KONKURS "ZOSTAŃ EUKLIDESEM"

ETAP I

TEST I

Funkcja kwadratowa, wielomiany

1. A. Jeżeli liczby a, b są całkowite i dodatnie, to trójmian kwadratowy $x^2 + ax - b$:

   a) ma dwa wymierne miejsca zerowe

   b) ma dwa miejsca zerowe różnych znaków POPRAWNA

   c) ma dwa dodatnie miejsca zerowe

   B. Jeżeli liczby a, b są całkowite i dodatnie, to trójmian kwadratowy $x^2 + ax - b$:

   a) może mieć dwa wymierne miejsca zerowe POPRAWNA

   b) ma dwa miejsca zerowe jednakowych znaków

   c) ma dwa dodatnie miejsca zerowe

   C. Jeżeli liczby a, b są całkowite i dodatnie, to trójmian kwadratowy $x^2 + ax - b$:

   a) ma dwa wymierne miejsca zerowe

   b) może mieć dwa miejsca zerowe jednakowych znaków

   c) może przyjmować wartości wymierne dla niewymiernych argumentów x POPRAWNA

   D. Dla każdej rzeczywistej wartości parametru b trójmian kwadratowy $x^2 - bx - 1$:

a) ma ujemne miejsce zerowe POPRAWNA

b) ma dwa ujemne miejsca zerowe

c) ma dwa dodatnie miejsca zerowe

E. Trójmian kwadratowy $x^2 - bx - 1$:

a) może mieć dwa niewymierne miejsca zerowe POPRAWNA

b) ma dwa miejsca zerowe jednakowych znaków

c) może mieć dwa dodatnie miejsca zerowe

F. Jeśli liczby a, b, c są całkowite oraz $a \neq 0$, to trójmian kwadratowy $ax^2 + bx + c$:

a) może mieć dwa wymierne miejsca zerowe POPRAWNA

b) może mieć jedno miejsce zerowe wymierne i jedno niewymierne

c) ma dwa całkowite miejsca zerowe

G. Jeżeli liczba 2 jest miejscem zerowym trójmianu $x^2 + ax + b$, gdzie liczby a, b są całkowite, to:

a) liczba b jest nieparzysta

b) drugie miejsce zerowe tego trójmianu też jest całkowite POPRAWNA

c) liczba $a^2 - b$ jest ujemna

H. Jeżeli liczba -2 jest miejscem zerowym trójmianu $x^2 + ax + b$, gdzie liczby a, b są całkowite, to:

a) liczba b jest parzysta POPRAWNA

b) drugie miejsce zerowe tego trójmianu nie musi być całkowite

c) liczba $a^2 - b$ jest ujemna

I. Jeżeli liczby a, b spełniają warunek $a \cdot b > 0$, to trójmian kwadratowy $x^2 + ax + b$:

a) ma dwa miejsca zerowe o różnych znakach

b) może mieć dwa miejsca zerowe o różnych znakach POPRAW-NA

c) może mieć dwa dodatnie miejsca zerowe

J. Jeżeli liczby a, b spełniają warunek $a \cdot b < 0$, to trójmian kwadratowy $x^2 + ax + b$:

a) ma dwa dodatnie miejsca zerowe

b) ma dwa miejsca zerowe o różnych znakach

c) może mieć dwa dodatnie miejsca zerowe POPRAWNA

2. A. Równania $x^2 - ax + 1 = 0$ i $x^2 - x + a = 0$ z niewiadomą x:

a) mają wspólny pierwiastek dla pewnej wartości parametru a PO-PRAWNA

b) dla żadnej wartości parametru a nie mają wspólnego pierwiastka

c) dla każdej wartości parametru a mają wspólny pierwiastek

B. Równania $x^2 + 6x - a = 0$ i $x^2 + 4x - b = 0$ z niewiadomą x mają wspólny pierwiastek. Pierwiastkiem tym jest:

a) $\frac{a+b}{2}$

b) $\frac{a-b}{2}$ POPRAWNA

c) $a - b$

C. Równania $x^2 - ax + 1 = 0$ i $x^2 - x + a = 0$ z niewiadomą x mają wspólny pierwiastek. Pierwiastek ten:

a) jest równy -1 POPRAWNA

b) zależy od a

c) może być równy 1

D. Równania $x^2 + 6x - a = 0$ i $x^2 + 4x - b = 0$ z niewiadomą x :

a) mają wspólny pierwiastek dla pewnych wartości parametrów a, b POPRAWNA

b) dla żadnej wartości parametrów a, b nie mają wspólnego pierwiastka

c) dla każdej wartości parametrów a, b mają wspólny pierwiastek

E. Równania $x^2 + 6x - a = 0$ i $x^2 + 4x - b = 0$ z niewiadomą x :

a) mogą mieć wspólny pierwiastek dwukrotny

b) dla żadnej wartości parametrów a, b nie mają wspólnego pierwiastka

c) dla pewnych wartości parametrów a, b mają wspólny pierwiastek równy 1 POPRAWNA

