



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla gimnazjów”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Skrypt 18

Bryły

1. Prostopadłościan i sześcian – rozpoznawanie, opis, rysowanie siatek, brył
2. Inne graniastosłupy proste – rozpoznawanie, opis, rysowanie siatek, brył
3. Graniastosłupy prawidłowe
4. Obliczanie pól powierzchni graniastosłupów
5. Zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do obliczanie pól powierzchni graniastosłupów
6. Obliczanie pól graniastosłupów w sytuacjach praktycznych
7. Jednostki objętości i zamiana jednostek
8. Obliczanie objętości graniastosłupów
9. Wyznaczanie wymiarów graniastosłupów o danej objętości
10. Obliczanie objętości graniastosłupów w sytuacjach praktycznych

Opracowanie Jerzy Mil

Temat: Prostopadłościan i sześcian – rozpoznawanie, opis, rysowanie siatek, brył

Praca z apletem *Bryły01*

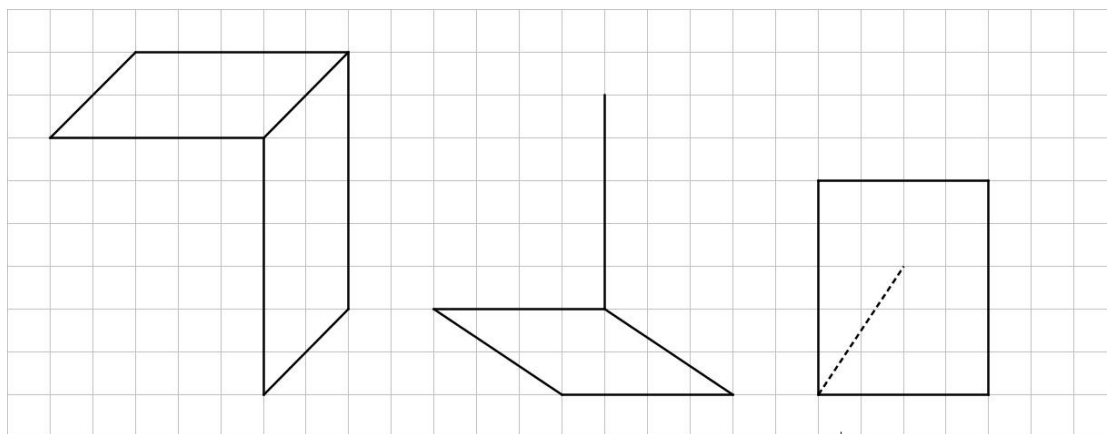
Masz do wyboru opcje Prostopadłościan i Sześcian oraz Rysunek i Siatka. Suwaki a, b c służą do ustalenia długości krawędzi brył. Suwak zoom służy do zmiany wielkości rysunku, a zmiana położenia zielonego i czerwonego punktu na okręgach w tych samych kolorach pozwala na obracanie bryły. W siatce odcinki tej samej długości rysowane są tym samym kolorem.

Uwaga: Wybór niektórych opcji powoduje ukrywanie niepotrzebnych elementów sterujących. Np. wybór opcji Sześcian ukrywa suwaki b i c, wybór opcji Siatka ukrywa suwak zoom i okręgi z punktami służące do obracania rysunku.

Zadanie 1. Narysuj siatki następujących brył. Sprawdź poprawność rysunku używając apletu z włączoną opcją siatka.

- prostopadłościanu o krawędziach długości 1,5cm, 2cm i 2,5cm
- prostopadłościanu o krawędziach długości 1cm, 1cm i 3cm
- sześcianu o krawędzi 2cm

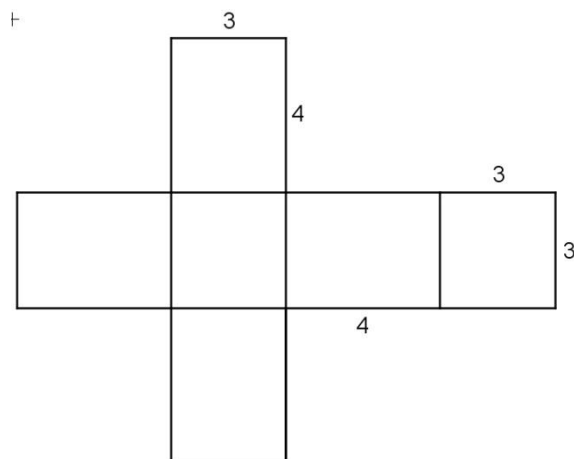
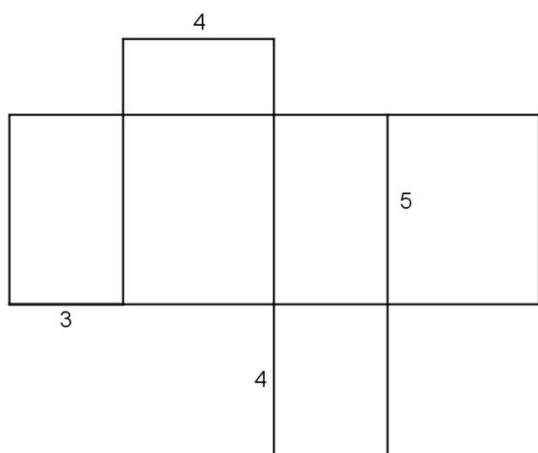
Zadanie 2. Uzupełnij rysunki prostopadłościanów rysując widoczne krawędzie linią ciągłą, a niewidoczne linią przerywaną.



