązując zadania z podręcznika szkolnego lub zbioru zadań.

## Temat: Obliczanie odległości między dwiema liczbami na osi liczbowej

### Praca z apletem:

Otwórz plik *wymierne09*. W Widoku Grafiki 2 wybierz: Odległość między liczbami na osi. Aplet ilustruje odległość liczb na osi liczbowej.

Położenia punktów można zmieniać przy pomocy dwóch suwaków.

Zapoznaj się z definicją, sprawdź jak zmienia się długość odcinka w zależności od położenia punktów A i B.

### Rozwiąż poniższe zadania, wykorzystując podane w aplecie wiadomości:

Sprawdź swoje przypuszczenia posługując się apletem.

**Zadanie 1.** Podaj przykłady dwóch liczb ujemnych, których odległość na osi liczbowej jest równa 2.

Odp. ....

**Zadanie 2.** Jaka jest odległość na osi liczbowej między liczbami

a)  $-7,4$  oraz  $-3,5$

Odp. ....

b)  $2,5$  oraz  $-4$

Odp. ....

c)  $-\frac{1}{2}$  oraz  $5,9$

Odp. ....

**Zadanie 3.** Zapisz wszystkie **liczby naturalne** spełniające nierówność:  $|x| < 3,5$ .

Odp. ....

**Zadanie 4.** Jaką długość ma odcinek, którego końce mają współrzędne:  $-4$  oraz  $10$ ?

Odp. ....

**Zadanie 5.** Jakie liczby leżą na osi liczbowej w odległości 7 od liczby  $-2$ ?

Odp. ....

**Zadanie 6.** Znajdź liczbę, która leży na osi liczbowej w tej samej odległości od liczb  $-4$  i  $5$ .

Odp. ....

**Zadanie domowe:** Poszerz i ugruntuj swoją wiedzę, rozwiązując zadania z podręcznika szkolnego lub zbioru zadań.

## Temat: Pojęcie liczby wymiernej, naturalnej i całkowitej. Zależności między tymi liczbami

### Praca z apletem:

Otwórz plik *wymierne10*. Można zmieniać położenie zaznaczonych punktów na osi liczbowej.

W aplecie znajdziesz położenie na osi liczbowej kilku liczb naturalnych, całkowitych oraz wymiernych.

### Rozwiąż poniższe zadania, wykorzystując wiadomości zawarte w aplecie:

**Zadanie 1.** Odpowiedz na pytania:

- Czy każda liczba naturalna jest liczbą całkowitą?
- Czy każda liczba całkowita jest liczbą naturalną?
- Czy każda liczba naturalna jest liczbą wymierną?
- Czy każda liczba całkowita jest liczbą wymierną?
- Czy każda liczba wymierna jest liczbą naturalną?

**Zadanie 2.** Odpowiedz na pytania:

- Ile jest liczb naturalnych większych od  $-11$  i mniejszych od  $11$ ?
- Ile jest liczb całkowitych spełniających te warunki?

Sprawdź swoje przypuszczenia na osi liczbowej w aplecie *wymierne10*.

**Zadanie 3.** Uzupełnij tabelkę:

najmniejsza liczba naturalna dodatnia	największa liczba całkowita ujemna	największa liczba dwucyfrowa ujemna	najmniejsza liczba jednocyfrowa ujemna

**Zadanie 4.** Uporządkuj podane liczby od najmniejszej do największej:

$-12$     $6$     $23$     $-2,5$     $-5$     $81$     $0$     $1,75$     $-\frac{1}{12}$

.....

### Zadanie domowe:

Poszerz i ugruntuj swoją wiedzę, rozwiązując zadania z podręcznika szkolnego lub zbioru zadań.

## Temat: Dodawanie i odejmowanie liczb o różnych znakach

### Praca z apletem:

Otwórz plik *wymierne10*. Aplet ilustruje sposoby wykonywania działań na liczbach o różnych znakach.

