



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla gimnazjów”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Skrypt 31

Przygotowanie do egzaminu

Symetrie

1. Własności symetrii osiowej
2. Figury osiowosymetryczne
3. Własności symetrii środkowej
4. Figury środkowosymetryczne
5. Symetrie w wielokątach foremnych
6. Rozwiązywanie zadań dotyczących symetrii

Opracowanie: GIM5

Temat: Własności symetrii osiowej

Praca z apletem figury22:

Przypomnij sobie, czym jest symetria osiowa i jakie ma własności.

1. Kliknij przycisk **Co to znaczy, że punkty są symetryczne względem prostej?**
Zmieniaj położenie punktu A za pomocą myszy, obserwuj położenie punktu A i punktu A' -symetrycznego do niego względem prostej BC. Zmień położenie prostej BC (pociągnij punkt B lub C). Analizuj położenie punktów. Odkryj pola wyboru. Wykonaj ćwiczenie zamieszczone w oknie Grafiki2.
2. Narysuj kilka figur symetrycznych względem prostej, aby utrwalić sobie jak są one względem siebie położone. Kliknij przycisk **Rysowanie figur symetrycznych**. Wykonaj ćwiczenie zapisane w Oknie Grafiki2.
3. Przypomnij sobie, w jaki sposób konstruuje się punkty symetryczne do siebie w symetrii osiowej. Kliknij przycisk **Konstrukcja punktów symetrycznych względem prostej** (musisz najpierw wrócić na stronę główną).
4. Przejdź do części apletu wyjaśniającej, jak znaleźć prostą, względem, której dane punkty są symetryczne. Kliknij przycisk **Wyznaczanie osi symetrii**. Zastanów się, jak wyznaczyć tę prostą. W razie problemów, możesz kliknąć pole wyboru **Podpowiedź**. Przeanalizuj poszczególne etapy konstrukcji.

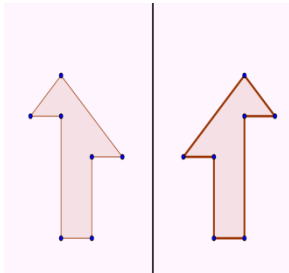
Zadanie 1. Oceń prawdziwość zdań, zaznacz P, jeśli uznasz zadanie za prawdziwe oraz F, gdy uznasz je za fałszywe.

- | | |
|---|-------|
| a) Figury symetryczne mają ten sam kształt. | P / F |
| b) Figury symetryczne mogą różnić się jedynie wielkością. | P / F |
| c) Figury symetryczne mają takie samo pole powierzchni. | P / F |
| d) Figury symetryczne mają równe obwody. | P / F |
| e) Każde dwa koła są symetryczne. | P / F |
| f) Punkty A i A' są symetryczne względem prostej k, gdy prosta k jest prostopadła do odcinka AA'. | P / F |
| g) Punkty A i A' są symetryczne względem prostej k, gdy leżą one po przeciwnych stronach prostej k. | P / F |

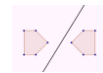
- h) Punkty A i A' są symetryczne względem prostej k, gdy ta prosta jest symetralną odcinka AA'. P / F

Zadanie 2. Pod każdym rysunkiem zaznacz właściwą odpowiedź. TAK, jeśli przedstawia on figury symetryczne względem prostej k lub NIE, w przypadku, gdy narysowane figury nie są symetryczne.

a) TAK / NIE



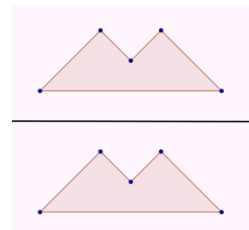
b) TAK / NIE



c) TAK / NIE



d) TAK / NIE



Zadanie 3. Ponumeruj kolejne kroki konstrukcji punktu symetrycznego do punktu A względem prostej k.

.....Z punktów przecięcia łuku z prostą k zatocz łuki o tej samej rozwartości, po przeciwnych stronach prostej k, niż znajduje się punkt A.

