



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla gimnazjów”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Skrypt 4

Pierwiastki

1. Obliczanie pierwiastków stopnia drugiego i trzeciego z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych
2. Obliczanie pierwiastków za pomocą kalkulatora
3. Dodawanie i odejmowanie pierwiastków
4. Szacowanie wartości pierwiastków
5. Włączanie czynnika pod znak pierwiastka oraz wyłączanie czynnika przed znak pierwiastka
6. Obliczanie drugiej potęgi pierwiastka kwadratowego oraz trzeciej potęgi pierwiastka sześciennego i potęgowanie pierwiastków
7. Mnożenie i dzielenie pierwiastków drugiego i trzeciego stopnia
8. Usuwanie niewymierności z mianownika
9. Wykorzystanie praw działań na pierwiastkach do obliczania wartości wyrażeń arytmetycznych

Opracowanie: GIM4

Temat: Obliczanie pierwiastków stopnia drugiego i trzeciego z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych.

Praca z apletem

- Otwórz plik o nazwie *pierwiastki01*.
- Masz przed sobą aplet, w którym zamieszczone są podstawowe definicje o pierwiastkach i zadania.
- Przyciski: **Ćwiczenia**, **Definicja pierwiastka** i **Zadania** pozwolą Ci się przemieszczać między jego poszczególnymi częściami.
- Kliknij w przycisk **Ćwiczenia**, który wprowadzi Cię w tematykę tego działu. Przeanalizuj **Przykład 1** i **Przykład 2** rozwiązując te zadania. Zobacz interpretację graficzną i zmieniaj wartości suwaków: bok (długość boku kwadratu) i bok sześcianu, dokonaj obliczeń z różnymi długościami boków. Na zakończenie wyciągnij wnioski z rozwiązania tych zadań i sprawdź poprawność swojego rozumowania wybierając pole wyboru **Sprawdź**.
- Kliknij w przycisk **Definicja pierwiastka**, a następnie, spróbuj zdefiniować pojęcie pierwiastka stopnia drugiego i stopnia trzeciego. W celu zobrazowania pojęcia, uaktywnij odpowiednie pole wyboru.
- Po zapoznaniu się z wiadomościami o pierwiastkach przejdź do rozwiązywania zadań przygotowanych dla Ciebie – przycisk **Zadania**.
- Za pomocą przycisków w postaci strzałek będziesz odkrywał kolejne zadania. Dokonaj sprawdzenia swoich obliczeń klikając enter po wpisaniu odpowiedzi w pierwszym i drugim zadaniu a w trzecim wybraniu pola wyboru **Sprawdź**.
- Po wykonaniu zadań zakończ pracę z apletem i rozwiąż poniższe zadania.

Zadania

Zadanie 1. Oblicz:

a) $\sqrt{16} =$

b) $\sqrt{100} =$

c) $\sqrt{\frac{64}{81}} =$

d) $\sqrt{\frac{3}{48}} =$

e) $\sqrt{0,0025} =$

f) $\sqrt{0,0001} =$

Zadanie 2. Oblicz:

a) $\sqrt[3]{27} =$

b) $\sqrt[3]{64} =$

c) $\sqrt{\frac{1}{8}} =$

d) $\sqrt[3]{1\frac{61}{64}} =$

e) $\sqrt[3]{0,008} =$

f) $\sqrt[3]{0,729} =$

g) $\sqrt[3]{-125} =$

h) $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} =$

Zadanie 3. Sprawdź, o ile liczba $\sqrt{100 - 64}$ jest większa od liczby $\sqrt{100} - \sqrt{64}$.

Zadanie 4. Wstaw w miejsce liter odpowiednią liczbę.

a) $\sqrt{a} = 8$

b) $\sqrt{b} = 20$

c) $\sqrt{c} = \frac{5}{9}$

d) $\sqrt{d} = 1\frac{3}{4}$

e) $\sqrt{e} = 0,7$

f) $\sqrt[3]{f} = 6$

g) $\sqrt[3]{g} = 30$

h) $\sqrt[3]{h} = 0,12$

i) $\sqrt[3]{i} = -0,1$

j) $\sqrt[3]{j} = \frac{2}{3}$

k) $\sqrt[3]{k} = -1\frac{3}{5}$

Temat: Obliczanie pierwiastków za pomocą kalkulatora.

