



---

Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla gimnazjów”  
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

# Skrypt 17

## Podobieństwo figur

1. Figury podobne – skala podobieństwa. Obliczanie wymiarów wielokątów powiększonych bądź pomniejszonych.
2. Podobieństwo trójkątów
3. Podobieństwo trójkątów – w tym podobieństwo trójkątów prostokątnych
4. Stosunek pól figur podobnych
5. Podobieństwo figur – utrwalenie wiadomości

**Opracowanie: GIM6**

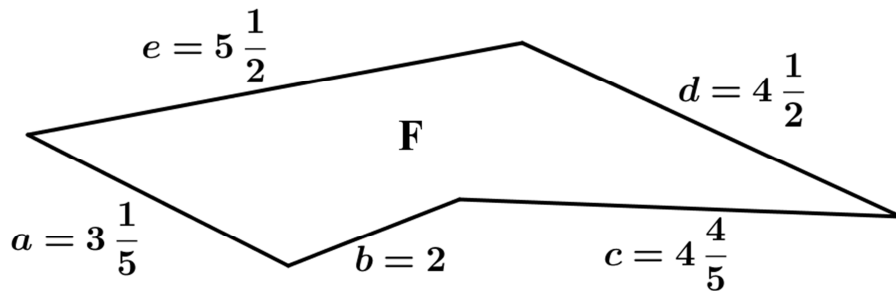
**Temat: Figury podobne – skala podobieństwa. Obliczanie wymiarów wielokątów powiększonych bądź pomniejszonych.**

**Opis apletu *figury33***

- Wybór skali podobieństwa: zaznacz odpowiednie pole wyboru.
- Zmiana skali podobieństwa: naciśnij przycisk Zmień skalę.
- Zmiana kształtu figury: zmień położenie jej wierzchołków.
- Utworzenie figury podobnej: przesuń do oporu pomarańczowy punkt.
- Wyświetlenie odpowiedzi: użyj suwaków.

**Zadanie 1.**

Oblicz długości odcinków figury F' wiedząc, że jest ona podobna do figury F w skali  $k = 5$ .



$a' =$  \_\_\_\_\_  $b' =$  \_\_\_\_\_  $c' =$  \_\_\_\_\_  $d' =$  \_\_\_\_\_  $e' =$  \_\_\_\_\_

**Zadanie 2.**

Figura F' jest podobna do figury F w skali k. Uzupełnij tabelkę.

	Długość odc. figury F	Skala k	Długość odc. figury F'	Figura F' jako powiększenie/ pomniejszenie figury F
a)	$a = 4$	$k = 3$	$a' =$	powiększenie
b)	$a = 3,2$	$k = 0,3$	$a' =$	
c)	$a = 4$	$k =$	$a' = 16$	
d)	$a =$	$k = 2$	$a' = 8$	
e)	$a = 10$	$k =$	$a' =$	dwukrotne pomniejszenie długości boków
f)	$a =$	$k =$	$a' = 0,4$	dwukrotne powiększenie długości boków

### Zadanie 3.

Figura  $F'$  jest podobna do figury  $F$  w skali  $\frac{5}{3}$ . Wynika z tego, że:

1. Figura  $F'$  jest większa od figury  $F$ .
2. Figura  $F'$  jest mniejsza od figury  $F$ .
3. Figura  $F$  jest mniejsza od figury  $F'$ .
4. Figura  $F$  jest większa od figury  $F'$ .

Prawdziwe są tylko odpowiedzi:

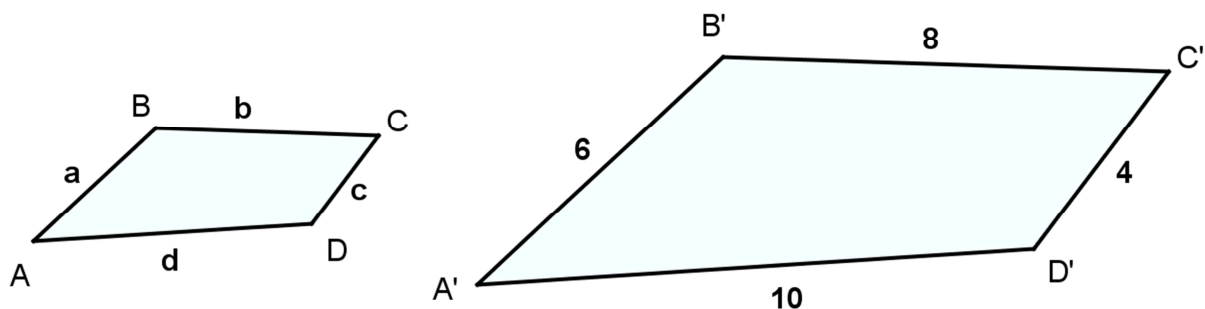
- A) 1. i 4.    B) 1. i 3.    C) 2. i 4.    D) 1.

