



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla gimnazjów”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Skrypt 30

Przygotowanie do egzaminu Okrąg wpisany i opisany na wielokącie

1. Okrąg opisany na trójkącie
2. Okrąg wpisany w trójkąt
3. Rozwiązywanie zadań dotyczących okręgów wpisanych i opisanych na trójkącie
4. Okrąg wpisany i opisany na wielokącie foremnym
5. Okrąg wpisany i opisany na wielokącie - podsumowanie

Opracowanie: GIM5

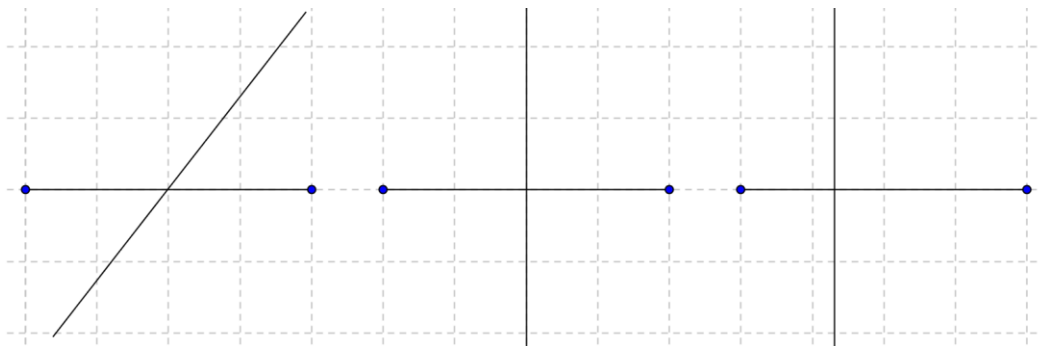
Temat: Okrąg opisany na trójkącie

Praca z apletem figury14:

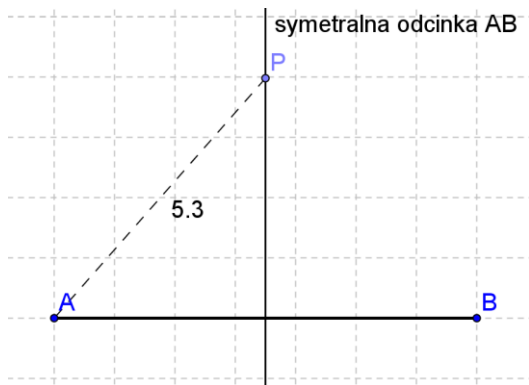
- Przypomnij sobie, co to jest symetralna odcinka, oraz jak się ją konstruuje. W tym celu naciśnij przycisk **Konstrukcja symetralnej**, odkrywaj kolejne kroki poprzez pola wyboru;
- Przypomnij sobie jakie własności ma symetralna odcinka, kliknij na przycisk **Własności symetralnej odcinka**.

Zadanie 1. Narysuj odcinek o długości 6,8 cm a następnie skonstruuj jego symetralną.

Zadanie 2. Zaznacz, na którym rysunku poprawnie narysowano symetralną odcinka.



Zadanie 3. Przeanalizuj rysunek i podaj, jaka jest długość odcinka BP.



Praca z apletem figury15:

- Przypomnij sobie, kiedy okrąg jest opisany na wielokącie, kliknij przycisk **Okrąg opisany na wielokącie**.
- Zapoznaj się ze sposobem konstrukcji okręgu opisanego na trójkącie, naciśnij przycisk **Konstrukcja okręgu opisanego na trójkącie**, odkrywaj kolejne kroki poprzez pola wyboru.

- Kliknij na przycisk ma ***Okrąg opisany na trójkącie - własności*** i przypomnij sobie te własności.

Zadanie 4. Uzupełnij odpowiednio zdania.

- Środek okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym, o kącie między ramionami o mierze 30° leży
- Środek okręgu opisanego na trójkącie równobocznym leży
- Jeżeli w trójkącie stosunek miar kątów wynosi $1 : 2 : 6$, to środek okręgu opisanego na tym trójkącie leży

Zadanie 5. Zaznacz wszystkie prawidłowe odpowiedzi. Środek okręgu opisanego na trójkącie to punkt:

- przecięcia się wysokości trójkąta
- przecięcia się dwusiecznych kątów trójkąta
- przecięcia się symetralnych boków trójkąta
- równoodległy od ramion kąta
- równoodległy od boków trójkąta

Zadanie 6. Zaznacz wszystkie prawidłowe odpowiedzi. Symetralna odcinka to:

- jedna z osi symetrii odcinka
- prosta do niego prostopadła
- prosta dzieląca go na połowy
- zbiór punktów równoodległych od końców odcinka

Zadanie 7. W okręgu o środku S i promieniu 10, poprowadzono cięciwę AB o długości 12. Jaka jest odległość tej cięciwy od środka okręgu? Wykonaj odpowiedni rysunek.