Zadanie 3. Uzupełnij tabelę obliczając V - objętość i P_c - pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu o danych krawędziach a, b i c.

| a | b | c | V | P_c |
|-----|-----|-----|---|-------|
| 5cm | 2cm | 3cm | | |
| 3cm | 3cm | 3cm | | |

Zadanie 4. Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość prostopadłościanów o siatce przedstawionej na rysunku.



Zadanie 5. Uzupełnij tabelę.

| Krawędź sześcianu | Objętość sześcianu | Pole powierzchni całkowitej sześcianu |
|-------------------|--------------------|---------------------------------------|
| 6cm | | |
| | 125cm ³ | |
| | | 24cm ² |

Zadanie 6. Oblicz długość krawędzi prostopadłościanu, którego objętość jest równa 24cm³, a pozostałe krawędzie mają długość 2cm i 8cm.

Zadanie 7. Dwie krawędzie prostopadłościanu mają długość 4cm i 2cm, a jego pole powierzchni całkowitej jest równe 100cm². Oblicz długość trzeciej krawędzi prostopadłościanu.

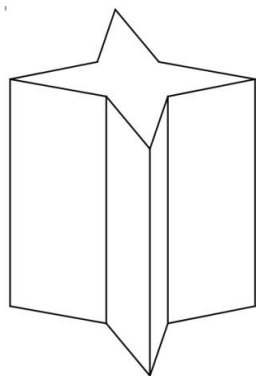
Temat: Inne graniastosłupy proste – rozpoznawanie, opis, rysowanie siatek, brył

Praca z apletem *Bryły02*

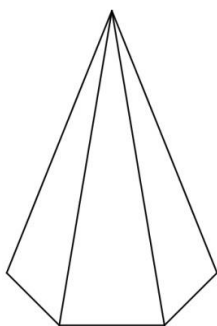
Suwak n pozwala wybrać jeden z 15 graniastosłupów. Pole wyboru Pokaż podstawy koloruje podstawy graniastosłupa. Pole wyboru Podpowiedź wyświetla definicję graniastosłupa prostego. Suwak zoom zmienia rozmiary rysunku, a zmieniając położenie punktów na okręgach możemy obracać graniastosłup.

W prezentowanych graniastosłupach staramy się tak dobrać podstawy, by graniastosłup można było uznać za prosty.

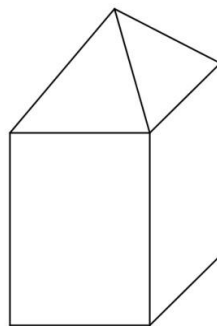
Zadanie 1. Zaznacz Tak pod rysunkami przedstawiającymi graniastosłupy proste, Nie – w przeciwnym wypadku



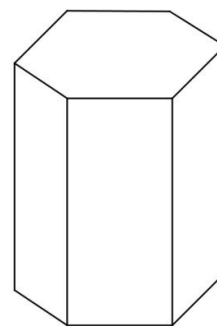
Tak / Nie



Tak / Nie



Tak / Nie



Tak / Nie

Zadanie 2. Na podstawie opisu określ, czy podane bryły są graniastosłupami prostymi.

| | |
|---|-----------|
| Prostopadłościan o krawędziach 1cm, 2cm i 3cm | Tak / Nie |
| Bryła, której ścianami są dwa trójkąty, prostokąt i dwa równoległoboki | Tak / Nie |
| Bryła, której ścianami są dwa trapezy równoramienne i cztery prostokąty | Tak / Nie |
| Sześcian o krawędzi 10cm | Tak / Nie |

Praca z apletem *Bryły04*

Wybierz opcję Siatka. Suwakiem n ustal liczbę wierzchołków podstawy. Suwakiem h ustal wysokość graniastosłupa. Zmieniając położenie czerwonych punktów ustalisz jakim wielokątem jest podstawa graniastosłupa. Pole wyboru Wierzchołki podstawy pozwala ukrywać czerwone punkty (wierzchołki podstawy).

