
Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla gimnazjów”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Skrypt 32

Przygotowanie do egzaminu Trójkąty prostokątne

1. Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie do niego odwrotne.
2. Przekątna kwadratu, wysokość i pole trójkąta równobocznego.
3. Konstrukcja kątów o miarach: 60° , 30° , 90° , 45° .
4. Trójkąty prostokątne o kątach ostrych 45° , 45° oraz 30° i 60° .
5. Twierdzenie Pitagorasa - zadania egzaminacyjne.

Opracowanie: GIM7

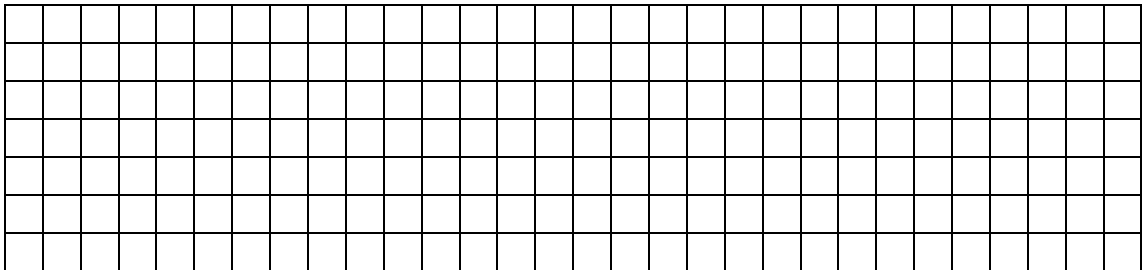
Temat: Tw. Pitagorasa i tw. do niego odwrotne

Praca w parach.

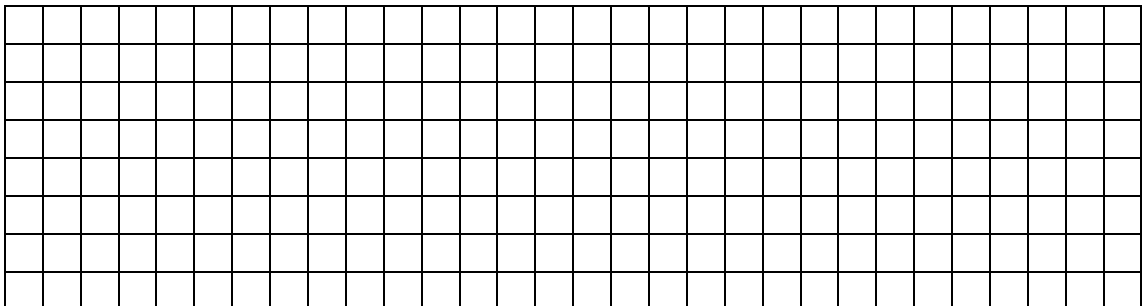
Waszym zadaniem jest wykonanie trzech początkowych zadań. Dwa pozostałe będą częścią zadania domowego. Czas na ich wykonanie wynosi 20 minut. Powodzenia ☺

Karta pracy

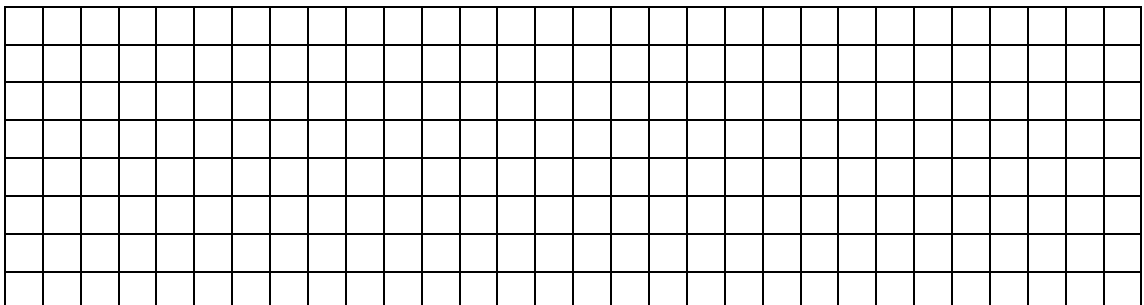
1. Oblicz pole prostokąta, którego przekątna ma 12 cm, a stosunek boków wynosi $\frac{1}{3}$.



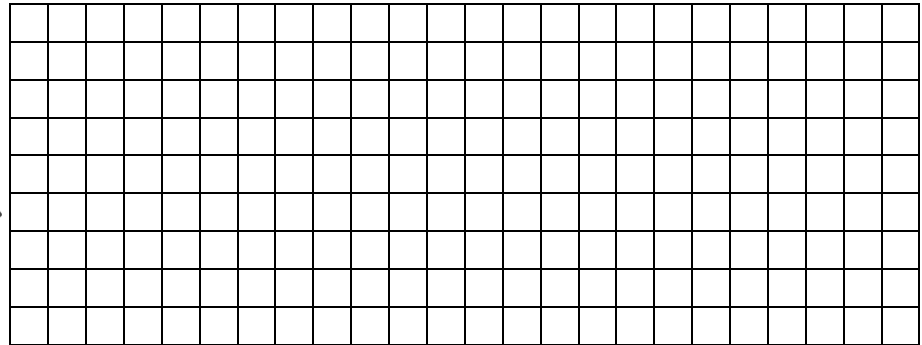
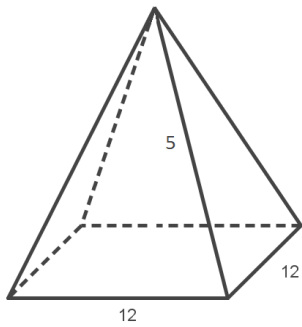
2. W trapezie prostokątnym podstawy mają długość 6 cm i 10 cm. Krótsze ramię trapezu jest równe krótszej podstawie. Oblicz długość drugiego ramienia i obu przekątnych. Wykonaj rysunek pomocniczy.