### Przykład

Czworokąt  $A'B'C'D'$ , którego boki mają długości 6, 8, 4, 10 jest podobny do czworokąta  $ABCD$  w skali 2. Oblicz długości boków czworokąta  $ABCD$ .

Rozwiązanie:

Każdy bok czworokąta  $A'B'C'D'$  jest 2 razy dłuższy od odpowiedniego boku czworokąta  $ABCD$ , ponieważ jest on podobny do czworokąta  $ABCD$  w skali  $k = 2$ . Wynika z tego, że każdy bok czworokąta  $ABCD$  jest 2 razy krótszy od odpowiedniego boku czworokąta  $A'B'C'D'$ . Skala podobieństwa czworokąta  $ABCD$  do czworokąta  $A'B'C'D'$  wynosi  $\frac{1}{2}$ .



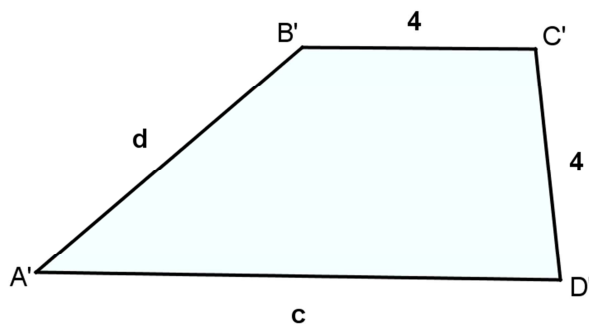
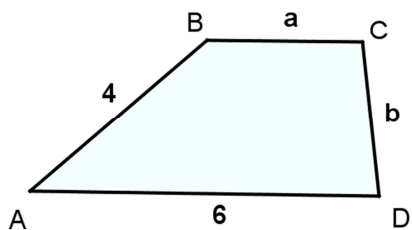
Obliczamy:

$$a = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3; \quad b = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4; \quad c = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2; \quad d = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5.$$

Odpowiedź: Boki czworokąta  $ABCD$  mają długości odpowiednio: 3, 4, 2, 5.

#### Zadanie 4.

Czworokąt  $A'B'C'D'$  jest podobny do czworokąta  $ABCD$  w skali  $k = \frac{3}{2}$ . Oblicz  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ .



Rozwiązanie:

## Temat: Podobieństwo trójkątów.

### Praca z apletem *figury34*

- prezentacja

Wybierz jedną z dwóch możliwości obrazujących właściwości podobieństwa trójkątów – ze względu na boki bądź ze względu na kąty. Poruszaj wierzchołkami trójkątów. Ponieważ trójkąty są podobne, to kąty jednego trójkąta mają takie same miary jak kąty drugiego trójkąta oraz stosunki odpowiadających sobie boków są takie same i równe skali podobieństwa.

Uwaga: Co to znaczy odpowiadające sobie boki?

Dla najkrótszego boku w jednym trójkącie, boki odpowiadającym jest najkrótszy bok w drugim trójkącie.

Najkrótszy bok w trójkącie leży naprzeciw najmniejszego kąta. Chcąc wskazać parę najkrótszych odpowiadających sobie boków w trójkątach, warto ustalić, które kąty w tych trójkątach mają najmniejszą miarę i wskazać boki, które leżą naprzeciw tych kątów.

- zadania

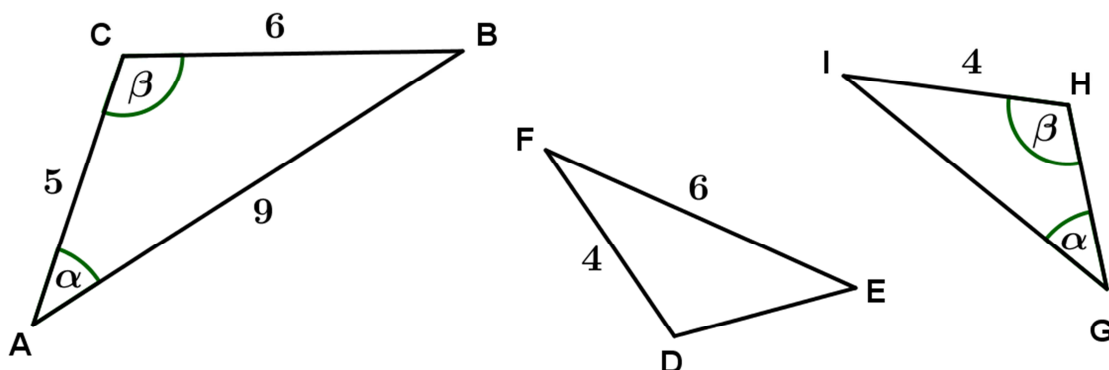
Wykonaj zadania: 1, 2 i 3 posługując się apletem *figury34*.

Zadanie 4:

Ustal, który z trójkątów: DEF czy GHI jest podobny do trójkąta ABC.

