



---

Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla gimnazjów”  
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

## Skrypt 26

# Przygotowanie do egzaminu Równania i układy równań

1. Przypomnienie podstawowych wiadomości o równaniach.
2. Rozwiązywanie równań.
3. Przypomnienie podstawowych wiadomości o układach równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
4. Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
5. Przekształcanie wzorów.
6. Rozwiązywanie zadań tekstowych z wykorzystaniem równań.
7. Rozwiązywanie zadań tekstowych z wykorzystaniem układów równań.
8. Zastosowanie równań i układów równań w zadaniach tekstowych - zadania egzaminacyjne.

**Opracowanie: GIM7**

## Temat: Przypomnienie podstawowych wiadomości o równaniach.

### Instrukcja obsługi apletu:

Aplet *egzamin06* zawiera zestawienie najważniejszych wiadomości dotyczących równań oraz trzy zadania pozwalające je utrwalić. Do każdej części apletu możesz dostać się bezpośrednio ze strony głównej. Nawigację ułatwiają też przyciski ze strzałkami – zielone przekierowują na stronę poprzednią lub następną, zaś szary umożliwia powrót do strony głównej.

- Otwórz plik *egzamin06*.  
Przyciski: *O równaniach*, *Równania równoważne i Rozwiązanie równania*, *rodzaje równań* przeniosą cię do stron z wiadomościami teoretycznymi, natomiast te z opisami *Zadanie – równania równoważne*, *Zadanie – rodzaje równań*, *Przykład równania wraz z rozwiązaniem* umożliwią przejście do stron z zadaniami.
- Pracę rozpocznij od przypomnienia wiadomości. W każdej części z teorią dodatkowo umieszczone są przykłady ilustrujące omawiane pojęcia.
- W kolejnym kroku przejdź do zadań. Pierwsze polega na połączeniu par równań równoważnych. Pamiętaj, aby zielone punkty przy równaniach z lewej strony jak najdokładniej pokryły się z zielonymi punktami równań ze strony prawej. Informacja zwrotna pojawi się po zaznaczeniu pola wyboru *Sprawdź*. Zielony „haczyk” oznacza prawidłowo połączone pary, zaś czerwony krzyżyk - błędnie. Potrzebne obliczenia wykonaj w zeszycie.
- Zadanie drugie polega na określeniu, czy dane równanie jest oznaczone, tożsamościowe, czy sprzeczne. O prawidłowości wykonania przykładu poinformuje cię zmiana koloru pola tekstowego – zielony oznacza, że zaznaczono poprawną odpowiedź, a czerwony, że wskazano odpowiedź błędną. Potrzebne obliczenia wykonaj w zeszycie.
- Trzecie zadanie wymaga rozwiązania równania w zeszycie i wpisania otrzymanego wyniku w pole tekstowe apletu. Po jego wpisaniu kliknij w przycisk ENTER lub w dowolne miejsce poza polem z odpowiedzią. Dopiero wtedy wyświetli się informacja zwrotna. Zielony „haczyk” oznacza odpowiedź prawidłową, a czerwony krzyżyk błędną. Możesz też zobaczyć przykładowe rozwiązanie zaznaczając pole *Pokaż rozwiązanie*.
- Po wykonaniu zadań zakończ pracę z apletem.

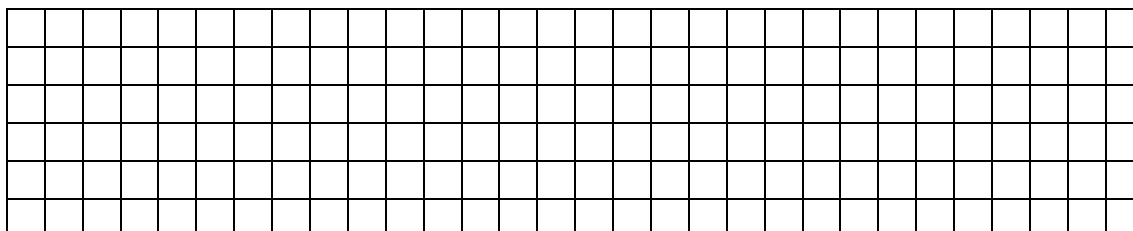
## Temat: Rozwiązywanie równań.

### Praca w parach.

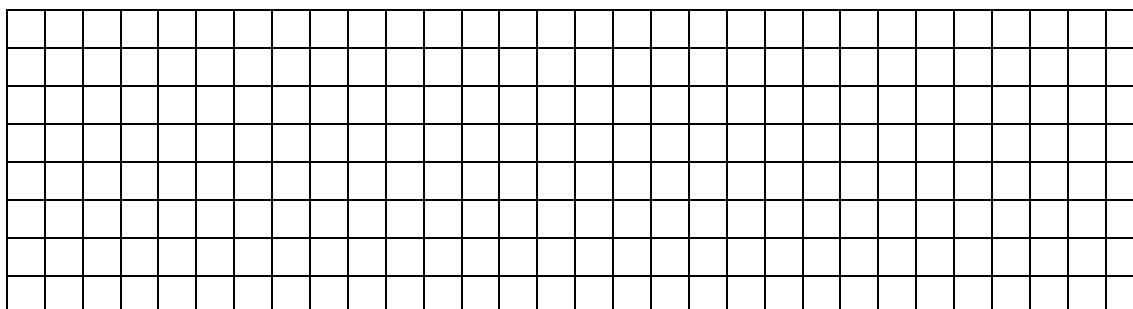
Rozwiążcie poniższe zadania. Czas na wykonanie zadań wynosi 30 minut. Powodzenia 😊

#### Karta pracy

1. Sprawdź, czy liczba  $x = 3$  spełnia równanie  $\frac{2x-5}{2} + 3x = 2x + 3,5$ . Zapisz obliczenia.

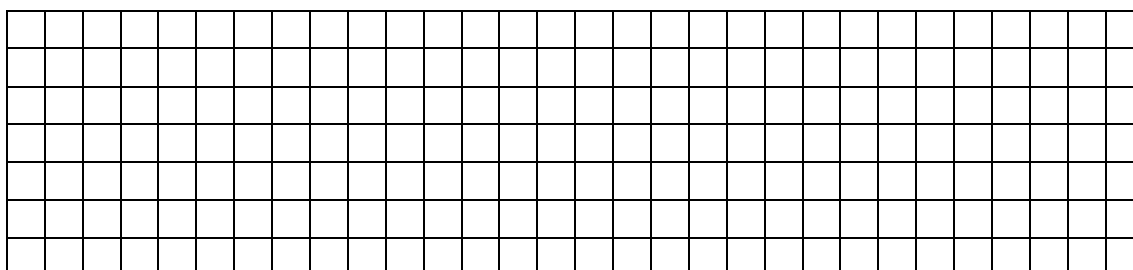


2. Rozwiąż równanie  $-3(x + 5) + 2(x - 4) = 12$  i sprawdź poprawność rozwiązania.

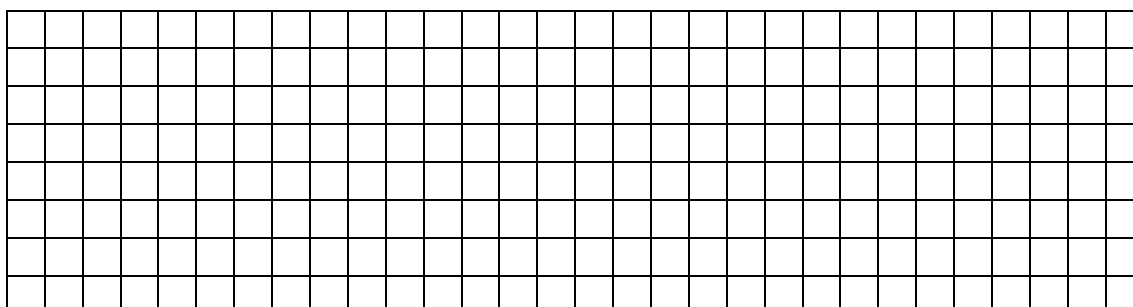


3. Rozwiąż równania:

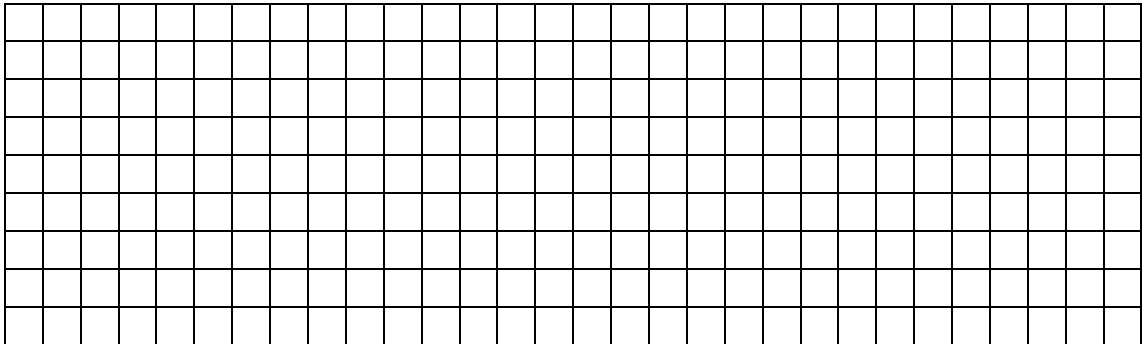
a.  $4m - (2m + 1) = -5m - 15$



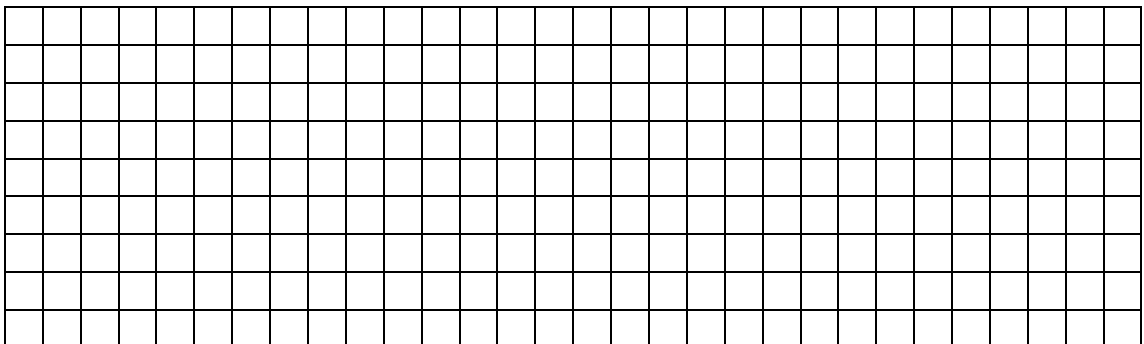
b.  $0,1y - 0,7 = 0,3(2y + 4)$



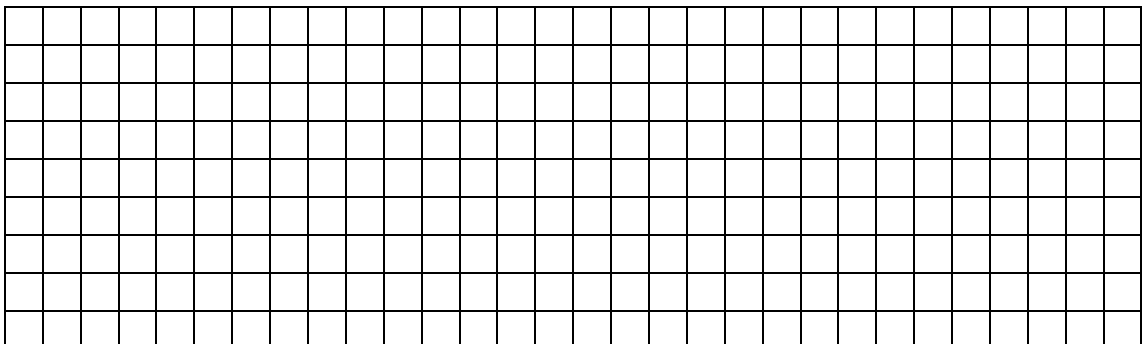
c.  $\frac{2}{5}z + 8 = -\frac{1}{3}z + 1\frac{2}{3}$



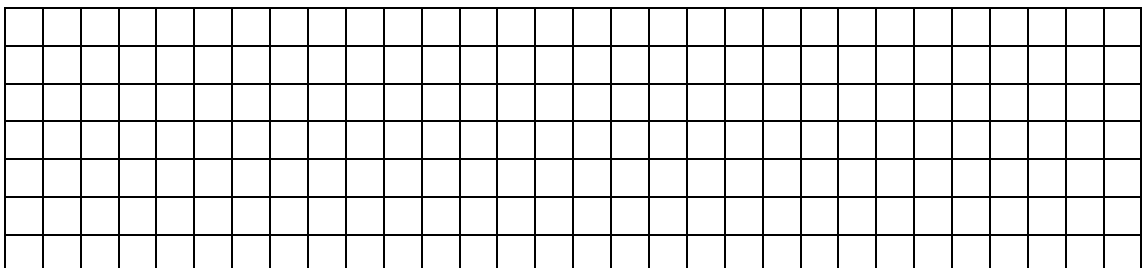
d.  $\frac{0,3+0,5a}{2} = 0,5a + 0,5$



e.  $4 - \frac{3x-5}{7} = -\frac{1}{2}x + 5$



4. Dla jakich całkowitych wartości liczby  $m$  rozwiązanie równania  $mx - 8 = -12$  jest liczbą naturalną?



## Temat: Przypomnienie podstawowych wiadomości o układach równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

### Instrukcja obsługi apletu:

Aplet *egzamin07* zawiera zestawienie najważniejszych wiadomości dotyczących układów równań oraz zadania pozwalające je utrwalić. Zarówno do części teoretycznych, jak i do zadań możesz dostać się bezpośrednio ze strony głównej. Nawigację ułatwiają też przyciski ze strzałkami – zielone przenoszą użytkownika na stronę poprzednią lub następną, zaś szary umożliwia powrót do strony głównej.

- Otwórz plik *egzamin07*.  
Przyciski: *Czym jest układ równań*, *Rozwiązanie układu równań*, *Rodzaje układów równań*, *Metoda podstawiania* oraz *Metoda przeciwnych współczynników* przeniosą cię do stron z teorią, natomiast te z opisami *Zadanie 1.*, *Zadanie 2.*, ..., *Zadanie 5.* umożliwią przejście do stron z zadaniami.
- Pracę rozpocznij od przypomnienia wiadomości. W każdej części z teorią dodatkowo umieszczone są przykłady ilustrujące omawiane pojęcia. Żeby je wyświetlić kliknij w odpowiednie pole wyboru (dla stron *Czym jest układ równań*, *Rozwiązanie układu równań*, *Metoda podstawiania* oraz *Metoda przeciwnych współczynników*) lub w przycisk (dla strony *Rodzaje układów równań*).
- W kolejnym kroku przejdź do zadań. Potrzebne obliczenia wykonaj w zeszycie. Każde zadanie opatrzone jest informacją zwrotną.
  - Pierwsze dotyczy rodzajów układów. Umieść każdy układ równań w odpowiednim prostokącie.
  - Drugie zadanie polega na dopasowaniu rozwiązań do odpowiednich układów równań. Połącz strzałkami odpowiadające sobie pary.
  - W kolejnym zadaniu należy wskazać układ równań, którego nie spełnia podana para liczb.
  - Zadanie czwarte wymaga sprawdzenia, czy podana para liczb spełnia poszczególne układy równań.
  - Ostatnie zadanie polega na rozwiązaniu dwóch układów równań – jednego metodą podstawiania, a drugiego metodą przeciwnych współczynników i wpisaniu otrzymanych rozwiązań w odpowiednie pola tekstowe.
- Na pierwszej lekcji wykonasz trzy początkowe zadania, a na drugiej dwa pozostałe.

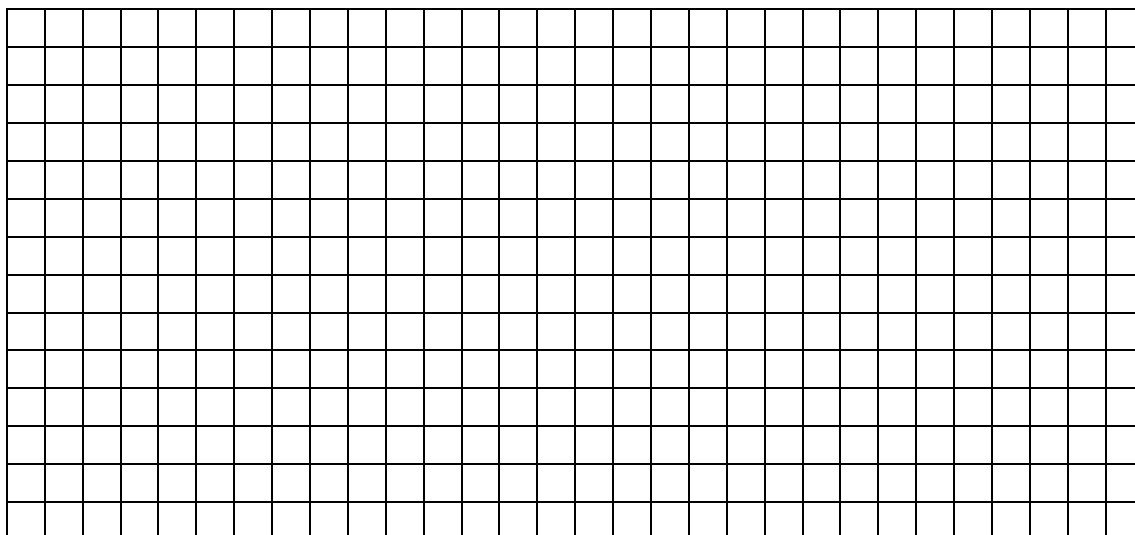
**Temat: Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.**

**Praca indywidualna.**

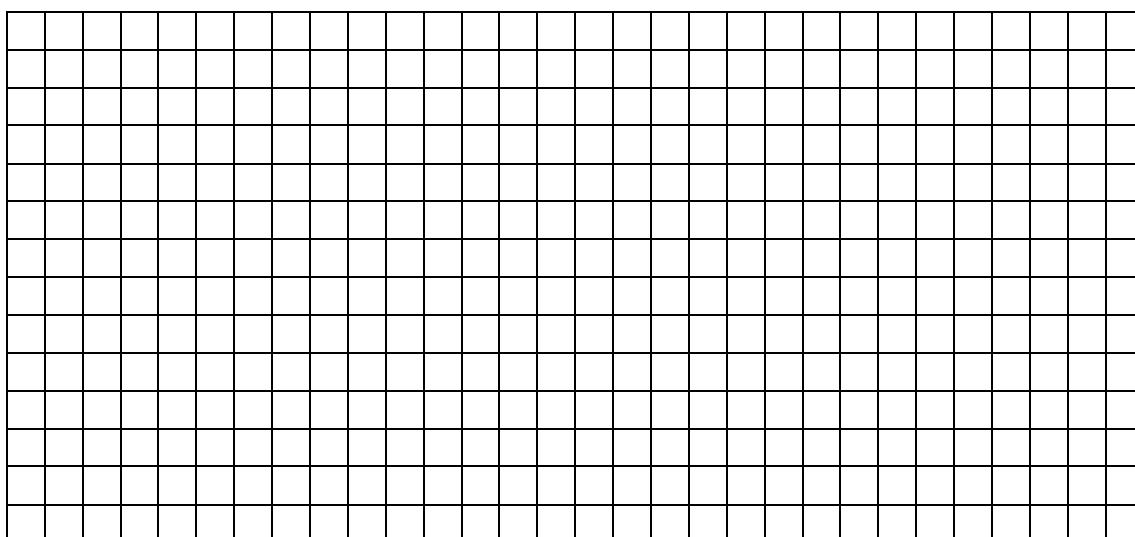
Rozwiąż poniższe układy równań. Pierwsze dwa metodą podstawiania, dwa następne metodą przeciwnych współczynników, a w ostatnim możesz zastosować metodę wybraną przez siebie. Powodzenia ☺

Karta pracy

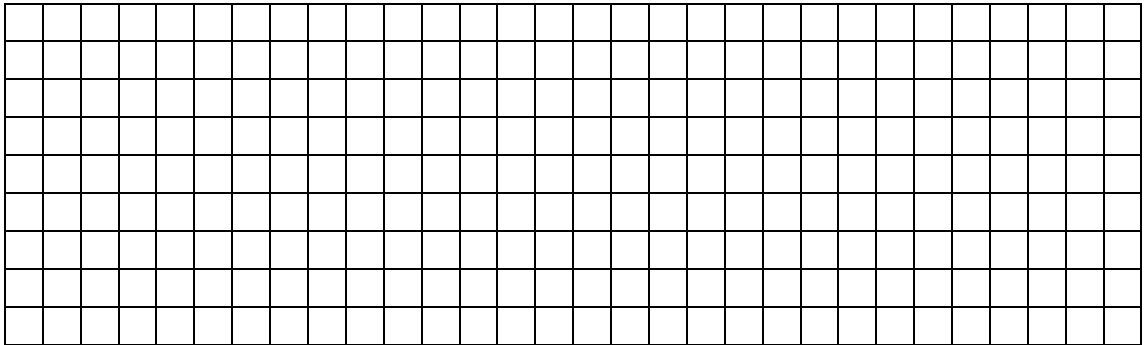
1. 
$$\begin{cases} 2x - 5y = 9 \\ x - y = -3 \end{cases}$$



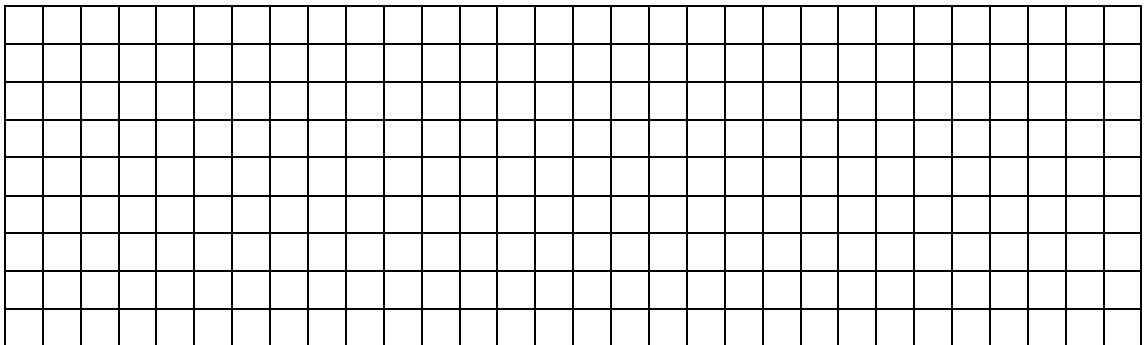
2. 
$$\begin{cases} 2(x + y) - 3(2x - y) = 1 \\ \frac{x-y}{2} + \frac{2x-y}{3} = 1 \end{cases}$$



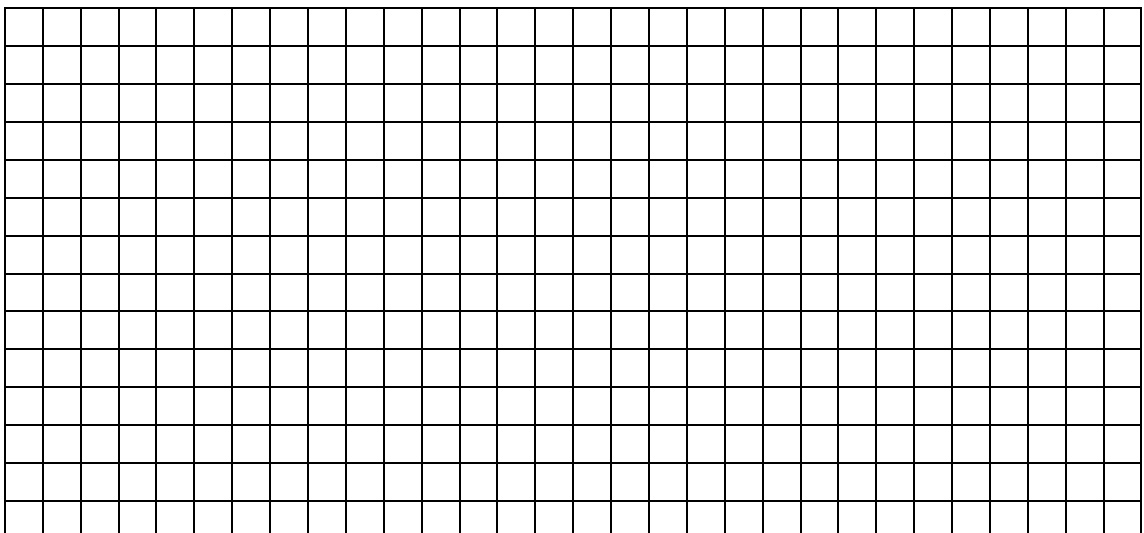
3. 
$$\begin{cases} 5x + 3y = 15 \\ 2x - 6y = 6 \end{cases}$$



4. 
$$\begin{cases} x + y = 4\frac{1}{2} \\ 1,5y = \frac{5}{4}x - \frac{1}{8} \end{cases}$$



5. 
$$\begin{cases} 0,3x + 0,4y = 0,1 \\ 0,5x = 3,2 - 0,2y \end{cases}$$



## Temat: Przekształcanie wzorów.

### Instrukcja obsługi apletu:

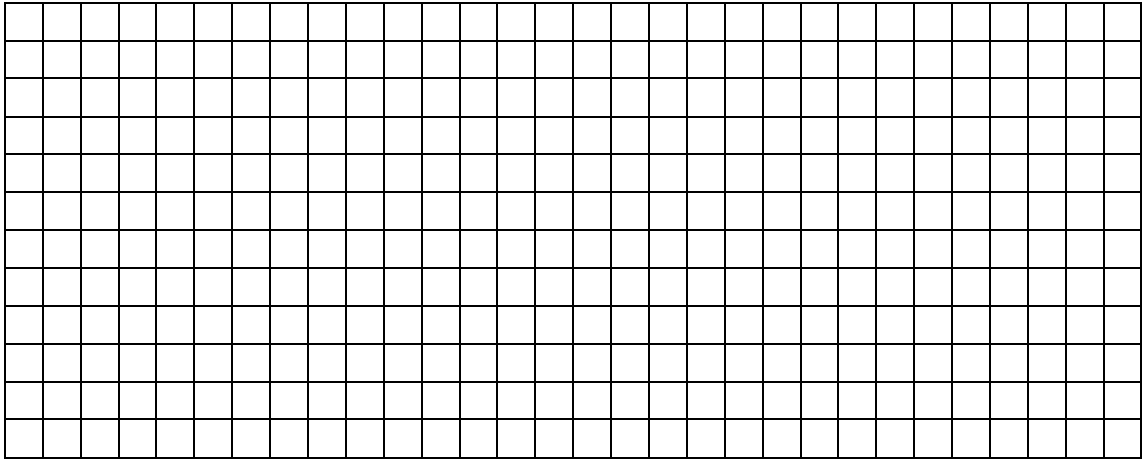
Na pierwszej stronie apletu *egzamin08* znajdziesz przypomnienie podstawowych zasad obowiązujących przy przekształcaniu wzorów, a na kolejnych test sprawdzający twoje umiejętności w tym zakresie. Ze strony początkowej przeniesiesz się do testu klikając w przycisk *Sprawdź się*. Za każde prawidłowo wykonane zadanie możesz otrzymać 1 punkt, a za zadanie wykonane błędnie otrzymasz 0 punktów. Nawigację między zadaniami ułatwiają przyciski ze strzałkami, które przeniosą cię na stronę poprzednią, bądź następną. Na każdej stronie z wyjątkiem strony startowej widnieje też przycisk *Zasady*, który pozwala wrócić na stronę z teorią. Przycisk *Sprawdź punktację* pojawi się dopiero po wykonaniu przez ciebie wszystkich dziesięciu przykładów. Klikając w niego przeniesiesz się na stronę z punktacją zestawioną w tabeli. Znajdziesz tam też pola z numerami zadań, umożliwiające powrót do wybranego zadania i ponowne jego wykonanie. Umieszczone są tam też przyciski: *Wyczyść odpowiedzi* (usuwający wszystkie twoje rozwiązania) oraz *Pokaż rozwiązania* pozwalający zobaczyć prawidłowe przekształcenia każdego wzoru.

- Otwórz plik *egzamin08*.
- Pracę rozpocznij od przypomnienia zasad obowiązujących przy przekształcaniu wzorów.
- W kolejnym kroku przejdź do zadań klikając w przycisk *Sprawdź się*.
- W każdym z dziesięciu przykładów połącz strzałką wzór z jego prawidłowym przekształceniem.
- Sprawdź punktację. Jeżeli jakieś zadanie zostało ocenione na 0 punktów możesz do niego wrócić klikając w liczbę z jego numerem. W przypadku, gdy nie wiesz jak wykonać którekolwiek zadanie kliknij w przycisk *Pokaż rozwiązania*, a następnie wybierz jego numer. Wyświetli się pełne rozwiązanie tego przykładu.
- Po wykonaniu zadań i przeanalizowaniu błędów zakończ pracę z apletem.

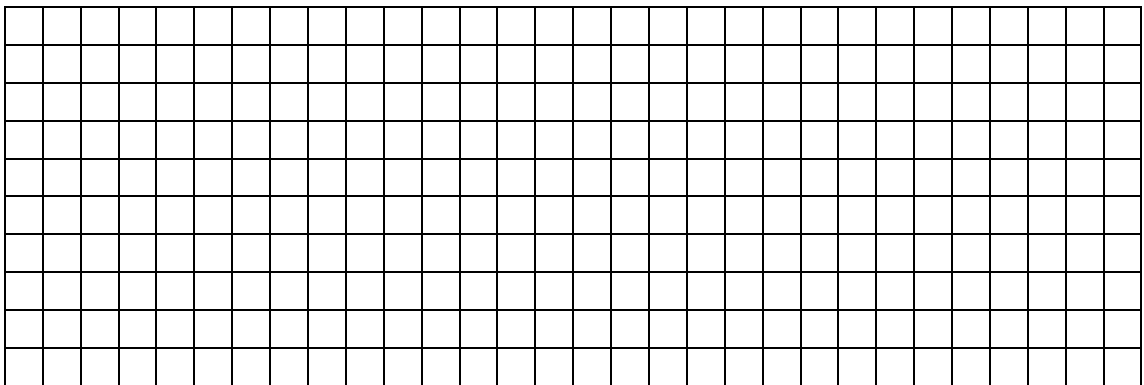




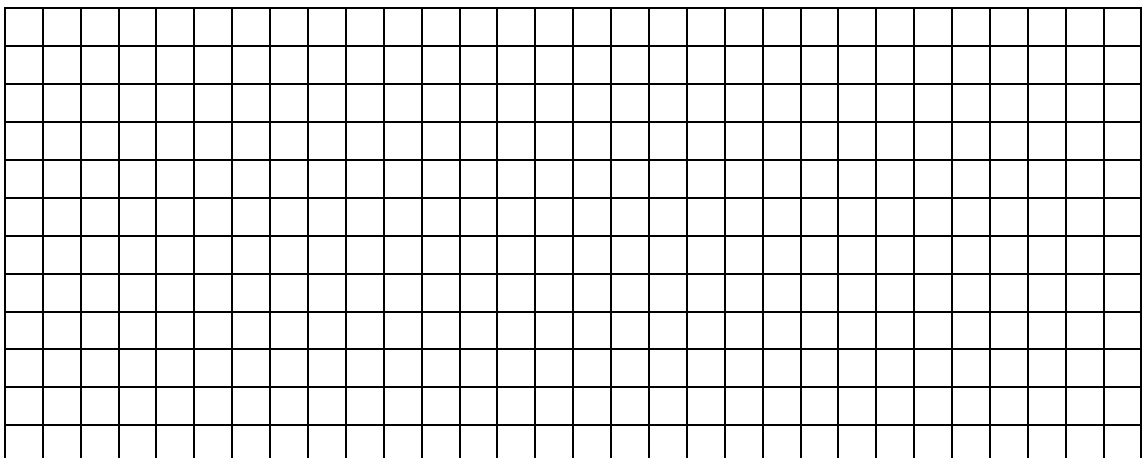
3. Suma trzech liczb wynosi 63. Druga liczba jest 1,5 razy większa od pierwszej, a trzecia stanowi 0,4 ich sumy. Znajdź te liczby.



4. Olek jest o 24 lata młodszy od swojej mamy. Ile lat ma każde z nich obecnie, jeżeli wiadomo, że za 6 lat Olek będzie dwa razy młodszy niż mama?

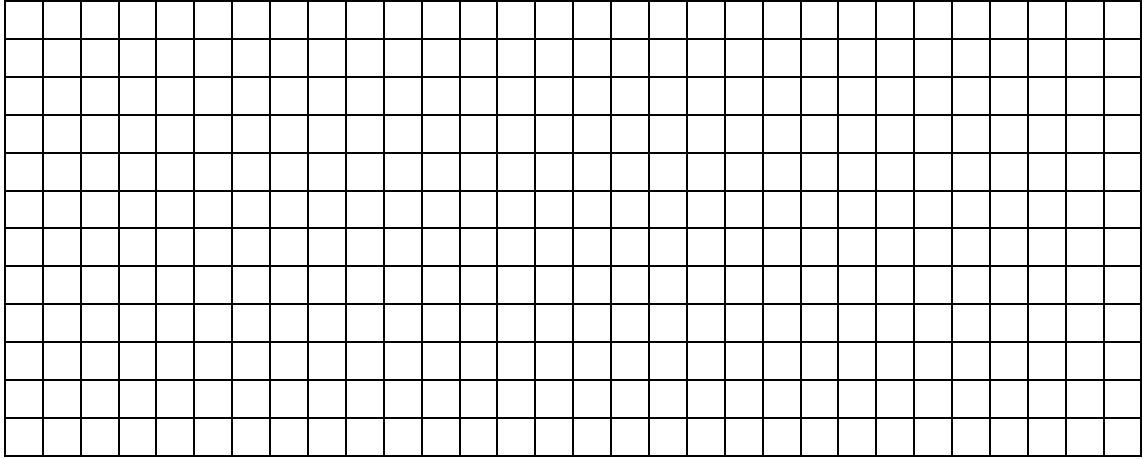


5. Ramię trapezu równoramiennego jest o 11 cm krótsze od jego dłuższej podstawy i dwa razy krótsze od jego krótszej podstawy. Oblicz jego długość wiedząc, że obwód trapezu wynosi 36 cm.

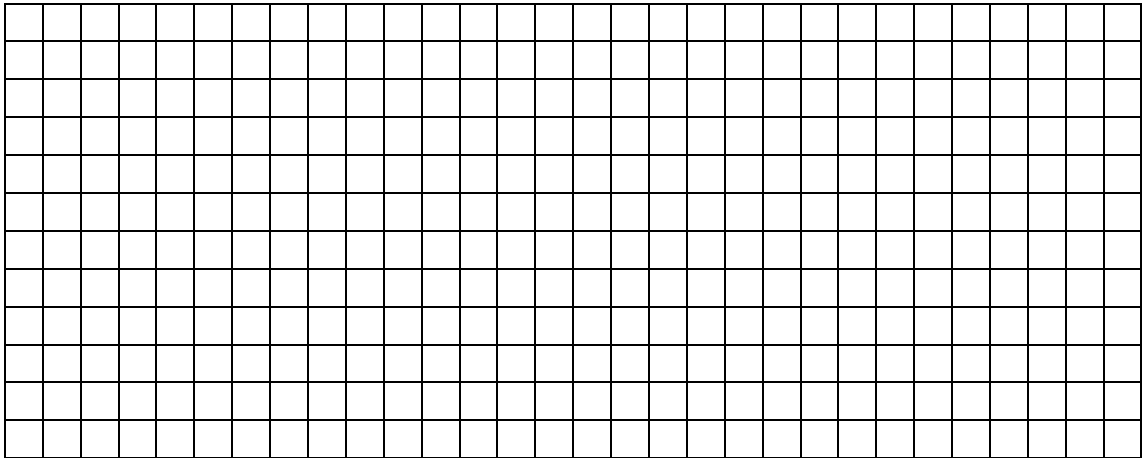




3. Pan Jan i pan Julian są sąsiadami. Obaj hodują gołębie. Liczba gołębi pana Jana stanowi  $\frac{5}{8}$  liczby gołębi pana Juliana. Oblicz ile gołębi ma pan Jan, a ile pan Julian wiedząc, że suma liczby nóg i liczby głów wszystkich gołębi obu panów wynosi 195.



4. Obwód prostokątnej podłogi jest równy 16 m. Gdyby jej dłuższy bok był krótszy o 1m, a krótszy bok był dłuższy o 1 m, miałaby ona kształt kwadratu. Jakie wymiary ma ta podłoga?



## Temat: Zastosowanie równań i układów równań w zadaniach tekstowych - zadania egzaminacyjne.

### Instrukcja obsługi apletu:

Aplet *egzamin09* zawiera wybrane zadania tekstowe, które pojawiły się na egzaminach gimnazjalnych w różnych latach. Rozwiązanie każdego z nich wymaga wykorzystania umiejętności ułożenia równania lub układu równań do treści zadania. W większości zadań trzeba też ułożyć równanie, bądź układ równań rozwiązać, żeby odpowiedzieć na postawione w zadaniu pytanie. Na pierwszej stronie apletu znajdziesz przyciski pozwalające przenieść się do wybranego zadania. Na każdej stronie z zadaniem umieszczone są przyciski oznaczone zielonymi strzałkami umożliwiające przejście do poprzedniej, bądź następnej strony oraz szary przycisk za pomocą którego można wrócić do strony początkowej. Pełne rozwiązania zadań zapisuj w zeszycie, a otrzymane wyniki sprawdzaj w aplecie zaznaczając odpowiednie pola wyboru lub wpisując je w przygotowane do tego celu pola tekstowe. Jedynie zadania nr 7 i nr 8 nie wymagają obliczeń. Po zaznaczeniu lub wpisaniu odpowiedzi przy każdym z zadań pojawia się pole wyboru *Sprawdź*. Po jego zaznaczeniu wyświetli się informacja zwrotna. Dodatkowo przy zadaniach wymagających obliczeń pojawi się też przycisk *Pokaż rozwiązanie*. Klikając w niego przeniesiesz się na stronę z pełnym rozwiązaniem zadania. Zadania 1 - 3 opatrzone są dwoma rozwiązaniami – za pomocą równania oraz układu równań.

- Otwórz plik *egzamin09*.
- Przejdź do pierwszego zadania, rozwiąż je w zeszycie i sprawdź poprawność otrzymanego wyniku klikając w pole wyboru przy poprawnej twoim zdaniem odpowiedzi. Jeżeli wyświetli się informacja, że zadanie jest wykonane prawidłowo, możesz jeszcze przeanalizować zamieszczone rozwiązanie klikając w przycisk *Pokaż rozwiązanie* lub przejść do kolejnego zadania. W przeciwnym wypadku sprawdź jeszcze raz swoje obliczenia, a jeżeli wystąpią problemy z otrzymaniem poprawnego wyniku, przejdź do strony z rozwiązaniem i przeanalizuj je.
- W podobny sposób postępuj przy kolejnych zadaniach. Pamiętaj, że zadania: 4., 8. i 12. wymagają wpisania odpowiedzi w pola tekstowe.
- W razie problemów poproś o pomoc nauczyciela.
- Po wykonaniu zadań i przeanalizowaniu błędów zakończ pracę z apletem.