Temat: Okrąg wpisany w trójkąt

Praca z apletem figury17:

- Przypomnij sobie, czym jest dwusieczna kąta, przeczytaj jej definicję;
- Powinieneś pamiętać sposób konstrukcji dwusiecznej kąta, możesz sobie go, w razie konieczności albo dla upewnienie, teraz przypomnieć. W tym celu naciśnij przycisk **Konstrukcja dwusiecznej**, odkrywaj kolejne kroki poprzez pola wyboru;
- Przypomnij sobie, jakie własności ma dwusieczna kąta, kliknij na przycisk **Własności dwusiecznej**.

Zapamiętaj!

Każdy punkt leżący na dwusiecznej kąta, znajduje się w równej odległości od ramion kąta.

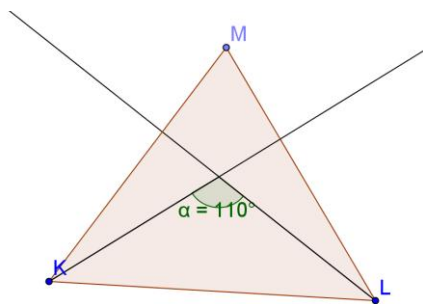
- Przejdź do części **Dwusieczne w trójkącie**, obserwuj położenie dwusiecznych w różnego rodzaju trójkątach.

Zapamiętaj!

Dwusieczne kątów w każdym trójkącie przecinają się w jednym punkcie.

Punkt przecięcia się dwusiecznych kątów trójkąta jest równo odległy od boków trójkąta.

Zadanie 1. Oblicz miary kątów w trójkącie KLM, wiedząc, że dwusieczne kątów przy podstawie tego trójkąta równoramiennego przecinają się pod kątem 110° .



Zadanie 2. Wskaż, które zdania są fałszywe. Dwusieczna kąta to:

- A. półprosta przechodząca przez jego wierzchołek
- B. dzieli kąt na trzy kąty o równej mierze
- C. jest zbiorem punktów równo odległych od wierzchołka
- D. jest zbiorem punktów równo odległych od ramion kąta

Praca z apletem figury18:

- Przypomnij sobie, kiedy mówimy, że wielokąt jest opisany na okręgu, kliknij przycisk ***Okrąg wpisany w wielokąt.***
- Przypomnij sobie sposób konstrukcji okręgu opisanego na trójkącie, naciśnij przycisk ***Konstrukcja okręgu wpisanego w trójkąt.***
- Kliknij na przycisk ***Okrąg wpisany w trójkąt - własności*** i przypomnij sobie te własności.

Zapamiętaj!

Promień okręgu wpisanego trójkąta, poprowadzony do punktu styczności jest zawsze prostopadły do boku trójkąta.

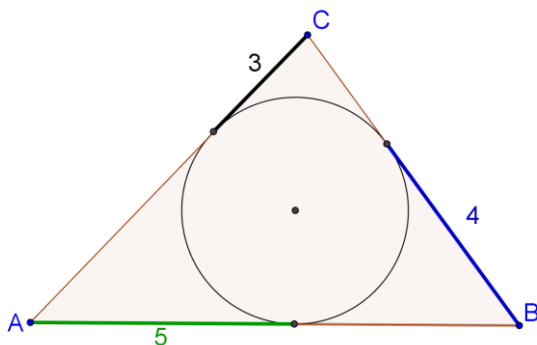
Odległość każdego wierzchołka trójkąta opisanego na okręgu od punktu styczności z bokiem wychodzącym z tego wierzchołka jest zawsze taka sama.

Zadanie 3. Narysuj kolejno trójkąt ostrokątny, prostokątny oraz rozwartokątny. Wpisz w każdy z nich okrąg. Następnie, analizując odpowiednie rysunki uzupełnij zdania:

Kąty zawarte między promieniami okręgu o końcach w punktach styczności z bokami trójkąta:

- a) w trójkącie ostrokątnym są.....
- b) w trójkącie prostokątnym. jeden jest, a dwa pozostałe są
- c) w trójkącie rozwartokątnym, jeden jest, a dwa pozostałe są

Zadanie 4. Oblicz obwód trójkąta ABC, wykorzystaj dane przedstawione na rysunku.