W Widoku Grafiki 2 wybierz: Dodawanie i odejmowanie. Zapoznaj się z przykładami opisującymi dodawanie i odejmowanie liczb o różnych znakach.

Zapamiętaj!

Każde odejmowanie liczby można zastąpić dodawaniem liczby do niej przeciwnej.

### Rozwiąż poniższe zadania, wykorzystując podane w aplecie wiadomości:

**Zadanie 1.** Oblicz w pamięci:

- a)  $-13 + 23 = \dots\dots\dots$
- b)  $-14 + (-16) = \dots\dots\dots$
- c)  $-20 - 20 = \dots\dots\dots$
- d)  $17 - (-13) = \dots\dots\dots$

**Zadanie 2.** Oblicz w pamięci:

- a)  $-\frac{4}{5} + (-\frac{4}{5}) = \dots\dots\dots$
- b)  $0,3 - 0,9 = \dots\dots\dots$
- c)  $-1 - (-\frac{5}{6}) = \dots\dots\dots$
- d)  $-0,25 + \frac{3}{4} = \dots\dots\dots$

**Zadanie 3.** Przedstaw liczbę  $-4,5$  w postaci:

- a) Sumy dwóch liczb ujemnych  $\dots\dots\dots$
- b) Różnicy dwóch liczb ujemnych  $\dots\dots\dots$
- c) Sumy liczby dodatniej i ujemnej  $\dots\dots\dots$
- d) Różnicy liczby ujemnej i dodatniej  $\dots\dots\dots$

**Zadanie 4.** Oblicz sprytnie:

- a)  $-11 - 7 - (-7) - 17 = \dots\dots\dots$
- b)  $-\frac{5}{7} + \frac{3}{5} + \frac{5}{7} - \frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \dots\dots\dots$

c)  $1,1 - 2,2 - 3,3 + 5,5 - 6,6 = \dots\dots\dots$

d)  $-\frac{3}{8} - \frac{2}{3} + 3,5 + 3\frac{2}{3} - (-0,375) = \dots\dots\dots$

**Zadanie 5.** Oblicz:

a)  $1,4 + \frac{5}{6} = \dots\dots\dots$

b)  $4,6 - 1\frac{1}{3} = \dots\dots\dots$

c)  $23,3 + \frac{1}{3} + 1,25 = \dots\dots\dots$

d)  $3,2 - 1\frac{1}{3} - 1,2 = \dots\dots\dots$

**Zadanie 6.** Wpisz znaki + lub - tak, aby otrzymać równości:

1 2 = 3

1 2 3 = 4

1 2 3 4 = 5

1 2 3 4 5 = 6

1 2 3 4 5 6 = 7

1 2 3 4 5 6 7 8 = 9

**Zadanie 7.** Pan Marek miał na koncie 450 zł. Wypłacił z niego 1300 zł.

a) Jaki jest stan konta po operacji?

b) Ile będzie musiał wpłacić, aby mieć na koncie 100 zł?

**Zadanie 8.** Pani Zosia miała na koncie w banku 500 zł. Przez trzy miesiące notowała swoje wpłaty i wypłaty. Uzupełnij tabelkę:

Data	Operacja	Stan konta po operacji
1 stycznia	<b>+700</b>	
10 stycznia	<b>- 1500</b>	
10 lutego		<b>- 500</b>
1 marca	<b>+550</b>	



## Temat: Mnożenie i dzielenie liczb o różnych znakach

### Praca z apletem:

Otwórz plik *wymierne10*.

Aplet ilustruje sposoby wykonywania mnożenia i dzielenia na liczbach o różnych znakach. Podane przykłady dotyczą działań na liczbach całkowitych, ułamkach zwykłych i dziesiętnych.

### Przeanalizuj podane w aplecie zadania.

#### Zapamiętaj!

Gdy mnożymy dwie liczby o jednakowych znakach, to w wyniku otrzymujemy liczbę dodatnią.

Gdy mnożymy dwie liczby o różnych znakach, to w wyniku otrzymujemy liczbę ujemną.

