



---

Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla gimnazjów”  
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

# Skrypt 10

## Wykresy funkcji

1. Prostokątny układ współrzędnych
2. Pojęcie i przykłady funkcji. Różne sposoby opisywania funkcji
3. Funkcja liczbowa i jej wykres
4. Własności funkcji liczbowej

**Opracowanie: GIM3**

## Temat: Prostokątny układ współrzędnych

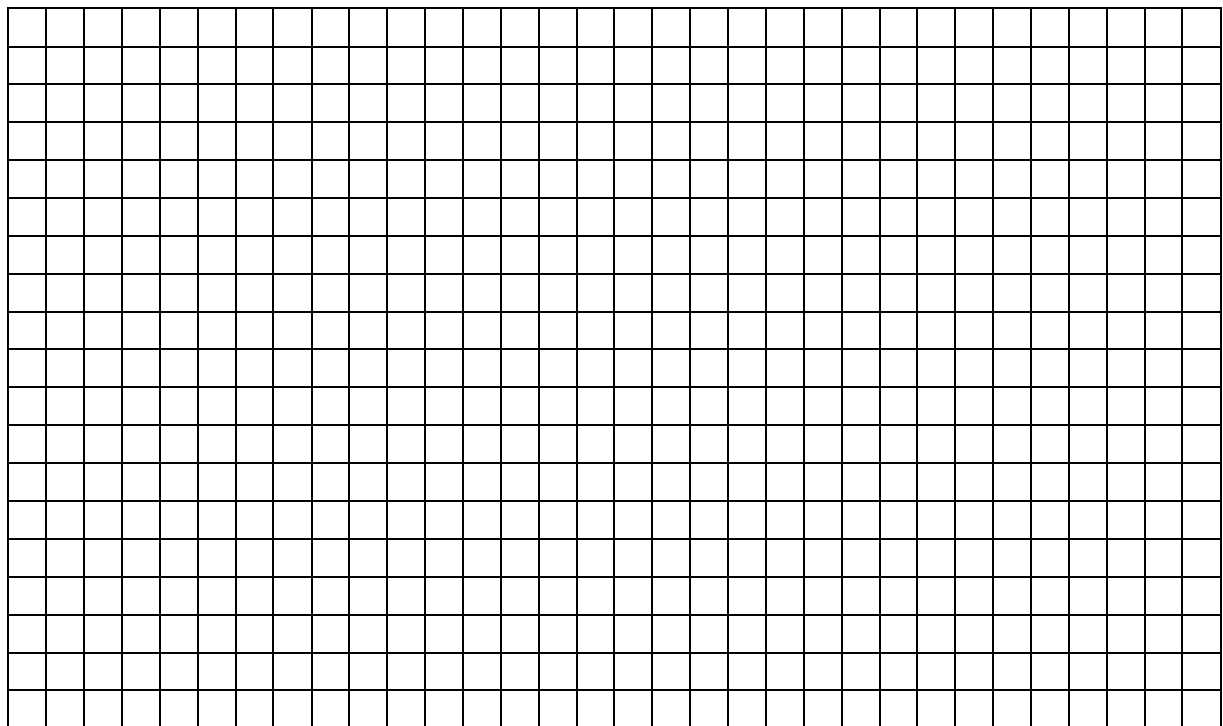
### Praca z apletem

- Otwórz plik o nazwie *funkcje01*.
- Kliknij w przycisk **Wiedza**, a następnie zapoznaj się z pojęciami związanymi z prostokątnym układem współrzędnych. Czy potrafisz wyjaśnić dlaczego ten układ osi nazywa się prostokątny? Odpowiedz, gdzie znajduje się początek układu współrzędnych, jak nazywają się osie x i y oraz gdzie znajduje się I, II, III i IV ćwiartka układu współrzędnych. Jako ciekawostkę zapamiętaj, że prostokątny układ współrzędnych to inaczej kartezjański układ współrzędnych, którego nazwa pochodzi od łacińskiego nazwiska francuskiego matematyka i filozofa Kartezjusza (René Descartes).
- Powróć do **Strony Głównej** i wciśnij przycisk **Sprawdź się**. Zaznacz **Pokaż układ współrzędnych**, a następnie wpisz w pola współrzędne wylosowanych punktów. Zwróć uwagę, by współrzędne punktów wpisać w nawiasie, przedzielając przecinkiem i spacją. Bezpośrednio po wpisaniu współrzędnych danego punktu i zatwierdzeniu ENTEREM, otrzymasz informację zwrotną dotyczącą poprawności wykonanego ćwiczenia. Losuj kolejne punkty, by sprawdzić czy potrafisz bezbłędnie określić współrzędne punktów.
- Powróć do **Strony Głównej** i wciśnij przycisk **Zadania**. Pierwsze zadanie polega na zaznaczeniu w układzie punktów o podanych współrzędnych. Ponadto musisz wypisać punkty leżące w I ćwiartce, w II ćwiartce, III ćwiartce, IV ćwiartce, na osi x i na osi y. W drugim i trzecim zadaniu należy narysować w układzie współrzędnych wielokąt o danych wierzchołkach, a następnie obliczyć jego pole.