Czy można obliczyć długość odcinka DE? Dlaczego?

Czy można obliczyć długość odcinka IG oraz HG? Dlaczego?



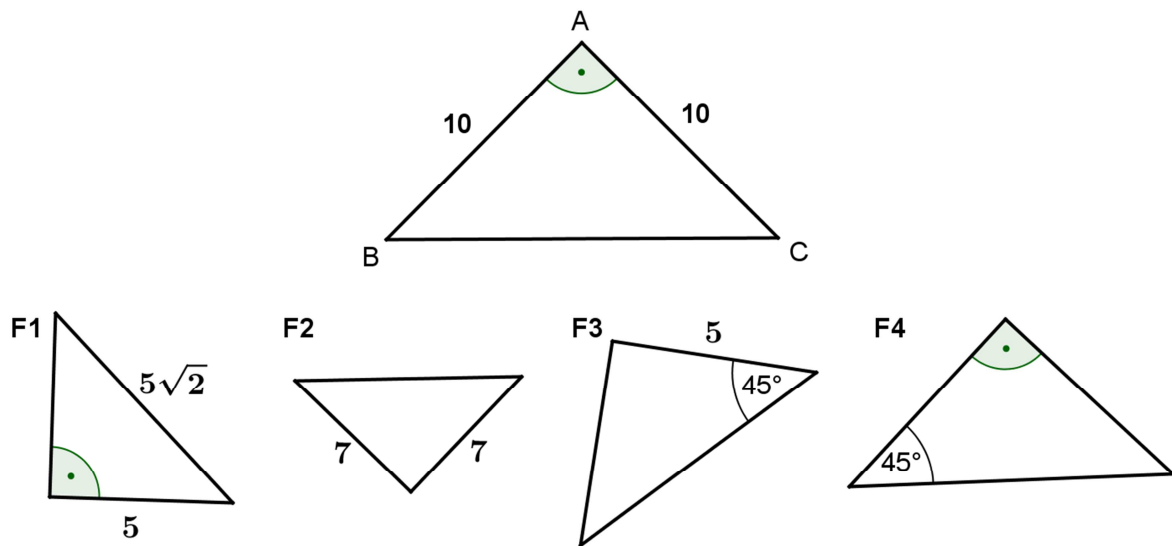
Aby pomóc sobie odpowiedzieć na to pytanie poruszaj wierzchołkami trójkątów w aplecie (zadanie 4). Zaobserwuj, który trójkąt zmienia kształt przy zachowaniu danych z zadania, a który pozostaje w niezmiennym kształcie, pomimo zmiany położenia jego wierzchołków.

Rozwiązanie:

## Karta pracy

### Zadanie 1.

Ustal, które spośród trójkątów F1, F2, F3 oraz F4 są podobne do trójkąta ABC.



Udziel odpowiedzi uzupełniając poniższe zdania:

Trójkąt F1 jest podobny/ nie jest podobny\* do trójkąta ABC ponieważ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Trójkąt F2 jest podobny/ nie jest podobny\* do trójkąta ABC ponieważ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Trójkąt F3 jest podobny/ nie jest podobny\* do trójkąta ABC ponieważ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Trójkąt F4 jest podobny/ nie jest podobny\* do trójkąta ABC ponieważ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\* niepotrzebne skreślić

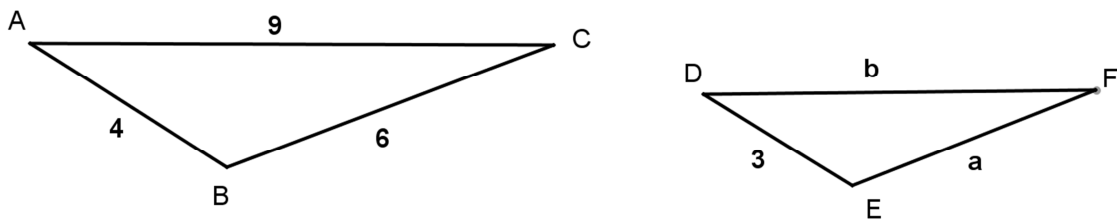
**Zadanie 2.**

- a) Czy dwa dowolne trójkąty są figurami podobnymi? Odp. \_\_\_\_\_
- b) Czy dwa dowolne trójkąty równoramienne są figurami podobnymi? Odp. \_\_\_\_\_
- c) Czy dwa dowolne trójkąty prostokątne są figurami podobnymi? Odp. \_\_\_\_\_
- d) Czy dwa dowolne trójkąty prostokątne równoramienne są podobne? Odp. \_\_\_\_\_