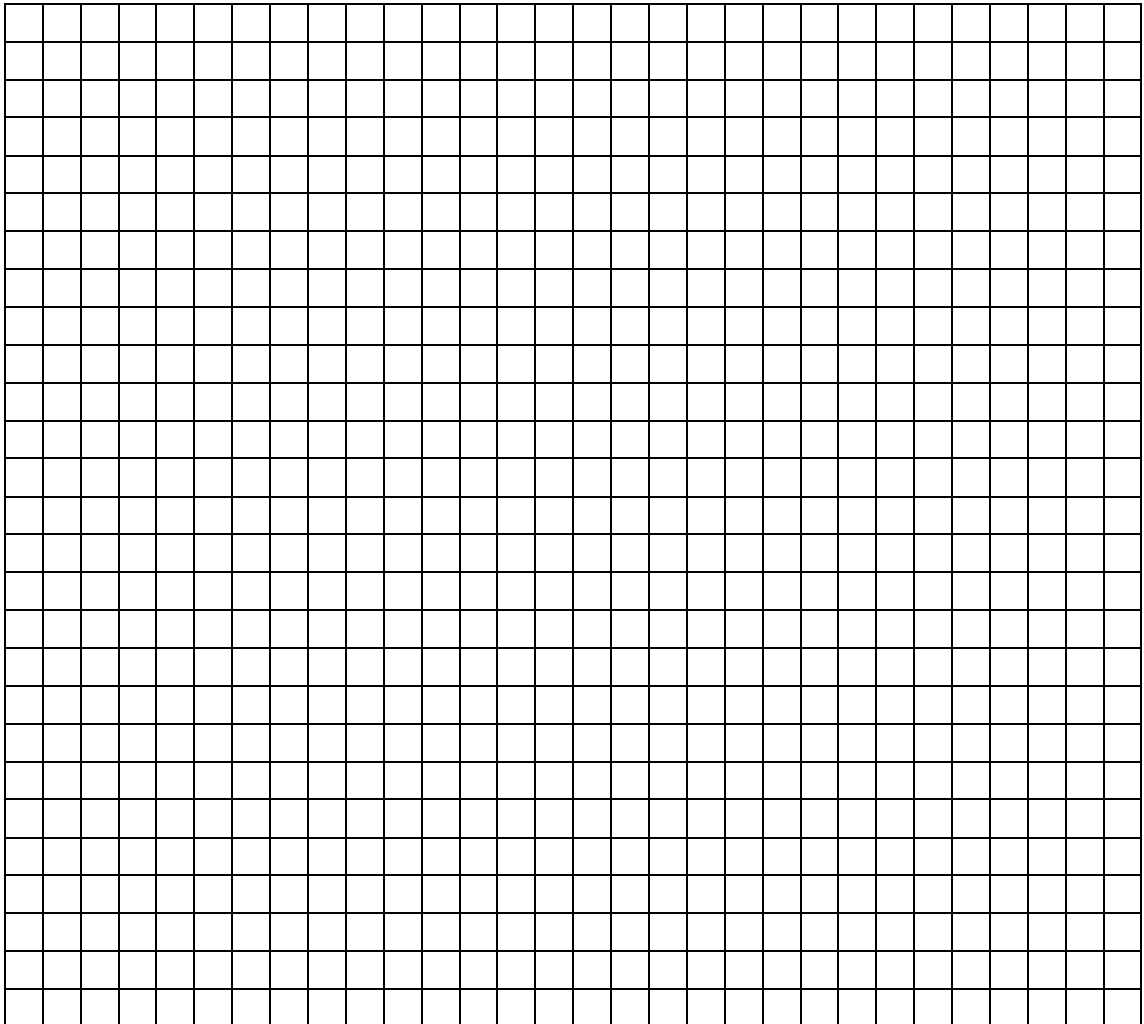
3. Obwód rombu jest równy 68 cm. Jedna z jego przekątnych ma długość 30 cm. Oblicz długość drugiej przekątnej i pole rombu. Pole podaj w m^2 .