### Zadania

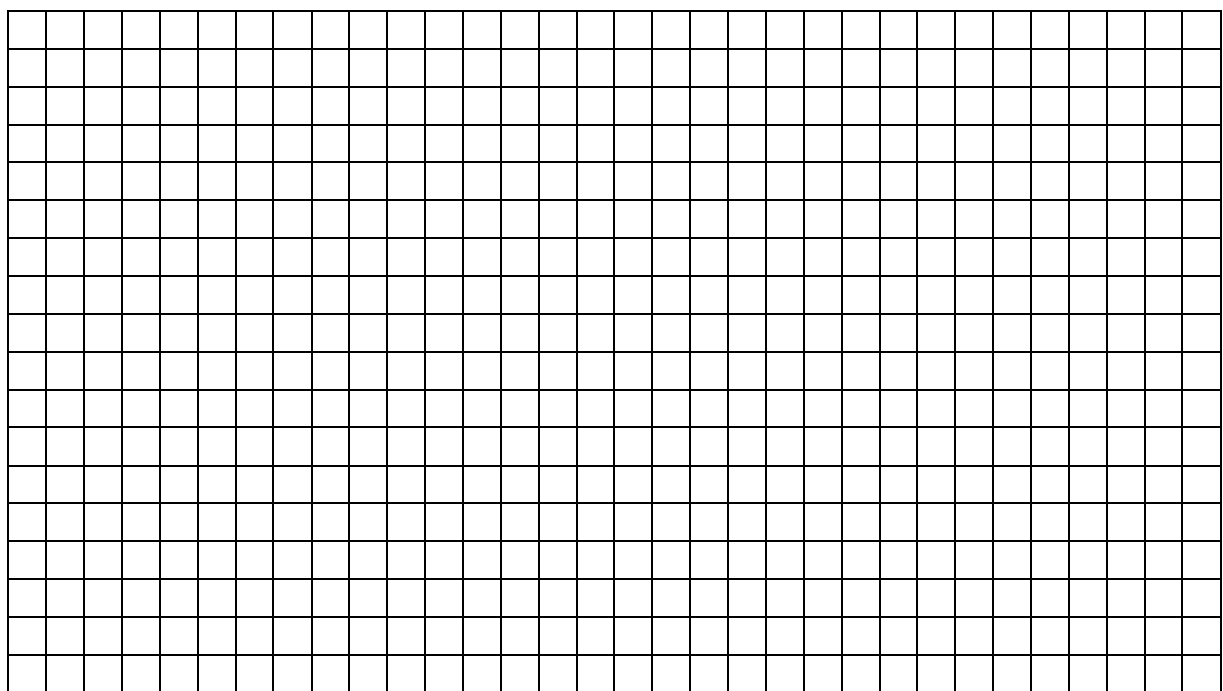
Zadanie 1. Dane są dwa wielokąty:

trójkąt ABC o wierzchołkach  $A=(-4, -1)$ ;  $B=(2, -1)$ ;  $C=(-4, 5)$  oraz czworokąt o wierzchołkach  $K=(3, 1)$ ;  $L=(6, 1)$ ;  $C=(6, 4)$ ;  $D=(3, 4)$ . Która figura ma mniejsze pole i o ile procent?



Zadanie 2. Zaznacz w układzie współrzędnych kilka punktów, których:

- a) odcięta jest ujemna, a rzędna jest o 3 większa od odciętej,
- b) rzędna jest dwa razy mniejsza od odciętej,
- c) pierwsza współrzędna jest równa 5 i punkt leży w IV ćwiartce,
- d) pierwsza współrzędna jest liczbą ujemną, a druga liczbą dodatnią,
- e) odcięta nie jest ani liczbą dodatnią, ani liczbą ujemną, a rzędna jest o 4 mniejsza.



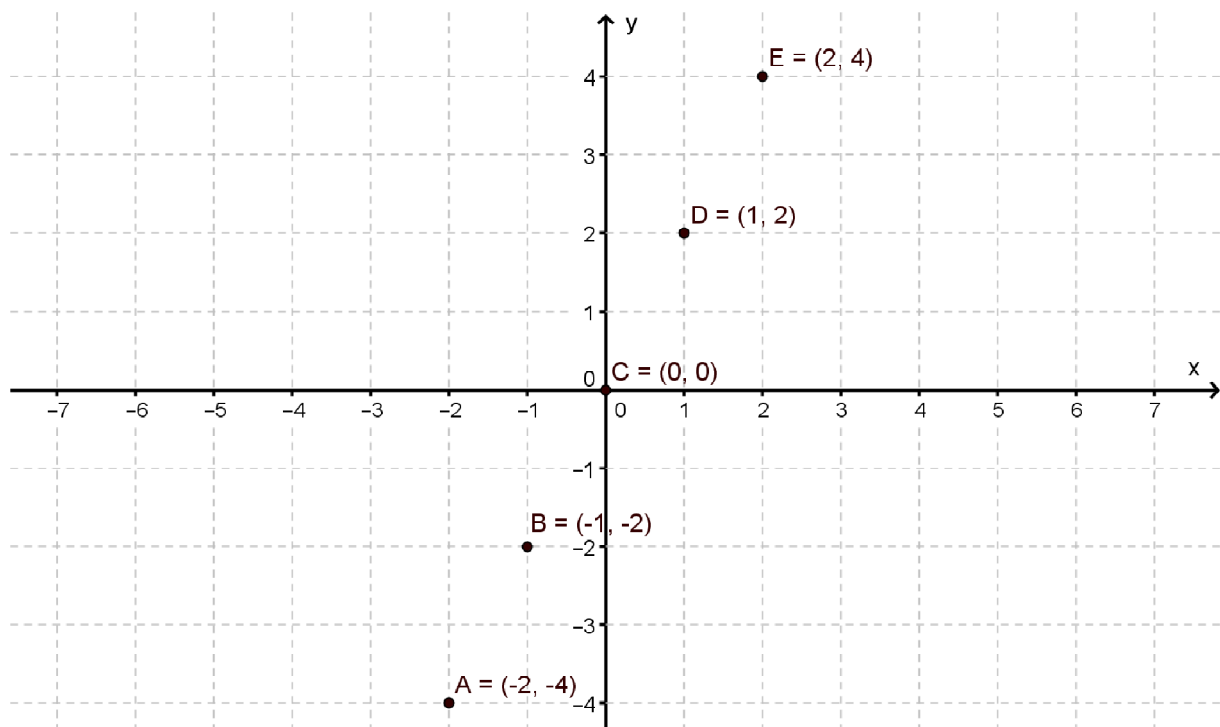
## Temat: Pojęcie i przykłady funkcji. Różne sposoby opisywania funkcji

### Praca z apletem

- Otwórz plik o nazwie *funkcje02*.
- Kliknij w przycisk **Odkryj sam**, a następnie przechodząc do kolejnych przykładów przyporządkowań, przyglądaj się im, by na koniec podać definicję funkcji. Kliknij w pole wyboru **Sprawdź**, czy twoje obserwacje i wnioski są właściwe.
- W celu upewnienia się, że pojęcie funkcji nie jest dla ciebie obce, powróć do **Strony Głównej** i wciśnij przycisk **Sprawdź się**. Losuj kolejne przykłady i na bieżąco weryfikuj swoje odpowiedzi.
- Przejdź do **Strony Głównej**, wybierz **Zadania**. Rozwiąż je i sprawdź swoją pracę z odpowiedziami w aplecie.
- Otwórz plik o nazwie *funkcje03*
- Skorzystaj z przycisku **Wiedza**, by dowiedzieć się jakie są sposoby przedstawiania funkcji. Wybierając kolejne sposoby, możesz zobaczyć do nich przykłady.
- Powróć do **Strony Głównej**, wciśnij przycisk **Zadania** i rozwiąż je. Sprawdź poprawność wykonania zadań.