Na dzisiejszej lekcji poznasz pierwiastki np. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, gdzie nie możemy znaleźć takiej liczby, która podniesiona do kwadratu da nam 2, 3, 5, 7.

Ćwiczenie

Sprawdź na kalkulatorze, ile wynoszą poniższe liczby i zapisz ten wynik.

$$\sqrt{2} =$$

$$\sqrt{3} =$$

$$\sqrt{5} =$$

$$\sqrt{7} =$$

$$\sqrt[3]{2} =$$

$$\sqrt[3]{3} =$$

Wyciągnij wniosek, jakie rozwinięcie mają podane liczby? Spróbuj podać definicję liczb niewymiernych. Następnie rozwiąż poniższe zadania.

Zadanie 1. Oblicz wartość podanych wyrażeń z dokładnością do 0,1 i 0,01.

a) $20\sqrt{3} =$

b) $500\sqrt{5} =$

c) $3\sqrt{7} - \sqrt{2} =$

d) $20 - 5\sqrt{15} =$

Zadanie 2. Znajdź na kalkulatorze iloczyn przybliżeń dziesiętnych z dokładnością do 0,01 i 0,001 poniżej podanych liczb i porównaj je z przybliżeniem dziesiętnym liczb znajdujących się obok.

a) $\sqrt{2}$ i $\sqrt{7}$ $\sqrt{14}$

b) $\sqrt{3}$ i $\sqrt{2}$ $\sqrt{6}$

Zadanie 3. Odgadnij znak „+” lub „-” podanych niżej liczb nie wykonując obliczeń, następnie sprawdź swoje spostrzeżenia korzystając z kalkulatora.

a) $\sqrt{8} - 3$

b) $7 - \sqrt{50}$

Temat: Dodawanie i odejmowanie pierwiastków.

Praca z apletem

- Otwórz plik o nazwie *pierwiastki02*.
- Kliknij w przycisk **Dodawanie i odejmowanie pierwiastków**. Zapoznaj się z przykładami, klikając w przycisk **Przykłady**. Przeanalizuj każdy z nich. W razie potrzeby skorzystaj z przycisków **Stop**, **Dalej** i **Początek**.
- Powróć do **Strony Głównej** i uaktywnij przycisk **Zadania**. Rozwiąż zadanie 1 - 3 i dokonaj sprawdzenia swoich obliczeń klikając w odpowiednie pola wyboru.
- Po wykonaniu zadań zakończ pracę z apletem i rozwiąż poniższe zadania.

Zadania

Zadanie 1. Oblicz:

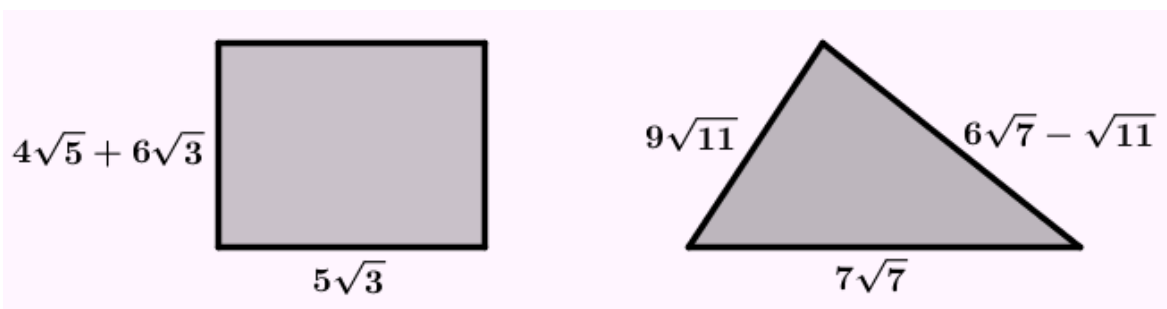
a) $8\sqrt{6} - 3\sqrt{6} + 5\sqrt{6} =$

b) $21\sqrt{3} + 7\sqrt{5} - \sqrt{3} + 3\sqrt{5} - 20\sqrt{3} =$

c) $32\sqrt[3]{13} + \sqrt[3]{-13} =$

d) $\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{5} + 6\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{-5} + 2\sqrt[3]{5} =$

Zadanie 2. Oblicz obwody narysowanych figur:



Temat: Szacowanie wartości pierwiastków.