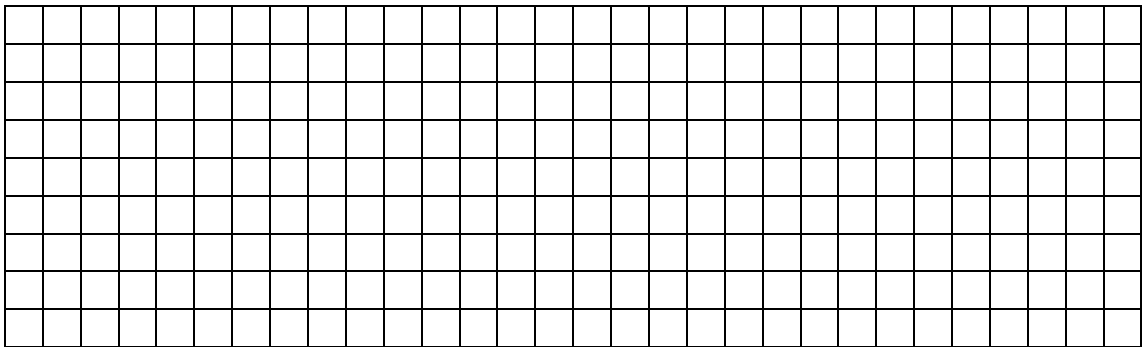
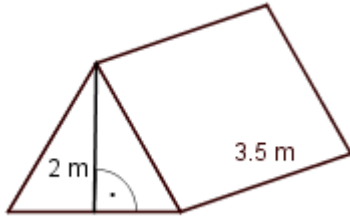
4. Oblicz objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego przedstawionego na rysunku.



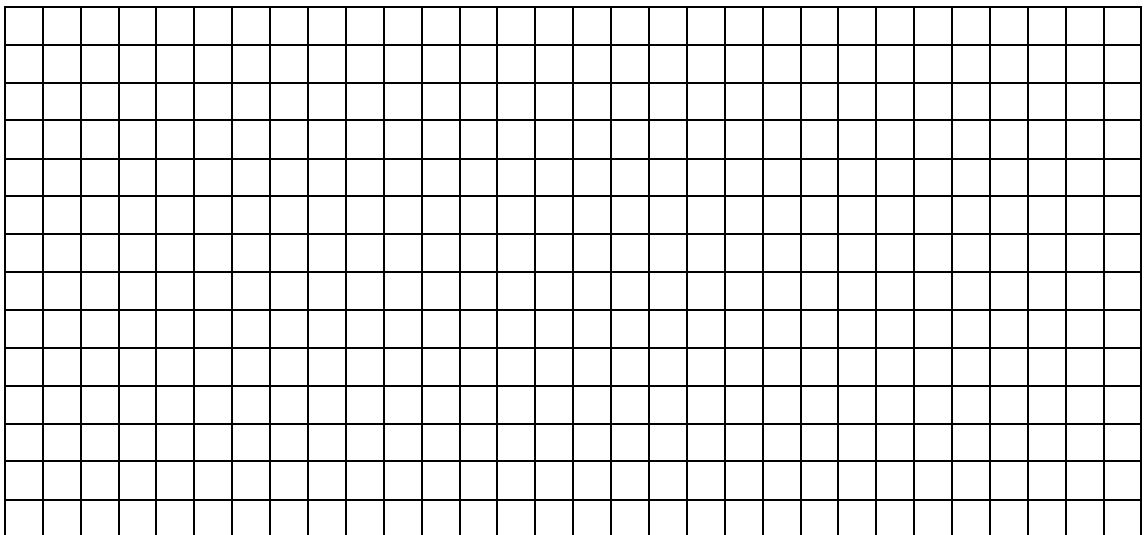
5. Wierzchołki trójkąta ABC mają współrzędne: $A = (-3, 4)$, $B = (3, -2)$, $C = (6, 2)$. Narysuj ten trójkąt w układzie współrzędnych i oblicz długości jego boków. Sprawdź, wykonując odpowiednie obliczenia, czy jest on prostokątny.



4. Namiot ma kształt graniastosłupa prawidłowego trójkątnego o wymiarach podanych na rysunku. Oblicz jego objętość w dm^3 . Wynik przybliż do jedności. Przyjmij $\sqrt{3} \approx 1.73$.



5. Która figura ma większy obwód. Kwadrat o przekątnej $3\sqrt{2}$, czy trójkąt równoboczny o wysokości $4,5\sqrt{3}$. Wykonaj rysunek i odpowiednie obliczenia.



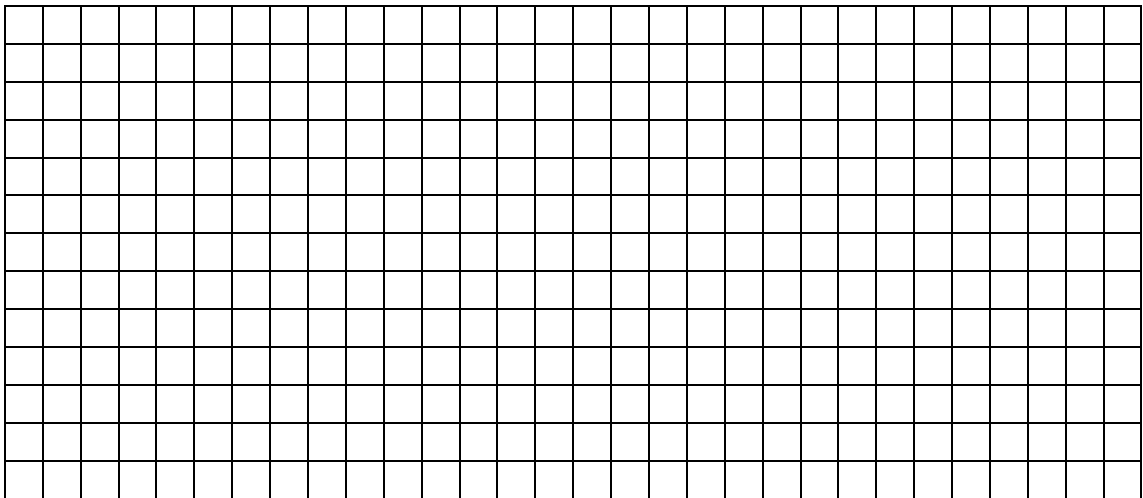
Temat: Konstrukcja kątów o miarach: 60° , 30° , 90° , 45°

Praca indywidualna.