### Zadania

Zadanie 1. W układzie współrzędnych zaznaczono punkty A, B, C, D, E.

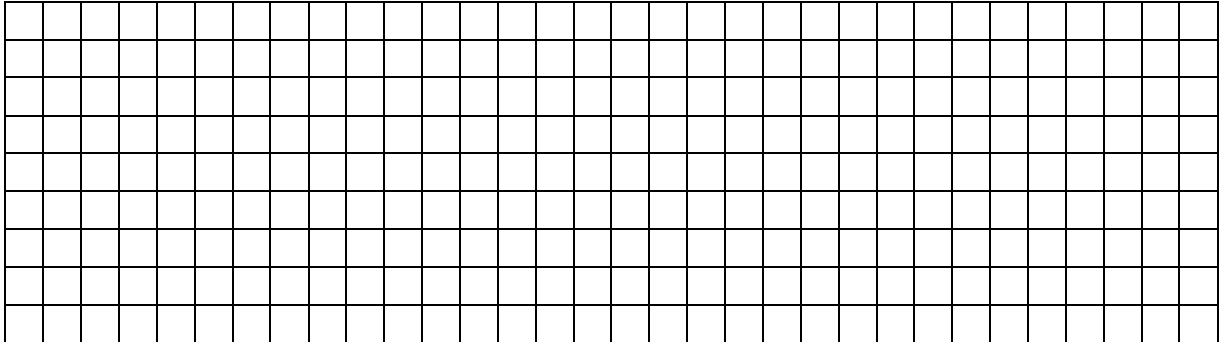


a) Korzystając z rysunku, uzupełnij tabelkę:

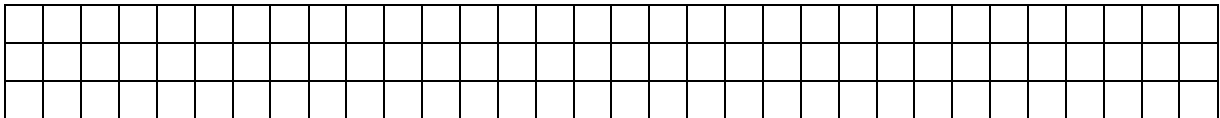
<b>x</b>					
<b>y</b>					

b) Opisz słownie przyporządkowanie przedstawione w tabelce.

c) Sporządź graf tego przyporządkowania.

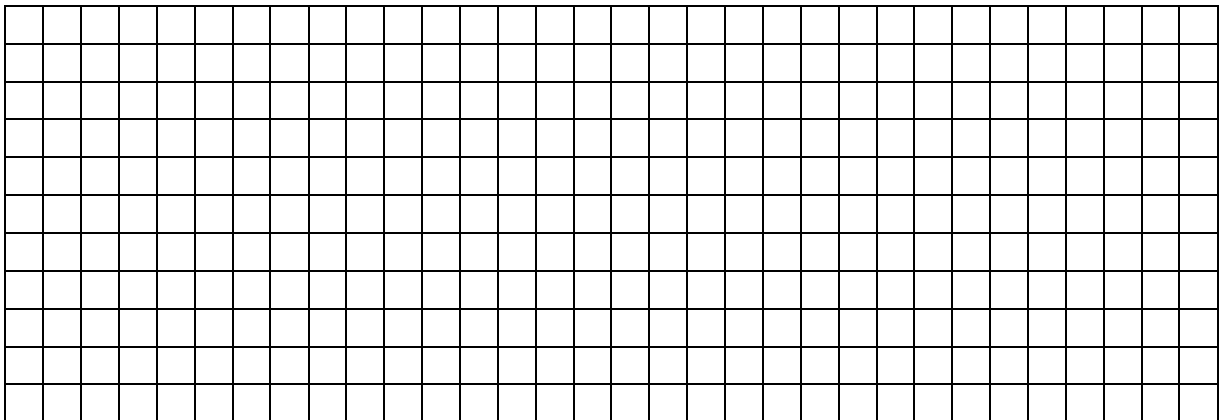


d) Czy to przyporządkowanie jest funkcją? Odpowiedź uzasadnij.



Zadanie 2. Opisz wzorem następujące przyporządkowanie:

- a) Długości  $a$  boku kwadratu przyporządkowano jego pole  $P$ .
- b) W rombie jedna z przekątnych ma długość  $5$  cm, a druga  $d$  cm. Długości  $d$  przyporządkowano pole rombu  $P$ .
- c) Każdej liczbie naturalnej  $n$  przyporządkowano liczbę  $5$  razy większą.
- d) Każdej liczbie całkowitej  $c$  przyporządkowano liczbę do niej przeciwną.
- e) Długości  $a$  krawędzi sześcianu przyporządkowano jego objętość  $V$ .