Praca z apletem

- Otwórz plik o nazwie *pierwiastki03*.
- Masz przed sobą aplet, w którym zamieszczone są wiadomości i zadania dotyczące szacowania pierwiastków. Przyciski: **Wiedza i Zadania** pozwolą Ci się przemieszczać między jego poszczególnymi częściami.
- Przypomnij sobie z poprzednich lekcji i spróbuj podać definicję liczb niewymiernych a następnie porównaj ją z definicją w aplecie klikając w przycisk **Wiedza** a następnie **Liczby niewymierne**. W przycisku **Szacowanie pierwiastków** sprawdzisz, czy istnieje liczba $\sqrt{2}$ i ile ona wynosi. Pomocą w rozwikłaniu tego zadania będą przyciski **Interpretacja geometryczna** oraz **Szacowanie liczby pierwiastek z dwóch**.
- Po zapoznaniu się ze sposobem szacowania pierwiastków przejdź do rozwiązania zadań przygotowanych dla Ciebie – przycisk: **Zadania na Stronie Głównej**.
- Za pomocą przycisków w postaci strzałek będziesz odkrywał kolejne zadania. Dokonaj sprawdzenia swoich obliczeń klikając w pola wyboru **Rozwiązanie**.
- Po wykonaniu zadań zakończ pracę z apletem i rozwiąż poniższe zadania.

Zadania

Zadanie 1. Oszacuj, jaką objętość w przybliżeniu będzie miał pojemnik na kanapki, jeżeli z dokładnych obliczeń wynika liczba $\sqrt{11}$ m³?

Zadanie 2. Oszacuj, czy powierzchnia $\sqrt{8}$ m² to więcej, czy mniej niż 3 m²?

Temat: Włączanie czynnika pod znak pierwiastka oraz wyłączanie czynnika przed znak pierwiastka.

Praca z apletem

- Otwórz plik o nazwie *pierwiastki04*.
- Kliknij w przycisk **Przykłady**. Zapoznaj się z przykładami wyłączania czynnika przed pierwiastek i włączania czynnika pod znak pierwiastka klikając w odpowiednie przyciski. Po przeanalizowaniu danych przykładów wyciągnij wnioski z rozwiązania tych zadań i sprawdź poprawność swojego rozumowania wybierając pole wyboru **Wniosek**.
- Powróć do **Strony Głównej** i uaktywnij przycisk **Zadania**. Rozwiąż zadanie 1 - 3 i dokonaj sprawdzenia swoich obliczeń klikając w odpowiednie pola wyboru.
- Po wykonaniu zadań zakończ pracę z apletem i rozwiąż poniższe zadania.

Zadania

Zadanie 1. Wyłącz czynnik przed znak pierwiastka wybierając dowolny sposób rozwiązania:

a) $\sqrt{72} =$

b) $\sqrt{12} =$

c) $\sqrt{63} =$

d) $\sqrt{250} =$

e) $\sqrt{288} =$

f) $\sqrt[3]{16} =$

g) $\sqrt[3]{54} =$

h) $\sqrt[3]{250} =$

i) $\sqrt[3]{108} =$

j) $\sqrt[3]{2000} =$

Zadanie 2. Włącz czynnik pod znak pierwiastka:

a) $2\sqrt{5} =$

b) $12\sqrt{3} =$

c) $\frac{4}{5}\sqrt{5} =$

d) $0,1\sqrt{5} =$

e) $4\sqrt[3]{15} =$

f) $\frac{1}{3}\sqrt[3]{15} =$

g) $0,5\sqrt[3]{15} =$

Zadanie 3. Włącz czynnik pod znak pierwiastka i uporządkuj malejąco liczby:

$2\sqrt{46}$

$3\sqrt{21}$

$4\sqrt{18}$

$5\sqrt{7}$

$6\sqrt{6}$

Zadanie 4. Zapisz wyrażenie w najprostszej postaci, pamiętając o wyłączeniu czynników przed znak pierwiastka.

a) $\sqrt{32} + \sqrt{12} + \sqrt{72} =$

b) $\sqrt[3]{1029} - \sqrt[3]{192} - \sqrt[3]{24} =$

c) $\frac{\sqrt{75} - \sqrt{48}}{\sqrt{3}} =$

Zadanie 5. Włącz czynnik pod znak pierwiastka i porównaj liczby wstawiając odpowiedni znak $>$, $<$, $=$.

a) $3\sqrt{5} \dots \dots 5\sqrt{3}$

b) $2\sqrt{12} \dots \dots 6\sqrt{2}$

Temat: Obliczanie drugiej potęgi pierwiastka kwadratowego oraz trzeciej potęgi pierwiastka sześciennego i potęgowanie pierwiastków.

Praca z apletem

- Otwórz plik o nazwie *pierwiastki05*.
- Kliknij w przycisk **Wiedza**. Zapoznaj się z przykładami klikając w odpowiedni przycisk **Potęga pierwiastka**. Po przeanalizowaniu danych przykładów spróbuj sformułować samodzielnie wzory i sprawdź poprawność swojego rozumowania wybierając pole wyboru **zobacz wzory**.
- Powróć do **Strony Głównej** i uaktywnij przycisk **Zadania**. Rozwiąż zadanie 1 i dokonaj sprawdzenia swoich obliczeń klikając w odpowiednie pola wyboru.
- Po wykonaniu zadań zakończ pracę z apletem i rozwiąż poniższe zadania.

Zadania

Zadanie 1. Oblicz:

a) $\sqrt{25^2} =$

b) $\left(-4 \sqrt[3]{\frac{1}{16}}\right)^3 =$

c) $\sqrt[3]{5^9} =$

Zadanie 2. Znajdź liczbę, która nie jest równa pozostałym. Uzasadnij swój wybór.

$$(\sqrt[3]{5})^3, \sqrt[3]{5^3}, \sqrt{5^2}, (-\sqrt[3]{5})^3, \sqrt{\sqrt{5^4}}$$

Zadanie 2. Która liczba jest większa:

a) $(\sqrt{2})^6$ czy $(\sqrt[3]{3})^6$

b) $(\sqrt{3})^{12}$ czy $(\sqrt[3]{2})^{12}$

Temat: Mnożenie i dzielenie pierwiastków drugiego i trzeciego stopnia.

Praca z apletem

- Otwórz plik o nazwie *pierwiastki05*.
- Kliknij w przycisk **Wiedza**. Zapoznaj się z przykładami klikając w odpowiednie przyciski **Pierwiastek z iloczynu**, **Pierwiastek z ilorazu**. Po przeanalizowaniu danych przykładów spróbuj sformułować samodzielnie wzory i sprawdź poprawność swojego rozumowania wybierając pole wyboru **zobacz wzory**.
- Powróć do **Strony Głównej** i uaktywnij przycisk **Zadania**. Rozwiąż zadanie 2 i 3, następnie dokonaj sprawdzenia swoich obliczeń klikając w odpowiednie pola wyboru.
- Po wykonaniu zadań zakończ pracę z apletem i rozwiąż poniższe zadania.

Zadania

Zadanie 1. Oblicz, korzystając z poznanych wzorów:

a) $\sqrt{169 \cdot 49} =$

b) $\sqrt{16 \cdot 9 \cdot 196} =$

c) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} =$

d) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{8} =$

e) $\sqrt{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{3} =$

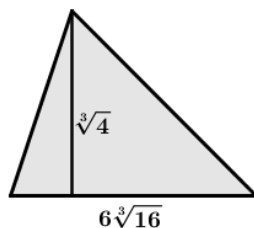
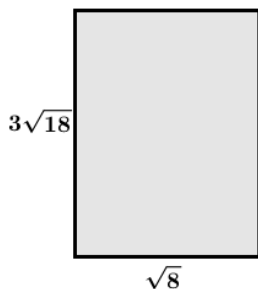
f) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{16} =$

g) $\sqrt[3]{\frac{2}{25}} \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{5}} =$

h) $\sqrt{45} : \sqrt{5} =$

i) $\sqrt{5\frac{1}{5}} : \sqrt{8\frac{1}{5}} =$

Zadanie 2. Oblicz pola poniższych figur. Zastosuj prawa działań na pierwiastkach.