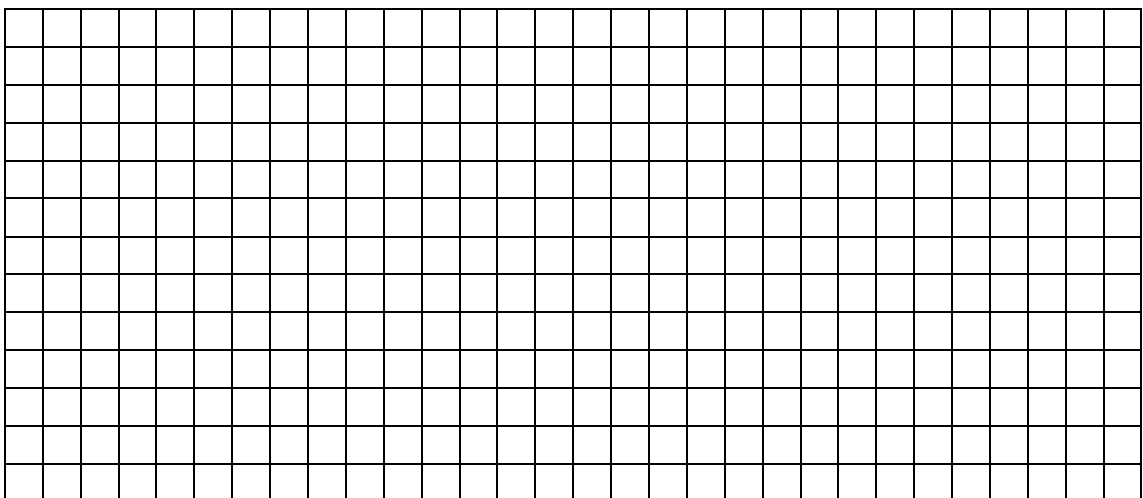
Wykonaj konstrukcje nr 1, nr 2, nr 4 opisane w zadaniach.. Czas na ich wykonanie wynosi 25 minut. Pozostałe dwie konstrukcje wykonasz w domu.

Zadania

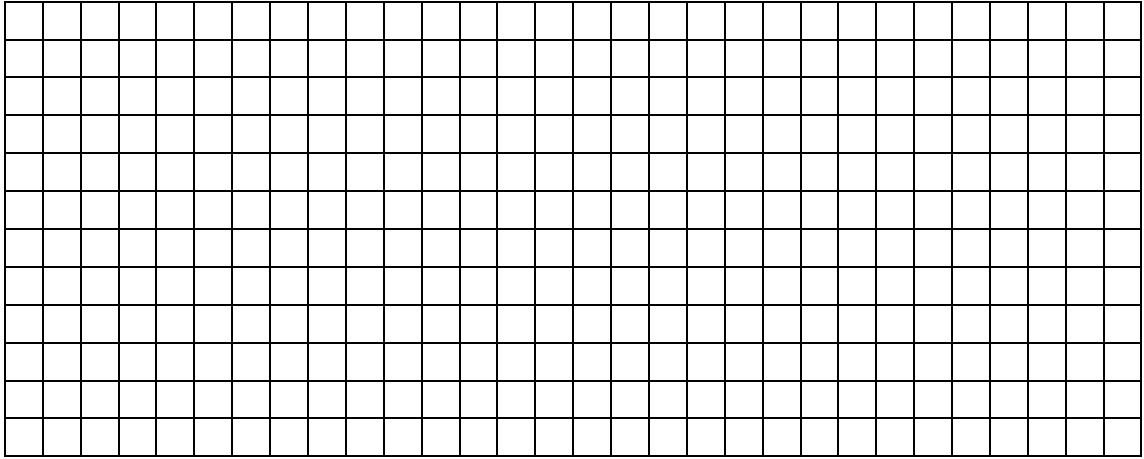
1. Dany jest odcinek a . Skonstruuj trójkąt, którego jeden bok ma długość a , zaś kąty do niego przyległe mają miary 60° i 45° . Jaki to trójkąt?