F. Równania $x^2 - 2x + a - b = 0$ i $x^2 + (a + b)x + 1 = 0$ z niewiadomą x:

a) mają wspólny pierwiastek dla wszystkich wartości parametrów a, b

b) dla żadnej wartości parametru a nie mają wspólnego pierwiastka

c) dla pewnych wartości parametrów a, b mogą mieć wspólny pierwiastek dwukrotny POPRAWNA

G. Równania $x^2 - 2x + a - b = 0$ i $x^2 + (a + b)x + 1 = 0$ z niewiadomą x:

a) mają wspólny pierwiastek dwukrotny tylko dla $a = -\frac{1}{2}$ i $b = -\frac{3}{2}$ POPRAWNA

b) dla żadnych wartości parametrów a, b nie mają wspólnego pierwiastka

c) dla wszystkich wartości parametrów a, b mają wspólny pierwiastek

H. Równania $x^2 - ax + 1 = 0$ i $x^2 - x + a = 0$ z niewiadomą x:

a) mają wspólny pierwiastek dla pewnej wartości parametru a POPRAWNA

b) mają wspólny pierwiastek dwukrotny dla pewnej wartości parametru a

c) dla każdej wartości parametru a mają wspólny pierwiastek

I. Równania $x^2 - 2x + a - b = 0$ i $x^2 + (a+b)x + 1 = 0$ z niewiadomą x:

a) dla żadnej wartości parametrów a, b nie mają wspólnego pierwiastka dwukrotnego

b) dla żadnej wartości parametrów a, b nie mają wspólnego pierwiastka

c) mogą mieć wspólny pierwiastek równy $\frac{a-b-1}{a+b+2}$ POPRAWNA

J. Równania $x^2 - ax + 1 = 0$ i $x^2 - 2x + a = 0$ z niewiadomą x:

a) mogą mieć wspólny pierwiastek równy $\frac{a-1}{2-a}$ POPRAWNA

b) dla żadnej wartości parametru a nie mają wspólnego pierwiastka

c) dla każdej wartości parametru a mają wspólny pierwiastek

3. A. Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 - |x| + \frac{1}{4}$.

a) najmniejszą wartością tej funkcji jest 0 POPRAWNA

b) największa wartość tej funkcji w przedziale $(-2, 2)$ wynosi 3

c) funkcja ta ma dokładnie jedno miejsce zerowe

B. Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 - |x| + \frac{1}{4}$.

a) funkcja ta ma dokładnie jedno miejsce zerowe

b) największa wartość tej funkcji w przedziale $(-2, 2)$ wynosi 3

c) funkcja ta ma dwa różne miejsca zerowe POPRAWNA

C. Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 - 5|x| + 6$.

a) najmniejszą wartością tej funkcji jest 0

b) funkcja ta ma dokładnie dwa różne miejsca zerowe

c) funkcja ta ma co najmniej dwa różne miejsca zerowe PO-PRAWNA

D. Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 - 5|x| + 6$.

a) najmniejszą wartością tej funkcji jest 0

b) największa wartość tej funkcji w przedziale $(-2, 2)$ wynosi 6 PO-PRAWNA

c) funkcja ta ma dokładnie dwa różne miejsca zerowe

E. Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 - 5|x| + 6$.

a) funkcja ta przyjmuje wartość najmniejszą dla dokładnie dwóch różnych argumentów POPRAWNA

b) największa wartość tej funkcji w przedziale $(-2, 2)$ wynosi 0

c) funkcja ta ma dokładnie dwa miejsce zerowe

F. Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = -x^2 + 2|x| + 3$.

a) funkcja ta przyjmuje wartość największą tylko dla jednego argumentu

b) największa wartość tej funkcji w przedziale $(-2, 2)$ wynosi 3

c) funkcja ta ma dokładnie dwa różne miejsce zerowe POPRAW-NA

G. Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = -x^2 + 2|x| + 3$.

a) funkcja ta przyjmuje wartość największą tylko dla $x = 1$

b) największa wartość tej funkcji wynosi 4 POPRAWNA

c) funkcja ta ma dokładnie cztery różne miejsca zerowe

H. Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = -x^2 + 2|x| + 3$.

a) najmniejsza wartość tej funkcji w przedziale $(-1, 1)$ wynosi 3 POPRAWNA

b) wykres tej funkcji jest parabolą

c) funkcja ta ma cztery miejsca zerowe

I. Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = -x^2 + 2|x| - 1$.

a) największą wartością tej funkcji jest 0 POPRAWNA

b) wykres tej funkcji jest parabolą

c) funkcja ta ma dokładnie jedno miejsce zerowe

J. Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = -x^2 + 2|x| - 1$.

a) najmniejszą wartością tej funkcji jest 0

b) najmniejsza wartość tej funkcji w przedziale $(-1, 1)$ wynosi -1 POPRAWNA

c) funkcja ta przyjmuje wartość największą dla dokładnie jednego argumentu

4. A. Równanie kwadratowe $ax^2 - (a^2 + 1)x + a = 0$ z parametrem $a \neq 0$:

a) dla każdej wartości a ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste

b) może mieć dwa pierwiastki rzeczywiste, których suma jest równa 5 POPRAWNA

c) może mieć dwa pierwiastki rzeczywiste, których suma jest równa 1

B. Równanie kwadratowe $ax^2 - (a^2+1)x + a = 0$ z parametrem $a \neq 0$:

a) ma dokładnie jeden pierwiastek rzeczywisty dla dokładnie dwóch różnych wartości parametru a POPRAWNA

b) może mieć dwa pierwiastki rzeczywiste, których suma jest równa -1

c) może mieć dwa pierwiastki rzeczywiste przeciwnych znaków

C. Równanie kwadratowe $ax^2 - (a^2+1)x + a = 0$ z parametrem $a \neq 0$:

a) ma dokładnie jeden pierwiastek rzeczywisty tylko dla $a = 1$

b) może mieć dwa pierwiastki rzeczywiste, których suma jest równa 3 POPRAWNA

c) może mieć dwa pierwiastki rzeczywiste, których suma jest równa $\frac{1}{2}$

D. Wiadomo, że liczba -2 jest pierwiastkiem równania $x^2 + ax + b = 0$. Wynika stąd, że:

a) b jest liczbą całkowitą podzielną przez 2

b) suma pierwiastków tego równania wynosi $-\frac{b+4}{2}$ POPRAWNA

c) $a^2 - 4b > 0$

E. Wiadomo, że liczba -2 jest pierwiastkiem równania $x^2 + ax + b = 0$. Wynika stąd, że:

a) $a^2 - 4b > 0$

b) b jest liczbą całkowitą podzielną przez 2

c) iloczyn pierwiastków tego równania wynosi $2a-4$ POPRAWNA

F. Wiadomo, że liczba 3 jest pierwiastkiem równania $x^2 + bx + a = 0$. Wynika stąd, że:

a) a jest liczbą całkowitą podzielną przez 3

b) $a^2 - 4b > 0$

c) suma pierwiastków tego równania wynosi $\frac{a+9}{3}$ POPRAWNA

G. Wiadomo, że liczba 3 jest pierwiastkiem równania $x^2 + bx + a = 0$. Wynika stąd, że:

a) $a^2 - 4b \geqslant 0$ POPRAWNA

b) a jest liczbą całkowitą podzielną przez 3

c) iloczyn pierwiastków tego równania wynosi $3b - 9$

H. Liczby x_1, x_2 są różnymi pierwiastkami równania kwadratowego $x^2 + ax + 1 = 0$ dla pewnej rzeczywistej wartości parametru a. Wynika stąd, że:

a) $x_1 + x_2 \geqslant 2$

b) $(x_1 + x_2)^2 \geqslant 4$ POPRAWNA

c) $x_1 \cdot x_2 < x_1 + x_2$

I. Liczby x_1, x_2 są pierwiastkami równania kwadratowego $x^2 + ax + 1 = 0$ dla pewnej rzeczywistej wartości parametru a. Wynika stąd, że:

a) $x_1 + x_2 \geqslant 2$ lub $x_1 + x_2 \leqslant -2$ POPRAWNA

b) $x_1^2 + x_2^2 \geqslant 4$

c) $x_1 \cdot x_2 < x_1 + x_2$

J. Liczby x_1, x_2 są pierwiastkami równania kwadratowego $x^2 + ax + 1 = 0$ dla pewnej rzeczywistej wartości parametru a. Wynika stąd, że:

a) $x_1 + x_2 > 2$

b) $x_1^2 + x_2^2 \geqslant 2$ POPRAWNA

c) $x_1 + x_2 < x_1 \cdot x_2$

5. A. Wiemy, że wielomian $W(x)$ dzieli się przez wielomiany $x^2 + x - 2$ oraz $x^2 - 3x + 2$. Wtedy $W(x)$ dzieli się też przez:

   a) $x^2 - 4$ POPRAWNA
   b) $x^2 - 2x + 1$
   c) $(x^2 + x - 2)(x^2 - 3x + 2)$

   B. Wiemy, że wielomian $W(x)$ dzieli się przez wielomiany $x^2 + x - 2$ oraz $x^2 + 3x + 2$. Wtedy $W(x)$ dzieli się też przez:

   a) $x^2 + 4x + 4$
   b) $(x^2 + x - 2)(x^2 + 3x + 2)$
   c) $x^2 - 1$ POPRAWNA

   C. Dane są wielomiany $W(x) = 2x^4 + (a + 4)x^2 + 2a$ i $V(x) = x^2 + 2$. Wtedy:

   a) dla dowolnego $a \in \mathbf{R}$ wielomian $W(x)$ jest podzielny przez wielomian $V(x)$ POPRAWNA
   b) jeśli wielomian $W(x)$ jest podzielny przez wielomian $V(x)$, to $a = 0$.
   c) istnieje $a \in \mathbf{R}$, dla którego wielomian $W(x)$ nie jest podzielny przez wielomian $V(x)$

   D. Dane są wielomiany $W(x) = 2x^4 + (a + 2)x^2 + a$ i $V(x) = x^2 + 1$. Wtedy:

   a) jeśli wielomian $W(x)$ jest podzielny przez wielomian $V(x)$, to $a = 0$.
   b) istnieje $a \in \mathbf{R}$, dla którego wielomian $W(x)$ nie jest podzielny przez wielomian $V(x)$

c) istnieje $a \in \mathbf{R}$, dla którego wielomian $W(x)$ jest podzielny przez wielomian $V(x)$ POPRAWNA

E. Dany jest wielomian $W(x) = (x^2 + x - 1)^{2n} + (x^2 - x + 1)^{2n} - 2$, gdzie $n \in \mathbf{N}$. Wtedy $W(x)$ dzieli się przez:

a) $x^2 - x$ POPRAWNA

b) $x^2 + x$

c) $x + 1$

F. Dany jest wielomian $W(x) = 2 - (x^2 + x - 1)^{2n} - (x^2 - x + 1)^{2n}$, gdzie $n \in \mathbf{N}$. Wtedy $W(x)$ dzieli się przez:

a) $x^2 + x$

b) $x^2 - x$ POPRAWNA

c) $x + 1$

G. Dane są wielomiany $W(x) = 3x^3 + 4x^2 + ax + b$ i $V(x) = x^2 - 9$. Wtedy:

a) jeśli wielomian $W(x)$ jest podzielny przez wielomian $V(x)$, to $a = -27$ i $b = -36$ POPRAWNA

b) dla dowolnych całkowitych a, b wielomian $W(x)$ jest podzielny przez wielomian $V(x)$

c) dla każdego $a \in \mathbf{R}$ istnieje $b \in \mathbf{R}$, dla którego wielomian $W(x)$ jest podzielny przez wielomian $V(x)$

H. Dany jest wielomian $W(x) = (n - 1)x^n - nx^{n-1} + 1$, gdzie $n \in \mathbf{N}$ i $n > 2$. Wtedy:

a) $W(x)$ dzieli się przez $x^2 - 2x + 1$ POPRAWNA

b) liczba 2 jest pierwiastkiem $W(x)$

c) istnieje takie n, że $W(x)$ ma n różnych pierwiastków

I. Dane są wielomiany $W(x) = 2x^3 - 3x^2 + ax + b$ i $V(x) = x^2 - 1$. Wtedy:

a) jeśli wielomiany $W(x)$ i $V(x)$ mają wspólny czynnik dodatniego stopnia, to $a + b = 1$

b) jeśli wielomiany $W(x)$ i $V(x)$ mają wspólny czynnik dodatniego stopnia, to $a = -b$

c) jeśli wielomiany $W(x)$ i $V(x)$ mają wspólny czynnik dodatniego stopnia, to $a + b = 1$ lub $b - a = 5$ POPRAWNA