Temat: Usuwanie niewymierności z mianownika.

Praca z apletem

- Otwórz plik o nazwie *pierwiastki06*.
- Kliknij w przycisk **Przykłady**. Zapoznaj się z przykładami wybierając fioletowy suwak **Usuwanie niewymierności z mianownika**. Po przeanalizowaniu danych przykładów wyciągnij wniosek, w jaki sposób usuwamy niewymierność z mianownika i sprawdź poprawność swojego rozumowania wybierając pole wyboru **Wniosek**.
- Powróć do **Strony Głównej** i uaktywnij przycisk **Zadania**. Rozwiąż zadanie 1, następnie dokonaj sprawdzenia swoich obliczeń klikając w odpowiednie pola wyboru.
- Po wykonaniu zadań zakończ pracę z apletem i rozwiąż poniższe zadania.

Zadanie 1. Usuń niewymierność z mianownika:

a) $\frac{8}{\sqrt{6}} =$

b) $\frac{-5}{\sqrt{3}} =$

c) $\frac{5}{4\sqrt{7}} =$

d) $\frac{3+\sqrt{2}}{5\sqrt{3}} =$

Zadanie 2. Usuń niewymierność z mianownika:

a) $\frac{1}{\sqrt[3]{5}} =$

b) $\frac{-4}{\sqrt[3]{7}} =$

c) $\frac{12}{\sqrt[3]{4}} =$

Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla gimnazjów”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Temat: Wykorzystanie praw działań na pierwiastkach do obliczania wartości wyrażeń arytmetycznych.

Praca z apletem

- Otwórz plik o nazwie *pierwiastki06*.
- Kliknij w przycisk **Przykłady**. Zapoznaj się z przykładami przesuwając fioletowy suwak na **Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych - przykłady**. Po przeanalizowaniu danych przykładów i ich omówieniu przejdź do rozwiązywania zadań.
- Powróć do **Strony Głównej** i uaktywnij przycisk **Zadania**. Rozwiąż zadanie 2, następnie dokonaj sprawdzenia swoich obliczeń klikając w odpowiednie pola wyboru.
- Po wykonaniu zadań zakończ pracę z apletem i rozwiąż poniższe zadania.

Zadanie 1. Zapisz krócej dane wyrażenia arytmetyczne:

a) $4\sqrt{3} + \sqrt{48} =$

b) $\sqrt{12\frac{1}{4}} + \sqrt{1\frac{7}{9}} - \sqrt{\frac{1}{9}} - 4\sqrt{2\frac{1}{4}} =$

c) $3\sqrt{128} - \sqrt{72} =$

d) $\sqrt[3]{135} + \sqrt[3]{40} =$

Zadanie 2. Oceń prawdziwość zdań:

1. $\sqrt{25 \cdot 9} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{9}$

2. $\sqrt{12 - 4} = \sqrt{12} - \sqrt{4}$

3. $\sqrt{8} + \sqrt{9} = 7$

4. $\sqrt{32\frac{1}{2}} : \sqrt{0,125} =$

Prawda	Fałsz
Prawda	Fałsz
Prawda	Fałsz
Prawda	Fałsz

Zadanie 3. Oblicz wartość wyrażenia:

a) $4x^2 - 2 =$ dla $x = \sqrt{3}$

b) $3x^2 + x - 4 =$ dla $x = \sqrt{5}$

c) $x^3 - 8 =$ dla $x = \sqrt[3]{8}$

Zadanie 4. Oblicz:

a) $\sqrt{2} (3\sqrt{10} + \sqrt{6} - \sqrt{3}) =$

b) $(\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 3) =$

c) $\sqrt{7^2} + \sqrt{(-7)^2} - (\sqrt{7})^2 =$