.....Z punktu A zakresł łuk dowolnej rozwartości, przecinający prostą k w dwóch punktach

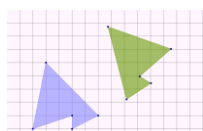
.....Wyznacz punkt przecięcia łuków.

Zadanie 4. Narysuj trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 4cm i 6 cm, a następnie skonstruuj figurę do niego symetryczną względem jego przeciwprostokątnej. Oblicz pole i obwód figury składającej się z figury i jej obrazu.

Zadanie 5. Narysuj okrąg o środku w punkcie S i promieniu 3cm. Następnie prostą przecinającą ten okrąg w dwóch punktach - oznacz je A i B. Narysuj okrąg symetryczny do danego względem prostej AB.



Zadanie 6. Wyznacz prostą, względem której narysowane figury są symetryczne.



Zadanie 6. Dorysuj brakujące fragmenty figur, tak aby było one symetryczne względem prostej k.



Temat: Figury osiowosymetryczne

Praca z apletem figury23:

Aplet podzielony jest na dwie zasadnicze części. Pierwsza z nich, ma na celu wyjaśnienie, co to są osiowosymetryczne. Kliknij przycisk **Co to są figury osiowosymetryczne**. Przeanalizuj poszczególne rysunki, na których przedstawione są figury, które posiadają osie symetrii - zaznaczone są one kolorem czerwonym.

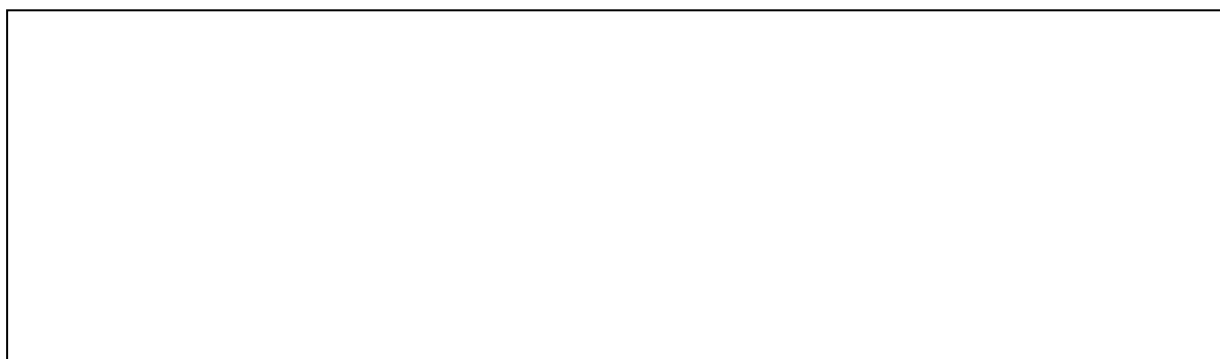
Przejdź do drugiej części apletu, klikając przycisk **Które, z podstawowych figur, są osiowosymetryczne?** Klikaj przyciski o nazwie poszczególnych figur, przejdziesz do strony, na której zbadasz, czy dana figura ma osie symetrii.

Zadanie 1. Uzupełnij tekst, tak, aby opisywał on figurę osiowosymetryczną.

Zaznacz wszystkie prawidłowe zdania opisujące figury osiowosymetryczne.

- A. Figurę nazywamy osiowosymetryczną, jeśli istnieje taka prosta, że obrazem figury w symetrii względem tej prostej jest ta sama figura. Prosta ta nazywa się osią symetrii figury.
- B. Figurę nazywamy osiowosymetryczną, jeśli istnieje taka prosta, która dzieli tą figurę na dwie figury przystające.
- C. Figura ma oś symetrii k , jeżeli punkty symetryczne względem k do punktów figury też należą do niej. Prostą k nazywamy osią symetrii figury f .
- D. Figura, która posiada oś symetrii nazywa się figura osiowo symetryczna. Oś symetrii figury to prosta względem której figura jest sama do siebie symetryczna, czyli jej obrazem jest ta sama figura.

Zadanie 2. Narysuj figurę złożoną z odcinka i okręgu, tak, aby miała ona dwie osie symetrii.