Zadanie 3. Narysuj siatkę graniastosłupa prostego, którego podstawą jest trójkąt prostokątny o bokach 1,5cm, 2cm i 2,5cm, a wysokość graniastosłupa jest równa 2cm.

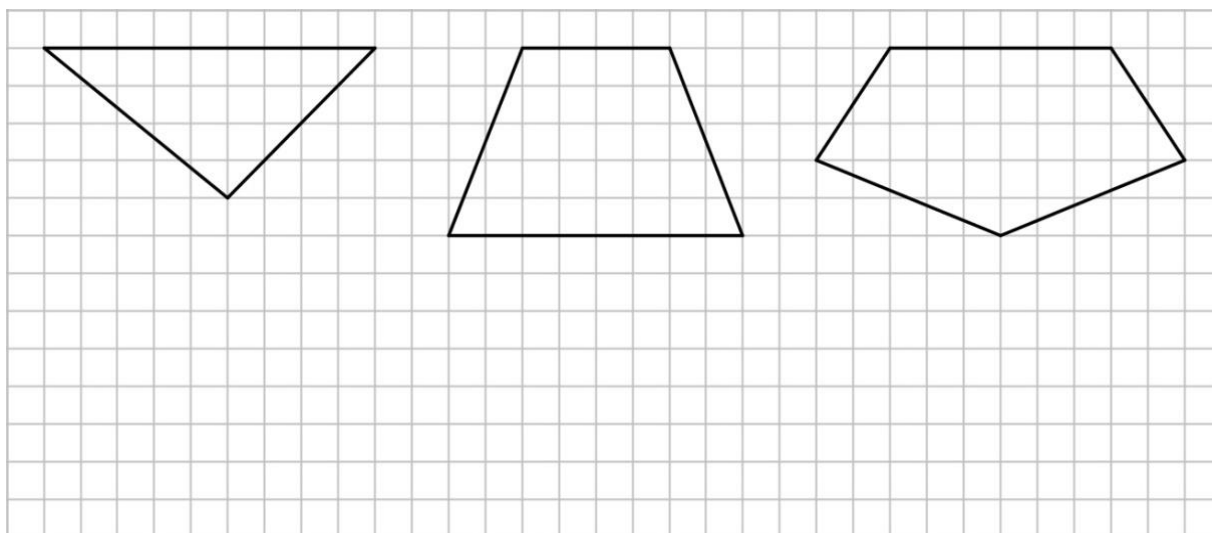
Zadanie 4. Narysuj siatkę graniastosłupa prostego, którego podstawą jest kwadrat o boku 1,5cm. Wysokość graniastosłupa jest równa 3cm.

Zadanie 5. Narysuj siatkę graniastosłupa prostego, którego podstawą jest trapez prostokątny o podstawach 2cm i 4cm i ramionach 1,5cm i 2,5cm. Wysokość graniastosłupa jest równa 2cm.

Praca z apletem *Bryly04*

Wybierz opcję Rysunek. Suwakiem n ustal liczbę wierzchołków podstawy. Suwakiem h ustal wysokość graniastosłupa. Zmieniając położenie czerwonych punktów ustalisz jakim wielokątem jest podstawa graniastosłupa. Zmieniając wartość suwaka krok stopniowo narysujesz rysunek graniastosłupa. Pole wyboru Wierzchołki podstawy pozwala ukrywać czerwone punkty (wierzchołki podstawy).

Zadanie 6. Uzupełnij rysunki tak, by przedstawiały graniastosłupy proste. Wysokość każdego z graniastosłupów niech będzie równa 7 kratek.



Zadanie 7. Uzupełnij tabelę

| Podstawa | Wysokość | Suma długości wszystkich krawędzi |
|----------------------------------|----------|-----------------------------------|
| Trójkąt równoboczny o boku 3cm | 4cm | |
| Romb o boku 6cm | 1cm | |
| Równoległobok o bokach 3cm i 5cm | 4cm | |

Temat: Graniastosłupy prawidłowe

Praca z apletem *Bryły03*

Suwak n pozwala określić liczbę wierzchołków podstawy. Suwakami a i h ustawisz odpowiednio długość krawędzi podstawy i wysokość graniastosłupa. Suwak zoom odpowiada za powiększenie rysunku graniastosłupa. Zmiana położenie zielonego i czerwonego punktu na okręgach w tych samych kolorach pozwala na obracanie bryły.