### Rozwiąż poniższe zadania:

**Zadanie 1.** Oblicz w pamięci:

a)  $(-0,45) \cdot 2 = \dots\dots\dots$

b)  $3,5 \cdot (-2) = \dots\dots\dots$

c)  $(-1,5) \cdot (-5) = \dots\dots\dots$

d)  $(-\frac{3}{4}) \cdot (-\frac{2}{9}) = \dots\dots\dots$

e)  $(-5) \cdot \frac{3}{5} = \dots\dots\dots$

#### Zapamiętaj!

Gdy dzielimy dwie liczby o jednakowych znakach, to w wyniku otrzymujemy liczbę dodatnią.

Gdy dzielimy dwie liczby o różnych znakach, to w wyniku otrzymujemy liczbę ujemną.

**Zadanie 2.** Oblicz w pamięci:

a)  $(-5) : (-\frac{5}{7}) = \dots\dots\dots$

b)  $(-2)^2 : 4 = \dots\dots\dots$

c)  $2,5 : (-0,5) = \dots\dots\dots$

d)  $(-0,75) : 0,25 = \dots\dots\dots$

e)  $(-6,4) : (-2)^3 = \dots\dots\dots$

**Zadanie 3.** Ustal, jaką liczbą (dodatnią czy ujemną) jest:

- a) iloczyn dziewięciu liczb ujemnych .....
- b) iloraz kwadratów dwóch liczb o przeciwnych znakach .....
- c) odwrotność liczby ujemnej .....
- d) odwrotność iloczynu dwóch liczb ujemnych .....
- e) liczba przeciwna sześcianowi liczby ujemnej .....

**Zadanie 4.** Oblicz sprytnie:

a)  $\frac{1}{7} \cdot 3\frac{3}{4} \cdot (-100) \cdot \frac{4}{15} \cdot \frac{21}{25} = \dots\dots\dots$

b)  $0,5 \cdot (-1,6) \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{8} \cdot 10 = \dots\dots\dots$

c)  $(-6,6) \cdot \frac{7}{30} \cdot \frac{5}{6} \cdot (-\frac{6}{11}) \cdot \frac{1}{3} = \dots\dots\dots$

d)  $\frac{3,6}{5} \cdot \frac{0,08}{1,1} \cdot (-\frac{2,2}{1,2}) \cdot \frac{1,5}{0,6} = \dots\dots\dots$

**Zadanie 5.** Każdą z liczb  $-\frac{3}{4}$ ,  $-2$ ,  $-1\frac{1}{4}$ ,  $6$  przedstaw w postaci:

- a) iloczynu trzech ułamków

.....  
 .....

- b) ilorazu dwóch ułamków o mianownikach różnych od 1

.....  
 .....

**Zadanie domowe:**

Poszerz i ugruntuj swoją wiedzę, rozwiązując zadania z podręcznika szkolnego lub zbioru zadań.

**Temat: Zaznaczanie i odczytywanie na osi liczbowej warunków:  $x > a$  oraz  $x < a$**

**Praca z apletem:**

Otwórz plik *wymierne11*. Aplet ilustruje warunki:  $x > a$  oraz  $x < a$  na osi liczbowej.

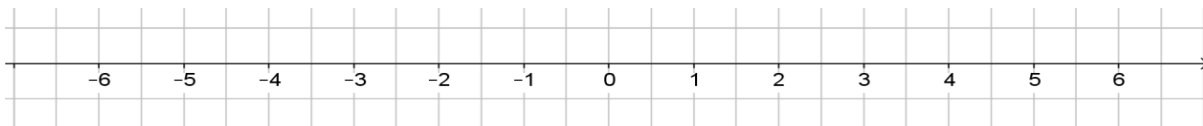
**Rozwiąż poniższe zadania, wykorzystując podane w aplecie wiadomości (Sprawdź swoje przypuszczenia na osiach liczbowych znajdujących się w aplecie):**