## Temat: Funkcja liczbowa i jej wykres

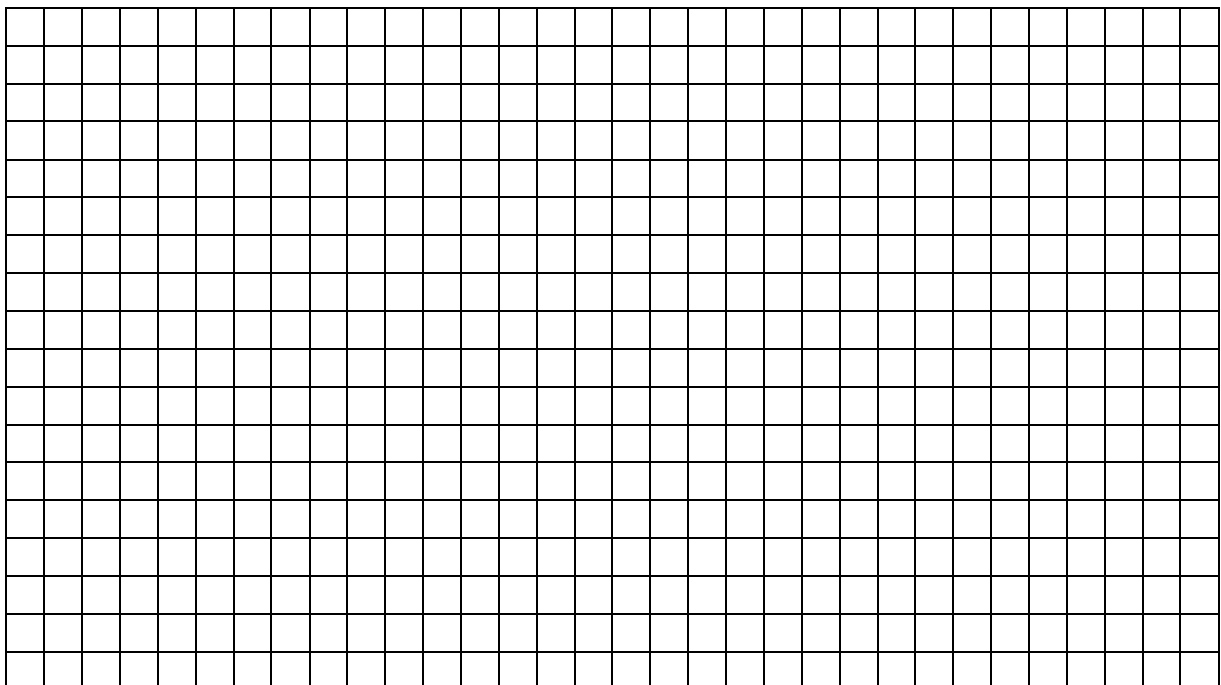
### Praca z apletem

- Otwórz plik o nazwie *funkcje04*.
- Kliknij przycisk **Przykłady**, przeanalizuj wszystkie wykresy. Uwaga, wśród wykresów nie wszystkie są wykresami funkcji! W przykładach, które są wykresami funkcji, zwróć szczególną uwagę na dziedzinę i zbiór wartości funkcji.
- Powróć do **Strony Głównej**, wciśnij klawisz **Umiejętności** i wykonaj zadania zawarte w aplecie.

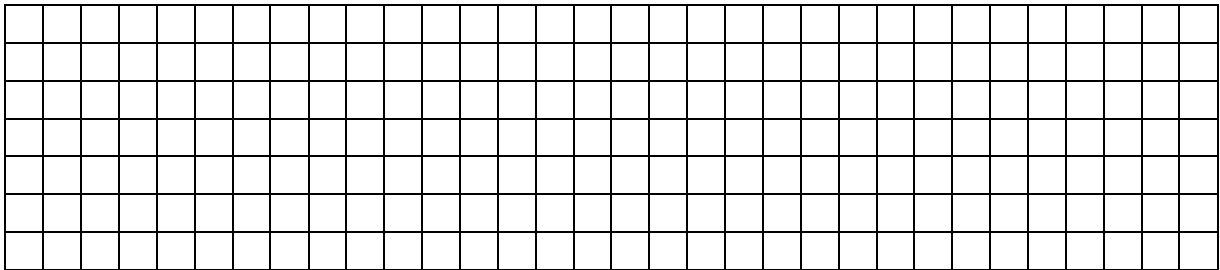
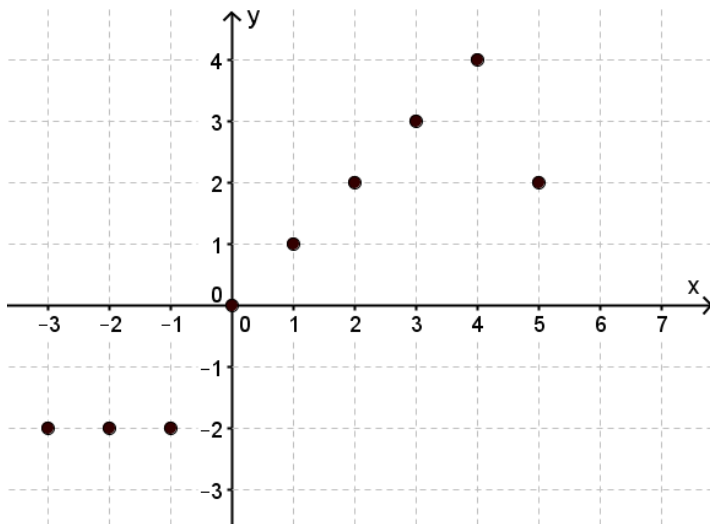
### Zadania

Zadanie 1. Funkcję przedstawiono za pomocą tabelki. Podaj dziedzinę, zbiór wartości (przeciwdziedzinę) oraz narysuj wykres tej funkcji.

