



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla gimnazjów”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Skrypt 15

Figury płaskie

Symetrie

1. Symetria względem prostej
2. Rysowanie i rozpoznawanie figur symetrycznych względem prostej; wyznaczanie prostej, względem której figury są do siebie symetryczne
3. Rozwiązywanie zadań dotyczących symetrii osiowej
4. Figury osiowosymetryczne
5. Symetria środkowa
6. Figury środkowosymetryczne
7. Symetrie w wielokątach foremnych
8. Symetria osiowa w układzie współrzędnych

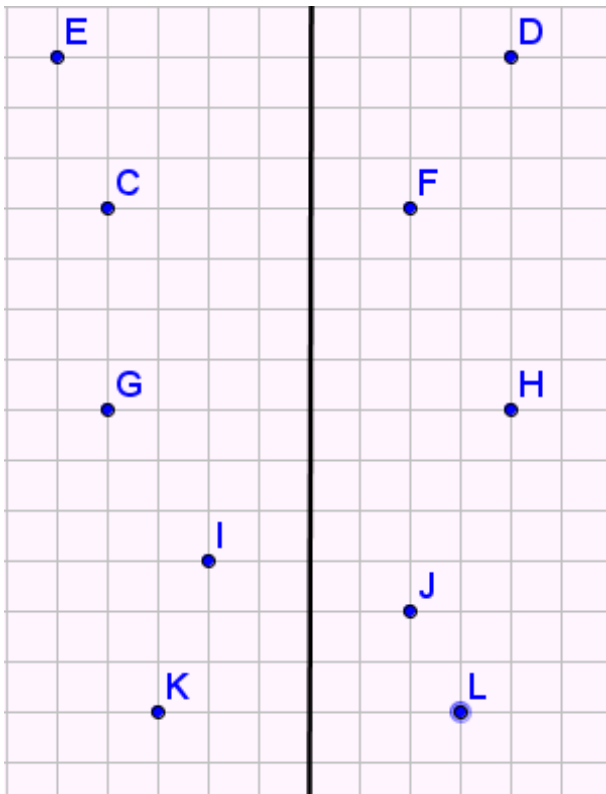
Opracowanie: GIM5

Temat: Symetria względem prostej

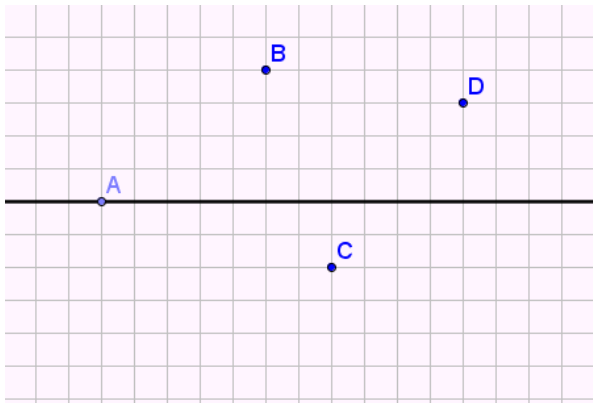
Praca z apletem figury22:

1. Kliknij przycisk **Co to znaczy, że punkty są symetryczne względem prostej?**
 - Uaktywnij pole wyboru Punkt symetryczny do punktu A. Zmieniaj położenie punktu A za pomocą myszy, obserwuj położenie punktu A i punktu A' -symetrycznego do niego względem prostej BC. Zmień położenie prostej BC (pociągnij punkt B lub C). Analizuj położenie punktów.
 - Kliknij pola wyboru: Odległość punktu A od osi symetrii oraz Odległość punktu A' od osi symetrii, zmieniaj położenie punktu A. Co zauważasz?
 - Odkryj pole wyboru Położenie AA' względem osi symetrii. Zmieniaj położenie punktu A oraz prostej BC - osi symetrii. Co możesz powiedzieć o położeniu odcinka AA' względem osi symetrii?
 - Wykonaj teraz ćwiczenie zamieszczone w oknie Grafiki2. Wybierz właściwą odpowiedź i zaznacz ją klikając w odpowiednie pole wyboru. Otrzymasz informację zwrotną, czy poprawnie wykonałeś polecenia.
 - Zwróć uwagę, że punkty symetryczne względem prostej, muszą spełniać równocześnie te wszystkie trzy warunki.