**Zadanie 1.** Zapisz odpowiednie nierówności:

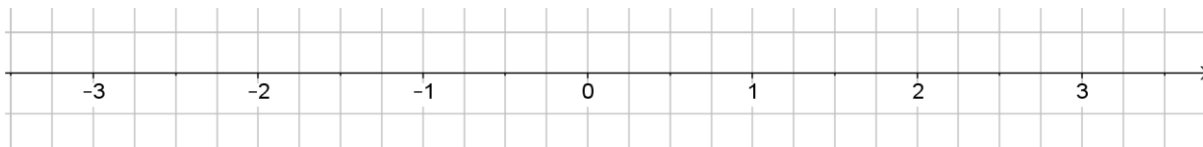
- a) Liczba  $x$  jest większa od 1,5 .....
- b) Liczba  $x$  jest mniejsza od 3,7 .....
- c) Liczba  $x$  jest większa lub równa - 2 .....
- d) Liczba  $x$  jest mniejsza lub równa -5 .....

**Zadanie 2.** Zaznacz na osi liczbowej zbiór liczb spełniających nierówność:

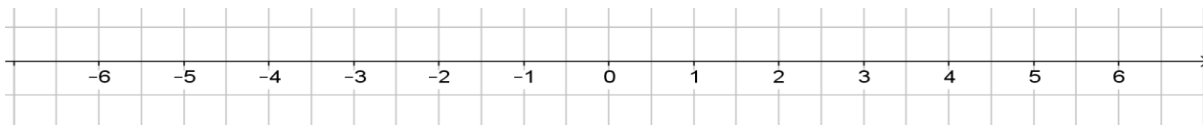
a)  $x > -3,5$



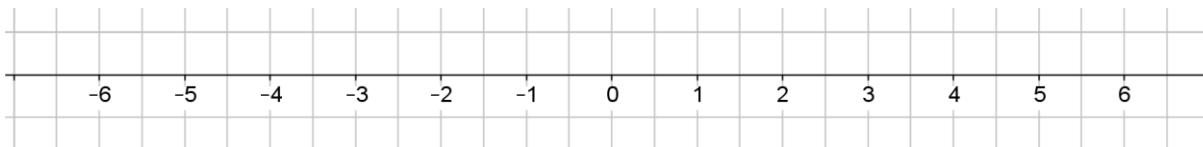
b)  $x < -1\frac{1}{4}$



c)  $x \leq 0,5$

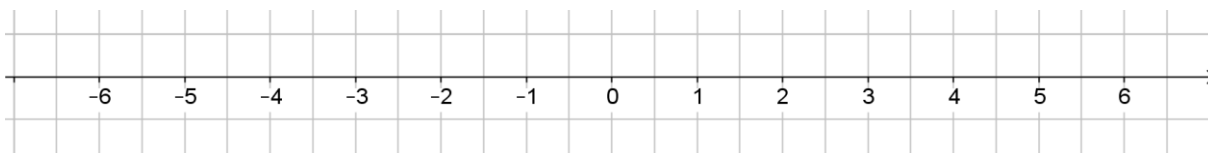


d)  $x \geq -5$

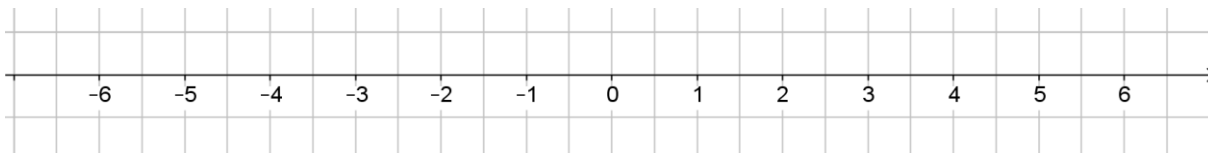


**Zadanie 3.** Zaznacz na osi liczbowej zbiór liczb spełniających warunek:

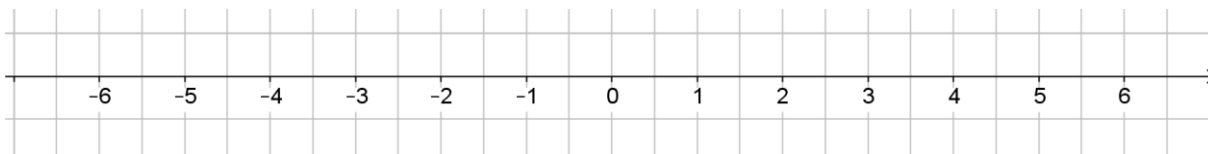
a)  $-2 < x < 0$



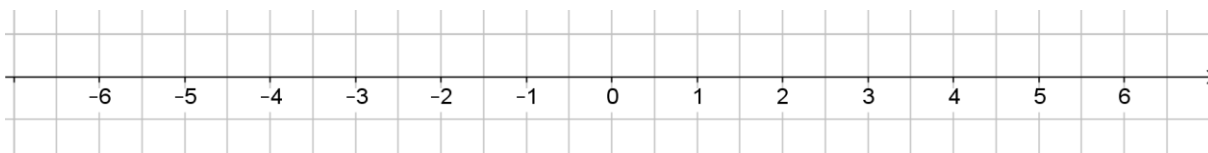
b)  $1 \leq x < 5,5$



c)  $-3,5 < x \leq 2$

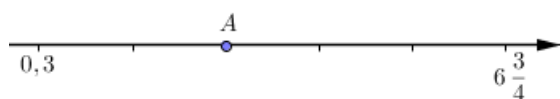


d)  $-5 \leq x < -1$

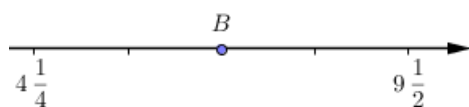


**Zadanie 4.** Oblicz współrzędne punktów oznaczonych literkami:

a)  $A = \dots\dots$



b)  $B = \dots\dots$



**Zadanie domowe:**

Poszerz i ugruntuj swoją wiedzę, rozwiązując zadania z podręcznika szkolnego lub zbioru zadań.