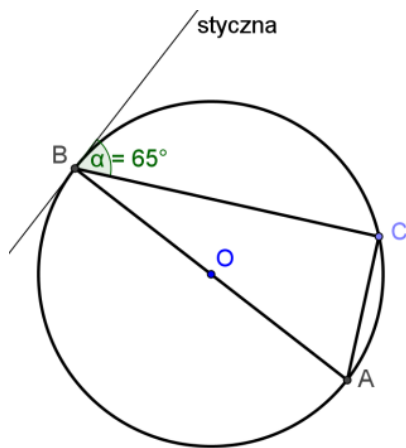


Temat: Rozwiązywanie zadań dotyczących okręgów wpisanych i opisanych na trójkącie

Praca z apletem figury16:

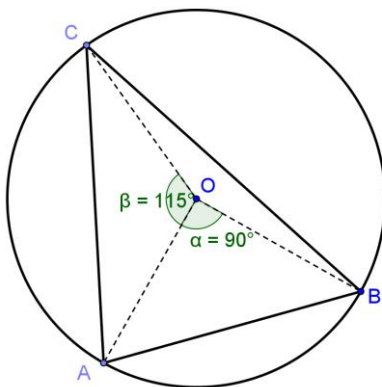
- Aplet przypomni ci, jak rozwiązuje się zadania wymagające obliczania miar kątów w trójkącie wpisanym w okrąg;
- Rozwiąż Zadanie 1 w aplecie, którego treść ukaże się po kliknięciu w przycisk **Zadanie 1**. Spróbuj pracować samodzielnie, jednak jeśli będziesz miał wątpliwości korzystaj ze wskazówek, które są ukryte pod kolejnymi polami wyboru. Opierając się na jego rozwiązaniu wykonaj poniższe zadanie.

Zadanie 1. Podaj miary wszystkich kątów wewnętrznych w trójkącie ABC.



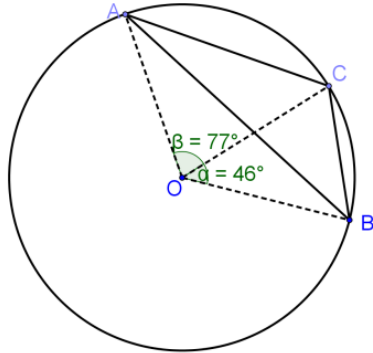
- Rozwiąż Zadanie 2, zamieszczone w aplecie, którego treść ukaże się po kliknięciu w przycisk **Zadanie 2**. Spróbuj pracować samodzielnie, jednak jeśli będziesz miał wątpliwości korzystaj ze wskazówek, które są ukryte pod kolejnymi polami wyboru. Opierając się na jego rozwiązaniu, wykonaj poniższe zadanie.

Zadanie 2. Podaj miary wszystkich kątów wewnętrznych w trójkącie ABC.



- Naciśnij przycisk **Zadanie 3** i rozwiąż kolejne zadanie. Spróbuj pracować samodzielnie, jednak jeśli będziesz miał wątpliwości korzystaj ze wskazówek, które są ukryte pod kolejnymi polami wyboru. Opierając się na jego rozwiązaniu wykonaj poniższe zadanie.

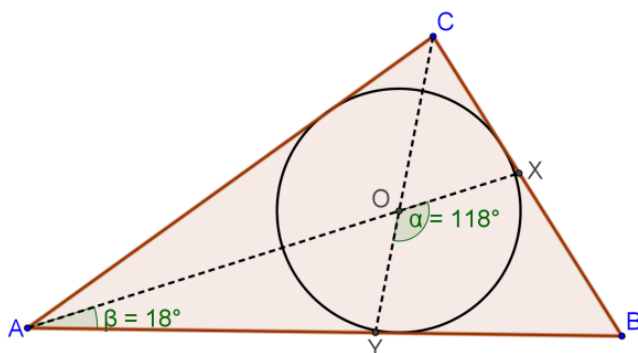
Zadanie 3. Podaj miary wszystkich kątów wewnętrznych w trójkącie ABC.



Praca z apletem figury19:

- Przeanalizuj kolejno rozwiązania przykładowych zadań, zamieszczonych w aplecie, aby przypomnieć sobie sposób rozwiązywania zadań wymagających obliczania miar kątów w trójkącie opisanym na okręgu.
- Rozwiąż Zadanie 1, którego treść ukaże się po kliknięciu w przycisk **Zadanie 1**. Spróbuj pracować samodzielnie, jednak jeśli będziesz miał wątpliwości korzystaj ze wskazówek, które są ukryte pod kolejnymi polami wyboru. Wzorując się na jego rozwiązaniu, wykonaj poniższe zadanie.