Praca z apletem *Bryły04*

Wybierz opcję Siatka. Ustaw wartość suwaka $n=3$. Ustaw wartość suwaka $h=4$. Kliknij przycisk Graniastosłup Prawidłowy.

Zadanie 1. Narysuj siatkę graniastosłupa prawidłowego trójkątnego o krawędzi podstawy 2cm i wysokości 4cm.

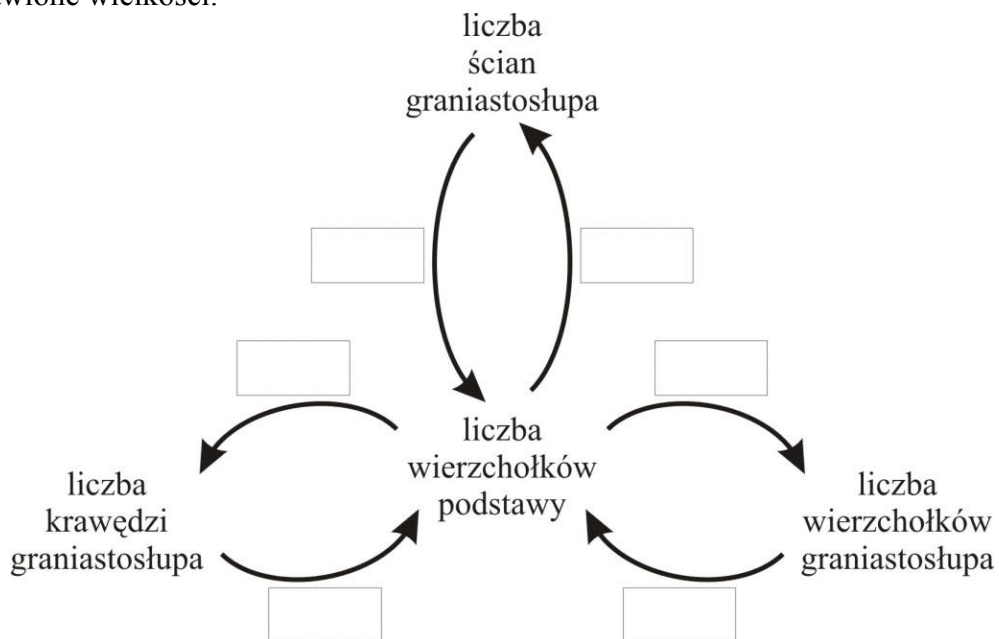
Praca z apletem *Bryły03*

Zmieniaj wartość suwaka n i uzupełnij poniższą tabelę.

Zadanie 2. Uzupełnij tabelę

| Podstawa | Liczba wierzchołków | Liczba krawędzi | Liczba ścian |
|------------|---------------------|-----------------|--------------|
| trójkąt | | | |
| czworokąt | | | |
| pięciokąt | | | |
| sześciokąt | | | |
| siedmiokąt | | | |
| ośmiokąt | | | |

Zadanie 3. Uzupełnij graf o odpowiednie działania arytmetyczne pozwalające obliczyć przedstawione wielkości.



Zadanie 4. Korzystając z powyższego grafu uzupełnij tabelę.

| Podstawa | Liczba wierzchołków | Liczba krawędzi | Liczba ścian |
|----------|---------------------|-----------------|--------------|
| | 28 | | |
| | | 33 | |
| | | | 34 |

Zadanie 5. Określ prawdziwość zdań zaznaczając P, gdy zdanie jest prawdziwe albo F, gdy zdanie jest fałszywe.

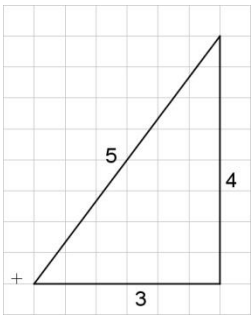
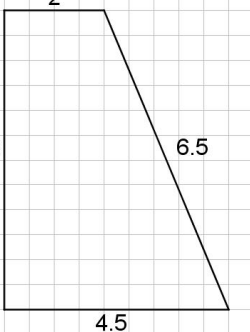
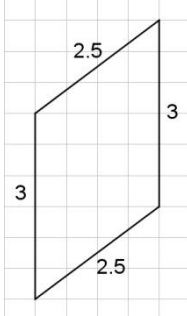
| | |
|--|-------|
| a) Istnieje graniastosłup, który ma 22 ściany. | P / F |
| b) Istnieje graniastosłup, który ma 4 ściany. | P / F |
| c) Istnieje graniastosłup, który ma 101 krawędzi. | P / F |
| d) Istnieje graniastosłup, który ma 63 krawędzie. | P / F |
| e) Istnieje graniastosłup, który ma 25 wierzchołków. | P / F |
| f) Istnieje graniastosłup, który ma 102 wierzchołki. | P / F |