Zadanie 3. Do każdej z poniższych figur dopisz liczbę opisującą liczbę osi symetrii:

- A. równoległobok:.....
- B. kwadrat:.....
- C. półkole:.....
- D. trójkąt prostokątny równoramienny:.....
- E. półprosta:.....

Zadanie 4. Zaznacz wszystkie litery, które są osiowosymetryczne:

A Ȧ B C Ć D E Ę F G H I J
K L Ł M N Ń O Ó P R S Ś T
U W X Y Z Ż Ž

Zadanie 5. Ułóż jak najdłuższy wyraz (mający sens):

- a) składający się tylko z liter osiowosymetrycznych

- b) mający jedną oś symetrii

- c) mający dwie osie symetrii

Temat: Własności symetrii środkowej.

Praca z apletem figury24:

Przypomnij sobie wiadomości dotyczące symetrii środkowej.

- Kliknij przycisk Co to znaczy, że punkty są symetryczne względem punktu?, aby przypomnieć sobie jakie własności mają punkty symetryczne względem wskazanego punktu.
- Narysuj kilka figur symetrycznych względem punktu, aby utrwalić sobie jak są one względem siebie położone. Kliknij przycisk Rysowanie figur symetrycznych. Wykonaj ćwiczenie zapisane w Oknie Grafiki2.
- Przypomnij sobie, w jaki sposób konstruuje się punkt symetryczny do danego w symetrii środkowej. Kliknij przycisk Konstrukcja punktów symetrycznych względem danego punktu (musisz najpierw wrócić na stronę główną).
- Przejdź do części apletu wyjaśniającej, jak wyznaczyć punkt, względem, którego dane punkty są symetryczne. Kliknij przycisk Wyznaczanie środka symetrii.

Zadanie 1. Przeanalizuj rysunek i oceń prawdziwość zdań.



A.	Punkty D i E są symetryczne względem punktu A.	P	F
B.	Środkiem symetrii punktów F i B jest punkt E.	P	F
C.	Punkty C i G są symetryczne względem punktu A.	P	F
D.	Środkiem symetrii punktów F i H jest punkt A.	P	F

Zadanie 2. Narysuj dowolny czworokąt ABCD, a następnie punkt S, różny od każdego z wierzchołków. Skonstruuj czworokąt A'B'C'D' symetryczny do czworokąta ABCD, względem punktu S.



Zadanie 3. Czy trapez ABCD i środkowo do niego symetryczny trapez A'B'C'D' mają to samo pole?

Tak	ponieważ	tylko w niektórych przypadkach obwody są równe.
Nie		figury symetryczne są przystające.
Nie można stwierdzić		tylko kąty są równe, a boki mają różne długości.

Zadanie 4. Czworokąty ABCD oraz A'B'C'D' są symetryczne do względem punktu S. Oceń prawdziwość zdań.



Punkt S jest środkiem odcinka AA', BB', CC' oraz DD'.	P	F
Punkt S jest równo oddalony od punktów A, B, C i D.	P	F

Temat: Figury środkowosymetryczne

Praca z apletem figury25:

Aplet składa się z dwóch zasadniczych części. Pierwsza z nich wyjaśnia, co to są figury środkowosymetryczne. Kliknij przycisk **Figura środkowosymetryczna, środek symetrii figury**. Przeanalizuj poszczególne rysunki, na których przedstawione są figury, które posiadają środek symetrii - zaznaczone są one kolorem czerwonym. Przepisz definicję środka symetrii oraz figury środkowosymetrycznej do zeszytu. Zapamiętaj je.

Przejdź do drugiej części apletu, klikając przycisk **Które, z podstawowych figur, są środkowosymetryczne?**

- Kliknij kolejno przyciski, noszące takie same nazwy, jak figury, do których one prowadzą.
- Wykonuj polecenia zapisane na stronach, badaj czy figura ma środek symetrii.

Zadanie 1. Narysuj wszystkie znane Ci podstawowe czworokąty, które są środkowosymetryczne i zaznacz ich środek.