Zadanie 1. Wypisz pary punktów symetrycznych względem narysowanej prostej.



Zadanie 2. Dorysuj do punktu A, B, C oraz D, punkt do niego symetryczny.

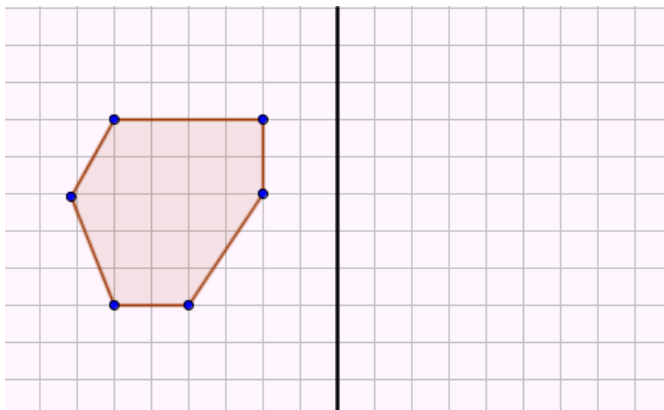


○ Wróć na stronę główną, kliknij przycisk Strona główna.

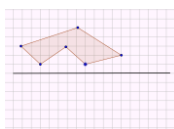
2. Kliknij przycisk **Rysowanie figur symetrycznych**. Wykonaj ćwiczenie zapisane w Oknie Grafiki2.

Zadanie 3. Narysuj figurę symetryczną do danej względem narysowanej prostej.

1)



2)

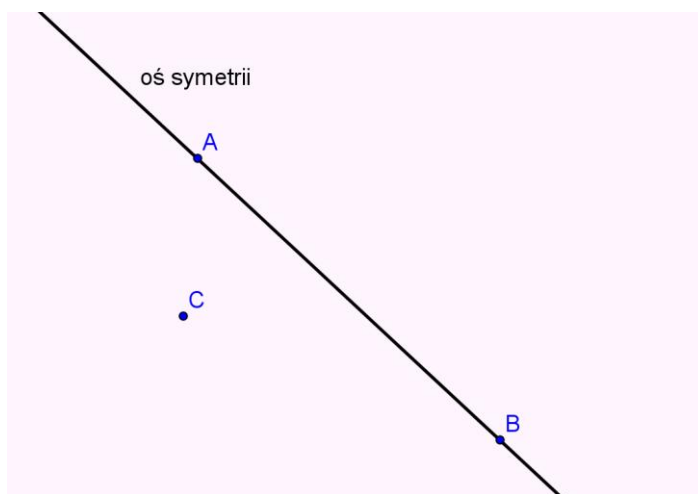


Temat: Rysowanie i rozpoznawanie figur osiowosymetrycznych, wyznaczanie prostej, względem której figury są do siebie symetryczne

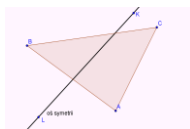
Praca z apletem figury22:

- 1) Przejdź do części apletu wyjaśniającej, jak narysować punkt symetryczny do danego względem wskazanej prostej. Kliknij przycisk **Konstrukcja punktów symetrycznych względem prostej**. Przeanalizuj poszczególne etapy konstrukcji, uaktywniając pola wyboru - kolejne kroki.

Zadanie 1. Narysuj punkt C' , symetryczny do punktu C , względem prostej AB .



Zadanie 2. Narysuj trójkąt $A'B'C'$, symetryczny do trójkąta ABC względem prostej KL .



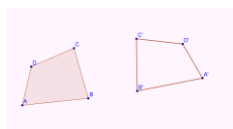
- 2) Przejdź do części apletu wyjaśniającej, jak znaleźć prostą, względem której dane punkty są symetryczne. Kliknij przycisk **Wyznaczanie osi symetrii**.