**Zadanie 3.**

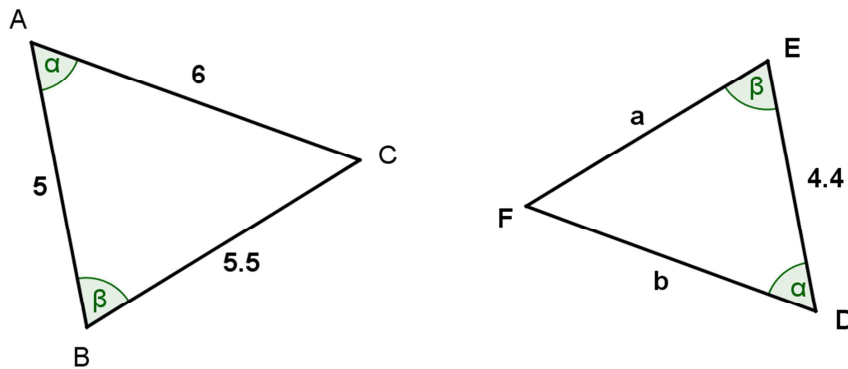
Poniższe trójkąty są podobne. Ułóż proporcję i oblicz brakujące długości boków.

a)



Rozwiązanie

b)



Rozwiązanie:

## Temat: Podobieństwo trójkątów – w tym podobieństwo trójkątów prostokątnych.

### Opis apletu *figury35*

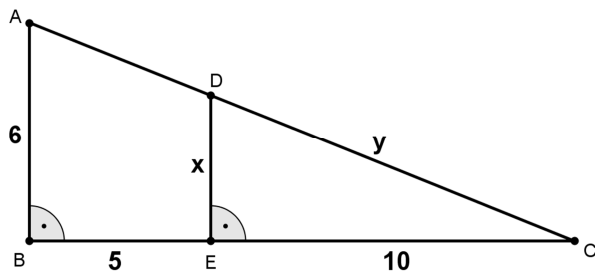
- Ustalanie danych do zadania – poruszanie pomarańczowym punktem na trójkącie.
- Uzasadnianie podobieństwa trójkątów – zaznaczenie pola wyboru.
- Utworzenie rysunku pomocniczego – użycie suwaka rozłącz/połącz.
- Rozwiązanie zadania – zaznaczenie pola wyboru.
- Przejście do następnego zadania – użycie przycisku.

### Karta pracy

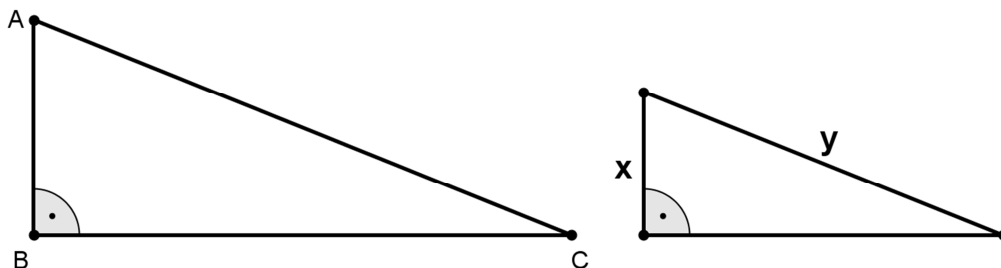
Aby można było obliczyć długości nieznanymi odcinków w trójkątach prostokątnych korzystając z ich podobieństwa, należy najpierw to podobieństwo uzasadnić.

#### Zadanie 1.

Uzasadnij, że trójkąt ABC i trójkąt ECD są podobne, a następnie oblicz długość odcinka  $x$  i  $y$ .



Rysunek pomocniczy:



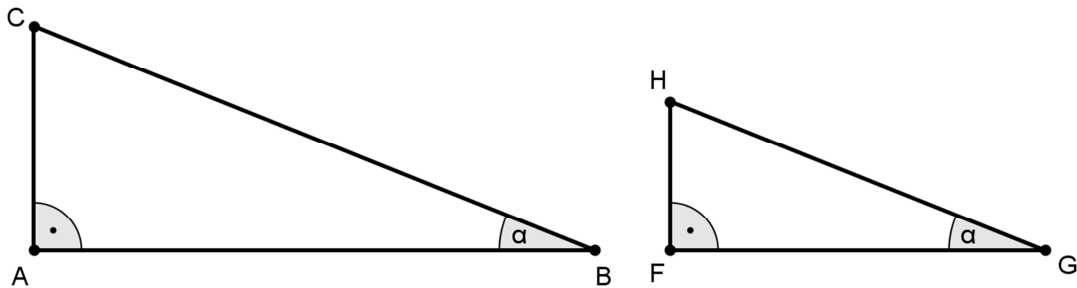
Rozwiązanie zadania:





### Zadanie 2.

Uzasadnij, że trójkąty ABC i FGH są podobne.