Zadanie 2. Zaznacz wszystkie litery, które są środkowosymetryczne:

A	Ą	B	C	Ć	D	E	Ę	F	G	H	I	J
K	L	Ł	M	N	Ń	O	Ó	P	R	S	Ś	T
U	W	X	Y	Z	Ż	Ź						

Zadanie 3. Wskaż, które zdanie jest prawdziwe:

- a) Prosta ma środek symetrii.
- b) Środek symetrii trapezu równoramiennego znajduje się w punkcie przecięcia przekątnych.
- c) Kwadrat ma cztery środki symetrii.
- d) Prostokąt ma tylko jeden środek symetrii.
- e) Figura złożona z trzech prostych równoległych nie ma środka symetrii.
- f) Trójkąt równoboczny ma środek symetrii.

Zadanie 5. Narysuj dowolną figurę środkowosymetryczną, która ma minimum cztery kąty.



Symetrie w układzie współrzędnych

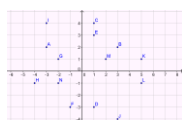
Przypomnij sobie zależność między punktami symetrycznymi w układzie współrzędnych, zarówno względem osi x , osi y , jak i początku układu współrzędnych. Możesz skorzystać z apletu [symetrie06.html](#).

Zadanie 5. Uzupełnij tabelę.

Współrzędne punktu	Współrzędne punktu symetrycznego względem osi x	Współrzędne punktu symetrycznego względem osi y	Współrzędne punktu symetrycznego względem punktu $(0; 0)$
$A = (3; -4)$	$A' = (\dots; \dots)$	$A'' = (\dots; \dots)$	$A_{(0;0)} = (\dots; \dots)$
$B = (0; 5)$	$B' = (\dots; \dots)$	$B'' = (\dots; \dots)$	$B_{(0;0)} = (\dots; \dots)$
$C = (-8; 0)$	$C' = (\dots; \dots)$	$C'' = (\dots; \dots)$	$C_{(0;0)} = (\dots; \dots)$

Współrzędne punktu	Współrzędne punktu symetrycznego względem osi x	Współrzędne punktu symetrycznego względem osi y	Współrzędne punktu symetrycznego względem punktu (0; 0)
D = (-13; -45)	D' = (.....;	D'' = (.....;	D _(0;0) = (.....;
P = (x; y)	P' = (.....;	P'' = (.....;	P_(0;0) = (.....;

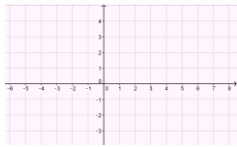
Zadanie 6. Przeanalizuj rysunek. Wypisz wszystkie pary punktów:



- a) symetrycznych względem osi odciętych:.....
.....
- b) symetrycznych względem osi rzędnych:.....
.....
- c) symetrycznych względem osi początku układu współrzędnych:.....
.....

Zadanie 7. Równoległobok ABCD, ma współrzędne A = (-3; 4), B = (2; 4), C = (-1; -2) oraz D = (-6; -2). Wykonaj rysunek (możesz rozwiązać zadanie, nie wykonując rysunku) i uzupełnij zdania:

- a) Środkiem symetrii jest punkt S o współrzędnych.....
- b) Pole równoległoboku wynosi.....
- c) Obwód równoległoboku wynosi.....



Temat: Symetrie w wielokątach foremnych

Przypomnij sobie potrzebne wiadomości dotyczące symetrii w wielokątach foremnych za pomocą apletu *figury26*:

1. Przypomnij sobie warunki, jakie musi spełniać wielokąt, aby był wielokątem foremnym, pomocna będzie część apletu **Definicja wielokąta foremnego**.
2. Klikając przycisk **Oś i środek symetrii w podstawowych wielokątach foremnych**, a następnie kolejno przyciski o takiej nazwie, jak omawiane wielokąty wyświetlane będą strony poświęconej kolejno każdemu z omawianych wielokątów. Są tam zamieszczone pola wyboru, które pokażą ich osie i środek symetrii (jeśli taki istnieje).
3. Zbadaj zależność między liczbą boków wielokąta foremnego a liczbą jego osi symetrii oraz zależność między liczbą boków wielokąta foremnego a istnieniem jego środka symetrii analizując część apletu **Oś i środek symetrii w wielokątach foremnych o nieparzystej liczbie boków** oraz **Oś i środek symetrii w wielokątach foremnych o parzystej liczbie boków**.