Zastanów się, jak wyznaczyć tę prostą. W razie problemów, możesz kliknąć pole wyboru **Podpowieź**. Przeanalizuj poszczególne etapy konstrukcji, uaktywniając pola wyboru - kolejne kroki od 1 do 3.

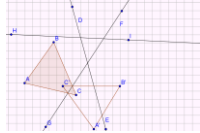
Zadanie 4. Narysuj prostą, względem której punkty A i A' są do siebie symetryczne.



Zadanie 5. Wyznacz prostą, względem której czworokąt ABCD jest symetryczny do czworokąta A'B'C'D'.



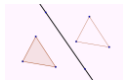
Zadanie 6. Popatrz na rysunek i zapisz nazwę prostej, względem której trójkąty ABC oraz A'B'C' są symetryczne.



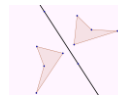
Temat: Rozwiązywanie zadań dotyczących symetrii osiowej

Zadanie 1. Wskaż rysunek, na którym figury są symetryczne do siebie względem narysowanej prostej.

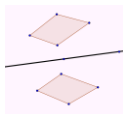
a)



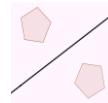
b)



c)



d)



Zadanie 2. Oceń prawdziwość zdań, wybierając P, jeśli uznasz je za prawdziwe lub F, gdy stwierdzisz, że jest fałszywe.

- a) Figury symetryczne względem prostej mają ten sam kształt P / F
- b) Figury osiowo symetryczne mają tę samą wielkość P / F
- c) Figura symetryczna do kwadratu o boku długości 4 cm, to kwadrat o polu 32 cm^2 P / F
- d) Każde dwa trójkąty równoboczne są symetryczne względem pewnej prostej P / F

Zadanie 3. Prostokąt ABCD ma boki długości 3cm i 5cm. Wewnątrz tego prostokąta leży punkt X. Punkty E, F, G i H są odpowiednio obrazami punktu X w symetrii względem poszczególnych boków.

- a) Jaki wielokąt utworzyły punkty EFGH?
- b) Oblicz pole wielokąta EFGH.

Temat: Figury osiowosymetryczne

Praca z apletem *figury23*:

Aplet podzielony jest na dwie zasadnicze części. Pierwsza z nich, ma na celu wyjaśnienie, co to są osiowosymetryczne. Kliknij przycisk **Co to są figury osiowosymetryczne**. Przeanalizuj poszczególne rysunki, na których przedstawione są figury, które posiadają osie symetrii - zaznaczone są one kolorem czerwonym. Przepisz definicję osi symetrii oraz figury osiowosymetrycznej do zeszytu. Zapamiętaj je.

Przejdź do drugiej części apletu, klikając przycisk **Które, z podstawowych figur, są osiowosymetryczne?**

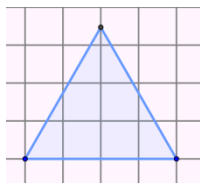
- Kliknij przycisk **Trójkąty**, przejdziesz do strony, na której zbadasz, czy trójkąt równoramienny ma osie symetrii. Wykonaj polecenie zapisane na stronie.

Zadanie 1. Narysuj osie symetrii trójkąta równoramiennego (o ile takie istnieją). Jeśli nie odkryłeś żadnych osi, podpisz pod rysunkiem, że nie jest on figurą osiowosymetryczną.



- Kliknij przycisk **Trójkąt równoboczny**, przejdziesz do strony, na której zbadasz, czy ten trójkąt ma osie symetrii. Wykonaj polecenie zapisane na stronie.

Zadanie 2. Narysuj osie symetrii trójkąta równobocznego (o ile takie istnieją). Jeśli nie odkryłeś żadnych osi, podpisz pod rysunkiem, że nie jest on figurą osiowosymetryczną.



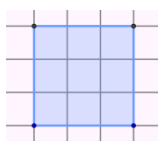
- Kliknij przycisk **Trójkąt różnoboczny**, przejdziesz do strony, na której zbadasz, czy ma on osie symetrii. Wykonaj polecenie zapisane na stronie.