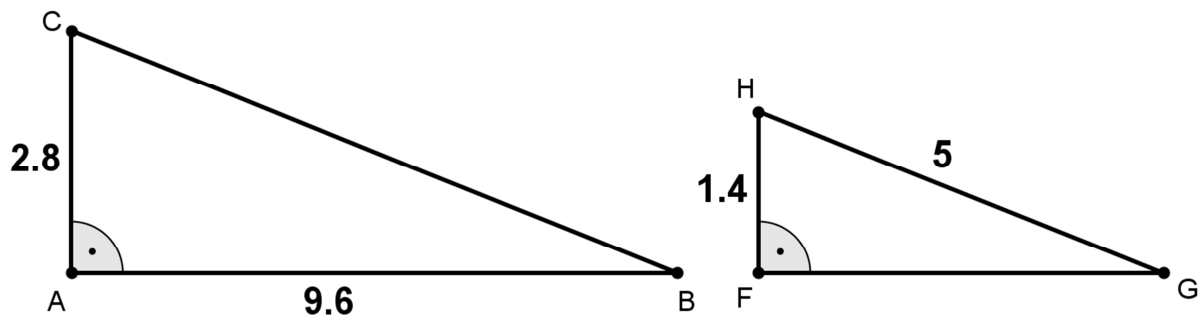


Rozwiązanie zadania:

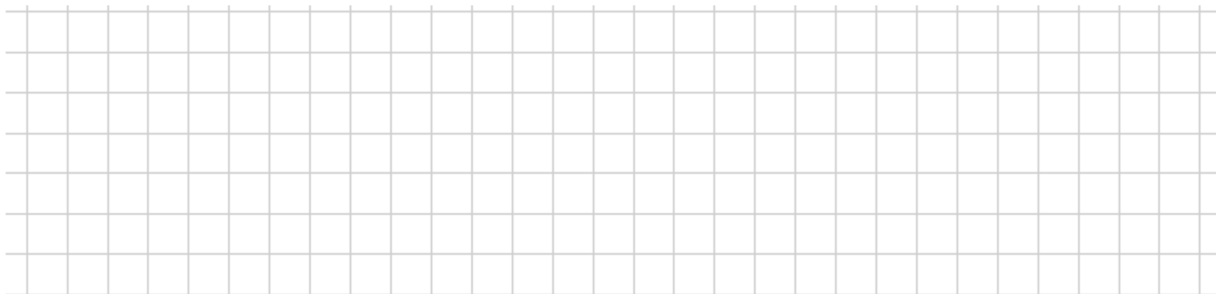


### Zadanie 3.

Uzasadnij, że trójkąty ABC i FGH są podobne.



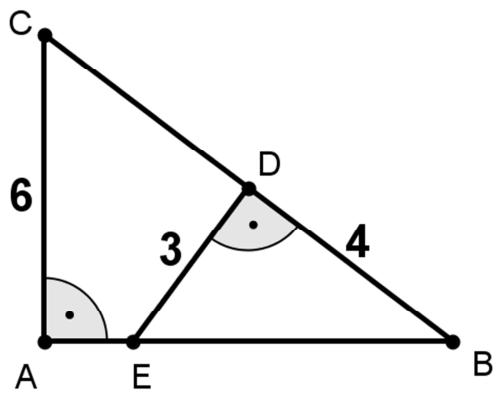
Rozwiązanie zadania:



### Zadanie 4.

Uzasadnij, że trójkąty ABC i BDE są podobne i oblicz długości wszystkich brakujących boków trójkąta ABC i BDE.

Rozwiązanie zadania:



## Temat: Stosunek pól figur podobnych.

### Opis apletu *figury36*

- prezentacja

Poruszaj punktem B' – wierzchołkiem kwadratu A'B'C'D', który jest podobny do kwadratu ABCD w pewnej skali. Wiesz już, że stosunek długości boków kwadratu A'B'C'D' do długości boków kwadratu ABCD jest równy skali podobieństwa k. Pole kwadratu ABCD jest niezmiennie i wynosi 1. Oblicz pole kwadratu A'B'C'D'. Ile ono wynosi? Jaki jest stosunek pola kwadratu A'B'C'D' do pola kwadratu ABCD?

Ponieważ pole kwadratu A'B'C'D' obliczymy mnożąc długości jego boków, które można wyrazić wzorem  $a' = k \cdot a$ , stąd pole tego kwadratu jest  $k^2$  razy większe od pola kwadratu ABCD. Wynika z tego, że stosunek pól figur podobnych jest równy  $k^2$ .

Zaznacz pole wyboru własność i zaznacz pole wyboru wzory. Od teraz będziesz posługiwać się tą własnością do rozwiązywania zadań, w których występują pola figur podobnych.

- Zadania

Do rozwiązania masz zadanie 1, zadanie 2 i zadanie 3.

Wybierz najpierw wzór, według którego powinno być rozwiązane zadanie. Jeśli dokonasz niewłaściwego wyboru – przeanalizuj treść zadania i zwróć uwagę na wskazówki.

