KONKURS "ZOSTAŃ EUKLIDESEM"

ETAP I

TEST II

Podstawowe własności figur geometrycznych na płaszczyźnie

1. A. Wierzchołki trójkąta ABC leżą na okręgu o środku O. Jeżeli $|\sphericalangle BOC| = 140°$ i $|\sphericalangle AOB| = 100°$, to miary kątów tego trójkąta:

   (a) są równe $50°, 60°, 70°$

   (b) są wszystkie równe $60°$

   (c) mogą być równe $50°, 20°, 110°$ POPRAWNA

   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

   B. Miara kąta BAC trójkąta ABC wynosi $179°$. Niech O będzie środkiem okręgu opisanego na tym trójkącie. Miara kąta BOC:

   (a) wynosi $1°$

   (b) wynosi $2°$ POPRAWNA

   (c) może przyjmować różne wartości w zależności od miar pozostałych kątów trójkąta ABC

   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

   C. W trójkącie ABC środkowa przechodząca przez wierzchołek C jest dwa razy krótsza od boku AB. Wówczas:

   (a) kąt ACB jest ostry

   (b) kąt ACB może być rozwarty

   (c) kąt ACB jest prosty POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Długość przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego ABC jest równa 2. Wynika z tego, że:

(a) promień okręgu opisanego na tym trójkącie ma długość większą od $\sqrt{2}$

(b) promień okręgu wpisanego w ten trójkąt ma długość większą od $\sqrt{2}-1$

(c) pole tego trójkąta jest większe od 1

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

E. Na okręgu leżą punkty A, B, C, D w takiej kolejności, że cięciwy AC i BD przecinają się w punkcie S leżącym wewnątrz okręgu. Wynika stąd, że :

(a) trójkąt ABS jest podobny do trójkąta DCS POPRAWNA

(b) trójkąt ACD jest podobny do trójkąta DBA

(c) $|\sphericalangle BSC| \neq |\sphericalangle ABS| + |\sphericalangle CDS|$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Niech O będzie środkiem okręgu opisanego na trójkącie ostrokątnym ABC. Wtedy:

(a) jeżeli $|\sphericalangle AOB| > |\sphericalangle BOC| > 90^\circ$, to pole $\triangle AOB <$ pole $\triangle BOC$ POPRAWNA

(b) pola trójkątów AOB, BOC, COA są równe

(c) jeżeli $|AB| > |BC|$, to pole $\triangle AOB >$ pole $\triangle BOC$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Jeżeli trójkąt ma bok długości $\sqrt{2}$ i jest wpisany w okrąg o promieniu długości 1, to ma kąt:

(a) o mierze mniejszej niż 30°

(b) o mierze równej 45°

(c) rozwarty

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

H. Promień okręgu opisanego na trójkącie ma długość $R = \sqrt{3}$. Wtedy:

(a) jeżeli trójkąt ten jest równoboczny, to jego bok ma długość $a = 2$

(b) jeżeli trójkąt ten jest prostokątny, to jego przeciwprostokątna ma długość $2\sqrt{3}$ POPRAWNA

(c) jeżeli trójkąt ten jest równoramienny, to jego bok ma długość $a = 4$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Jeśli długość jednego z boków trójkąta jest równa długości promienia okręgu opisanego na tym trójkącie, to :

(a) jest to trójkąt prostokątny

(b) jeden z kątów tego trójkąta ma miarę $\frac{\pi}{6}$ lub ma miarę $\frac{5\pi}{6}$ POPRAWNA

(c) jest to trójkąt ostrokątny

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. W trójkącie promień okręgu opisanego na nim jest dwa razy dłuższy od promienia okręgu wpisanego w niego. Wynika z tego, że taki trójkąt:

(a) nie istnieje

(b) jest prostokątny

(c) jest rozwartokątny

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

2. A. W trójkącie promień okręgu opisanego na nim jest 100 razy dłuższy od promienia okręgu wpisanego w niego. Wtedy:

   (a) trójkąt ten nie może być prostokątny
   (b) trójkąt ten nie może być prostokątny
   (c) trójkąt ten nie może być ostrokątny
   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

