



---

Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla gimnazjów”  
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

# Skrypt 13

## Koło i okrąg

1. Okrąg i koło - podstawowe pojęcia (promień, średnica, cięciwa)
2. Wzajemne położenie dwóch okręgów
3. Wzajemne położenie prostej i okręgu. Styczna do okręgu
4. Długość okręgu i pole koła
5. Kąt środkowy (miara kąta jako część kąta pełnego), długość łuku
6. Pole wycinka koła
7. Pole pierścienia kołowego

**Opracowanie: GIM3**

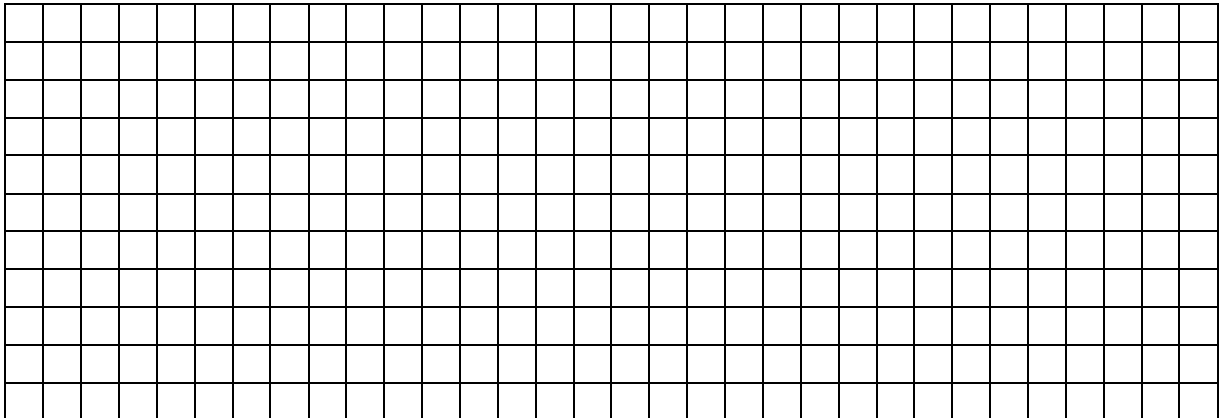
## Temat: Okrąg i koło - podstawowe pojęcia (promień, średnica, cięciwa)

### Praca z apletem

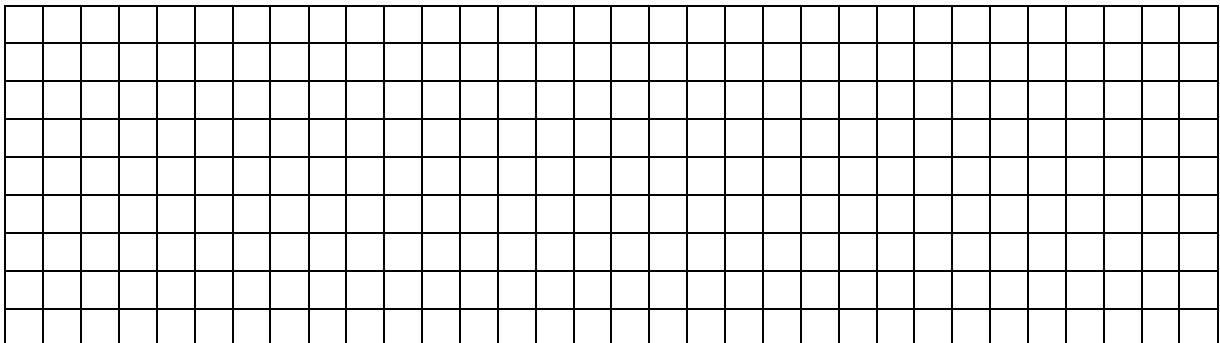
- Otwórz plik o nazwie *figury08*.
- Kliknij w przycisk **Wiedza**, a następnie, spróbuj zdefiniować pojęcia związane z kołem. W celu zobrazowania pojęć, uaktywnij dany przycisk. Sprawdź, czy prawidłowo określasz elementy koła, wybierając odpowiednie pola wyboru. Za pomocą suwaka o nazwie *r*, możesz zmieniać długość promienia.
- Powróć do **Strony Głównej** i wciśnij przycisk **Sprawdź się**. Wpisz w puste pole nazwę wskazanego elementu, zatwierdzając ENTEREM. W ten sposób uzyskasz informację zwrotną o poprawności wykonania zadania. Losuj kolejne przykłady, by sprawdzić czy potrafisz nazwać wszystkie elementy koła.