Po wybraniu wzoru możesz rozwinąć rozwiązanie zadania używając suwaka. Na poparcie obliczeń poruszaj prezentowanymi figurami, aby przekonać się jaki jest stosunek długości boków figur, o których jest mowa w zadaniu oraz jaki jest stosunek ich pól.

## Karta pracy

### Przykład

Pole figury A wynosi  $5\text{cm}^2$ . Pole figury B wynosi  $20\text{cm}^2$ . W jakiej skali figura B jest podobna do figury A?

### Rozwiązanie:

Ponieważ w zadaniu mowa jest o polach figur podobnych, korzystamy ze wzoru:  $\frac{P_B}{P_A} = k^2$ .

$$\frac{P_B}{P_A} = k^2 \Rightarrow \frac{20\text{cm}^2}{5\text{cm}^2} = k^2 \Rightarrow 4 = k^2 \Rightarrow k = 2$$

### Zadanie 1

Uzupełnij tabelkę:

Pole figury A	Pole figury B	Skala podobieństwa figury B do figury A	Stosunek pól figur podobnych
$5 \text{ cm}^2$	$20 \text{ cm}^2$	$k = \text{-----}$	$\frac{20 \text{ cm}^2}{5 \text{ cm}^2} = \text{-----}$
$2 \text{ cm}^2$	$32 \text{ cm}^2$	$k = \text{-----}$	$k^2 = \text{-----}$
$2 \text{ cm}^2$	$x \text{ cm}^2$ $x = \text{-----}$	$k = 3$	$\frac{x \text{ cm}^2}{2 \text{ cm}^2} = \text{-----}$
$x \text{ cm}^2$ $x = \text{-----}$	$7 \text{ cm}^2$	$k = \frac{1}{2}$	$\frac{7 \text{ cm}^2}{x \text{ cm}^2} = \text{-----}$

Wskazówka: Stosunek pól figur podobnych jest równy kwadratowi skali podobieństwa.

### Zadanie 2

Prostokąt A'B'C'D' jest podobny do prostokąta ABCD w skali 0,5. Pole prostokąta ABCD wynosi  $8 \text{ cm}^2$ . Oblicz pole prostokąta ABCD.

**Rozwiązanie:**



### Zadanie 3

Pole figury F jest 4 razy większe od pola figury G. Jaka jest skala podobieństwa figury F do figury G?

**Rozwiązanie:**



## Temat: Podobieństwo figur - utrwalenie wiadomości.

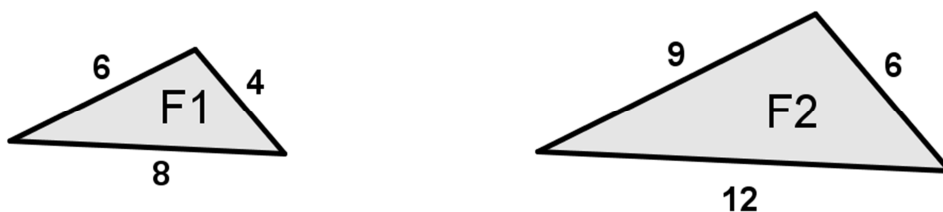
### Instrukcja

Masz do wyboru 9 zestawów zadań. Zestawy zostały podzielone na trzy grupy. Te z niższymi numerami zawierają zadania o niższym stopniu trudności. Im wyższy numer zestawu tym zadania są trudniejsze. Możesz wybrać własną ścieżkę pracy. Dla przykładu: po opracowaniu zadań z zestawu <1a> możesz kontynuować pracę z zadaniami o podobnym stopniu trudności – sięgnij wtedy po zestaw <1b> i <1c>. Jeśli jednak chcesz rozwiązywać trudniejsze zadania, wtedy wybierz zestaw <2a>. Możesz kontynuować pracę z zestawami z grupy <2> biorąc kolejno zestaw <2b> i <2c>, ale możesz też zdecydować się na pracę z zestawami z najtrudniejszej grupy zadań <3>. Wtedy sięgnij po zestaw <3a>, <3b> i <3c>. Zawsze możesz też wrócić do grupy zestawów z niższym numerem. Samodzielnie decydujesz, które zadania rozwiązujesz.

### ZESTAW <1a>

#### Zadanie 1

Trójkąty F1 i F2 są podobne (stosunki odpowiadających sobie boków są takie same). Ustal skalę podobieństwa większego trójkąta do mniejszego.



Wskazówka: wskaż jedną parę boków, które sobie odpowiadają, a następnie podziel długość boku większego trójkąta przez długość odpowiadającego mu boku mniejszego trójkąta.

#### Zadanie 2

Sprawdź czy stosunki odpowiadających sobie boków trójkątów F1 i F2 są takie same. Czy te trójkąty są podobne?



Wskazówka: Jeśli stosunki odpowiadających sobie boków w dwóch trójkątach są takie same, to te trójkąty są podobne.