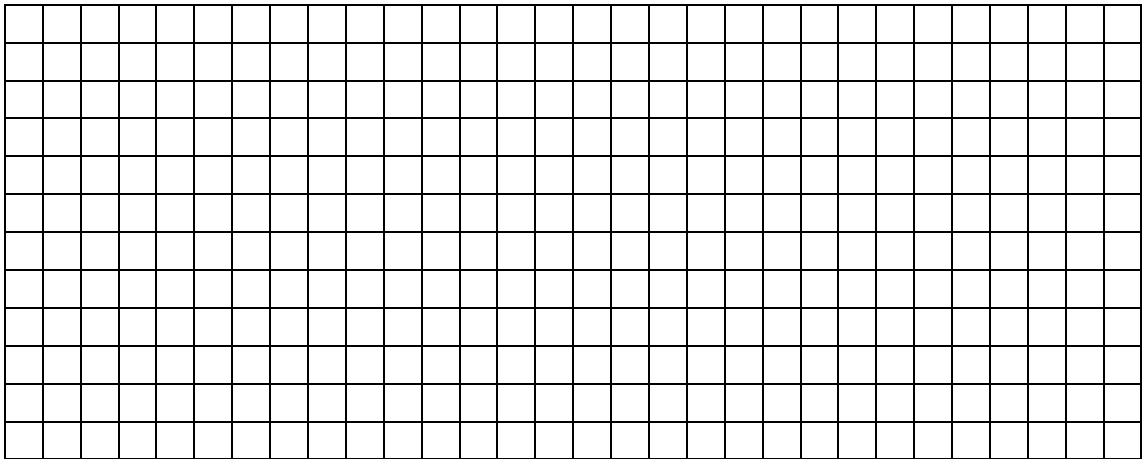
2. Skonstruuj trójkąt równoramienny, w którym kąt między ramionami ma miarę 30° , a ramię ma długość 5 cm. Oblicz miary kątów przy podstawie.



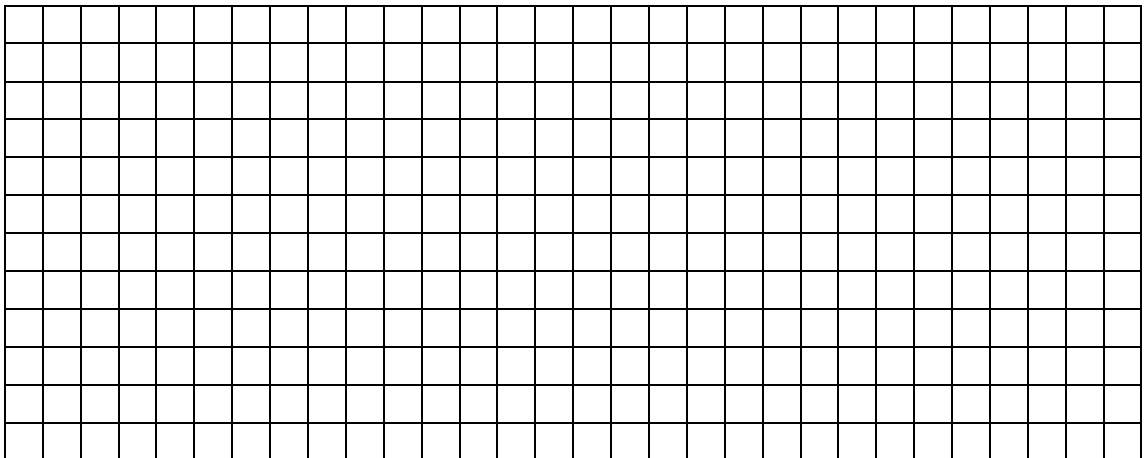
3. Skonstruuj prostokąt, którego przekątne mają długość 7 cm, a kąt między nimi ma miarę 45° . Oblicz miary kątów między przekątnymi i bokami prostokąta.



4. Narysuj odcinek $x = 8 \text{ cm}$. Skonstruj romb o przekątnych: x i $0.5x$. Oblicz długość jego boku, pole i obwód.



5. Wykonaj konstrukcję kąta o mierze 135° .



Temat: Trójkąty prostokątne o kątach ostrych 45° , 45° oraz 30° i 60°

Praca w grupach.

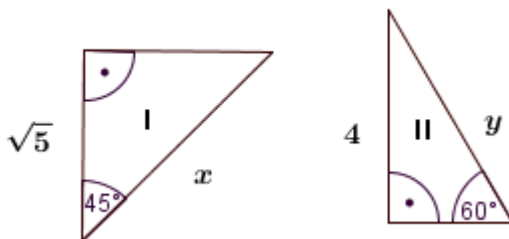
Wykonaj poniższe zadania. W zadaniach zamkniętych (1-5) zaznacz właściwą odpowiedź, a do zadań otwartych (6-8) napisz pełne rozwiązania.

Czas na wykonanie zadań wynosi 30 minut. Powodzenia ☺

1. Jaką długość ma przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego o przyprostokątnej x i kątach ostrych 45° , 45° ?

- a. $2x$
- b. $x\sqrt{2}$
- c. $x\sqrt{3}$
- d. $\frac{x\sqrt{3}}{2}$

2. Oblicz x i y .



- a. $x = \sqrt{7}$, $y = 8$
- b. $x = \sqrt{10}$, $y = 8$
- c. $x = \sqrt{10}$, $y = \frac{8\sqrt{3}}{3}$
- d. $x = \sqrt{5}$, $y = \frac{8\sqrt{3}}{3}$

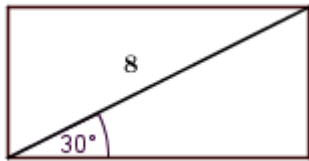
3. Obwód trójkąta I z rysunku do zadania nr 2 wynosi:

- a. $\sqrt{10} + \sqrt{7}$
- b. $2\sqrt{5} + \sqrt{10}$
- c. $\sqrt{5} + \sqrt{10}$
- d. $2\sqrt{10}$

4. Pole trójkąta II z rysunku do zadania nr 2 jest równe:

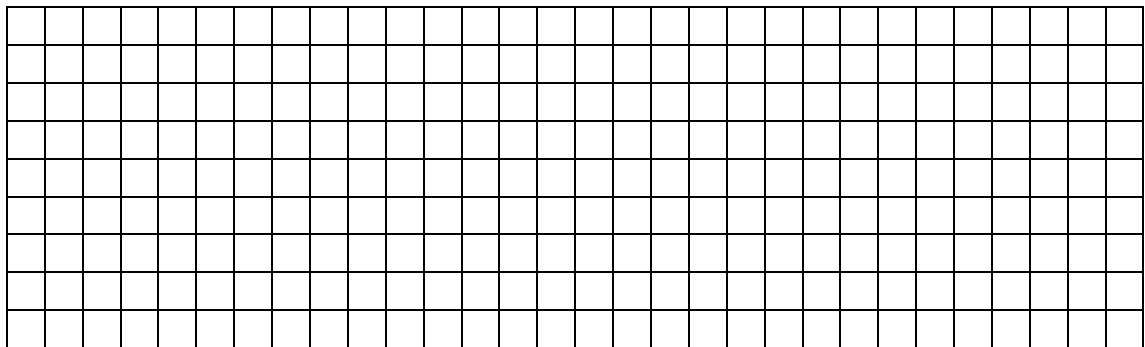
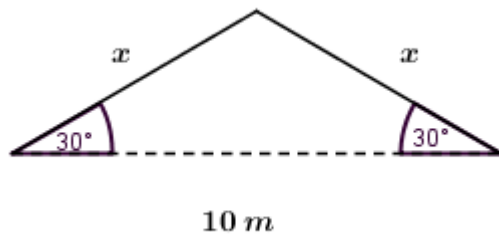
- a. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$
- b. $\frac{16\sqrt{3}}{3}$
- c. $\frac{16}{3}$
- d. 16

5. Ile wynosi obwód prostokąta przedstawionego na rysunku?



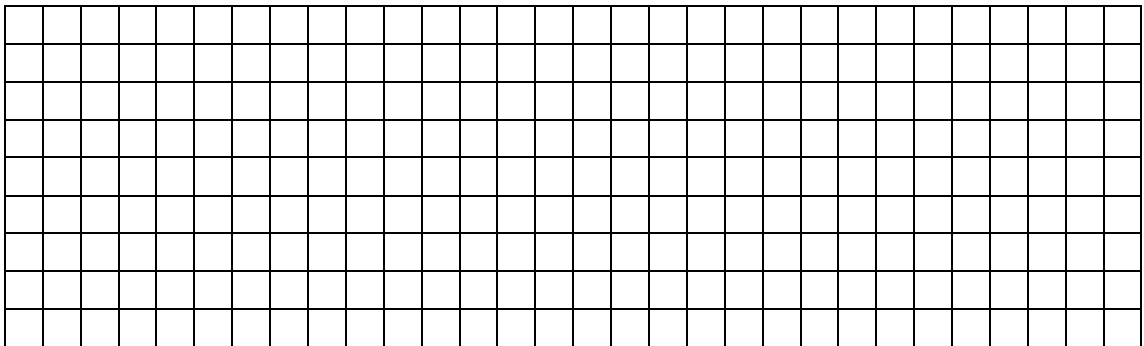
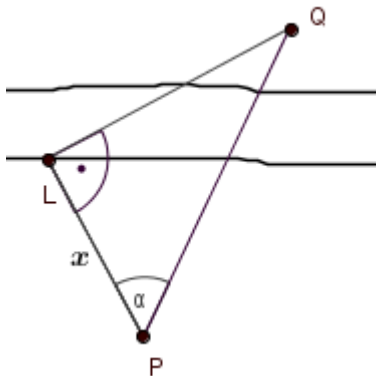
- a. $8 + 4\sqrt{3}$
- b. $8(1 + \sqrt{3})$
- c. 24
- d. $4 + 8\sqrt{3}$

6. Przekrój dwuspadowego dachu ma kształt trójkąta równoramiennego. Korzystając z informacji zamieszczonych na rysunku oblicz długość krokwi oznaczonej literą x .

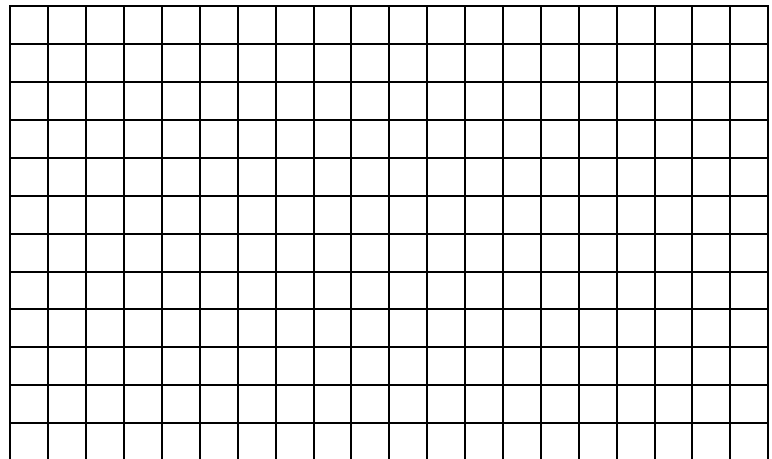
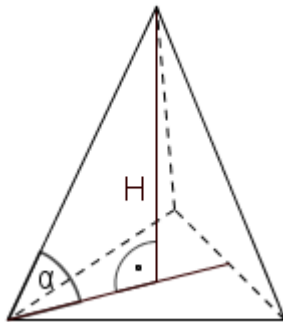