### Zadania

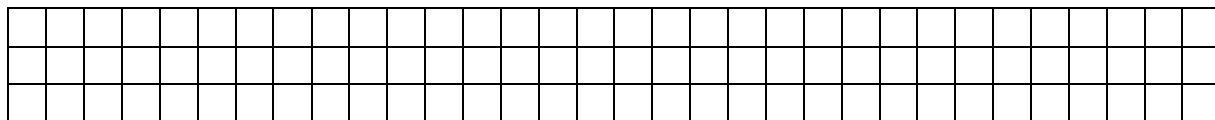
Zadanie 1. Narysuj koło o średnicy 5 cm, a w nim cięciwę długości 20 mm. Nazwij figury, które powstały po narysowaniu cięciwy.



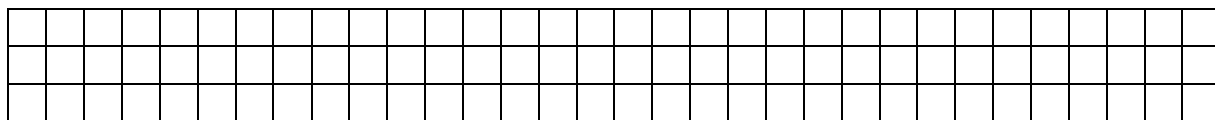
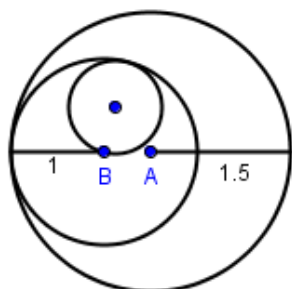
Zadanie 2. Do okręgu o promieniu 2 cm należą cztery punkty: K, L, M, N. Ile maksymalnie cięciw mogą wyznaczyć te punkty? Jaką długość może mieć najdłuższa cięciwa?



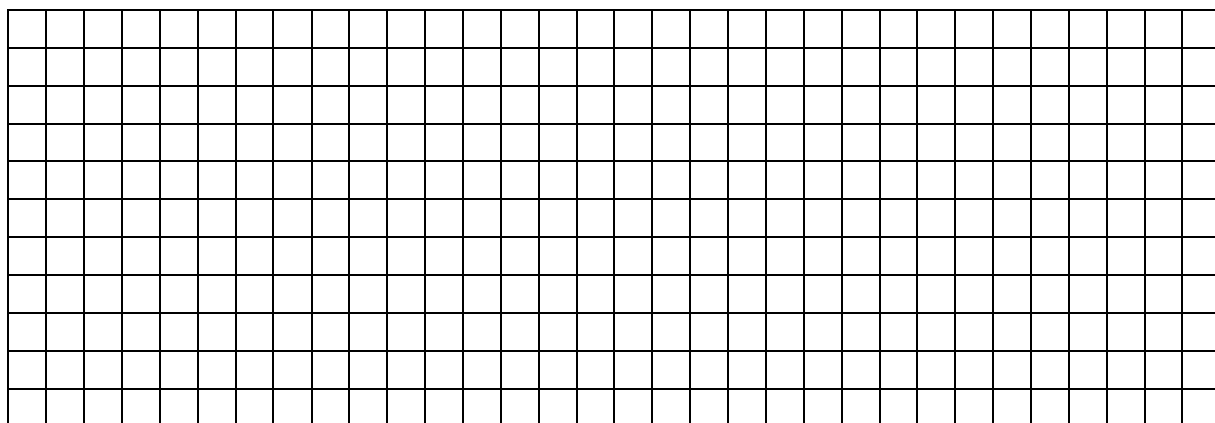




c)