Zadanie 3. Narysuj osie symetrii trójkąta różnobocznego (o ile takie istnieją). Jeśli nie odkryłeś żadnych osi, podpisz pod rysunkiem, że nie jest on figurą osiowosymetryczną.



Kliknij przycisk **Wybór figur**, po czym **Kwadraty**, przejdziesz do strony, na której zbadasz, czy ma on osie symetrii. Wykonaj polecenie zapisane na stronie.

Zadanie 4. Narysuj osie symetrii kwadratu (o ile takie istnieją). Jeśli nie odkryjesz żadnych osi, podpisz pod rysunkiem, że nie jest on figurą osiowosymetryczną.



Kliknij przycisk **Wybór figur**, po czym **Prostokąty**, przejdziesz do strony, na której zbadasz, czy mają one osie symetrii. Wykonaj polecenie zapisane na stronie.

Zadanie 5. Narysuj osie symetrii prostokąta (o ile takie istnieją). Jeśli nie odkryjesz żadnych osi, podpisz pod rysunkiem, że nie jest on figurą osiowosymetryczną.



Kliknij przycisk **Strona główna**, a następnie **Które, z podstawowych figur, są osiowosymetryczne?**, po czym **Trapezy**, przejdziesz do strony, na której zbadasz, czy mają one osie symetrii. Wykonaj polecenie zapisane na stronie.

Zadanie 6. Narysuj osie symetrii, o ile takie istnieją. Jeśli nie odkryjesz żadnych osi, podpisz pod rysunkiem, że nie jest on figurą osiowosymetryczną.

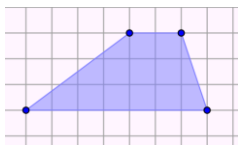
a) trapez równoramienny



b) trapez prostokątny



c) trapez różnoboczny



Kliknij przycisk **Wybór figur**, po czym **Równoległoboki**, przejdziesz do strony, na której zbadasz, czy mają one osie symetrii. Wykonaj polecenie zapisane na stronie. Teraz w analogiczny sposób zbadaj istnienie osi symetrii w rombch, klikając przycisk **Romby**.

Zadanie 7. Uzupełnij tekst, wybierając właściwe odpowiedzi

- a) Równoległobok **A / B** figurą osiowosymetryczną, ponieważ **C / D / E / F** symetrii
- b) Romb **A / B** figurą osiowosymetryczną, ponieważ **C / D / E / F** symetrii

A. jest **B.** nie jest **C.** nie ma osi **D.** ma jedną oś **E.** ma 2 osie **F.** ma 4 osie

Kliknij przycisk **Wybór figur**, po czym klikając kolejno przyciski **Odcinek**, **Prosta** oraz **Koło**, przejdziesz do strony, na której zbadasz, czy mają one osie symetrii. Wykonaj polecenie zapisane na stronie.

Zadanie 8. Narysuj osie symetrii, o ile takie istnieją. Jeśli nie odkryłeś żadnych osi, podpisz pod rysunkiem, że nie jest to figurą osiowosymetryczną.

a) odcinek

b) koło



c) prosta

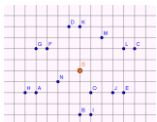


Temat: Symetria środkowa

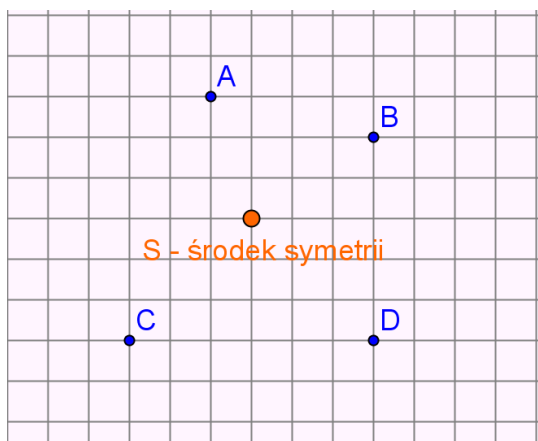
Praca z apletem figury24:

1. Kliknij przycisk **Co to znaczy, że punkty są symetryczne względem punktu?**
 - a. Uaktywnij pole wyboru **Punkt A' - symetryczny do A względem p. S.** Zmieniaj położenie punktu A za pomocą myszy, obserwuj położenie punktu A i punktu A' - symetrycznego do niego względem punktu S. Zmień położenie punktu S - środka symetrii, pociągnij go myszą.
 - b. Kliknij pola wyboru: **Odległość punktu A od środka symetrii** oraz **Odległość punktu A' od środka symetrii**, zmieniaj położenie punktu A. Co zauważasz?
 - c. Wykonaj teraz ćwiczenie zamieszczone w oknie Grafiki2. Wybierz właściwą odpowiedź i zaznacz ją klikając w odpowiednie pole wyboru. Otrzymasz informację zwrotną, czy poprawnie wykonałeś polecenia.

Zadanie 1. Wypisz pary punktów symetrycznych względem punktu S.

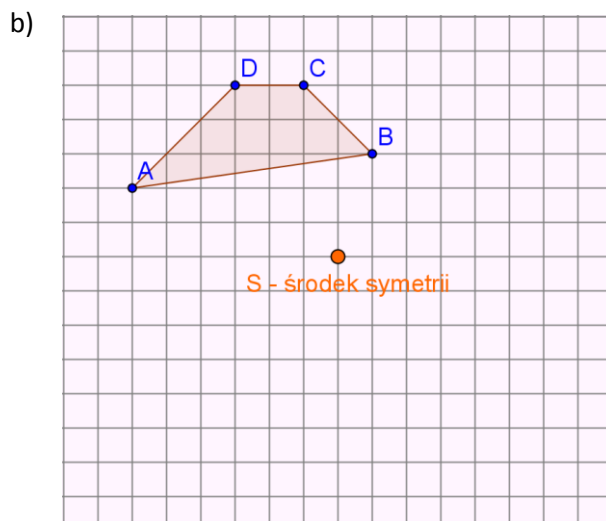
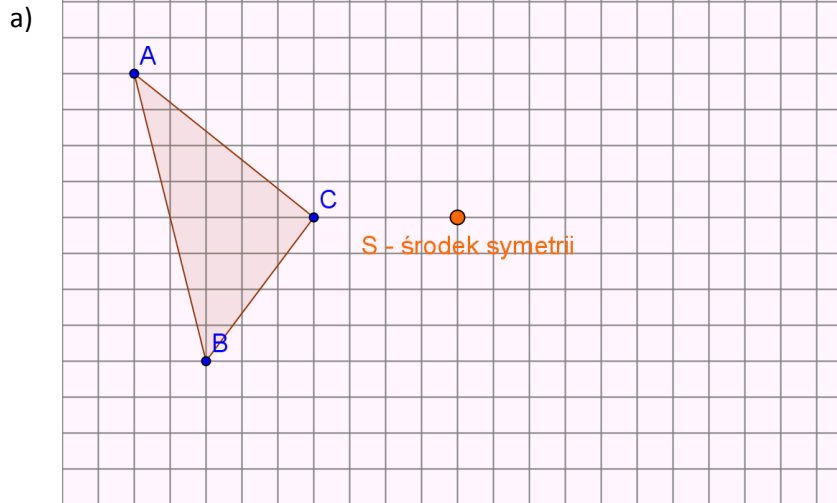


Zadanie 2. Dorysuj do punktu A, B, C oraz D, punkt do niego symetryczny względem punktu S.

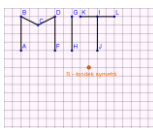


2. Wróć na stronę główną apletu **figury24**, kliknij przycisk **Strona główna**. Kliknij przycisk **Rysowanie figur symetrycznych**. Wykonaj ćwiczenie zapisane w Oknie Grafiki2.