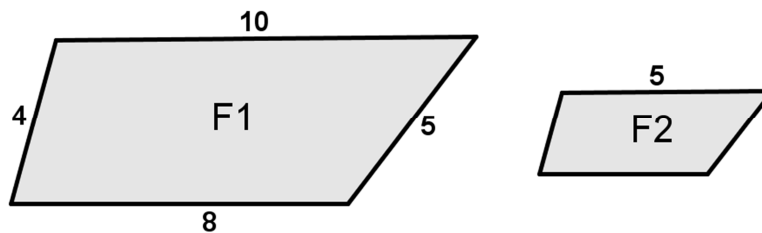
### ZESTAW <1b>

#### Zadanie 1

Figury F1 i F2 są podobne. Skala podobieństwa figury F2 do figury F1 wynosi 4. Oblicz długości boków figury F2, jeśli figura F1 ma boki długości: 4, 5, 2, 8.

#### Zadanie 2

Figury F1 i F2 są podobne. Oblicz brakujące długości boków figury F2.



Wskazówka: Ile razy mniejszy jest każdy bok czworokąta F2 od boków czworokąta F1?

### ZESTAW <1c>

#### Zadanie 1

Jaka jest skala podobieństwa figury F1 do figury F2, jeśli pole figury F1 wynosi  $32\text{cm}^2$ , a pole figury F2 wynosi  $2\text{cm}^2$ ?

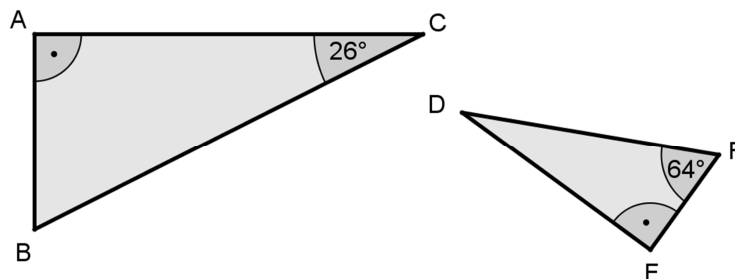
#### Zadanie 2

Jaka jest skala podobieństwa figury F1 do figury F2, jeśli pole figury F1 wynosi  $4\text{m}^2$ , a pole figury F2 wynosi  $4\text{m}^2$ ?

### ZESTAW <2a>

#### Zadanie 1

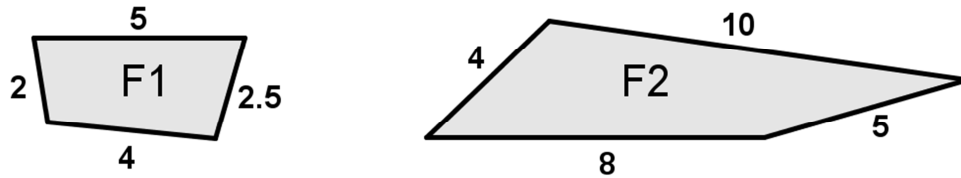
Uzasadnij, że trójkąt ABC jest podobny do trójkąta DEF.



Podaj cechę podobieństwa trójkątów, na podstawie której można stwierdzić podobieństwo trójkąta ABC i trójkąta DEF.

Zadanie 2

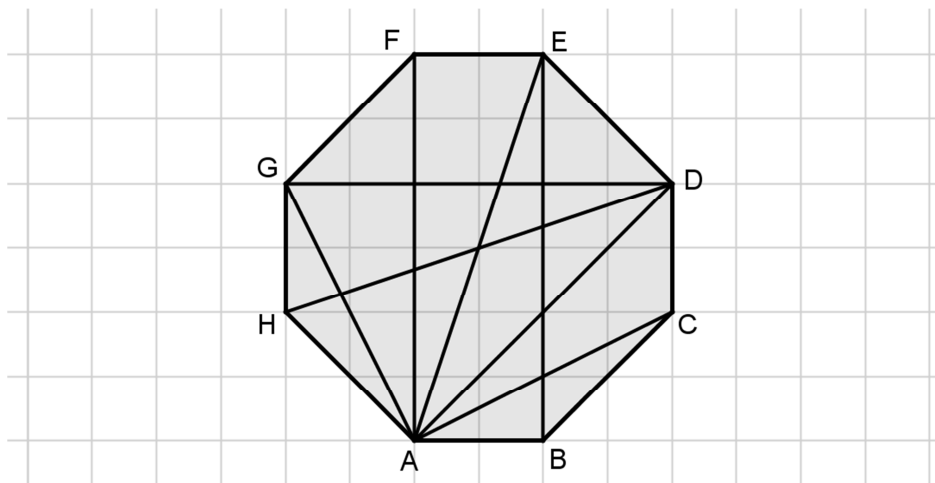
Sprawdź, że stosunki par długości boków czworokątów F1 i F2 są takie same. Czy jednak te czworokąty są podobne? Odpowiedź uzasadnij.