7. Po dwóch stronach rzeki stoją słupy telegraficzne (na rysunku oznaczone literami P i Q). Żeby obliczyć odległość między nimi zmierzono długość odcinka x oraz miarę kąta α . Punkt L został tak wybrany, aby odcinki PL i QL były prostopadłe. Wiedząc,

że $x = 3$ m, a $\alpha = 30^\circ$ oblicz odległość między tymi słupami. Wynik podaj z dokładnością do jednego miejsca po przecinku. Przyjmij $\sqrt{3} \approx 1.73$.



8. Na rysunku przedstawiono ostrosłup prawidłowy trójkątny. Wiedząc, że $H = 4$ cm, $\alpha = 45^\circ$ oblicz objętość tego ostrosłupa. Podaj ją w mm^3 .



Temat: Tw. Pitagorasa - zadania egzaminacyjne.

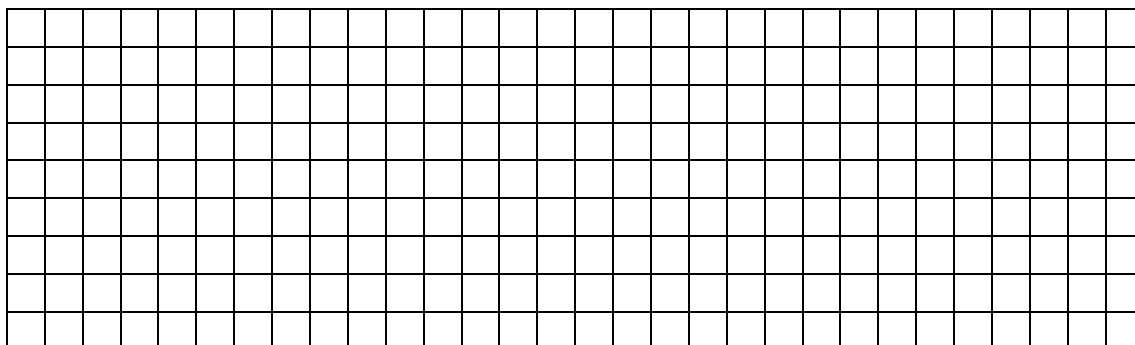
Instrukcja obsługi apletu:

Aplet *egzamin14* zawiera zestawienie najważniejszych treści dotyczących własności trójkątów prostokątnych oraz kilka zadań, które pojawiły się na egzaminach gimnazjalnych (źródło CKE - <http://www.cke.edu.pl/index.php/arkusze-egzaminacyjne-left>). Do każdego zadania zamieszczono przykładowe rozwiązanie.

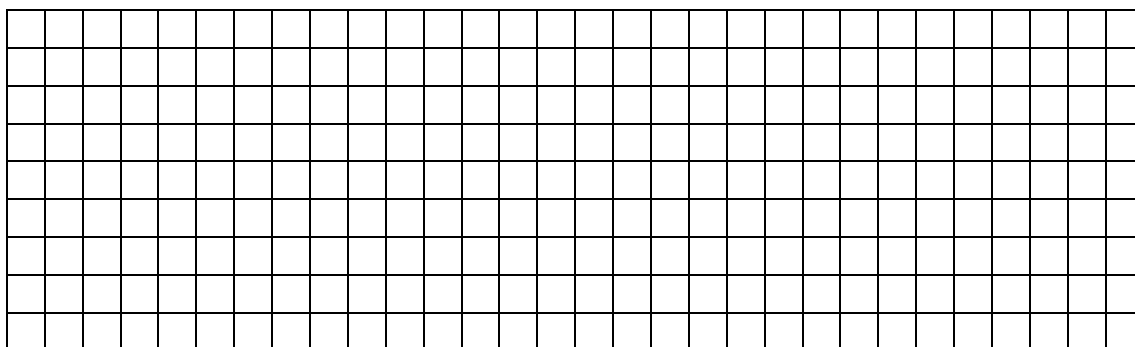
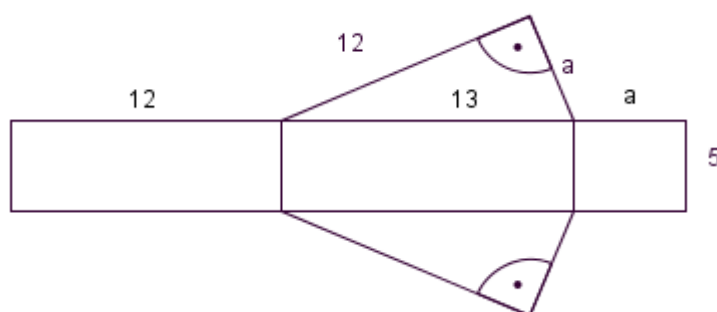
- Otwórz plik *egzamin14*.
Przyciski: *Teoria i Zadania* pozwolą ci przemieszczać się między jego poszczególnymi częściami.
- W części z zadaniami umieszczone zostały dodatkowe przyciski oznaczone strzałkami, dzięki którym będzie możliwe przechodzenie do kolejnego bądź poprzedniego zadania.
- Pracę rozpocznij od przypomnienia wiadomości teoretycznych i wzorów dotyczących własności trójkątów prostokątnych (*Teoria*). W lewym oknie znajdziesz twierdzenia, a w prawym ich ilustracje graficzne.
- W kolejnym kroku przejdź do zadań klikając w przycisk *Zadania*. Rozwiązuj je kolejno, a następnie sprawdź wynik swoich obliczeń i przeanalizuj przykładowe rozwiązania. Znajdziesz je w prawym oknie. Wyświetlanie kolejnych kroków ułatwi ci suwak z etykietą *Rozwiązanie*, a nawigację między zadaniami wspomniane wyżej przyciski ze strzałkami.
- Po wykonaniu zadań zakończ pracę z apletem i rozwiąż zadania z *Karty pracy*. Jest to zestaw zadań przygotowawczych do egzaminu gimnazjalnego, których rozwiązanie wymaga zastosowania wiadomości o trójkątach prostokątnych i ich własnościach.