Zadanie 1. Skonstruuj trójkąt równoboczny, a następnie figurę do niego symetryczną względem punktu przecięcia się jego osi symetrii. Oblicz pole i obwód powstałej figury.

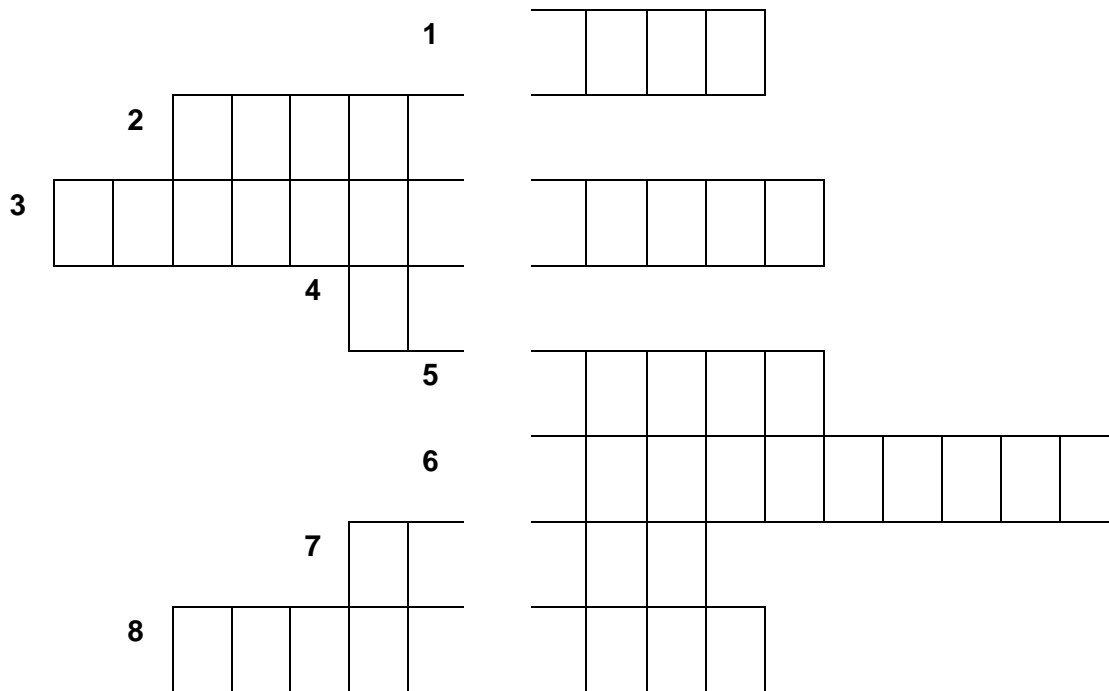
Zadanie 2. Uzupełnij tabelę:

Liczba boków wielokąta foremnego	Liczba jego osi symetrii	Liczba jego środków symetrii
103		
	456	
267		
	23	
n, gdzie n - to dowolna liczba naturalna		

Temat: Rozwiązywanie zadań dotyczących symetrii

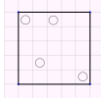
Zadanie 1. Rozwiąż krzyżówkę.

1. Liczba osi symetrii sześciokąta foremnego.
2. Aby znaleźć obraz danej figury w symetrii środkowej wystarczy przekształcić charakterystyczne tej figury.
3. Trapez mający oś symetrii.
4. Czy pięciokąt foremny ma środek symetrii?
5. Przykład wielokąta, który nie ma środka symetrii.
6. Trójkąt mający trzy osie symetrii.
7. Jak nazywamy symetrię względem prostej?
8. Półprosta zawarta w osi symetrii kąta.



Zadanie 2. Uzupełnij figury tak, aby pierwsza była środkowosymetryczna, a druga była osiowosymetryczna względem zaznaczonej prostej:

1.



2.