**ZESTAW <2b>**

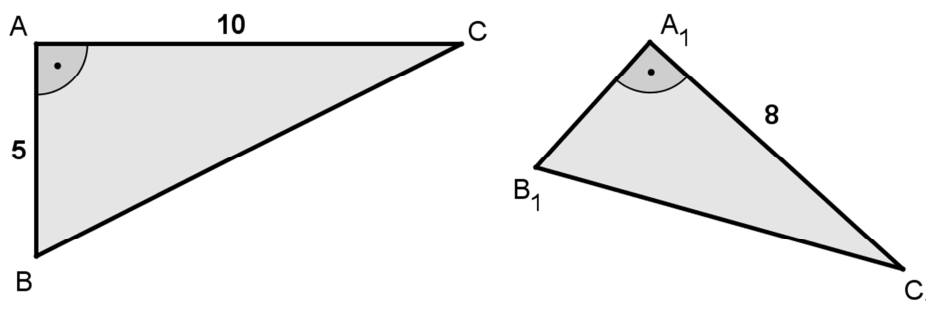
Zadanie 1

Wymień trójkąty podobne do trójkąta ABE. W jakiej skali są one podobne do trójkąta ABE?



Zadanie 2

Trójkąt ABC jest podobny do trójkąta  $A_1B_1C_1$ . Oblicz brakujące długości boków w tych trójkątach.



Jaka jest skala podobieństwa trójkąta  $A_1B_1C_1$  do trójkąta ABC? Jaka jest skala podobieństwa trójkąta ABC do trójkąta  $A_1B_1C_1$ ?

### ZESTAW <2c>

#### Zadanie 1

Przyprostokątna w trójkącie prostokątnym ABC ma długość  $2\sqrt{2}$  cm, przeciwprostokątna ma długość 6cm. W trójkącie prostokątnym DEF przyprostokątne mają długości  $\sqrt{2}$  cm i  $\sqrt{7}$  cm. Czy trójkąty ABC i DEF są podobne?

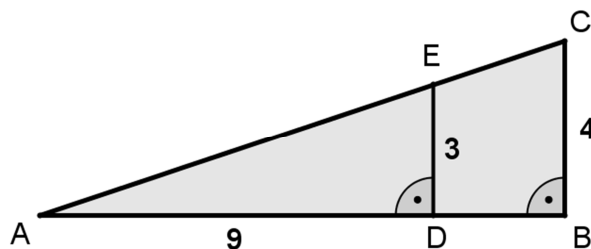
#### Zadanie 2

Na mapie w skali 1 : 200000 powierzchnia jeziora Mamry wynosi około  $25\text{cm}^2$ . Jaka jest powierzchnia tego jeziora w rzeczywistości? Wynik podaj w kilometrach kwadratowych.

### ZESTAW <3a>

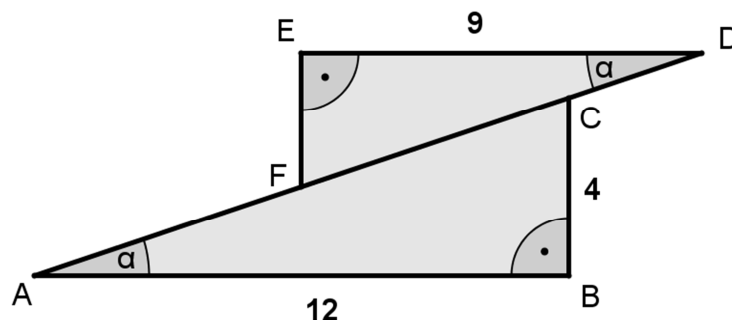
#### Zadanie 1

Uzasadnij podobieństwo trójkątów ABC i ADE, a następnie oblicz pole trójkąta ABC.



#### Zadanie 2

Uzasadnij podobieństwo trójkątów ABC i DEF, a następnie, wiedząc, że punkt F jest środkiem odcinka AC oblicz obwód sześciokąta ABCDEF.



### ZESTAW <3b>

#### Zadanie 1

Figury F1 i F2 są podobne. Wysokość figury F1 jest 3 razy większa od wysokości figury F2. Ile razy pole figury F1 jest większe od pola figury F2?



## Zadanie 2

W odległości 15cm od lampki trzymamy piłkę o średnicy 15cm. W jakiej odległości od ściany powinna znaleźć się lampka, aby cień jaki daje piłka miał średnicę 3 razy większą od średnicy samej piłki?

## **ZESTAW <3c>**

### Zadanie 1

Powierzchnia okrągłego klombu wynosi  $12\text{m}^2$ . Chcemy przygotować plan klombu w skali 1 : 20. Czy plan ten zmieści się na arkuszu A4? Jaką powierzchnię będzie mieć klomb na planie? Jaką powierzchnię miałby klomb na planie w skali 1 : 40?

### Zadanie 2

Czy mała litera b jest podobna do dużej litery B? Czy mała litera p jest podobna do dużej litery P?