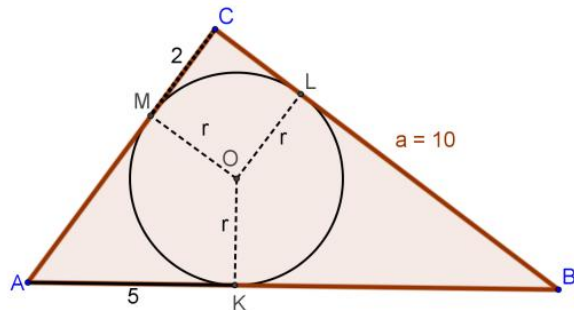
Zadanie 4. Podaj miary wszystkich kątów wewnętrznych w trójkącie ABC. Odcinki CY oraz AX zawierają się w dwusiecznych kątów.



- Przejdź do Zadania 2, którego treść ukaże się po kliknięciu w przycisk **Zadanie 2**. Rozwiąż je samodzielnie, jednak jeśli będziesz miał wątpliwości korzystaj ze

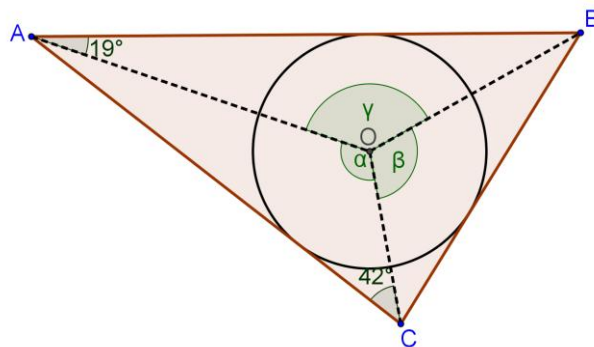
wskazówek, które są ukryte pod kolejnymi polami wyboru. Opierając się, na jego rozwiązaniu wykonaj poniższe zadania.

Zadanie 5. Oblicz obwód trójkąta ABC.



- Rozwiąż Zadanie 3, którego treść ukaże się po kliknięciu w przycisk **Zadanie 3**. Pracuj samodzielnie, jednak jeśli będziesz miał wątpliwości, korzystaj ze wskazówek, które są ukryte pod kolejnymi polami wyboru. Wzorum się rozwiązaniu tego zadania i wykonaj poniższe.

Zadanie 6. Podaj miary kątów α , β oraz γ .



Temat: Okrąg wpisany i opisany na wielokącie foremnym

Praca z apletem figury20:

- Przypomnij sobie, jaką figurę nazywamy wielokątem foremnym, obserwuj wielokąty foremne o różnej liczbie boków (zmieniaj w tym celu ustawienia suwaka) i różnych długościach boków (zmieniaj długości boków, ciągnąc myszą za punkt A lub B).
- Przypomnij sobie w jaki sposób obliczyć miarę kąta wewnętrznego wielokąta foremnego.
- Przeanalizuj, jak obliczyć, ile boków ma wielokąt foremny o danej mierze kąta wewnętrznego.
- Kolejne części apletu są widoczne po kliknięciu w odpowiedni przycisk, pamiętaj, że przycisk Strona główna pozwoli Ci wrócić na początek apletu.

Zadanie 1. Oblicz, ile wynosi miara kąta wewnętrznego w 18 - sto kącie foremnym.

Zadanie 2. Oblicz, w jakim wielokącie foremnym, miara kąta wewnętrznego wynosi 165° .

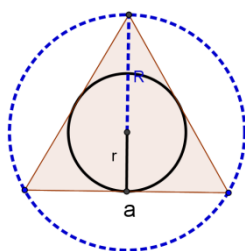
Praca z apletem figury21:

- Przypomnij sobie podstawowe wielokąty foremne, takie jak, trójkąt równoboczny, kwadrat oraz sześciokąt foremny.
- Klikając odpowiednie przyciski przenoś się do ilustracji zależności między dwusiecznymi, symetralnymi oraz przekątnymi w tych figurach.
- Zwróć uwagę na zależności między promieniami okręgu opisanego oraz wpisanego w poszczególne wielokąty a długością boku wielokąta. Zapamiętaj te wzory.

Zadanie 3. Narysuj w zeszycie za pomocą cyrkla i linijki:

- a) trójkąt równoboczny o boku długości 4 cm;
- b) sześciokąt foremny o boku długości 1,5 cm.

Zadanie 4. Opisz odpowiednimi wzorami zależności promienia okręgu opisanego na trójkącie (R) oraz promienia okręgu wpisanego (r) w trójkąt równoboczny o boku długości a .