   B. Dany jest trójkąt rozwartokątny nierównoramienny. Z wierzchołka kąta rozwartego poprowadzono wysokość, środkową i dwusieczną kąta. Wtedy:

   (a) dwusieczna jest pomiędzy środkową i wysokością POPRAWNA
   (b) środkowa jest pomiędzy dwusieczną i wyokością
   (c) wzajemne położenie wysokosci, środkowej i dwusiecznej zależy od trójkąta
   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

   C. W trójkąt równoramienny ABC wpisano okrąg styczny do boków BC, CA, AB odpowiednio w punktach A', B', C'. Wynika stąd, że trójkąt A', B', C':

   (a) ma jeden z kątów równy jednemu z kątów trójkąta ABC POPRAWNA
   (b) nie musi być równoramienny
   (c) jest podobny do trójkąta ABC
   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

   D. Długości a, b, c boków trójkąta spełniają warunek $a^2 + b^2 > c^2$. Wynika z tego, że :

   (a) trójkąt ten jest równoramienny

(b) kąt leżący naprzeciwko boku o długości c jest ostry POPRAWNA

(c) trójkąt ten nie jest prostokątny

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Dla dowolnych czterech różnych punktów A, B, C, D leżących na płaszczyźnie, z warunków $AB \perp CD$ i $AC \perp BD$ wynika, że :

(a) trójkąt ABD jest prostokątny

(b) AD nie musi być prostopadły do BC

(c) punkt D jest punktem wspólnym wysokości trójkąta ABC POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Dany jest trójkąt prostokątny ABC. Odcinek CD jest wysokością tego trójkąta poprowadzoną z wierzchołka kąta prostego. Długości wszystkich boków trójkąta ABC są liczbami wymiernymi. Wynika z tego, że:

(a) długość odcinka CD jest liczbą wymierną POPRAWNA

(b) długość promienia okręgu wpisanego w trójkąt ABC jest liczbą wymierną

(c) długość odcinka AD jest liczbą wymierną

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Punkt D leży wewnątrz danego kąta ostrego o wierzchołku A. Wtedy na ramionach tego kąta istnieją takie punkty B, C, że punkty A, B, C nie są współliniowe i odcinek AD:

(a) jest w trójkącie ABC środkową POPRAWNA

(b) jest zawarty w symetralnej jednego z boków trójkąta ABC

(c) jest zawarty w dwusiecznej jednego z kątów trójkąta ABC

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Punkt P leży na boku AB trójkąta ABC, a punkt Q leży na boku BC tego trójkąta. Odcinek PQ jest równoległy do boku AC i dzieli trójkąt ABC na figury o równych polach. Wynika z tego, że długość wysokości trójkąta PBQ poprowadzonej z wierzchołka B i długość wysokości trójkąta ABC poprowadzonej z wierzchołka B są w stosunku:

(a) $1 : 2$

(b) $1 : \sqrt{2}$ POPRAWNA

(c) $1 : 3$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. W trójkącie ABC punkt D jest środkiem boku BC, zaś punkt E jest dowolnie wybranym punktem odcinka DB. Prosta przechodząca przez E i dzieląca trójkąt ABC na części o równych polach przecina bok AC w punkcie F . Wynika z tego, że:

(a) $AB \parallel EF$

(b) $AB \parallel DF$

(c) $AE \parallel DF$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Niech a, b, c będą długościami boków pewnego trójkąta. Jeśli pole tego trójkąta jest równe $\frac{ab}{2}$, to zachodzi nierówność:

(a) $2c > a + b$ POPRAWNA

(b) $a^2 + b^2 > c^2$

(c) $a^2 + b^2 < c^2$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

3. A. Dowolny trójkąt można podzielić na:

(a) trzy trójkąty prostokątne POPRAWNA

(b) trzy trójkąty równoboczne

(c) dwa trójkąty podobne do niego

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Przekątne czworokąta dzielą go na 4 trójkąty o równych polach. Wynika stąd, że ten czworokąt jest:

(a) kwadratem

(b) prostokątem

(c) równoległobokiem POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Przecinając prostokąt prostą:.