Zadanie 3. Narysuj figurę symetryczną do danej względem punktu S.



c)



Temat: Figury środkowosymetryczne

Praca z apletem figury25:

Aplet składa się z dwóch zasadniczych części. Pierwsza z nich wyjaśnia, co to są środkowosymetryczne. Kliknij przycisk **Figura środkowosymetryczna, środek symetrii figury**. Przeanalizuj poszczególne rysunki, na których przedstawione są figury, które posiadają środek symetrii - zaznaczone są one kolorem czerwonym. Przepisz definicję środka symetrii oraz figury środkowosymetrycznej do zeszytu. Zapamiętaj je.

Przejdź do drugiej części apletu, klikając przycisk **Które, z podstawowych figur, są środkowosymetryczne?**

- Kliknij kolejno przyciski, noszące takie same nazwy, jak figury, do których one prowadzą.
- Wykonuj polecenia zapisane na stronach, badaj czy figura ma środek symetrii.

Zadanie 1. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń, zaznaczając P - jeśli zadanie jest prawdziwe lub F - jeśli zadanie jest fałszywe.

- | | |
|--|-------|
| a) Każdy trójkąt jest figurą środkowosymetryczną. | P / F |
| b) Jeżeli czworokąt ma środek symetrii, to jest on równoległobokiem. | P / F |
| c) Odcinek ma dwa środki symetrii. | P / F |
| d) Romb, ma środek symetrii, który jest punktem przecięcia się jego przekątnych. | P / F |
| e) Kwadrat jest figurą środkowosymetryczną. | P / F |
| f) Koło ma nieskończenie wiele środków symetrii. | P / F |
| g) Prosta ma nieskończenie wiele środków symetrii. | P / F |
| h) Wśród trapezów, tylko trapez równoramienny jest środkowosymetryczny. | P / F |
| i) Jeśli figura ma środek symetrii, to musi to być punkt należący do tej figury. | |

P / F

Zadanie 2. Wypisz wszystkie cyfry, które mają środek symetrii, a następnie zapisz za ich pomocą:

- największą liczbę czterocyfrową,
- najmniejszą liczbą trzycyfrową.

Zadanie 3. Otocz okręgiem, te z podstawowych znaków dla rowerzystów, które są środkowosymetryczne.

**PODSTAWOWE ZNAKI DROGOWE
DOTYCZĄCE ROWERZYSTÓW**



Temat: Symetrie w wielokątach foremnych

Praca z apletem figury26:

1. Naciśnij przycisk **Definicja wielokąta foremnego**. Zapoznaj się lub przypomnij sobie warunki, jakie musi spełniać wielokąt, aby był wielokątem foremnym.
2. Na poprzednich lekcjach badałeś istnienie osi i środków symetrii w podstawowych figurach geometrycznych, niektóre z nich były wielokątami foremnymi. Sprawdź, czy pamiętasz, położenie osi symetrii oraz istnienie środka symetrii w trójkącie równobocznym, kwadracie oraz sześciokącie foremnym, klikając przycisk **Oś i środek symetrii w podstawowych wielokątach foremnym**, a następnie kolejno przyciski o takiej nazwie, jak omawiane wielokąty. Na stronie poświęconej kolejno każdemu z omawianych wielokątów są zamieszczone pola wyboru, które pokażą osie i środek symetrii (jeśli taki istnieje).
3. Zbadaj zależność między liczbą boków wielokąta foremnego a liczbą jego osi symetrii oraz zależność między liczbą boków wielokąta foremnego a istnieniem jego środka symetrii analizując część apletu **Oś i środek symetrii w wielokątach foremnym o nieparzystej liczbie boków** oraz **Oś i środek symetrii w wielokątach foremnym o parzystej liczbie boków**.

Zadanie 1. Uzupełnij tekst:

- a) Każdy wielokąt foremny ma tyle osi symetrii, ile
- b) Wśród wielokątów foremnym, środek symetrii mają tylko te, oliczbie boków.

Zadanie 2. Połącz w pary opis i nazwę wielokąta foremnego. Do każdego wielokąta dopasuj tylko jeden opis.