Temat: Obliczanie pól powierzchni graniastosłupów

Praca z apletem *Bryły04*

Wybierz opcję Siatka. Suwakiem n ustal liczbę wierzchołków podstawy. Suwakiem h ustal wysokość graniastosłupa. Zmieniając położenie czerwonych punktów ustalisz jakim wielokątem jest podstawa graniastosłupa. Pole wyboru Wierzchołki podstawy pozwala ukrywać czerwone punkty (wierzchołki podstawy).

Zadanie 1. Oblicz pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa. Przyjmij, że 1 kratka ma bok długości 0,5cm.

| | a) | b) | c) |
|----------|--|--|--|
| Podstawa |  |  |  |
| Wysokość | 7cm | 10cm | 5cm |

Zadanie 2. Uzupełnij luki w przekształceniach wzorów.

- a) $2 \cdot P_p + P_b = P_c$ $2 \cdot P_p = P_c$ $P_p =$
- b) $2 \cdot P_p + P_b = P_c$ $P_b =$

Zadanie 3. Uzupełnij tabelę korzystając ze wzorów z zadania 2.

| Pole podstawy graniastosłupa | Pole powierzchni bocznej graniastosłupa | Pole powierzchni całkowitej graniastosłupa |
|------------------------------|---|--|
| 6cm^2 | | 25cm^2 |
| | 24cm^2 | 36cm^2 |
| 10cm^2 | | 40cm^2 |
| | 19cm^2 | 35cm^2 |

Temat: Zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do obliczanie pól powierzchni graniastosłupów

Praca z apletem *Bryły05*

Zaznacz pole wyboru Pola powierzchni. Suwakiem n ustalasz numer zadania (0 – pytanie kluczowe, 1 – zadanie 1, 2 – zadanie 2, 3 – zadanie 3). Suwak zoom odpowiada za powiększenie rysunku graniastosłupa. Zmiana położenie zielonego i czerwonego punktu na okręgach w tych samych kolorach pozwala na obracanie bryły.

Zadanie 1. Krawędź podstawy graniastosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 2cm, a przekątna graniastosłupa ma długość $\sqrt{17}$ cm. Oblicz pole powierzchni całkowitej.

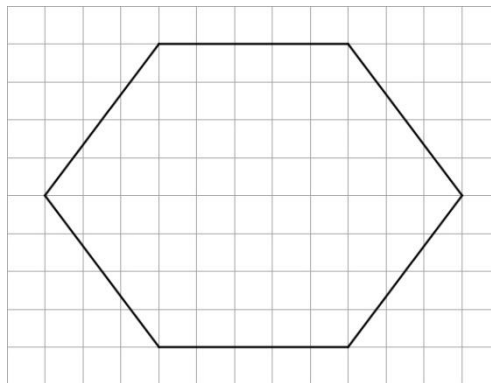
Zadanie 2. Podstawą graniastosłupa prostego jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 3cm i 4cm. Przekątna największej ze ścian bocznych ma długość 13cm. Oblicz pole powierzchni bocznej tego graniastosłupa.

Zadanie 3. Najdłuższa z przekątnych graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość 4cm i tworzy z przekątną podstawy kąt 45° . Oblicz pole powierzchni bocznej tego graniastosłupa.

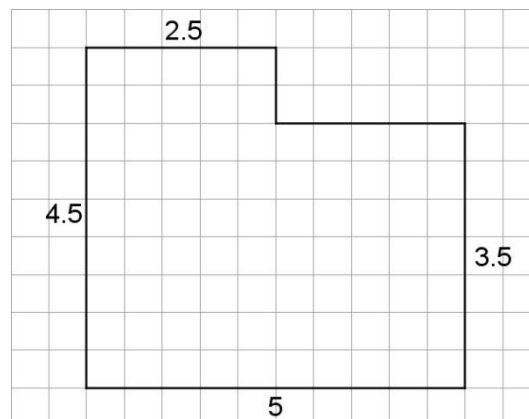
Temat: Obliczanie pól graniastosłupów w sytuacjach praktycznych

Zadanie 1. Podstawa wieży jest ośmiokątem foremnym o boku 1,5m. Wysokość wieży jest równa 9m. Boki wieży mają być wyłożone ozdobnymi płytkami. Jaka powierzchnia zostanie wyłożona płytkami?