$R = \dots\dots\dots$

$r = \dots\dots\dots$

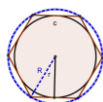
Zadanie 5. Opisz odpowiednimi wzorami zależności promienia okręgu opisanego na trójkącie (R) oraz promienia okręgu wpisanego (r) w kwadrat o boku długości x .

$$R = \dots\dots\dots$$

$$r = \dots\dots\dots$$



Zadanie 6. Opisz odpowiednimi wzorami zależności promienia okręgu opisanego na sześciokącie (R) oraz promienia okręgu wpisanego (r) w ten wielokąt, jeśli boku sześciokąta ma długość c .



Zadanie 7. Oblicz, ile razy pole koła opisanego na trójkącie kwadracie, o boku 3 m, jest większe od pola koła wpisanego w ten kwadrat.

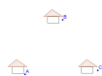
Zadanie 8. Oblicz, o ile promień okręgu wpisanego w sześciokąt foremny o boku długości 0,25 cm jest krótszy od promienia okręgu opisanego na tym wielokącie.

Temat: Okrąg wpisany i opisany na wielokącie - podsumowanie

Powinieneś już mieć opanowane podstawowe wiadomości i umiejętności dotyczące wielokątów wpisanych i opisanych w/na okręgu. Sprawdź teraz ich znajomość w praktyce, rozwiąż poniższe zadania. Zaznacz sobie te zadania, z którymi miałeś kłopot, spróbuj wyjaśnić swoje wątpliwości z kolegą lub poproś o pomoc nauczyciela.

Zadanie 1. *Próbny Egzamin Gimnazjalny z OPERONEM i "Gazetą Wyborczą" - grudzień 2013r.*

Na poniższym rysunku przedstawiono domy Antka (A), Bartka (B) i Cezarego (C). Chłopcy ustalili, że spotkają się w miejscu S równo oddalonym od każdego domu. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F, jeśli zdanie jest fałszywe.



Miejsce spotkania S znajduje się w punkcie przecięcia symetralnych boków trójkąta ABC	P	F
Punkt S jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC	P	F

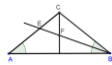
Zadanie 2. *Próbny Egzamin Gimnazjalny z OPERONEM i "Gazetą Wyborczą" - grudzień 2013r.*

Czy trójkąt ABC jest trójkątem prostokątnym równoramiennym? Uzasadnij odpowiedź. S - środek okręgu



Zadanie 3. Badanie diagnostyczne w klasie trzeciej gimnazjum część matematyczno-przyrodnicza matematyka, CKE, listopad 2012r.

W trójkącie równoramiennym ABC , w którym $|AC| = |BC|$ i $|\sphericalangle ABC| = 30^\circ$ poprowadzono wysokość CD i dwusieczną kąta ABC przecinającą bok AC w punkcie E . Wysokość i dwusieczna przecinają się w punkcie F .

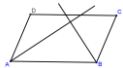


Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

$ \sphericalangle BEC = 45^\circ$	P	F
$ EF = EC $	P	F

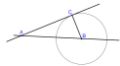
Zadanie 4. Przykładowy zestaw zadań, CKE, 2011r.

W równoległoboku poprowadzono dwusieczne dwóch sąsiednich kątów, które przecinają się w jednym punkcie. Uzasadnij, że kąt pomiędzy nimi jest kątem prostym.



Zadanie 5. Egzamin w klasie trzeciej gimnazjum część matematyczno-przyrodnicza matematyka, CKE, kwiecień 2013r.

Punkt B jest środkiem okręgu. Prosta AC jest styczna do okręgu w punkcie C , $|AB| = 20$ cm i $|AC| = 16$ cm.



Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.

Promień BC ma długość.

- A. 12 cm B. 10 cm C. 4 cm D. 2 cm

Zadanie 6. Egzamin w klasie trzeciej gimnazjum część matematyczno-przyrodnicza matematyka, CKE, kwiecień 2012r.

Trzy kutry rybackie A, B i C są jednakowo oddalone od platformy wiertniczej. Wzajemne położenie kutrów przedstawiono na rysunku. Platforma wiertnicza znajduje się w punkcie O (niezaznaczonym na rysunku).



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Punkt O jest punktem przecięcia dwusiecznych kątów trójkąta ABC.	P	F
Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC.	P	F

Zadanie 6. Okrągły basen o średnicy 110 cm chcemy przykryć prostokątnym kawałkiem folii. Folia ma wymiary 50 cm × 62 cm.

- Czy folia w całości przykryje basen?
- Oblicz, ile centymetrów od brzegu basenu znajda się rogi folii, gdybyśmy położyli ją symetrycznie względem środka basenu?