J. Dane są wielomiany $W(x) = x^3 + x^2 + ax + b$ i $V(x) = x^2 - 1$. Wtedy:

a) dla dowolnych $a, b \in \mathbf{R}$ wielomian $W(x)$ jest podzielny przez wielomian $V(x)$

b) jeśli wielomian $W(x)$ jest podzielny przez wielomian $V(x)$, to $a = b$ POPRAWNA

c) jeśli $a = b$, to wielomian $W(x)$ jest podzielny przez wielomian $V(x)$

6. A. Liczby $2, 3, 4$ są pierwiastkami wielomianu $W_n(x), n > 3$, o współczynnikach całkowitych. Wtedy:

a) dla każdej liczby całkowitej a reszta z dzielenia wielomianu $W_n(x)$ przez $x - a$ jest liczbą podzielną przez 6 POPRAWNA

b) $W_n(121)$ jest liczbą nieparzystą

c) jeśli n jest liczbą parzystą, to wielomian $W_n(x)$ ma co najmniej 4 różne pierwiastki

B. Liczby $2, 3, 4$ są pierwiastkami wielomianu $W_n(x), n > 3$, o współczynnikach całkowitych. Wtedy:

a) dla każdej liczby całkowitej a reszta z dzielenia wielomianu $W_n(x)$ przez $x - a$ jest liczbą podzielną przez 4

b) $W_n(121)$ jest liczbą parzystą POPRAWNA

c) jeśli n jest liczbą parzystą, to wielomian $W_n(x)$ ma co najmniej 4 różne pierwiastki

C. Reszta z dzielenia wielomianu $W_n(x)$ przez wielomian $x^2 - 2x - 3$ wynosi 5. Wówczas $W_n(3)$ równa się:

a) 5 POPRAWNA

b) 5^n

c) 3

D. Niech a, b, c będą liczbami rzeczywistymi. Wtedy:

a) istnieje wielomian stopnia trzeciego $W(x)$ taki, że reszta z dzielenia $W(x)$ przez $x + 1$ wynosi a; reszta z dzielenia $W(x)$ przez x wynosi b; zaś reszta z dzielenia $W(x)$ przez $x-1$ wynosi c POPRAWNA

b) istnieje dokładnie jeden wielomian stopnia trzeciego $W(x)$ taki, że reszta z dzielenia $W(x)$ przez $x + 1$ wynosi a; reszta z dzielenia $W(x)$ przez x wynosi b; zaś reszta z dzielenia $W(x)$ przez $x - 1$ wynosi c

c) jeśli istnieje wielomian stopnia trzeciego $W(x)$ taki, że reszta z dzielenia $W(x)$ przez $x+1$ wynosi a; reszta z dzielenia $W(x)$ przez x wynosi b; zaś reszta z dzielenia $W(x)$ przez $x - 1$ wynosi c, to $(c - a)(c - b) \geqslant 0$

E. Niech $W(x)$ będzie wielomianem stopnia 2011 o współczynnikach całkowitych. Wtedy:

a) liczba $W(2011)$ jest parzysta

b) jeżeli $W(0)$ i $W(1)$ są liczbami nieparzystymi, to $W(x)$ nie ma pierwiastków całkowitych POPRAWNA

c) równanie $W(x) = 2011$ nie ma rozwiązań w liczbach całkowitych

F. Istnieje wielomian $W_n(x)$ dodatniego stopnia o współczynnikach całkowitych, który:

a) przy dzieleniu przez $x+1$ daje resztę 2, zaś przy dzieleniu przez $x-1$ daje resztę 3

b) przy dzieleniu przez $x+1$ daje resztę 2, zaś przy dzieleniu przez $x-1$ daje też resztę 2 POPRAWNA

c) dla wszystkich argumentów wymiernych przyjmuje wartości całkowite

G. Wielomian $W(x)$ ma tę własność, że każda liczba całkowita jest postaci $W(k)$ dla pewnej liczby całkowitej k. Wynika z tego, że:

a) stopień wielomianu $W(x)$ jest nieparzysty POPRAWNA

b) stopień wielomianu $W(x)$ może być równy 100

c) jeśli $W(x)$ jest wielomianem stopnia pierwszego, to $W(x) = ax+b$; gdzie a, b są liczbami całkowitymi

H. Wielomian $W(x)$ jest stopnia nieparzystego i spełnia warunki $W(3) = 1$ i $W(-3) = 2$. Wtedy:

a) wszystkie współczynniki tego wielomianu mogą być liczbami całkowitymi

b) nie wszystkie współczynniki tego wielomianu są liczbami całkowitymi POPRAWNA

c) wszystkie współczynniki tego wielomianu mogą być liczbami parzystymi

I. Wielomian $W(x)$ jest stopnia parzystego i spełnia warunki $W(7) = 5$ i $W(15) = 9$. Wtedy:

a) wszystkie współczynniki tego wielomianu mogą być liczbami całkowitymi

b) nie wszystkie współczynniki tego wielomianu są liczbami całkowitymi POPRAWNA

c) wszystkie współczynniki tego wielomianu mogą być liczbami nieparzystymi

J. Wielomian $W(x)$ o współczynnikach całkowitych przyjmuje wartość 1 dla trzech różnych liczb całkowitych. Wtedy:

a) liczba 5 może być pierwiastkiem wielomianu $W(x)$

b) wielomian $W(x)$ ma trzy różne pierwiastki całkowite

c) wielomian $W(x)$ nie ma pierwiastków całkowitych POPRAWNA

7. A. Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^{987654321} + x^2 + x + 3$ przez $x^2 - 1$ jest równa:

a) $2x$

b) $2x + 4$ POPRAWNA

c) 6

B. Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^{177} + x + 3$ przez $x^2 - 1$ jest równa:

a) $2x + 1$ POPRAWNA

b) $-x + 4$

c) 1

C. Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^{10} + 1$ przez $x^2 - 4$ jest równa:

a) $2x + 1$

b) $2^{10}x + 1$

c) $2^{10} + 1$ POPRAWNA

D. Wielomian $W(x) = x^{100} + 2x^{99} + 3x^{98} + \ldots + 99x^2 + 100x$:

a) daje przy dzieleniu przez $x - 1$ resztę 5000

b) daje przy dzieleniu przez $x - 1$ resztę 50

c) daje przy dzieleniu przez $x + 1$ resztę -50 POPRAWNA

E. Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = (x - 1/2)^{1809}$ przez $2x + 1$ jest równa:

a) 1

b) -1 POPRAWNA

c) $-1/2$

F. Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^{219} + x^2 - 3$ przez $x^2 - 1$ jest równa:

a) $x - 219$

b) $x - 3$

c) $x - 2$ POPRAWNA

G. Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^{243} + x^{81} + x^{27} + x^9 + x^3 - x$ przez $x^2 - 1$ jest równa:

a) $6x - 1$

b) $6x$ POPRAWNA

c) $6x + 1$

H. Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^{2011} - 1$ przez $x^2 - 1$ jest równa:

a) $-x + 1$ POPRAWNA

b) $-x - 1$

c) $x - 1$

I. Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = 2000x^{2000} + 1999x^{1999} + \ldots + 2x^2 + x$ przez $x+1$ jest równa:

a) 500

b) 1000 POPRAWNA

c) -500

J. Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)$ przez $x-1$ jest równa:

a) 6! POPRAWNA

b) 0

c) 100

8. A. Układ równań $\begin{cases} x^2 - 2ax + y^2 & = & 0 \\ x^2 + 2ay + y^2 & = & 0 \end{cases}$ jest spełniony:

a) dla każdej dodatniej wartości parametru a przez dokładnie dwie pary liczb rzeczywistych (x, y) POPRAWNA

b) dla pewnej wartości parametru a przez dokładnie cztery pary liczb rzeczywistych (x, y)

c) przez dokładnie jedną parę liczb rzeczywistych (x, y)

B. Układ równań $\begin{cases} |x+1| + a & = & y \\ x^2 + 2x + y^2 & = & 0 \end{cases}$ jest spełniony:

a) dla każdej ujemnej wartości parametru a przez co najmniej jedną parę liczb rzeczywistych (x, y)

b) dla pewnej wartości parametru a przez co najmniej cztery pary liczb rzeczywistych (x, y) POPRAWNA

c) przez dokładnie dwie pary liczb rzeczywistych (x, y)

C. Układ równań $\begin{cases} (x-m)^2+y^2 & = & 1 \\ x^2-y^2 & = & 0 \end{cases}$:

a) ma dokładnie trzy rozwiązania dla dokładnie jednej wartości parametru m POPRAWNA

b) ma cztery rozwiązania

c) ma rozwiązanie dla każdej wartości parametru m

D. Układ równań $\begin{cases} xy & = & a^2 \\ x^2+y^2 & = & b^2 \end{cases}$:

a) może mieć trzy rozwiązania

b) ma cztery rozwiązania

c) może nie mieć rozwiązań POPRAWNA

E. Układ równań $\begin{cases} x^2-y^2-2 & = & b \\ x^2+y^2 & = & a^2 \end{cases}$ jest spełniony:

a) przez co najmniej jedną parę liczb rzeczywistych (x, y)

b) dla pewnych wartości parametrów a, b przez dwie pary liczb rzeczywistych (x, y) POPRAWNA

c) przez dokładnie dwie pary liczb rzeczywistych (x, y)

F. Układ równań $\begin{cases} |xy| & = & a \\ x+y & = & a \end{cases}$:

a) ma nieskończenie wiele rozwiązań dla pewnej wartości parametru a

b) ma dokładnie jedno rozwiązanie dla pewnej wartości parametru a POPRAWNA

c) ma dokładnie jedno rozwiązanie dla pewnej wartości parametru $a \neq 0$

G. Układ równań $\begin{cases} |x|+|y| & = & 1 \\ x^2+y^2 & = & a^2 \end{cases}$ może mieć:

a) 2 rozwiązania

b) 6 rozwiązań

c) 8 rozwiązań POPRAWNA

H. Układ równań $\begin{cases} |x+y| &= a \\ |xy| &= b \end{cases}$, gdzie a, b są dodatnie:

a) ma zawsze rozwiązania POPRAWNA

b) może mieć nieparzystą liczbę rozwiązań

c) może nie mieć rozwiązań

I. Układ równań $\begin{cases} y &= ax \\ y^2 &= x^2+x+1 \end{cases}$:

a) dla każdej wartości parametru a ma co najmniej jedno rozwiązanie

b) nie ma rozwiązań

c) ma dokładnie jedno rozwiązanie dla $a \in \{-1, 3\}$ POPRAWNA

J. Układ równań $\begin{cases} x^2-y &= m \\ x^2+y^2 &= 25 \end{cases}$:

a) ma dokładnie trzy rozwiązania dla dokładnie jednej wartości parametru m POPRAWNA

b) ma dokładnie cztery rozwiązania dla dokładnie jednej wartości parametru m

c) nie ma rozwiązań dla dokładnie jednej wartości parametru m

9. A. Wiadomo, że wielomian $W(x)$ spełnia warunek $W(x^2) = (W(x))^2$. Wynika stąd, że:

a) $W(x) = x^2$

b) $W(x) = x^n, n \in \mathbf{N}$

c) $W(x) = x^n, n \in \mathbf{N}$ lub $W(x) \equiv 0$ POPRAWNA

B. Wiadomo, że wielomian $W(x)$ spełnia warunek $W(x^2) = (W(x))^2$. Wynika stąd, że:

a) $W(x) = x^2$

b) takich wielomianów jest niekończenie wiele POPRAWNA

c) $W(x) \equiv 0$

C. Wiadomo, że wielomian $W(x)$ spełnia warunek $(x-10)W(x) = xW(x-1)$. Wynika stąd, że:

a) $W(x) = x(x-1)(x-2)\dots(x-10)$

b) $W(x) = cx(x-1)(x-2)\dots(x-9), c \in \mathbf{R}$ POPRAWNA

c) $W(x)$ dzieli się przez $x - 10$

D. Wiadomo, że wielomian $W(x)$ spełnia warunek $(x-10)W(x) = xW(x-1)$. Wynika stąd, że:

a) $W(x) = x(x-1)(x-2)\dots(x-9)$

b) taki wielomian jest dokładnie jeden

c) takich wielomianów jest nieskończenie wiele POPRAWNA

E. Wiadomo, że wielomian $W(x)$ spełnia warunek $xW(x-1) = (x-2)W(x)$. Wynika stąd, że:

a) $W(x) \equiv 0$

b) $W(x) = c(x^2 - x), c \in \mathbf{R}$ POPRAWNA

c) $W(x) = x^2 + x$

F. Wiadomo, że wielomian $W(x)$ spełnia warunek $xW(x-1) = (x-2)W(x)$. Wynika stąd, że:

a) taki wielomian jest dokładnie jeden

b) $W(x) = x^2 - x$

c) takich wielomianów jest nieskończenie wiele POPRAWNA

G. Wiadomo, że wielomian $W(x)$ spełnia warunek $2W(x)+W(1-x) = x^2$. Wynika stąd, że:

a) $W(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

b) $W(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$ POPRAWNA

c) takich wielomianów jest nieskończenie wiele

H. Wiadomo, że wielomian $W(x)$ spełnia warunek $2W(x)+W(1-x) = x^2$. Wynika stąd, że:

a) taki wielomian jest dokładnie jeden POPRAWNA

b) $W(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

c) takich wielomianów jest nieskończenie wiele

I. Wiadomo, że wielomian $W(x)$ spełnia warunek $(x-1)W(x+1) = (x+2)W(x-1)$. Wynika stąd, że:

a) $W(x) = x^2 + 2x$

b) $W(x) \equiv 0$

c) $W(x) = c(x^2 + 2x), c \in \mathbf{R}$ POPRAWNA

J. Wiadomo, że wielomian $W(x)$ spełnia warunek $(x-1)W(x+1) = (x+2)W(x-1)$. Wynika stąd, że:

a) taki wielomian jest dokładnie jeden

b) takich wielomianów jest nieskończenie wiele POPRAWNA

c) $W(x) = c(x^2 - 2x), c \in \mathbf{R}$

10. A. Nierówność $(x-1)^2(x^2-a)<0$:

a) ma niepusty zbiór rozwiązań dla każdej wartości parametru a

b) dla pewnej wartości parametru a ma pusty zbiór rozwiązań POPRAWNA

c) ma nieograniczony zbiór rozwiązań dla każdej wartości parametru a

B. Nierówność $(x-a)^2(x-1)<0$:

a) ma niepusty zbiór rozwiązań dla każdej wartości parametru a POPRAWNA

b) dla pewnej wartości parametru a ma pusty zbiór rozwiązań

c) ma ograniczony zbiór rozwiązań dla każdej wartości parametru a

C. Jeżeli rozwiązaniem nierówności $f(x)<0$ jest przedział $(2,\infty)$, to f:

a) może być funkcją kwadratową

b) może być wielomianem POPRAWNA

c) nie może być ilorazem dwóch wielomianów o dodatnich stopniach

D. Jeżeli $W(x)=x^5+1, V(x)=1000x^4+60x^3+1$, to istnieje liczba $R>0$ taka, że dla wszystkich $x>R$ zachodzi nierówność:

a) $W(x)>V(x)$ POPRAWNA

b) $V(x)>W(x)$

c) $W(x)>(V(x))^2$

E. Dana jest nierówność $(a^2-1)x^2+2(a+1)x+4>0$. Wtedy:

a) istnieje takie a, że nie równość nie ma rozwiązania

b) dla pewnych wartości parametru a nierówność jest spełniona dla każdego $x\in\mathbf{R}$ POPRAWNA

c) jeśli nierówność jest spełniona dla każdego $x \in \mathbf{R}$, to $a \geqslant 3$

F. Zbiorem rozwiązań nierówności $ax^2+bx+c > 0$ jest przedział $(-3,3)$. Wynika stąd, że:

a) $a < 0$ i $b = 0$

b) $c < -10a$ POPRAWNA

c) $a = 0$ i $b > 0$ i $c > 0$

G. Zbiór rozwiązań nierówności $ax^2+bx+c > 0$ zawiera się w przedziale $(0,3\rangle$ Wynika stąd, że:

a) $b < 0$ i $c > 0$ POPRAWNA

b) $b = -3a$

c) $b > -6a$

H. Wielomian $W(x)$ spełnia dla każdego x nierówność $W(x) > -1$. Wtedy:

a) $W(W(x)) > -1$ dla każdego x POPRAWNA

b) $W(W(x)) < -1$ dla każdego x

c) $W(W(x)) < -1$ dla pewnych x

I. Wielomian $W(x)$ spełnia dla każdego x nierówność $W(x) > \frac{2}{3}x$. Wtedy:

a) $W(W(x)) > \frac{2}{3}x$ dla każdego x

b) $W(W(x)) < \frac{2}{3}x$ dla każdego x

c) $W(W(x)) > \frac{4}{9}x$ dla każdego x POPRAWNA

J. Nierówność $ax^3 + b > 0$ jest spełniona dla każdego x. Wynika stąd, że:

a) $a < 0$ i $b > 0$

b) $a < 0$ i $b = 0$

c) $a = 0$ i $b < 0$ POPRAWNA