<b>x</b>	-7	-4	-3	-2	0	1	4	6
<b>y</b>	-5	-2	-1	0	2	3	6	8

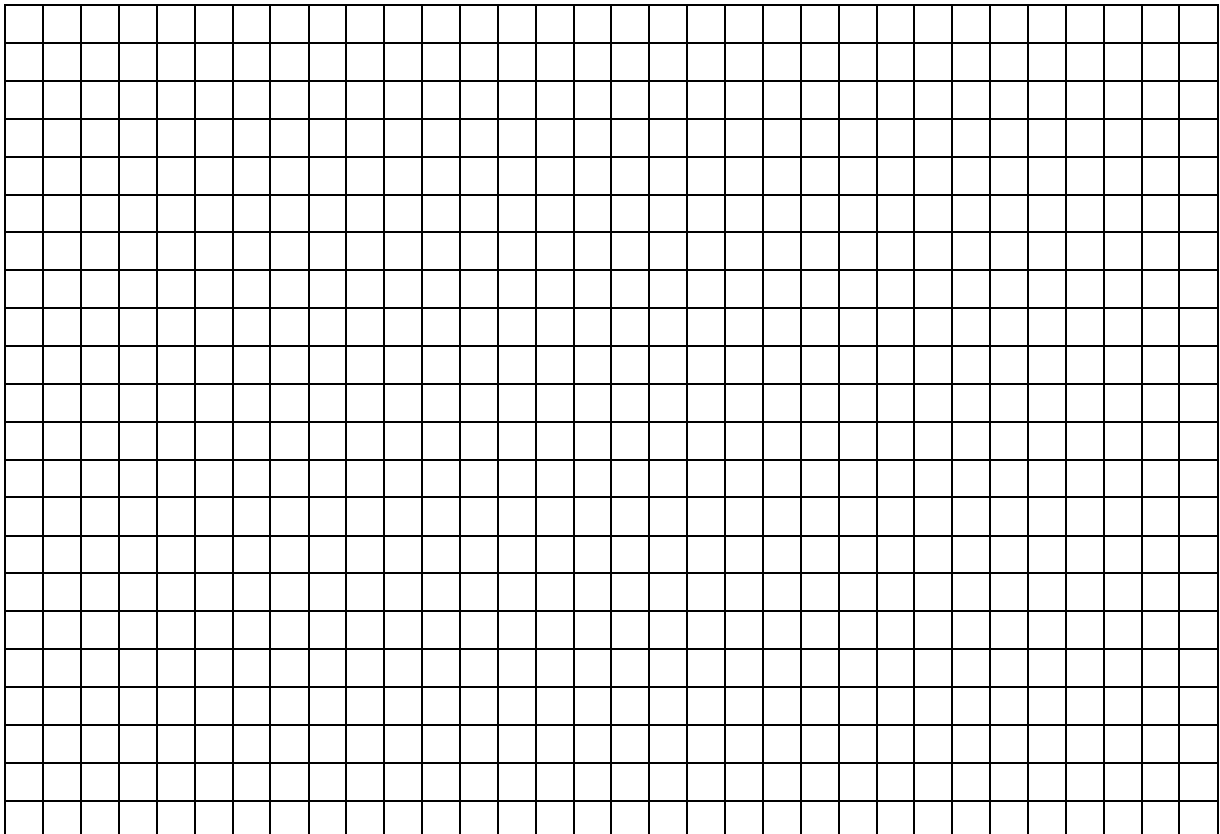


Zadanie 2. Na rysunku przedstawiono wykres funkcji. Sporządź tabelkę oraz podaj dziedzinę i zbiór wartości funkcji.

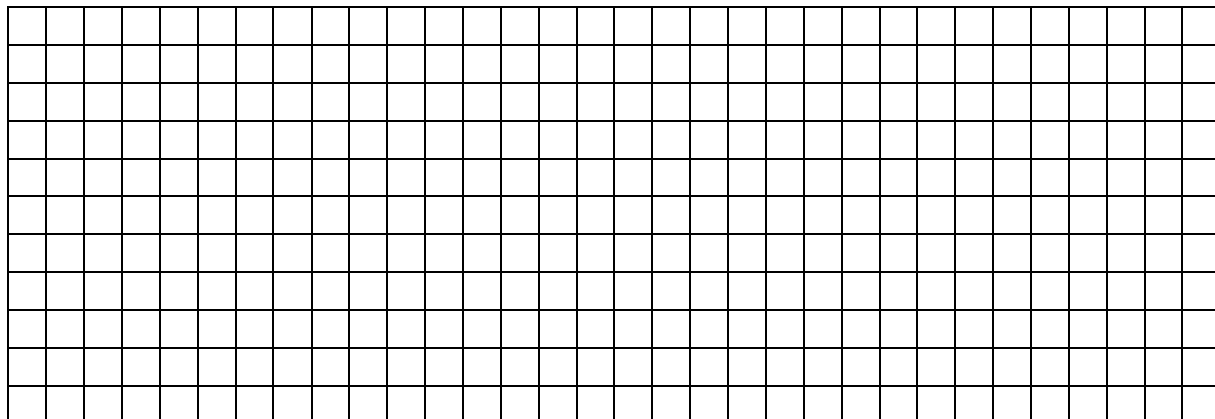


Zadanie 3. Narysuj wykres funkcji  $y = -2x$ , której dziedziną jest:

- a) zbiór liczb rzeczywistych ( $x \in \mathbb{R}$ )
- b) zbiór liczb całkowitych ( $x \in \mathbb{C}$ ) i  $-7 < x \leq 6$

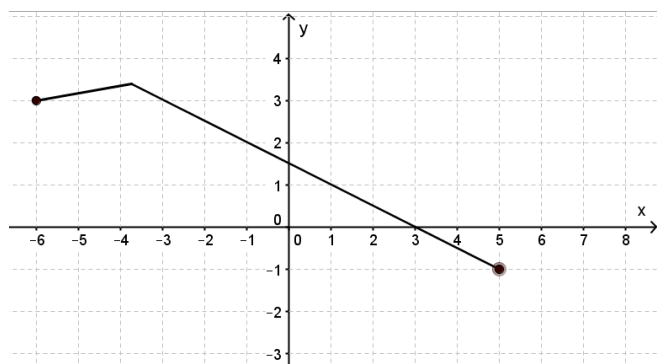


Zadanie 4. Dana jest funkcja  $f(x) = -\frac{1}{2}x$ . Dziedzina tej funkcji jest zbiór  $X = \{-4; -2; -1; 0; 6\}$ . Sporządź tabelę i wykres funkcji.

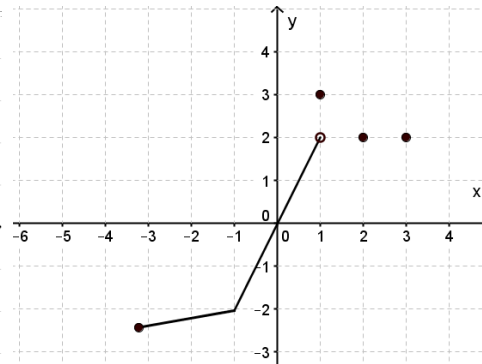


Zadanie 5. Który z poniższych rysunków jest wykresem funkcji? Odpowiedź uzasadnij.

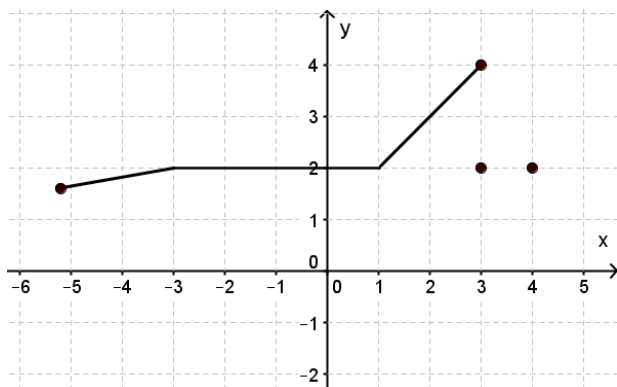
a)



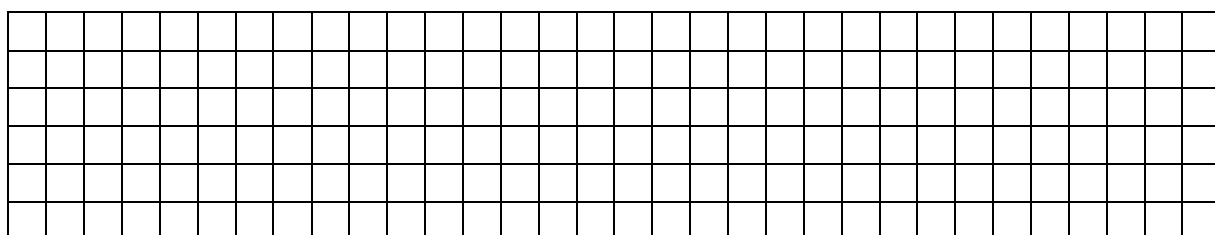
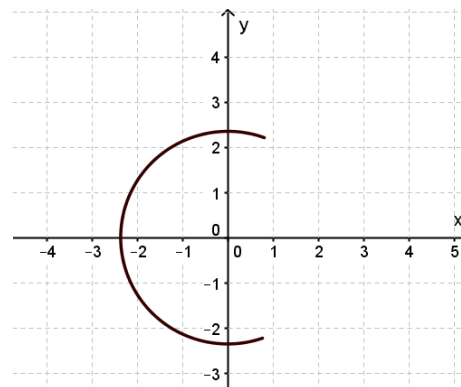
b)



c)

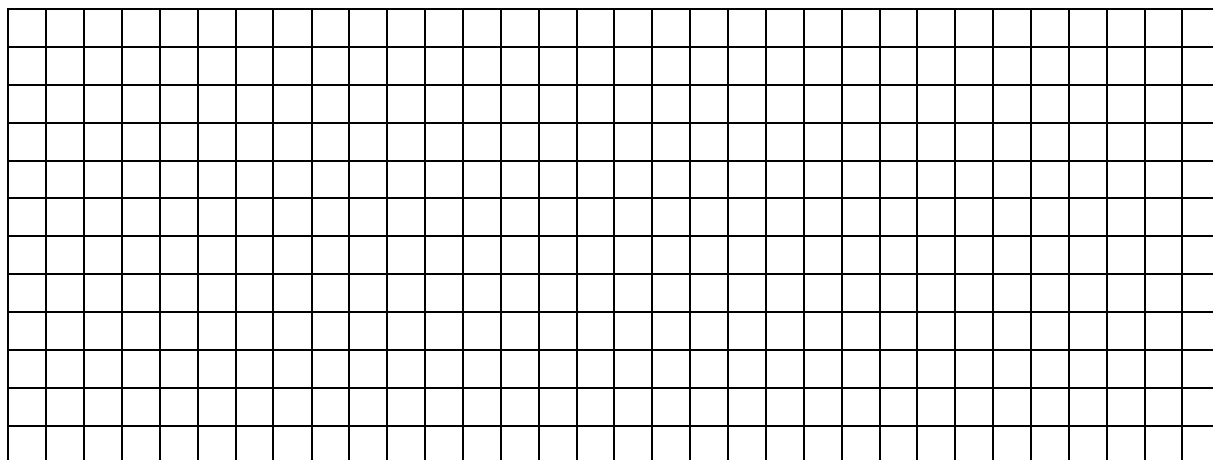


d)





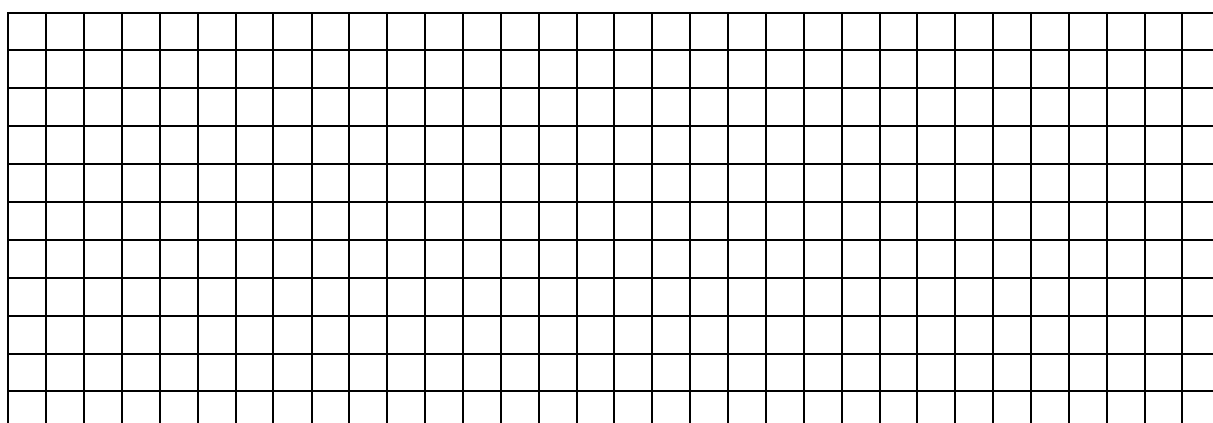
Zadanie 6. Dana jest funkcja opisana wzorem  $f(x) = 1,5x$ , której przeciwdziedziną jest zbiór  $Y = \{-6; -4,5; -3; 1,5; 9\}$ . Sporządź tabelę i wykres funkcji.



Zadanie 7. Narysuj wykresy funkcji  $f(x)$  opisanych następująco:

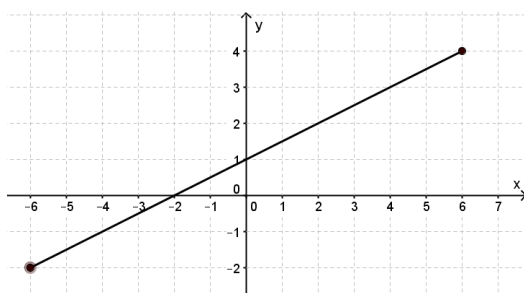
a)  $f(-3) = -1$      $f(-2) = 0$      $f(1) = -1$      $f(3) = 1$      $f(4) = 3$

b)  $f(-1\frac{1}{2}) = 3$      $f(\frac{1}{2}) = -5$      $f(1,5) = -2,5$      $f(4,5) = -7$      $f(0) = 2$

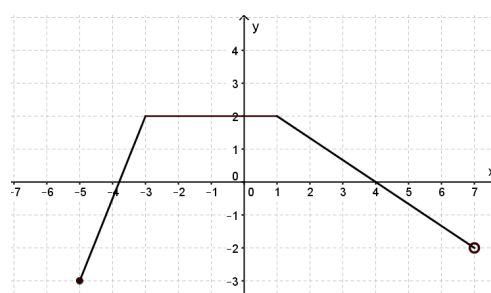


Zadanie 8. Podaj dziedzinę oraz zbiór wartości funkcji przedstawionych na wykresach.

a)



b)





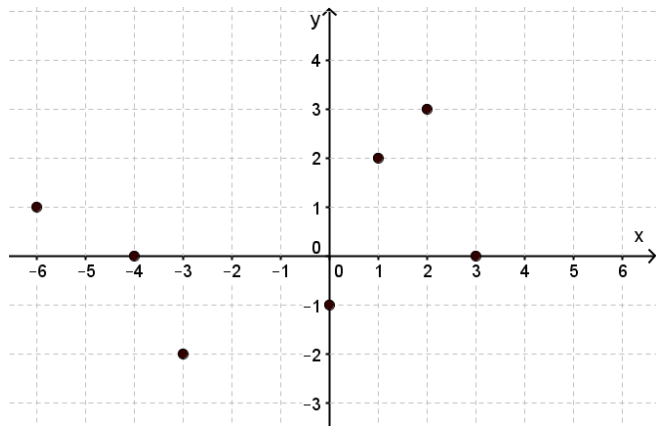
## Temat: Własności funkcji liczbowej

### Praca z apletem

- Otwórz plik o nazwie *funkcje05*.
- Kliknij w przycisk **Własności funkcji**. Przeanalizuj:
  - co to jest miejsce zerowe funkcji,
  - dla jakich argumentów funkcja jest rosnąca, dla jakich malejąca, a kiedy funkcja jest stała,
  - sprawdź co oznacza największa wartość funkcji, a co – najmniejsza wartość,
  - dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości dodatnie, dla jakich ujemne,
  - monotoniczność funkcji,
  - jakie są współrzędne punktów przecięcia się wykresu z osią x, a jakie z osią y.
- Powróć do **Strony Głównej** i wciśnij przycisk **Umiejętności**. Rozwiąż zadania i sprawdź poprawność swojej pracy.

### Zadania

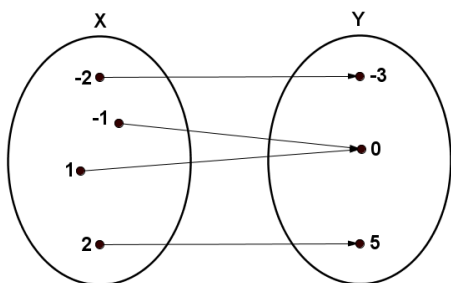
Zadanie 1. Na rysunku przedstawiono wykres funkcji.



- a) podaj miejsca zerowe funkcji,
- b) wyznacz dziedzinę i zbiór wartości funkcji,
- c) podaj najmniejszą i największą wartość funkcji,
- d) podaj, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje wartość 3,

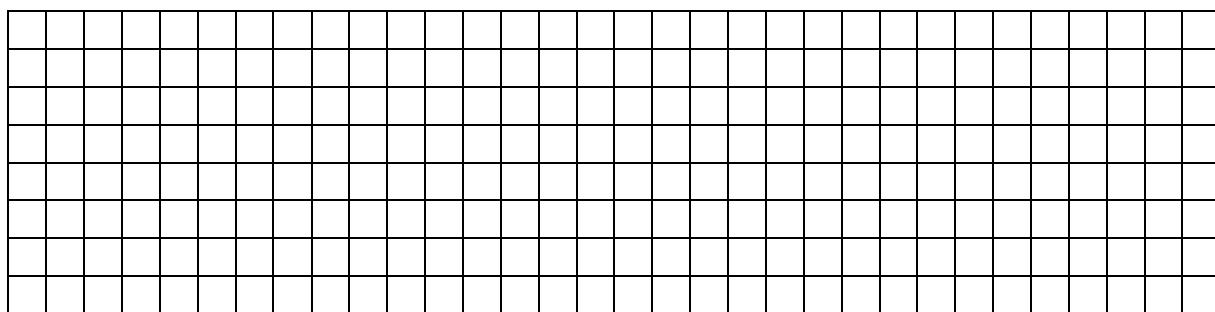

Zadanie 2. Podaj dziedzinę, zbiór wartości oraz miejsce zerowe funkcji przedstawionych poniżej:

a)