## Temat: Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby wymierne

### Praca z apletem:

Otwórz plik *wymierne12*. Aplet obrazuje obliczanie wartości wyrażenia arytmetycznego.

### Rozwiąż poniższe zadania, wykorzystując podane w aplecie wiadomości:

**Zadanie 1.** Wykonaj obliczenia, podkreśl działanie które należy wykonać jako ostatnie:

a)  $24 - 2 \cdot 7 =$

b)  $27 : 3^2 =$

c)  $4 \cdot (10 + 16 : 8) =$

d)  $[15 - (7 + 13)] \cdot 2 =$

**Zadanie 2.** Oblicz:

a)  $(\frac{3}{8} - \frac{1}{3}) : \frac{1}{6} =$

b)  $2,8 + \frac{1}{3} \cdot (1,2 - 0,6) =$

c)  $(6,5 - 4,7) : (4 - 2\frac{1}{5}) =$

**Zadanie 3.** Zapisz odpowiednie wyrażenie arytmetyczne i oblicz jego wartość:

a) od liczby 5,5 odejmij iloczyn liczby 1,2 i  $\frac{5}{12}$ ,

b) do ilorazu liczby 1,5 przez  $\frac{1}{3}$  dodaj  $\frac{3}{4}$ ,

c) do kwadratu liczby  $\frac{1}{2}$  dodaj różnicę liczb  $\frac{1}{3}$  i  $\frac{1}{6}$ .

**Zadanie 4.** Oblicz:

a)  $\frac{9+16}{10} \cdot (-5) =$

b)  $\frac{(-8)}{9-4} : \frac{17-11}{(-10)} =$

c)  $\frac{-1,4}{(2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2}) \cdot 6} =$

**Zadanie domowe:** Poszerz i ugruntuj swoją wiedzę, rozwiązując zadania z podręcznika szkolnego lub zbioru zadań.