Zadanie 2. Basen dla dzieci ma kształt przedstawiony na poniższym rysunku i głębokość 0,5m. Oblicz jaką powierzchnię mają ściany basenu. Przyjmij, że jedna kratka odpowiada 0,5m.



Zadanie 3. Na poniższym rysunku przedstawiony jest plan pokoju. Oblicz jaką powierzchnię mają ściany tego pokoju, jeżeli jego wysokość jest równa 3,5m, a w pokoju są drzwi o wymiarach $0,8\text{m} \times 2,2\text{m}$ oraz dwa okna o wymiarach $2,5\text{m} \times 1,2\text{m}$. Jeden litr farby wystarczy na pomalowanie 14m^2 ściany. Ile trzeba zakupić farby, by pomalować ściany tego pokoju dwukrotnie?

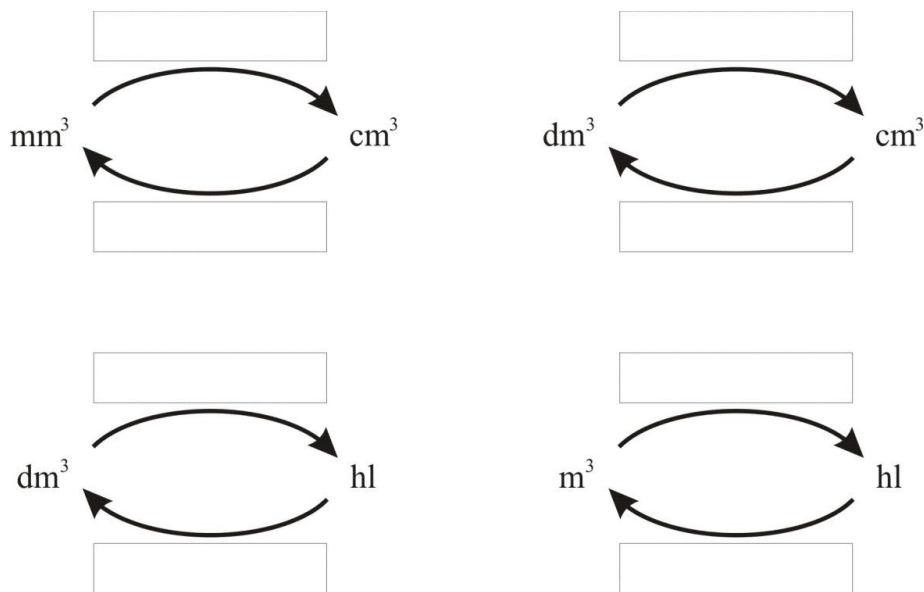


Temat: Jednostki objętości i zamiana jednostek

Zadanie 1. Uzupełnij luki w zdaniach.

- a) Nie zmieniamy wartości liczbowej zamieniając decymetry sześcienne na i na decymetry sześcienne.
- b) Nie zmieniamy wartości liczbowej zamieniając mililitry na i na mililitry.

Zadanie 2. Wpisz w grafach jakie działania trzeba wykonać na wartościach liczbowych zamieniając jednostki objętości.



Zadanie 3. Uzupełnij tabelę zamieniając jednostki.

| mm^3 | cm^3 | ml | dm^3 |
|---------------------|------------------|-------|-----------------|
| 12000 mm^3 | | | |
| | 20 cm^3 | | |
| | | 400ml | |
| | | | 2 dm^3 |

Zadanie 4. Uzupełnij tabelę zamieniając jednostki.

| dm^3 | hl | m^3 |
|----------------------|--------|-----------------|
| 500 dm^3 | | |
| | 30hl | |
| | | 3 m^3 |
| 120000 dm^3 | | |
| | 5000hl | |
| | | 20 m^3 |

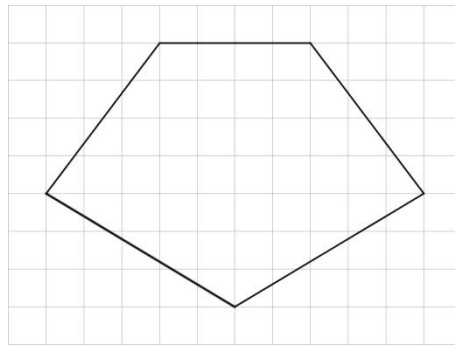
Temat: Obliczanie objętości graniastosłupów

Praca z apletem *Bryły05*

Zaznacz pole wyboru Objętość. Suwakiem n ustalasz numer zadania (0 – pytanie kluczowe, 1 – zadanie 1, 2 – zadanie 2, 3 – zadanie 3). Suwak zoom odpowiada za powiększenie rysunku graniastosłupa. Zmiana położenie zielonego i czerwonego punktu na okręgach w tych samych kolorach pozwala na obracanie bryły.