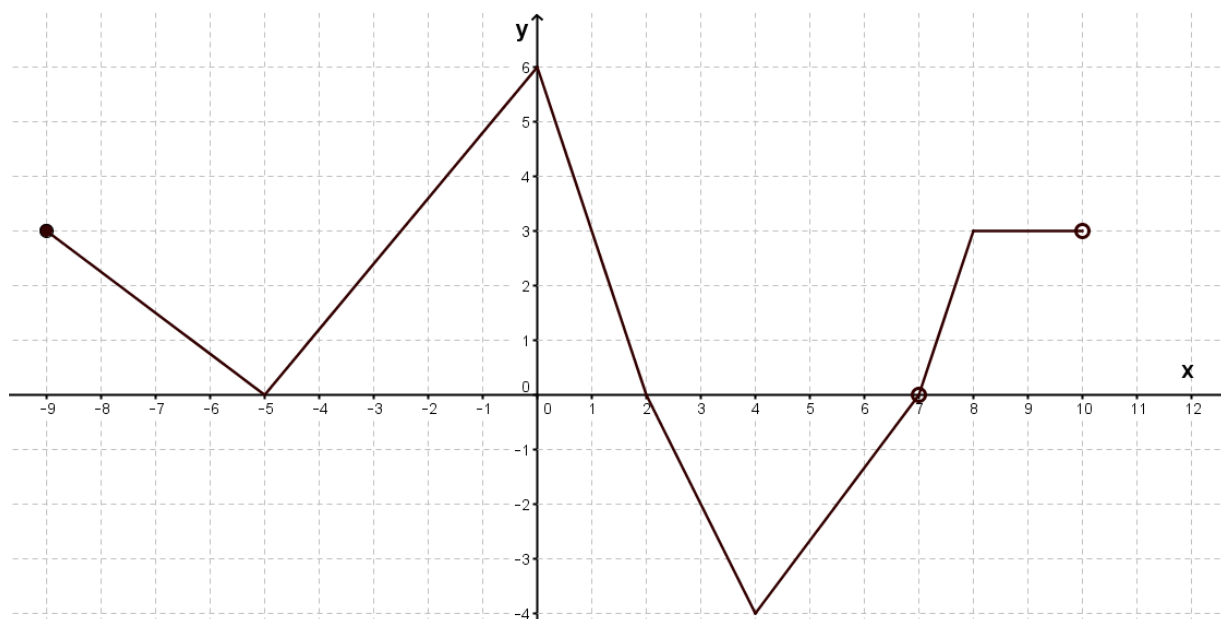


b)

x	-4,5	-3	-2	0	1,5	4	7,5
y	5	7	0	-2	-3	-8	-10

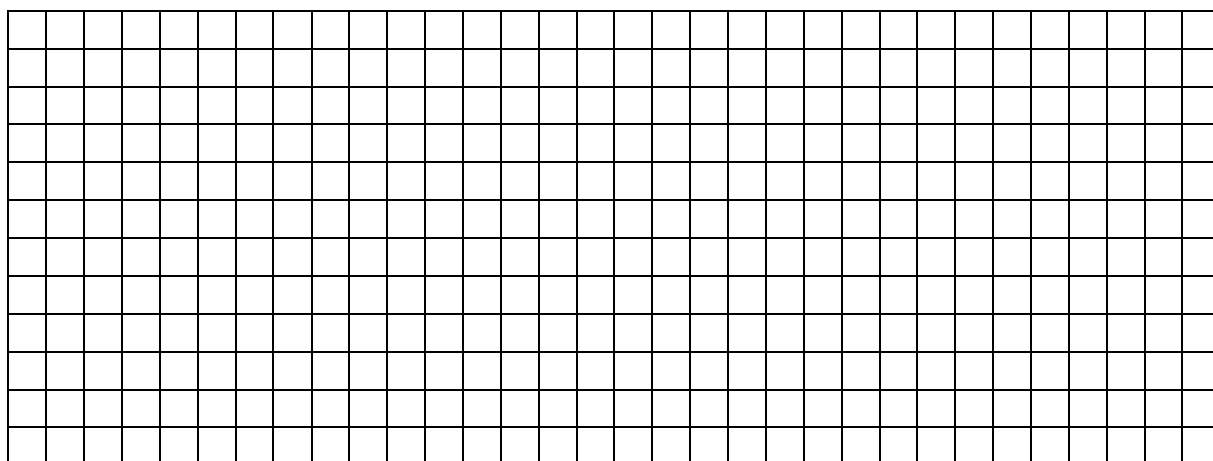


Zadanie 3. Na rysunku przedstawiono wykres funkcji.



Określ jej następujące własności:

- a) Podaj dziedzinę funkcji.
- b) Podaj zbiór wartości.
- c) Podaj miejsca zerowe funkcji.
- d) Podaj przedziały argumentów, w których funkcja jest malejąca.
- e) Podaj przedziały argumentów, w których funkcja jest rosnąca.
- f) Podaj przedział argumentów, dla których funkcja jest stała.
- g) Podaj najmniejszą i największą wartość funkcji.
- h) Dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości ujemne?
- i) Podaj argument, dla którego funkcja przyjmuje wartość  $-4$ .



Zadanie 4. Wykonaj wykres funkcji określonej w zbiorze liczb spełniających nierówność  $-4 \leq x \leq 3$ , wiedząc, że:

- miejscami zerowym funkcji są  $-2$  i  $3$ ,
- funkcja jest rosnąca w przedziale  $-4 \leq x \leq 1$ ,
- funkcja jest malejąca w przedziale  $1 \leq x \leq 3$ ,
- największa wartość funkcji  $3$ ,
- najmniejsza wartość funkcji  $-2$ ,
- wykres funkcji przecina oś  $y$  w punkcie  $(0, 2)$