- | | |
|---|---------------------------------|
| A. ma 4 osie symetrii | 1. Dziesięciokąt foremny |
| B. nie ma środka symetrii | 2. 102 - kąt foremny |
| C. ma 10 osi symetrii | 3. kwadrat |
| D. jest figurą środkowosymetryczną | 4. Pięciokąt foremny |

Zadanie 3. Na każdym płatkku śniegu zaznacz osie i środek symetrii, jeśli taki istnieje.



Temat: Symetrie w układzie współrzędnych

Praca z apletem figury27:

- Kliknij przycisk **Symetria w układzie współrzędnych, względem osi x**. Za pomocą myszy zmieniaj położenie punktu A. Obserwuj położenie punktu symetrycznego do niego względem osi x. Porównaj współrzędne obu punktów, czy zauważasz między nimi jakąś zależność?

Zadanie 1. Uzupełnij tekst, wybierając właściwą odpowiedź:

Punkty symetryczne względem osi x mają pierwszą współrzędną **równą/ przeciwną do siebie**, a drugą współrzędną **równą/ przeciwną do siebie**.

- Wróć do strony głównej, kliknij przycisk **Symetria w układzie współrzędnych, względem osi x - ćwiczenia**. Za pomocą przycisku Losuj zmieniaj współrzędne punktu X. Podaj, jakie współrzędne powinien mieć punkt do niego symetryczny względem osi x. Umieść punkt X' we właściwym położeniu, przesuając go za pomocą myszy. Sprawdź swoją odpowiedź, klikając w pole wyboru **Właściwe położenie oraz współrzędne p. X' symetrycznego wzgl. osi x**.
- Kliknij przycisk **Symetria w układzie współrzędnych, względem osi y**. Za pomocą myszy zmieniaj położenie punktu A. Obserwuj położenie punktu symetrycznego do niego względem osi y. Porównaj współrzędne obu punktów, czy zauważasz między nimi jakąś zależność?

Zadanie 2. Uzupełnij tekst, wybierając właściwą odpowiedź:

Punkty symetryczne względem osi y mają pierwszą współrzędną **równą/ przeciwną do siebie**, a drugą współrzędną **równą/ przeciwną do siebie**.

- Wróć do strony głównej, kliknij przycisk **Symetria w układzie współrzędnych, względem osi y - ćwiczenia**. Za pomocą przycisku Losuj zmieniaj współrzędne punktu Y. Podaj, jakie współrzędne powinien mieć punkt do niego symetryczny względem osi y. Umieść punkt Y' we właściwym położeniu, przesuując go za pomocą myszy. Sprawdź swoją odpowiedź, klikając w pole wyboru **Właściwe położenie oraz współrzędne p. Y' symetrycznego wzgl. osi y**.
- Kliknij przycisk **Symetria w układzie współrzędnych, względem punktu (0, 0)**. Za pomocą myszy zmieniaj położenie punktu A. Obserwuj położenie punktu symetrycznego do niego względem początku układu współrzędnych. Porównaj współrzędne obu punktów, czy zauważasz między nimi jakąś zależność?

Zadanie 3.Uzupełnij tekst, wybierając właściwą odpowiedź:

Punkty symetryczne względem początku układu współrzędnych, czyli punktu $(0, 0)$ mają pierwszą współrzędną **równą/ przeciwną do siebie**, i drugą współrzędną **równą/ przeciwną do siebie**.

- Wróć do strony głównej, kliknij przycisk **Symetria w układzie współrzędnych, względem osi y - ćwiczenia**. Za pomocą przycisku Losuj zmieniaj współrzędne punktu U. Podaj jakie współrzędne powinien mieć punkt do niego symetryczny względem punktu $(0, 0)$. Umieść punkt U' we właściwym położeniu, przesuając go za pomocą myszy. Sprawdź swoją odpowiedź, klikając w pole wyboru **Właściwe położenie oraz współrzędne p. U' symetrycznego wzgl.p. $(0, 0)$** .