Karta pracy

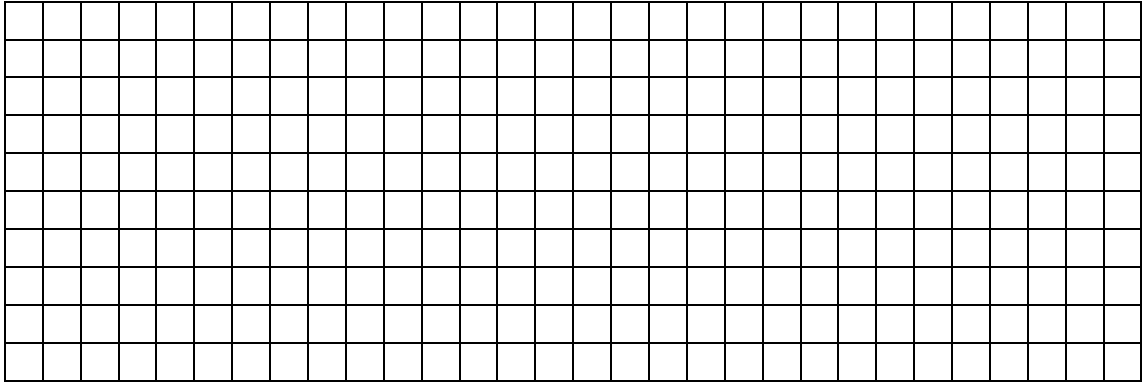
1. Błat prostokątnego stołu należy okleić taśmą wzdłuż jego obwodu. Oblicz długość tej taśmy, jeżeli przekątna blatu ma długość 2.5 m, a jeden z jego boków 2 m. Wykonaj rysunek pomocniczy.



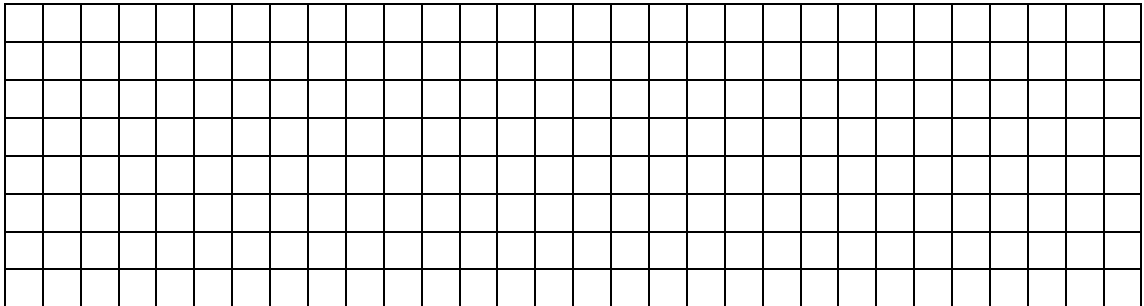
2. Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej graniastosłupa, którego siatkę przedstawiono na rysunku.



3. Marek zbudował latawiec w kształcie deltoidu. Krótsza przekątna latawca miała długość 60 cm i była równa jego krótszemu bokowi. Dłuższy bok miał długość 1 m. Oblicz powierzchnię tego latawca w m^2 . Wykonaj rysunek pomocniczy.



4. Ramiona trapezu są nachylone do dłuższej podstawy pod kątami 45° i 60° . Wysokość trapezu ma długość 8 cm i jest o 4 cm dłuższa od jego krótszej podstawy. Oblicz długości ramion i obwód trapezu.



5. Z wieży telewizyjnej o wysokości 90 m mama dostrzegła Kasię pod kątem $\alpha = 30^\circ$. Oblicz w jakiej odległości od wieży była Kasia. Wynik zaokrąglij do pełnych metrow. Przyjmij $\sqrt{3} \approx 1.73$