Zadanie 1. Podstawą graniastosłupa jest romb o przekątnych 4cm i 3cm, a wysokość graniastosłupa jest równa 5cm.

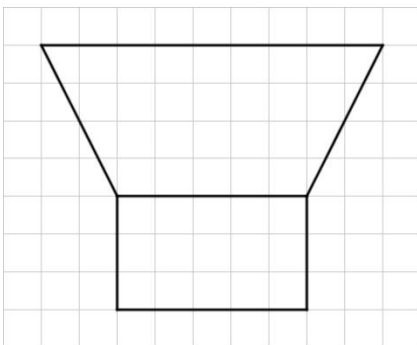
Zadanie 2. Oblicz objętość graniastosłupa, którego podstawą jest wielokąt przedstawiony poniżej, a wysokość graniastosłupa jest równa 6cm. Przyjmij, że jedna kratka ma bok długości 0,5cm.



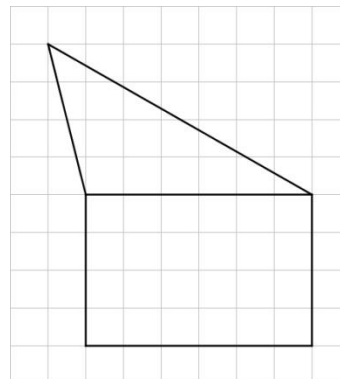
Zadanie 3. W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym przekątna graniastosłupa tworzy z jego krawędzią boczną kąt 60° . Jeżeli przekątna graniastosłupa ma długość 6cm, to jaka jest objętość graniastosłupa?

Zadanie 4. Na podstawie fragmentu siatki graniastosłupa oblicz jego objętość. Przyjmij, że jedna kratka ma bok długości 0,5cm.

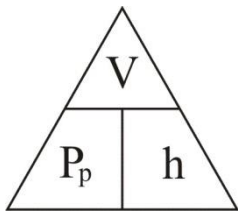
a)



b)



Temat: Wyznaczanie wymiarów graniastosłupów o danej objętości

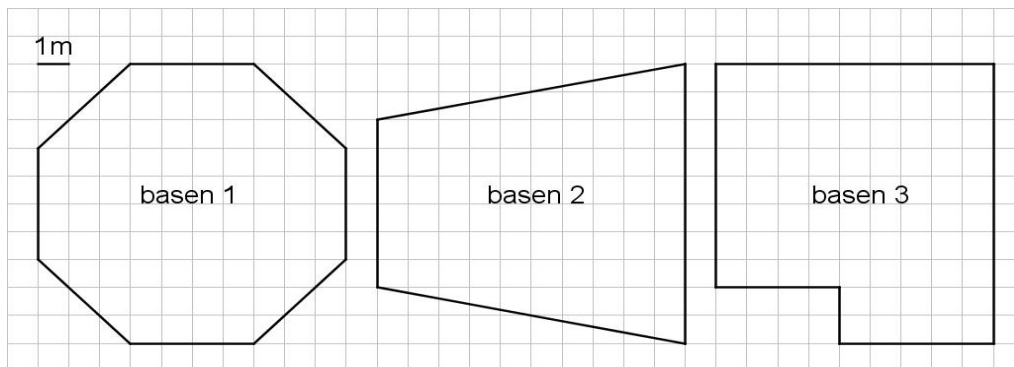


Zadanie 1. Korzystając z przedstawionego obok trójkąta wyznacz ze wzoru na objętość graniastosłupa pole podstawy i wysokość graniastosłupa.

a) $h = \dots\dots\dots$

b) $P_p = \dots\dots\dots$

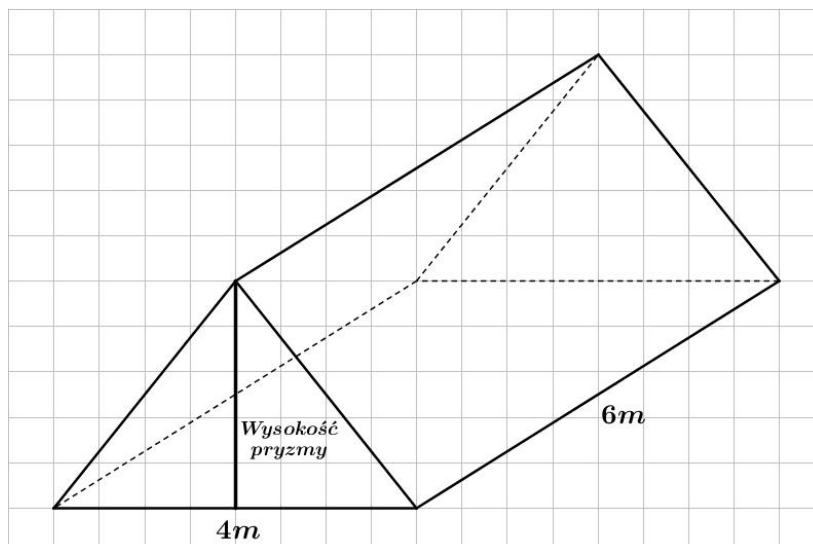
Zadanie 2. Kształty dna trzech basenów przedstawiono na rysunkach poniżej. Do wszystkich trzech basenów wlewo 180m^3 wody. W którym basenie jest najgłębiej?



Zadanie 3. Uzupełnij tabelę obliczając brakującą w wierszu wielkość. Pamiętaj o jednostkach.

| Pole podstawy | Wysokość graniastosłupa | Objętość graniastosłupa |
|-----------------|-------------------------|-------------------------|
| 12m^2 | | 18m^3 |
| | 18cm | 144cm^3 |
| | 75mm | 15cm^3 |
| $0,5\text{m}^2$ | | 40l |

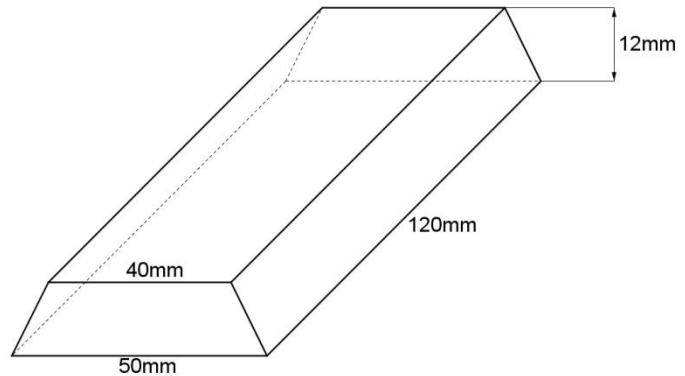
Zadanie 4. Kopiąc fundamenty wybrano ziemię z placu o powierzchni 18m^2 na głębokość 2 metrów. Ziemię wykopaną z fundamentów domu złożono na pryzmę przedstawioną na rysunku. Jaka jest wysokość pryzmy?



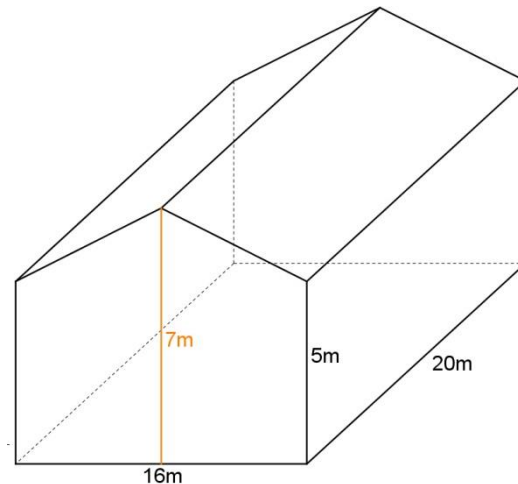
Temat: Obliczanie objętości graniastosłupów w sytuacjach praktycznych

Zadanie 1. Wanna ma kształt prostopadłościanu o szerokości 60cm, długości 1,6 m i głębokości 5,5dm. Woda z kranu wylewa się z szybkością 24 litrów na minutę. Po jakim czasie woda napełni wannę?

Zadanie 2. Sztabka złota ma wymiary przedstawione na rysunku. Ile waży ta sztabka, jeżeli 1cm^3 złota waży 19,3g. Ile kosztuje ta sztabka, jeżeli cena złota wynosi 185zł za 1 gram?



Zadanie 3. Moc klimatyzatorów dobiera do pomieszczeń według zalecenia 40W na 1m^3 . Jaka musi być łączna moc klimatyzatorów zainstalowanych w hali produkcyjnej przedstawionej na rysunku?



Zadanie 4. Wojtek wykonał model sześcianu, jak przedstawiono na rysunku. Używał listewek, których przekrój poprzeczny jest kwadratem o boku 2cm. Krawędź sześcianu ma długość 20cm. Oblicz masę tego modelu, wiedząc, że 1cm^3 drewna, z którego wykonano model ma masę 0,8g. [Próbny egzamin gimnazjalny – grudzień 2011, zad. 23]