(a) można otrzymać trójkąt i pięciokąt POPRAWNA

(b) nie można otrzymać dwóch czworokątów

(c) nie można otrzymać trójkąta i czworokąta

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Przekątne czworokąta $ABCD$ przecinają się w punkcie E pod kątem prostym. Pola trójkątów ABE i CDE są równe. Wynika stąd, że:

(a) $AD \perp BC$

(b) $AD \parallel BC$ POPRAWNA

(c) $AB \parallel CD$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Pięć prostych na płaszczyźnie może dzielić tę płaszczyznę na:

(a) co najwyżej 16 części POPRAWNA

(b) co najwyżej 17 części

(c) co najwyżej 18 części

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. W czworokącie wypukłym $ABCD$ przekątne przecinają się w takim punkcie P, że pola trójkątów ADP i BCP są równe. Z tego wynika, że czworokąt ten jest:

(a) kwadratem

(b) rombem

(c) trapezem równoramiennym

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAW- NA

G. Odcinek AD, gdzie D leży na odcinku BC dzieli trójkąt ABC na dwa trójkąty podobne do niego. Wynika z tego, że trójkąt ABC jest:

(a) równoramienny

(b) prostokątny POPRAWNA

(c) ostrokątny

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. W wyniku przecięcia trójkąta równobocznego prostą można otrzymać:

(a) trójkąt równoboczny i trapez równoramienny POPRAWNA

(b) dwa trójkąty równoramienne

(c) trójkąt prostokątny i trapez

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Sześć prostych na płaszczyźnie może dzielić tę płaszczyznę na:

(a) co najwyżej 25 części

(b) co najwyżej 23 części

(c) co najwyżej 22 części POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Płaszczyznę podzielono na dwa niepuste i rozłączne zbiory A, B. Wtedy:

(a) istnieje taka liczba $r > 0$, dla której nie ma pary punktów zbioru A ani pary punktów zbioru B odległych o r

(b) dla dowolnej liczby $r > 0$ istnieją dwa punkty należące do A lub dwa punkty należące do B odległe o r POPRAWNA

(c) dla dowolnej liczby $r > 0$ istnieją dwa punkty należące do A odległe o r

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

4. A. W trapez można wpisać okrąg. Zatem:

(a) trapez ten jest równoramienny

(b) suma długości podstaw tego trapezu jest równa sumie długości jego ramion POPRAWNA

(c) suma miar przeciwległych kątów wewnętrznych tego trapezu wynosi $180°$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Jedna z podstaw trapezu równoramiennego o polu 20 ma długość 8, a druga 2. Wówczas:

(a) promień okręgu wpisanego w ten trapez ma długość 2 POPRAWNA

(b) w ten trapez nie da się wpisać okręgu

(c) na tym trapezie nie da się opisać okręgu

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Kolejne trzy kąty czworokąta mają miary $180°, 90°, 100°$. Wtedy:

(a) na tym czworokącie nia da się opisać okręgu

(b) na tym czworokącie można opisać okrąg POPRAWNA

(c) w ten czworokąt da się wpisać okrąg

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Miary kolejnych kątów czworokąta pozostają w stosunku $2:3:4:3$. Wtedy:

(a) na tym czworokącie można opisać okrąg POPRAWNA

(b) na tym czworokącie nia da się opisać okręgu

(c) w ten czworokąt da się wpisać okrąg

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Na trapezie o przekątnej długości $3\sqrt{3}$ i kącie ostrym 60° opisano okrąg. Wówczas:

(a) trapez ten nie musi być równoramienny

(b) długość promienia tego okręgu wynosi $3\sqrt{3}$

(c) długość promienia tego okręgu wynosi 3 POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. W trapezie równoramiennym o polu 60 ramiona mają długość 10, a wysokość 6. Wówczas:

(a) kąt ostry trapezu ma miarę 60°

(b) obwód trapezu wynosi 45

(c) w trapez ten można wpisać okrąg POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Długości kolejnych boków czworokąta wypukłego wynoszą $a+3, 2a, 3a, 2a+3$. Wtedy:

(a) w czworokąt ten można wpisać okrąg POPRAWNA

(b) w czworokąt ten nie można wpisać okręgu

(c) na czworokącie tym można opisać okrąg

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Długości kolejnych boków czworokąta wynoszą $2m$, $3m$, $4m$, $5m$ Wtedy:

(a) w czworokąt ten można wpisać okrąg

(b) w czworokąt ten nie można wpisać okręgu POPRAWNA

(c) na czworokącie tym można opisać okrąg

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Trapez prostokątny o polu 20 i obwodzie 20 jest opisany na pewnym okręgu. Długość promienia tego okręgu:

(a) wynosi 2 POPRAWNA

(b) wynosi 1

(c) nie jest wyznaczona jednoznacznie

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. W trapez równoramienny o ramionach długości 2 i krótszej podstawie o długości 1 wpisano okrąg. Średnica tego okręgu ma długość:

(a) 1

(b) $\sqrt{3}$ POPRAWNA

(c) $1 + \sqrt{3}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

5. A. Trzy trójkąty leżą na płaszczyźnie tak, że suma każdej pary jest figurą wypukłą. Wówczas:

(a) suma wszystkich trzech trójkątów jest figurą wypukłą POPRAWNA

(b) suma tych trzech trójkątów nie może być czworokątem

(c) dwa z tych trójkątów muszą się zawierać jeden w drugim
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Wielokąt W jest zawarty we wnętrzu wielokąta V. Wynika z tego, że:

(a) obwód $W \leqslant$ obwód V
(b) pole $W =$ pole V
(c) jest możliwe, aby obwód $W =$ obwód V POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Wielokąt V jest zawarty we wnętrzu wielokąta W. Wynika z tego, że:

(a) jeśli wielokąt V jest wypukły, to obwód $V \leqslant$ obwód W POPRAWNA
(b) nie jest możliwe, aby pole $V =$ pole W
(c) obwód $V \leqslant$ obwód W
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Jeżeli suma dwóch kół jest zbiorem wypukłym, to:

(a) te koła mają wspólny środek
(b) suma ta nie musi być kołem
(c) jedno z tych kół jest zawarte w drugim POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Jeśli A i B są wypukłymi podzbiorami płaszczyzny, to wypukły jest też zbiór:

(a) $A \cap B$ POPRAWNA
(b) $A \cup B$
(c) $A \setminus B$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Na płaszczyźnie dane są różne punkty A, B, C, D . Zbiór tych punktów płaszczyzny, które leżą bliżej punktu A niż każdego z punktów B, C, D:

(a) może być pusty

(b) jest wypukły POPRAWNA

(c) jest zawsze nieograniczony

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Jeżeli suma dwóch prostokątów jest zbiorem wypukłym, to:

(a) jest ona prostokątem

(b) jeden z prostokątów jest zawarty w drugim

(c) jeden z prostokątów jest zawarty w drugim lub boki jednego z prostokątów są równoległe do odpowiednich boków drugiego prostokąta

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

H. Dane są trzy wypukłe podzbiory płaszczyzny o tej własności, że suma każdej pary też jest wypukła. Wtedy:

(a) suma wszystkich trzech zbiorów nie musi być wypukła

(b) jeden z tych zbiorów jest zawarty w drugim

(c) suma tych trzech zbiorów może być trójkątem POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Suma dwóch czworokątów wypukłych nie może być:

(a) sześciokątem wypukłym

(b) trójkątem

(c) pięciokątem wypukłym

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAW-NA

J. Dane są trzy wypukłe podzbiory płaszczyzny o tej własności, że suma każdej pary też jest wypukła. Wtedy:

(a) suma wszystkich trzech zbiorów jest wypukła POPRAWNA

(b) co najmniej jeden z nich jest wypukły

(c) wszystkie trzy zbiory muszą być wypukłe

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

6. A. Niech punkt P należy do wnętrza trójkąta ABC. Niech h_a, h_b, h_c oznaczają długości wysokości trójkąta ABC poprowadzonych odpowiednio z wierzchołków A, B, C, zaś w_a, w_b, w_c - odległości punktu P odpowiednio od boków BC, AC, AB. Wtedy:

(a) $\frac{w_a}{h_a} + \frac{w_b}{h_b} + \frac{w_c}{h_c} = 1$ POPRAWNA

(b) $\frac{w_a}{h_a} + \frac{w_b}{h_b} + \frac{w_c}{h_c} > 1$

(c) $\frac{w_a}{h_a} + \frac{w_b}{h_b} + \frac{w_c}{h_c} < 1$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Niech h_a, h_b, h_c oznaczają długości wysokości trójkąta ABC poprowadzonych odpowiednio z wierzchołków A, B, C, zaś r - długość promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt. Wtedy:

(a) $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$ POPRAWNA

(b) $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = r$

(c) $h_a + h_b + h_c = 3r$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Jeżeli w trójkącie ABC kąt ACB jest ostry i punkt D jest spodkiem wysokości opuszczonej z wierzchołka A, to:

(a) $|AB|^2 = |BC|^2 + |AC|^2 - |BC||DC|$
(b) $|AB|^2 = |BC|^2 + |AC|^2 + |BC||DC|$
(c) $|AB|^2 = |BC|^2 + |AC|^2 - 2|BC||DC|$ POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Jeżeli w trójkącie ABC kąt ACB jest rozwarty i punkt D jest spodkiem wysokości opuszczonej z wierzchołka A, to:

(a) $|AB|^2 = |BC|^2 + |AC|^2 + 2|BC||DC|$ POPRAWNA
(b) $|AB|^2 = |BC|^2 + |AC|^2 + |BC||DC|$
(c) $|AB|^2 = |BC|^2 + |AC|^2 - 2|BC||DC|$
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Jeżeli w trójkącie ABC punkt D należy do boku AB, to:

(a) $|CD|^2|AB| = |BC|^2|BD| + |AC|^2|AD| - |AB||AD||DB|$
(b) $|CD|^2|AB| = |BC|^2|AD| + |AC|^2|DB| - |AB||AD||DB|$ POPRAWNA
(c) $|CD|^2|AB| = |BC|^2|AD| + |AC|^2|DB| + |AB||AD||DB|$
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Niech w trójkącie ABC o bokach a, b, c punkt D należy do boku AB, zaś CD będzie odcinkiem dwusiecznej o początku C. Jeśli oznaczymy $|CD| = d_c$, to:

(a) $d_c^2 = \frac{ab}{a+b}(a + b - \frac{c^2}{a+b})$ POPRAWNA
(b) $d_c^2 = \frac{bc}{b+c}(b + c - \frac{a^2}{b+c})$
(c) $d_c^2 = \frac{ac}{a+c}(a + c - \frac{b^2}{a+c})$
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Niech w trójkącie ABC o bokach $a,\ b,\ c\ m_a$ oznacza długość środkowej, której jednym końcem jest wierzchołek A. Wtedy:

(a) $m_a^2 = \frac{1}{2}(2b^2 + 2c^2 - a^2)$

(b) $m_a^2 = \frac{1}{3}(2b^2 + 2c^2 - a^2)$

(c) $m_a^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2)$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Niech a, b, c oznaczają długości boków trójkąta ABC. Wtedy prawdziwa jest nierówność:

(a) $(a + b - c)(b + c - a)(c + a - b) \leqslant abc$ POPRAWNA

(b) $(a + b - c)(b + c - a)(c + a - b) \geqslant abc$

(c) $(a + b - c)(b + c - a)(c + a - b) < abc$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Niech a, b, c oznaczają długości boków trójkąta ABC, zaś s - połowę jego obwodu. Wtedy prawdziwa jest nierówność:

(a) $(s - c)(s - b)(s - a) < \frac{1}{8}abc$

(b) $(s - c)(s - b)(s - a) \geqslant \frac{1}{8}abc$

(c) $(s - c)(s - b)(s - a) \leqslant \frac{1}{8}abc$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Niech a, b, c oznaczają długości boków trójkąta ABC, P - jego pole, zaś s - połowę jego obwodu. Wtedy prawdziwa jest nierówność:

(a) $\frac{P^2}{s} \geqslant \frac{1}{8}abc$

(b) $\frac{P^2}{s} \leqslant \frac{1}{8}abc$ POPRAWNA

(c) $\frac{P^2}{s} > \frac{1}{8}abc$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