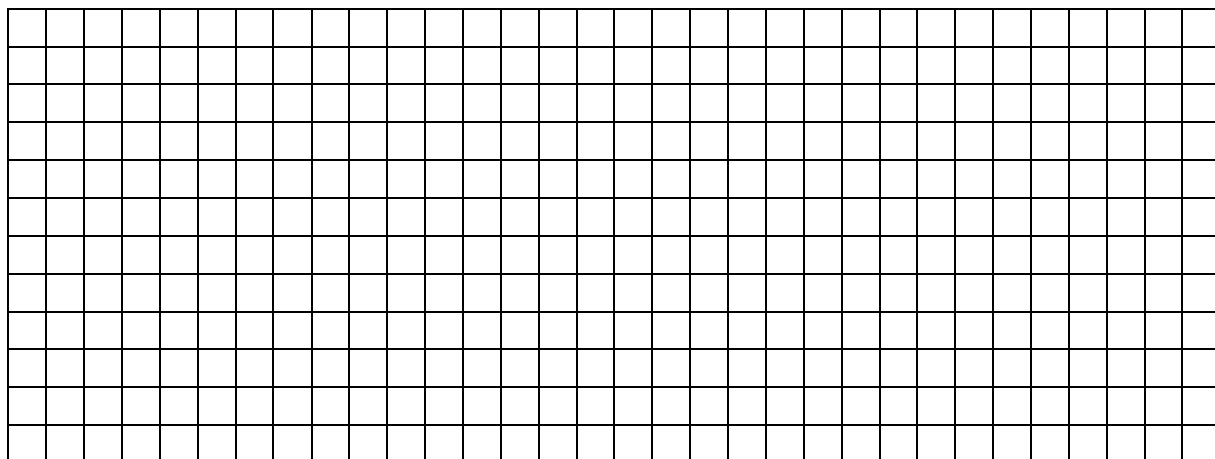


Zadanie 2. Dany jest odcinek o długości 4cm. Narysuj trzy przystające okręgi o średnicy 4cm, wzajemnie do siebie styczne.



Zadanie 3. Narysuj dwa okręgi o promieniach 2 cm i 3 cm, których odległość między środkami wynosi:

- a) 6 cm      b) 5 cm      c) 0 cm      d) 3 cm



## Temat: Wzajemne położenie prostej i okręgu. Styczna do okręgu

### Praca z apletem

- Otwórz plik o nazwie *figury10*.
- Kliknij w przycisk **Odkryj sam**, a następnie, zmieniając wartości suwaków:  $r$  (promień okręgu) i  $d$  (odległość prostej od środka okręgu), obserwuj jak zmienia się położenie prostej względem okręgu i ile punktów wspólnych ma ta prosta z okręgiem. Sprawdź poprawność swojego rozumowania, klikając w pole wyboru **Sprawdź**.
- Powróć do **Strony Głównej** i wciśnij przycisk **Umiejętności**.
  - Skonstruuj styczną do okręgu przechodzącą przez punkt leżący na okręgu. Pomoc uzyskasz, klikając w przycisk Konstrukcja 1. Suwak, etapy – Konstrukcja 1 pomoże ci przejść przez kolejne etapy konstrukcji. Najpierw jednak, próbuj samodzielnie wykonać taką konstrukcję, a w razie niepowodzenia dopiero skorzystaj z pomocy.
  - Skonstruuj styczne do okręgu przechodzące przez punkt leżący na zewnątrz okręgu. W tym celu uaktywnij przycisk Konstrukcja 2. Pomoc do kolejnych kroków konstrukcji uzyskasz, posługując się suwakiem etapy – Konstrukcja 2.
  - Rozwiąż zadania, klikając w klawisz Zadania. W zadaniu 1 masz podać ile punktów wspólnych ma prosta z okręgiem. W razie wątpliwości posłuż się pomocą w postaci wizualizacji. Zaznaczając pole wyboru Odpowiedź, sprawdź czy prawidłowo rozwiązałeś zadanie. W zadaniu 2 musisz wykazać się umiejętnością obliczania miary kątów, pamiętając, że styczna do okręgu jest prostopadła do promienia w punkcie styczności. Jeśli będziesz miał(a) problem z rozwiązaniem tego zadania, skorzystaj z kolejnych podpowiedzi. Zanim jednak skorzystasz z podpowiedzi, postaraj się samodzielnie dojść do jego rozwiązania. Zadanie 3 zostało zaczerpnięte ze zbioru zadań: Matematyka wokół nas; str. 36; klasa 2. W tym zadaniu powinieneś(naś) umieć skonstruować styczne do okręgu przechodzące przez końce prostopadłych do siebie średnic, a także umieć obliczyć obwód i pole otrzymanego czworokąta. Również i przy tym zadaniu nie zostajesz bez pomocy. Klikając w Rozwiązanie, uzyskasz wskazówki do kolejnych etapów rozwiązań.

### Zadania

Zadanie 1. Oblicz miarę kąta  $\beta$ .

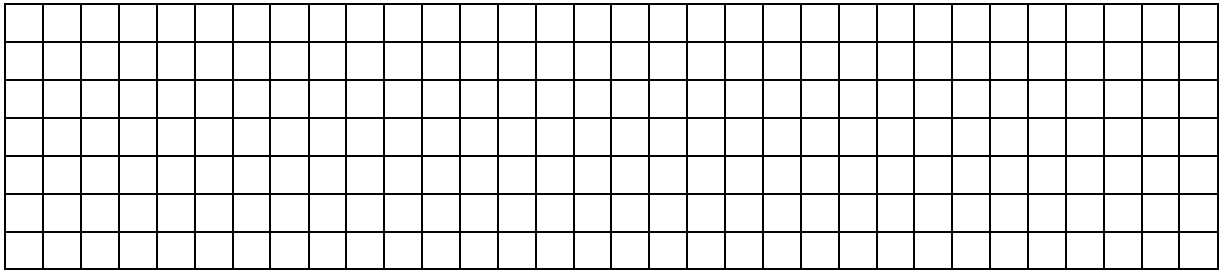




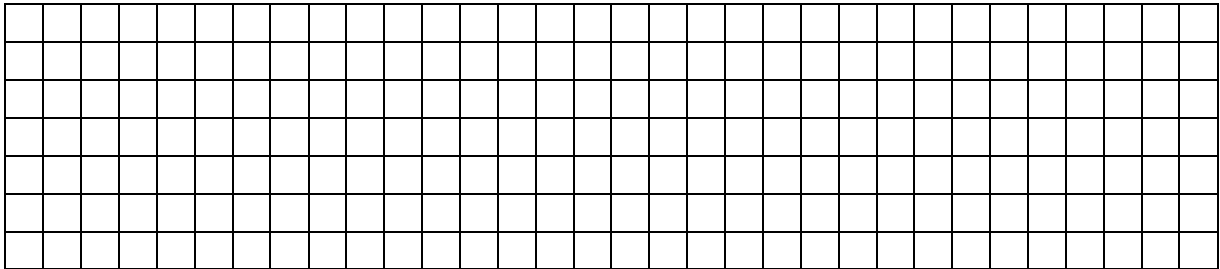




Zadanie 5. Klomb w kształcie koła o obwodzie 2,56 m ma być obsadzony różnymi kwiatami. Na środku klombu zaplanowano posadzić różę. W jakiej odległości od brzegu klombu należy posadzić różę?

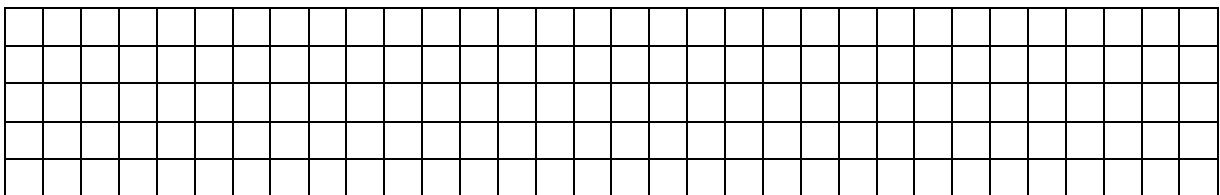


Zadanie 6. Kamil, Karol, Kornel i ich tata postanowili zamówić swoją ulubioną pizzę. Który wariant powinni wybrać, a może jest to bez znaczenia? I wariant: 1 duża pizza o promieniu 0,5 m; cena 40 zł; II wariant: 2 pizze o promieniu 25 cm; cena jednej pizzy 20 zł.



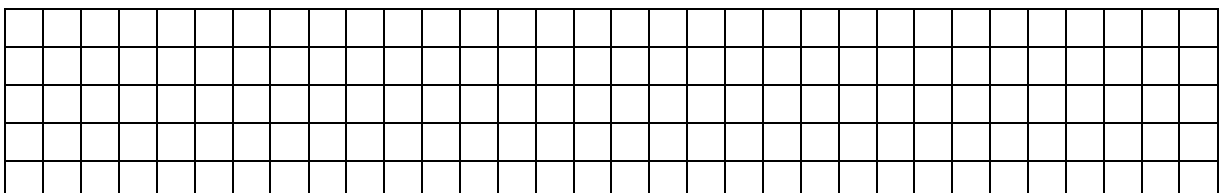
Zadanie 7. Oblicz pole koła, którego obwód wynosi:

- a) 25,12 cm
- b) 0,6 dm
- c)  $22 \pi$  m



Zadanie 8. Oblicz obwód koła, którego pole wynosi:

- a)  $64 \pi$  dm<sup>2</sup>
- b)  $0,25 \pi$  m<sup>2</sup>
- c)  $\frac{36}{144} \pi$  dm<sup>2</sup>





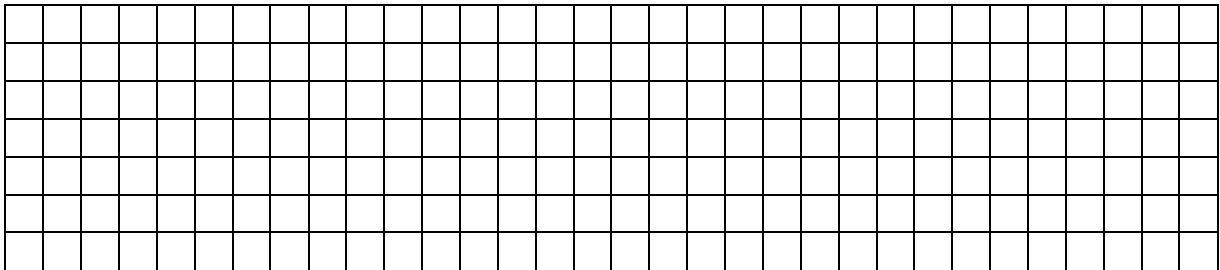
## Temat: Pole wycinka koła

### Praca z apletem

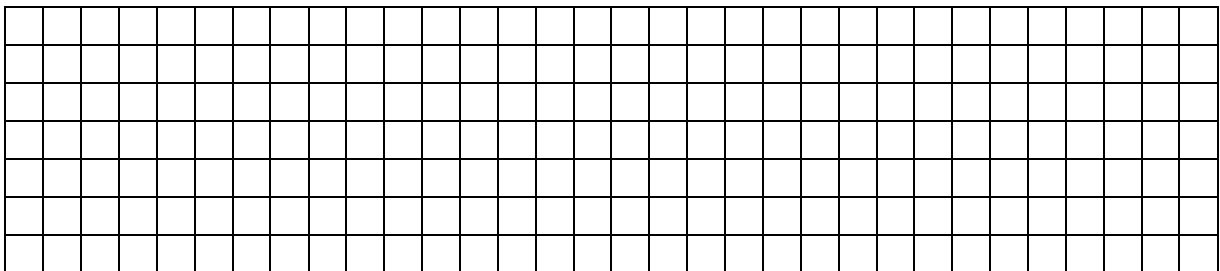
- Otwórz plik o nazwie *figury13*.
- Kliknij w przycisk **Wycinek koła – wiedza**. Przypomnij sobie pojęcie wycinka kołowego, a następnie klikając w pole wyboru definicja, sprawdź, czy prawidłowo go zdefiniowałeś(aś)
- Powróć do Strony **Głównej** i uaktywnij przycisk **Wycinek koła – zadania**. Rozwiąż je i sprawdź czy dobrze rozwiązałeś(aś).

### Zadania

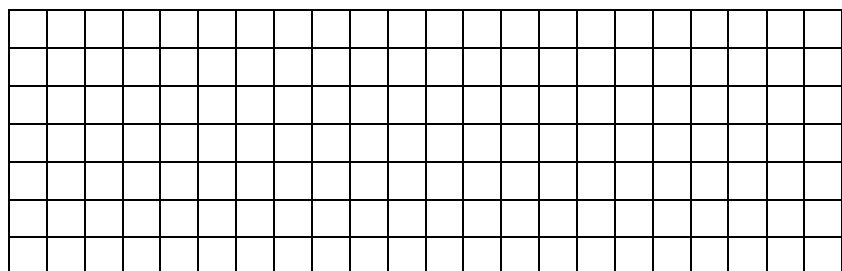
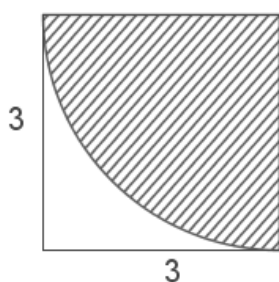
Zadanie 1. Z koła o średnicy 12 cm wycięto wycinek kołowy o kącie środkowym  $120^\circ$ . Oblicz pole tego wycinka.



Zadanie 2. Oblicz obwód koła, z którego wycięto wycinek kołowy o kącie  $60^\circ$  i polu  $216\pi$   $\text{cm}^2$ .



Zadanie 3. Oblicz pole niezakreskowanej figury.



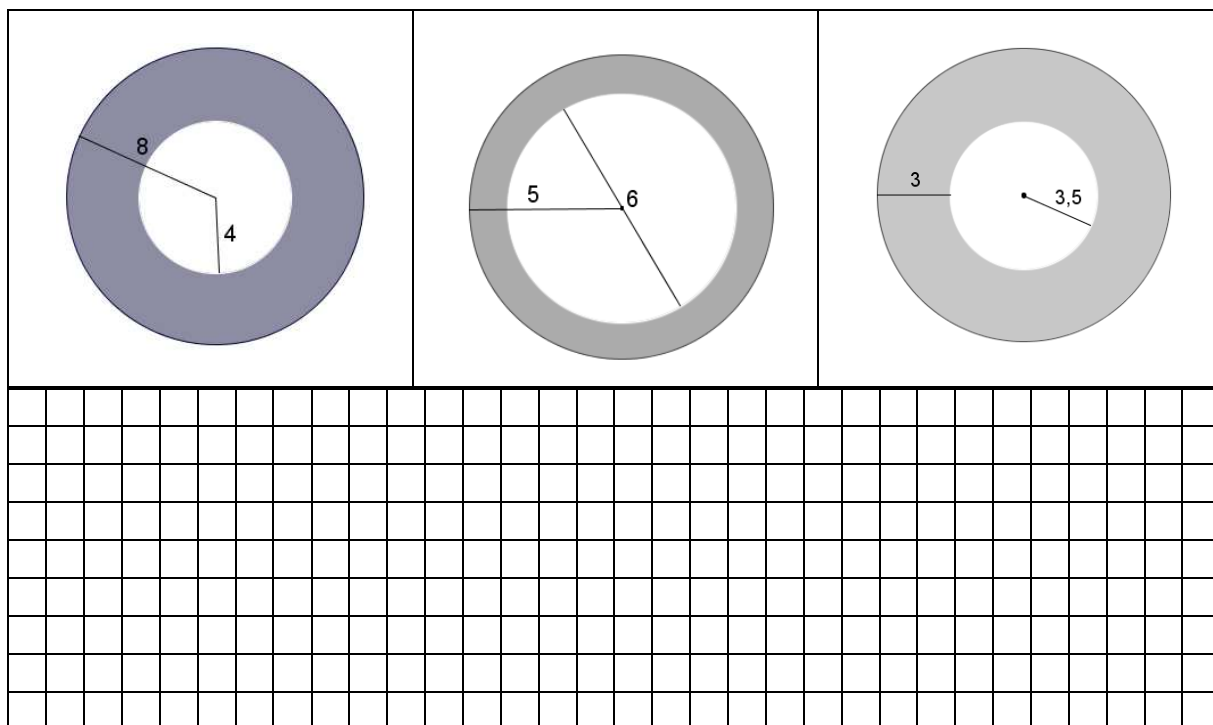
## Temat: Pole pierścienia kołowego

### Praca z apletem

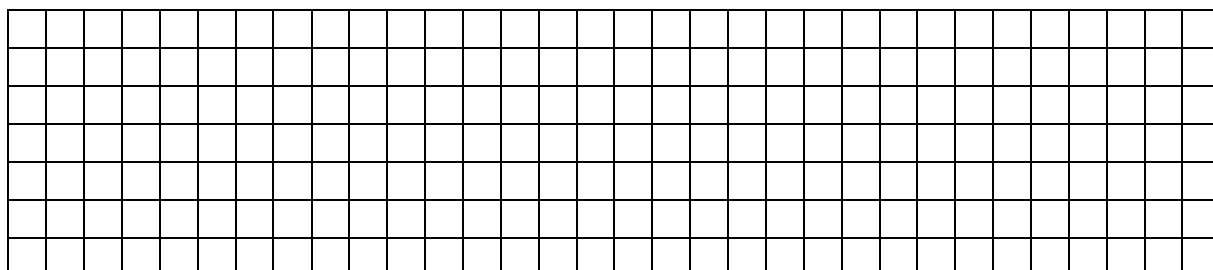
- Otwórz plik o nazwie *figury13*.
- Kliknij w przycisk **Pierścień kołowy – wiedza**. Wyjaśnij pojęcie pierścienia kołowego. Porównaj swoją definicję z definicją w aplecie.
- Powróć do Strony **Głównej** i uaktywnij przycisk **Pierścień kołowy – zadania**. Rozwiąż je i sprawdź poprawność wykonania. Upewnij się, czy wykonałeś je poprawnie. W tym celu kliknij w pole wyboru Rozwiązanie.

### Zadania

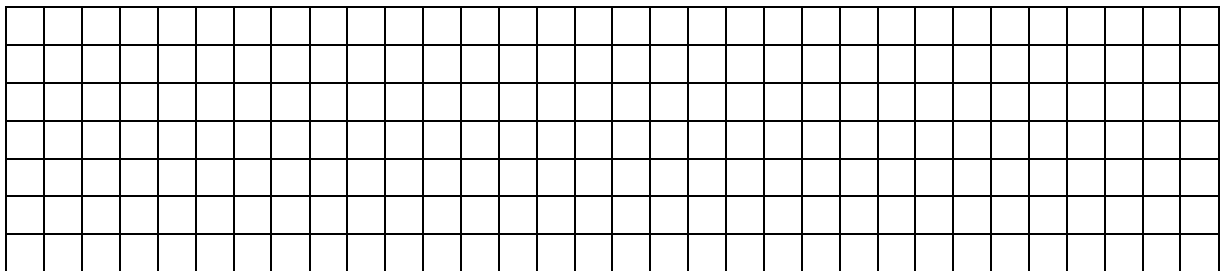
Zadanie 1. Oblicz pola pierścieni przedstawionych na rysunku.



Zadanie 2. Oblicz pole pierścienia, którego obwód zewnętrzny wynosi  $24\pi$  dm, a obwód wewnętrzny  $160\pi$  cm.



Zadanie 3. Oblicz różnicę pól kół o wspólnym środku (współśrodkowych), jeżeli promień jednego koła ma długość 1,5 dm, a obwód drugiego koła wynosi 3,6 m.



Zadanie 4. Oblicz pole pierścienia, jaki tworzą koła: opisany i wpisany w trójkąt równoboczny.