7. A. Równanie $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 10 = 0$ opisuje na płaszczyźnie:

(a) okrąg
(b) jeden punkt POPRAWNA
(c) zbiór pusty
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Równanie $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ opisuje na płaszczyźnie:

(a) okrąg POPRAWNA
(b) jeden punkt
(c) zbiór pusty
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Równanie $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 14 = 0$ opisuje na płaszczyźnie:

(a) okrąg
(b) jeden punkt
(c) zbiór pusty POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Okrąg $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ oraz prosta $x - y - 2 = 0$ są tak położone na płaszczyźnie, że:

(a) są styczne
(b) odległość środka okręgu od prostej wynosi $2\sqrt{2}$
(c) mają dwa punkty wspólne POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Okrąg $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ oraz prosta $x - y - 2 = 0$ są tak położone na płaszczyźnie, że:

(a) są styczne

(b) odległość środka okręgu od prostej wynosi $\sqrt{2}$ POPRAWNA
(c) nie mają punktów wspólnych
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Prosta l jest styczna do okręgu o równaniu $x^2+y^2-2x+2y-2=0$, gdy ma równanie:

(a) $l : x = 2$
(b) $l : x + y = 3$
(c) $l : x + \sqrt{3}y = 5 - \sqrt{3}$ POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Prosta l jest styczna do okręgu o równaniu $x^2+y^2-2x+2y-2=0$, gdy ma równanie:

(a) $l : x = 2$
(b) $l : x + y = 3$
(c) $l : x - \sqrt{3}y = 5 + \sqrt{3}$
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

H. Podzbiór płaszczyzny opisany nierównościami $a^2 \leqslant (x-1)^2 + (y-1)^2 < b$:

(a) może być niepusty i wypukły POPRAWNA
(b) nie może być pusty
(c) może być okręgiem
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Jeżeli prosta $y - x = b$ przecina okrąg $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$, to:

(a) $b \leqslant -2$
(b) $b \leqslant 2\sqrt{2} - 2$ POPRAWNA

(c) $b \leqslant -5$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Na to, by równanie $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ opisywało okrąg:

(a) wystarczy założyć, że $c < 0$ POPRAWNA

(b) nie potrzeba żadnych dodatkowych warunków

(c) wystarczy założyć, że $a > 0, b > 0, c > 0$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

8. A. Jeżeli cztery różne okręgi są parami styczne, to:

(a) nie mogą mieć wszystkie takiej samej długości promienia POPRAWNA

(b) mają wspólny dla wszystkich czterech okręgów punkr styczności

(c) wszystkie mają tę samą długość promienia

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Zbiór A jest sumą dwóch okręgów, które mają dokładnie jeden punkt wspólny, a L jest prostą. Zbiór $A \cap L$:

(a) nie może być jednoelementowy

(b) może być trzyelementowy POPRAWNA

(c) nie może być dwuelementowy

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Jeżeli w pierścieniu kołowym o promieniu wewnętrznym r i promieniu zewnętrznym R można umieścić odcinek o długości 10, to szerokość tego pierścienia:

(a) może być dowolnie mała POPRAWNA

(b) musi być większa od 5

(c) musi być większa od $10\sqrt{2}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Na płaszczyźnie dane są trzy koła: $K_1 : x^2 + y^2 \leqslant 4$, $K_2 : (x-1)^2 + y^2 \leqslant 1$, $K_3 : (x+1)^2 + y^2 \leqslant 1$. Punkt o współrzędnych $(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$ należy do zbioru:

(a) K_3

(b) $K_2 \cup K_3$

(c) $K_1 \setminus K_2$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Odległość koła $(x-2)^2 + (y-3)^2 \leqslant 1$ od III ćwiartki układu współrzędnych jest równa:

(a) $\sqrt{13} - 1$ POPRAWNA

(b) 3

(c) $\sqrt{2} + 1$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Okrąg o promieniu 2 jest styczny zewnętrznie do okręgu o promieniu 3 i obydwa te okręgi są styczne wewnętrznie do okręgu o promieniu 7. Środki tych okręgów:

(a) tworzą wierzchołki trójkąta prostokątnego

(b) tworzą wierzchołki trójkąta równoramiennego POPRAWNA

(c) tworzą wierzchołki trójkąta rozwartokątnego

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Na płaszczyźnie dany jest okrąg o równaniu $x^2+(y+1999)^2 = 2999^2$. Prosta o równaniu $x + y + 1999 = 0$:

(a) jest styczna do tego okręgu

(b) zawiera cięciwę tego okręgu nie będącą średnicą

(c) zawiera średnicę tego okręgu POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Dane są trzy okręgi parami styczne zewnętrznie, których stosunek pól wynosi 1 : 4 : 9. Środki tych okręgów:

(a) są wierzchołkami trójkąta prostokątnego POPRAWNA

(b) są wierzchołkami trójkąta ostrokątnego

(c) są wierzchołkami trójkąta rozwartokątnego

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Dwa okręgi o środkach odpowiednio O_1, O_2 są styczne zewnętrznie w punkcie A. Punkt B leży na okręgu o środku O_1, zaś punkt C - na okręgu o środku O_2. Wtedy:

(a) jeśli $O_1B \parallel O_2C$, to punkty A, B, C są współliniowe

(b) jeśli $O_1B \parallel O_2C$, to $|\sphericalangle BAC| = 90°$

(c) jeśli punkty A, B, C są współliniowe, to $O_1B \parallel O_2C$ PO-PRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Okręgi o_1, o_2 przecinają się. Styczne do tych okręgów, poprowadzone w jednym z ich punktów przecięcia, są prostopadłe. Wynika z tego, że:

(a) prosta przechodząca przez oba punkty przecięcia okręgów o_1, o_2 jest symetralną odcinka łączącego ich środki POPRAWNA

(b) środek jednego z tych okręgów leży wewnątrz drugiego okręgu

(c) środek jednego z tych okręgów leży na drugim okręgu

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

9. A. Jeżeli dwunastokąt ma dokładnie 12 osi symetrii, to:

   (a) nie musi być on wielokątem foremnym
   (b) nie musi mieć środka symetrii
   (c) przecinają się one w jednym punkcie POPRAWNA
   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

   B. Figura F jest sumą odcinka i punktów oddalonych od tego odcinka o d, gdzie $d > 0$. Figura F:

   (a) nie ma środka symetrii
   (b) ma dokładnie 2 osie symetrii POPRAWNA
   (c) ma dokładnie 1 oś symetrii
   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

   C. Figura F jest sumą odcinka i punktów oddalonych od tego odcinka o d, gdzie $d > 0$. Figura F:

   (a) jest prostokątem
   (b) ma więcej niż 1 oś symetrii POPRAWNA
   (c) ma dokładnie 1 oś symetrii
   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

   D. Dane są zbiory: $A = \{(x, y) : x \in \mathbf{R} \wedge y \in \mathbf{R} \wedge x^2 + y^2 - 2x \leqslant 0\}$, $B = \{(x, y) : x \in \mathbf{R} \wedge y \in \mathbf{R} \wedge |2y| \geqslant 1\}$. Figura $A \cap B$:

   (a) jest nieograniczona
   (b) jest wypukła
   (c) ma dokładnie jedną oś symetrii
   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

E. Dane są zbiory: $A = \{(x, y) : x \in \mathbf{R} \wedge y \in \mathbf{R} \wedge x^2 + y^2 - 2x \leqslant 0\}$, $B = \{(x, y) : x \in \mathbf{R} \wedge y \in \mathbf{R} \wedge |2y| \geqslant 1\}$. Figura $A \cap B$:

(a) jest nieograniczona

(b) nie ma środka symetrii

(c) ma dokładnie dwie osie symetrii POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Figura F jest sumą dwóch różnych prostych zawartych w tej samej płaszczyźnie. Wynika stąd, że:

(a) F ma nieskończenie wiele osi symetrii

(b) F może mieć dokładnie jedną oś symetrii

(c) F ma dwie osie symetrii POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Figura F jest sumą dwóch różnych prostych zawartych w tej samej płaszczyźnie. Wynika stąd, że:

(a) F może mieć nieskończenie wiele osi symetrii

(b) F może mieć dokładnie jedną oś symetrii

(c) F ma dwie osie symetrii POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Figura złożona z prostej i okręgu na płaszczyźnie:

(a) może mieć 2 osie symetrii POPRAWNA

(b) ma jedną oś symetrii

(c) może mieć nieskończenie wiele osi symetrii

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Płaska figura geometryczna F ma oś symetrii i środek symetrii leżący na tej osi. Wynika stąd, że:

(a) figura F ma co najmniej dwa środki symetrii

(b) figura F ma co najmniej 4 osie symetrii

(c) figura F ma co najmniej 2 osie symetrii POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Figura geometryczna F składa się z trech okręgów, z których żadne dwa się nie przecinają. Wynika stąd, że:

(a) figura F ma dokładnie jedną oś symetrii

(b) figura F ma dokładnie dwie osie symetrii

(c) figura F może mieć dokładnie trzy osie symetrii POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

10. A. Boki trójkąta mają długości $a = 5, b = 6, c = 7$. Wówczas:

(a) pole tego trójkąta jest równe $S = 5\sqrt{6}$

(b) dwusieczna największego kąta tego trójkąta dzieli przeciwległy bok na odcinki długości $\frac{35}{11}$ i $\frac{42}{11}$ POPRAWNA

(c) promień okręgu opisanego na tym trójkącie ma długość $R = 3,5$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Trapez prostokątny o ramieniu długości 10 opisano na okręgu o promieniu długości $r = 4$. Wówczas:

(a) pole tego trapezu jest równe 72 POPRAWNA

(b) obwód tego trapezu jest równy 40

(c) na trapezie tym można opisać okrąg

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Sześciokąt foremny jest opisany na okręgu o promieniu $r = 4$. Wówczas:

(a) obwód tego sześciokąta jest równy $\frac{16\sqrt{3}}{3}$

(b) pole tego sześciokąta jest równe $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ POPRAWNA

(c) pole tego sześciokąta jest równe $\frac{24\sqrt{3}}{3}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Dwa kolejne wierzchołki kwadratu leżą na okręgu o promieniu 1, a pozostałe dwa na średnicy tego okręgu. Wówczas długość boku tego kwadratu jest równa:

(a) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ POPRAWNA

(b) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

(c) 1

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Ośmiokąt foremny jest wpisany w koło o promieniu $r = 5$. Wynika stąd, że:

(a) obwód tego ośmiokąta jest mniejszy od 10π

(b) najkrótsza przekątna tego ośmiokąta ma długość $5\sqrt{2}$ POPRAWNA

(c) pole tego ośmiokąta jest równe 100π

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Ośmiokąt foremny wpisano w okrąg o promieniu $r = 2\sqrt{2}$. Wówczas:

(a) długość najkrótszej przekątnej tego ośmiokąta wynosi 6

(b) pole tego ośmiokąta wynosi $16\sqrt{2}$ POPRAWNA

(c) obwód tego ośmiokąta wynosi $16\sqrt{2}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. W trapezie o dłuższej podstawie długości a i krótszej podstawie długości b:

(a) punkt przecięcia przekątnych dzieli dzieli jego wysokość w stosunku $a : b$ POPRAWNA

(b) odcinek łączący środki boków trapezu ma długość $\frac{a+b}{4}$

(c) odcinek łączący środki przekątnych trapezu ma długość $a - b$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Obwód trójkąta wynosi 500 cm, a jego pole wynosi 500 cm^2. Promień okręgu wpisanego w ten trójkąt ma długość:

(a) 2 cm POPRAWNA

(b) 10 cm

(c) 5 cm

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. W okrąg o średnicy d wpisano sześciokąt foremny. Wtedy:

(a) bok tego sześciokąta ma długość d

(b) obwód tego sześciokąta wynosi $3d$

(c) pole tego sześciokąta wynosi $\frac{3d^2\sqrt{3}}{4}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

J. W sześciokącie foremnym o polu 1 połączono środki kolejnych boków. Powstały w ten sposób sześciokąt ma pole równe:

(a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(c) $\frac{3}{4}$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna