## KONKURS "ZOSTAŃ EUKLIDESEM"

## ETAP I

## TEST II

## *Stereometria*

*Uwaga! Dwie proste w przestrzeni są* **prostopadłe***, jeśli jedna jest osią symetrii drugiej. Dwie proste w przestrzeni są* **równoległe***, jeśli zawierają się w jednej płaszczyźnie i nie mają punktów wspólnych lub pokrywają się. Dwie proste w przestrzeni są* **skośne***, jeśli nie istnieje płaszczyzna zawierająca te dwie proste.*

1. A. Proste $k$ i $l$ są skośne. Jeśli przez $A$ oznaczymy zbiór wszystkich prostych rówoległych równocześnie do $k$ i $l$, to:

   (a) $A$ jest zbiorem nieskończonym
   (b) $A$ jest zbiorem jednoelementowym
   (c) $A$ jest zbiorem pustym    POPRAWNA
   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

   B. Proste $k$ i $l$ są równoległe. Jeśli przez $A$ oznaczymy zbiór wszystkich prostych prostopadłych równocześnie do $k$ i $l$, to:

   (a) $A$ jest zbiorem nieskończonym    POPRAWNA
   (b) $A$ jest zbiorem jednoelementowym
   (c) $A$ jest zbiorem pustym
   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

   C. Do danych prostych $k$ i $l$ można poprowadzić dokładnie jedną wspólną prostą prostopadłą. Wynika stąd, że:

   (a) $k$ i $l$ są skośne    POPRAWNA
   (b) $k$ i $l$ są równoległe
   (c) $k$ i $l$ pokrywają się
   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Do danych prostych $k$ i $l$ można poprowadzić dokładnie jedną wspólną prostą prostopadłą. Wynika stąd, że:

(a) $k$ i $l$ nie są skośne
(b) $k$ i $l$ są równoległe
(c) $k$ i $l$ pokrywają się
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

E. Częścią wspólną trzech różnych płaszczyzn:

(a) może być prosta POPRAWNA
(b) nie może być punkt
(c) może być odcinek
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Częścią wspólną trzech różnych płaszczyzn:

(a) nie może być prosta
(b) może być punkt POPRAWNA
(c) może być odcinek
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Dwie różne płaszczyzny:

(a) mogą podzielić przestrzeń na trzy części POPRAWNA
(b) nie mogą podzielić przestrzeni na cztery części
(c) mogą podzielić przestrzeń na pięć części
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Dwie różne płaszczyzny:

(a) nie mogą podzielić przestrzeni na trzy części
(b) mogą podzielić przestrzeń na cztery części POPRAWNA
(c) mogą podzielić przestrzeń na pięć części
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Trzy różne płaszczyzny:

(a) nie mogą podzielić przestrzeni na siedem części

(b) moga podzielić przestrzeń na osiem części POPRAWNA
(c) nie mogą podzielić przestrzeni na sześć części
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Trzy różne płaszczyzny:

(a) nie mogą podzielić przestrzeni na osiem części
(b) nie mogą podzielić przestrzeni na siedem części
(c) mogą podzielić przestrzeń na sześć części POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

2. A. Punkty $A, B, C$ i $D$ nie należą do jednej płaszczyzny. Wynika z tego, że:

(a) wśród punktów $A, B, C, D$ mogą być trzy punkty współliniowe
(b) wśród punktów $A, B, C, D$ nie ma trzech takich, które są współliniowe POPRAWNA
(c) punkty $A, B, C, D$ wyznaczają dokładnie trzy płaszczyzny
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Punkty $A, B, C$ i $D$ nie należą do jednej płaszczyzny. Wynika z tego, że:

(a) wśród punktów $A, B, C, D$ mogą być trzy punkty współliniowe
(b) punkty $A, B, C, D$ wyznaczają dokładnie trzy płaszczyzny
(c) punkty $A, B, C, D$ wyznaczają dokładnie cztery płaszczyzny POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Dana jest płaszczyzna $\pi$. Istnieje taka prosta $k$ nierównoległa do $\pi$, która:

(a) jest prostopadła do dokładnie jednej prostej zawartej w płaszczyźnie $\pi$ POPRAWNA
(b) jest prostopadła do dokładnie dwóch prostych zawartych w płaszczyźnie $\pi$
(c) nie jest prostopadła do żadnej prostej zawartej w płaszczyźnie $\pi$
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Dana jest płaszczyzna $\pi$. Nie istnieje taka prosta $k$ nierównoległa do $\pi$, która:

(a) jest prostopadła do dokładnie jednej prostej zawartej w płaszczyźnie $\pi$

(b) jest prostopadła do dokładnie dwóch prostych zawartych w płaszczyźnie $\pi$ POPRAWNA

(c) jest prostopadła do nieskończenie wielu prostych zawartych w płaszczyźnie $\pi$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Dane są różne i równoległe płaszczyzny $\pi_1$ i $\pi_2$. Istnieją takie proste $k_1$ i $k_2$ zawarte odpowiednio w płaszczyznach $\pi_1$ i $\pi_2$, które są:

(a) prostopadłe

(b) nierozłączne

(c) skośne POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Dane są różne i równoległe płaszczyzny $\pi_1$ i $\pi_2$. Nie istnieją takie proste $k_1$ i $k_2$ zawarte odpowiednio w płaszczyznach $\pi_1$ i $\pi_2$, które są:

(a) prostopadłe POPRAWNA

(b) równoległe

(c) skośne

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Proste $k_1$ i $k_2$ są skośne i zawierają się odpowiednio w płaszczyznach $\pi_1$ i $\pi_2$. Wynika stąd, że płaszczyzny $\pi_1$ i $\pi_2$:

(a) nie są prostopadłe

(b) nie są równoległe

(c) nie przecinają się

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

H. Proste $k_1$ i $k_2$ są skośne i zawierają się odpowiednio w płaszczyznach $\pi_1$ i $\pi_2$. Wynika stąd, że płaszczyzny $\pi_1$ i $\pi_2$:

(a) nie są prostopadłe

(b) nie są równoległe

(c) mogą się przecinać POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Proste $k_1$ i $k_2$ są skośne i zawierają się odpowiednio w płaszczyznach $\pi_1$ i $\pi_2$. Wynika stąd, że płaszczyzny $\pi_1$ i $\pi_2$:

(a) mogą być prostopadłe POPRAWNA
(b) nie są równoległe
(c) nie przecinają się
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Proste $k_1$ i $k_2$ są skośne i zawierają się odpowiednio w płaszczyznach $\pi_1$ i $\pi_2$. Wynika stąd, że płaszczyzny $\pi_1$ i $\pi_2$:

(a) nie są prostopadłe
(b) mogą być równoległe POPRAWNA
(c) nie przecinają się
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

3. A. Podstawą graniastosłupa jest pewien $n$-kąt. Graniastosłup ten ma:

(a) $2n$ wierzchołków POPRAWNA
(b) $2n$ krawędzi
(c) $n$ ścian
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Podstawą graniastosłupa jest pewien $n$-kąt. Graniastosłup ten ma:

(a) $3n$ wierzchołków
(b) $3n$ krawędzi POPRAWNA
(c) $n$ ścian
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Podstawą graniastosłupa jest pewien $n$-kąt. Graniastosłup ten ma:

(a) $3n$ wierzchołków
(b) $2n$ krawędzi

(c) $n + 2$ ściany POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Nie istnieje graniastosłup, w którym:

(a) dokładnie jedna ściana boczna jest prostokątem

(b) dokładnie dwie ściany boczne są prostokątami

(c) żadna ściana boczna nie jest prostokątem

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

E. Dwie ściany boczne graniastosłupa czworokątnego są kwadratami. Wynika stąd, że:

(a) podstawą tego graniastosłupa jest prostokąt

(b) podstawą tego graniastosłupa jest równoległobok

(c) długość wysokości tego ostrosłupa jest równa długości jego krawędzi

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

F. Dany jest sześcian $A, B, C, D, A', B', C', D'$. W sześcianie tym krawędzi skośnych do krawędzi $AB$ jest dokładnie:

(a) 2

(b) 4 POPRAWNA

(c) 6

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Dany jest sześcian $A, B, C, D, A', B', C', D'$. W sześcianie tym przekątnych ścian, skośnych do przekątnej $AB'$, jest dokładnie:

(a) 4

(b) 5 POPRAWNA

(c) 6

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Prawdziwe jest następujące twierdzenie:

(a) każdy graniastosłup prawidłowy jest graniastosłupem prostym POPRAWNA

(b) każdy graniastosłup prosty jest graniastosłupem prawidłowym

(c) graniastosłup jest prawidłowy wtedy i tylko wtedy, gdy jest graniastosłupem prostym

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Sześcian malujemy na zielono i rozcinamy go cięciami równoległymi do ścian na 343 przystające sześciany. Spośród nich dokładnie jedną ścianę zieloną będzie miało:

(a) dokładnie 96 sześcianów

(b) dokładnie 120 sześcianów

(c) dokładnie 150 sześcianów POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Sześcian malujemy na zielono i rozcinamy go cięciami równoległymi do ścian na 343 przystające sześciany. Spośród nich dokładnie dwie ściany zielone będzie miało:

(a) dokładnie 60 sześcianów POPRAWNA

(b) dokładnie 48 sześcianów

(c) dokładnie 36 sześcianów

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

4. A. Podstawą ostrosłupa jest pewien $n$-kąt. Ostrosłup ten ma:

(a) $n$ wierzchołków

(b) $2n$ krawędzi POPRAWNA

(c) $n$ ścian

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Podstawą ostrosłupa jest pewien $n$-kąt. Ostrosłup ten ma:

(a) $n$ wierzchołków

(b) $2n + 1$ krawędzi

(c) $n + 1$ ścian POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Podstawą ostrosłupa jest pewien $n$-kąt. Ostrosłup ten ma:

(a) $n + 1$ wierzchołków POPRAWNA

(b) $2n+1$ krawędzi

(c) $n$ ścian

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Spodek wysokości ostrosłupa:

(a) należy do podstawy ostrosłupa

(b) może być jednym z wierzchołków podstawy ostrosłupa POPRAWNA

(c) nie może być jednym z wierzchołków podstawy ostrosłupa

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Spodek wysokości ostrosłupa:

(a) należy do podstawy ostrosłupa

(b) nie może być jednym z wierzchołków podstawy ostrosłupa

(c) może nie należeć do podstawy ostrosłupa POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Przeciwległe krawędzie boczne ostrosłupa prawidłowego czworokątnego są prostopadłe. Wobec tego:

(a) wszystkie krawędzie tego ostrosłupa mają taką samą długość POPRAWNA

(b) przeciwległe ściany boczne tego ostrosłupa są prostopadłe

(c) krawędzie boczne tego ostrosłupa są dłuższe od krawędzi podstawy

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Ściany boczne ostrosłupa prawidłowego trójkątnego są trójkątami prostokątnymi. Wówczas kąt między ścianami bocznymi tego ostrosłupa jest kątem:

(a) ostrym

(b) prostym POPRAWNA

(c) rozwartym

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Punkt przecięcia wysokości czworościanu foremnego dzieli każdą z nich w stosunku:

(a) 1 : 4

(b) 1 : 3 POPRAWNA

(c) 1 : 2

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Podstawą ostrosłupa jest prostokąt. Punkt przecięcia przekątnych podstawy jest spodkiem wysokości tego ostrosłupa. Wynika stąd, że:

(a) krawędzie boczne ostrosłupa tworzą z podstawą kąty o równych miarach POPRAWNA

(b) ściany boczne ostrosłupa tworzą z podstawą kąty o równych miarach

(c) krawędzie boczne ostrosłupa nie muszą być równej długości

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Podstawą ostrosłupa jest czworokąt $K$. Wszystkie ściany boczne tego ostrosłupa tworzą z podstawą kąty o równych miarach. Wobec tego:

(a) jeśli $K$ jest trapezem, to $K$ jest trapezem równoramiennym

(b) jeśli $K$ jest równoległobokiem, to $K$ jest rombem POPRAWNA

(c) jeśli $K$ jest rombem, to $K$ kwadratem

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

5. A. Punkt $O$ jest spodkiem wysokości ostrosłupa $A, B, C, S$, którego krawędzie boczne $AS, BS, CS$ są równej długości. Wówczas:

(a) odcinki $AO, BO, CO$ są równej długości POPRAWNA

(b) trójkąty $AOS, BOS, COS$ nie muszą być przystające

(c) kąty nachylenia krawędzi bocznych do podstawy nie muszą mieć równych miar

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Punkt $O$ jest spodkiem wysokości ostrosłupa $A, B, C, S$, którego krawędzie boczne $AS, BS, CS$ są równej długości. Wówczas:

(a) odcinki $AO, BO, CO$ nie muszą być równej długości

(b) trójkąty $AOS, BOS, COS$ są przystające POPRAWNA

(c) kąty nachylenia krawędzi bocznych do podstawy nie muszą mieć równych miar

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Punkt $O$ jest spodkiem wysokości ostrosłupa $A, B, C, S$, którego krawędzie boczne $AS, BS, CS$ są równej długości. Wówczas:

(a) odcinki $AO, BO, CO$ nie muszą być równej długości

(b) trójkąty $AOS, BOS, COS$ nie muszą być przystające

(c) kąty nachylenia krawędzi bocznych do podstawy mają równe miary POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Punkt $O$ jest spodkiem wysokości ostrosłupa $A, B, C, S$. Krawędzie boczne $AS, BS, CS$ tego ostrosłupa tworzą z płaszczyzną podstawy kąty o równych miarach. Wynika stąd, że:

(a) punkt $O$ jest punktem przecięcia środkowych trójkąta $ABC$

(b) punkt $O$ jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt $ABC$

(c) punkt $O$ jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie $ABC$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Punkt $O$ jest spodkiem wysokości ostrosłupa $A, B, C, S$. Krawędzie boczne $AS, BS, CS$ tego ostrosłupa tworzą z płaszczyzną podstawy kąty o równych miarach. Wynika stąd, że:

(a) punkt $O$ jest punktem przecięcia środkowych trójkąta $ABC$

(b) punkt $O$ jest punktem przecięcia dwusiecznych kątów wewnętrznych trójkąta $ABC$

(c) punkt $O$ jest punktem przecięcia wysokości trójkąta $ABC$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

F. Wszystkie krawędzie boczne ostrosłupa, którego podstawą jest trójkąt prostokątny $ABC$, są równej długości. Spodek wysokości tego ostrosłupa:

(a) należy do jednej z krawędzi podstawy POPRAWNA

(b) nie należy do podstawy

(c) jest punktem przecięcia wysokości podstawy

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Wszystkie krawędzie boczne ostrosłupa, którego podstawą jest trójkąt prostokątny $ABC$, są równej długości. Spodek wysokości tego ostrosłupa:

(a) nie należy do żadnej z krawędzi podstawy
(b) może nie należeć do podstawy
(c) jest punktem przecięcia symetralnych boków podstawy POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Odcinki $KS, LS, MS$ są wysokościami ścian bocznych ostrosłupa $ABCS$, a punkt $O$ jest spodkiem wysokości tego ostrosłupa. Jeżeli wszystkie ściany boczne tworzą z płaszczyzną podstawy równe kąty, to:

(a) odcinki $KO, LO, MO$ są równej długości POPRAWNA
(b) odcinki $AO, BO, CO$ są równej długości
(c) odcinki $KS, LS, MS$ nie muszą być równej długości
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Odcinki $KS, LS, MS$ są wysokościami ścian bocznych ostrosłupa $ABCS$, a punkt $O$ jest spodkiem wysokości tego ostrosłupa. Jeżeli wszystkie ściany boczne tworzą z płaszczyzną podstawy równe kąty, to:

(a) odcinki $KO, LO, MO$ nie muszą być równej długości
(b) odcinki $AO, BO, CO$ są równej długości
(c) odcinki $KS, LS, MS$ są równej długości POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Punkt $O$ jest spodkiem wysokości ostrosłupa $ABCS$, w którym wysokości $KS, LS, MS$ ścian bocznych mają równe długości. Wynika stąd, że:

(a) krawędzie $AS, BS, CS$ są równej długości
(b) trójkąty $KOS, LOS, MOS$ są przystające POPRAWNA
(c) krawędzie $AS, BS, CS$ nie mogą być równej długości
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

6. A. Obcinając wszystkie wierzchołki sześcianu o boku długości 1 płaszczyznami przechodzącymi przez środki każdej trójki krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka otrzymujemy wielościan, który:

(a) ma 30 krawędzi

(b) ma pole powierzchni całkowitej równe $3+\sqrt{3}$ POPRAWNA

(c) ma objętość mniejszą niż 80% objętości sześcianu

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Obcinając wszystkie wierzchołki sześcianu o boku długości 1 płaszczyznami przechodzącymi przez środki każdej trójki krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka otrzymujemy wielościan, który:

(a) ma 24 krawędzie POPRAWNA

(b) ma pole powierzchni całkowitej równe $3+2\sqrt{3}$

(c) ma objętość mniejszą niż 70% objętości sześcianu

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Obcinając wszystkie wierzchołki sześcianu o boku długości 1 płaszczyznami przechodzącymi przez środki każdej trójki krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka otrzymujemy wielościan, który:

(a) ma 30 krawędzi

(b) ma pole powierzchni całkowitej równe $2+\sqrt{3}$

(c) ma objętość większą niż 80% objętości sześcianu POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Dany jest ostrosłup ścięty, którego podstawy są prostokątami, a ściany boczne trapezami równoramiennymi. Długości krawędzi większej podstawy wynoszą 10 i 5m zaś mniejszej - 6 i 3. Wysokość bryły wynosi 9. Objętość tej bryły jest równa:

(a) 284

(b) 294 POPRAWNA

(c) 304

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Przekątna sześcianu ma długość o 1 większą od długości jego krawędzi. Wynika stąd, że objętość tego sześcianu jest równa:

(a) $\frac{3\sqrt{3}+5}{2}$

(b) $\frac{6\sqrt{3}+5}{2}$

(c) $\frac{3\sqrt{3}+5}{4}$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Przekątna sześcianu ma długość o 1 większą od długości jego krawędzi. Wynika stąd, że pole powierzchni tego sześcianu jest równe:

(a) $3(2+\sqrt{3})$ POPRAWNA

(b) $6(2+\sqrt{3})$

(c) $3(3+\sqrt{3})$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Pole przekroju czworościanu foremnego jego płaszczyzną symetrii wynosi:

(a) $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$

(b) $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$

(c) $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Pole przekroju sześcianu płaszczyzną zawierającą dwie jego krawędzie nienależące do jednej ściany wynosi $S$. Wynika stąd, że długość przekątnej tego sześcianu jest równa:

(a) $\sqrt{\frac{3S}{\sqrt{2}}}$ POPRAWNA

(b) $\sqrt{\frac{3\sqrt{2}S}{2}}$

(c) $\sqrt{\frac{3S}{2}}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Stosunek pola powierzchni przekroju czworościanu foremnego płaszczyzną, zawierającą jeden z jego wierzchołków i wysokość przeciwległej ściany, do pola powierzchni ściany bocznej tego czworościanu wynosi:

(a) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

(b) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ POPRAWNA

(c) $\frac{\sqrt{6}}{4}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Rozpatrujemy sześcian oraz czworościan foremny, którego krawędziami są przekątne ścian tego sześcianu. Stosunek objętości tego czworościanu do objętości sześcianu jest równy:

(a) $\frac{2}{3}$

(b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(c) $\frac{1}{3}$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

7. A. Z wycinka kołowego o kącie $180°$ utworzono powierzchnię boczną stożka. Kąt rozwarcia tego stożka wynosi:

(a) $45°$

(b) $60°$ POPRAWNA

(c) $90°$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Powierzchnia boczna stożka jest równa $S$, a jego powierzchnia całkowita jest równa $P$. Kąt rozwarcia $\alpha$ tego stożka spełnia zależność:

(a) $\sin\alpha = \frac{P-S}{S}$

(b) $\sin\frac{1}{2}\alpha = \frac{P+S}{S}$

(c) $\sin\frac{1}{2}\alpha = \frac{P-S}{S}$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Stożek o promieniu podstawy $r$, wysokości $h$ i tworzącej $l$, którego pole powierzchni całkowitej jest $\pi$ razy większe od pola jego przekroju osiowego:

(a) istnieje, jeśli $h = 2(l - r)$

(b) istnieje, jeśli $l = \sqrt{rh}$

(c) nie istnieje POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Stożek i walec mają tworzące równej długości, równe pola powierzchni bocznych i równe objętości. Wynika stąd, że kąt nachylenia tworzącej stożka do płaszczyzny podstawy spełnia warunek:

(a) $\sin\alpha = \frac{1}{4}$

(b) $\sin\alpha = \frac{1}{3}$

(c) $\sin\alpha = \frac{1}{2}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

E. Przekrój osiowy stożka jest trójkątem prostokątnym. Promień podstawy stożka ma długość $r$. Wynika stąd, że:

(a) pole powierzchni bocznej stożka wynosi $\pi r^2\sqrt{3}$

(b) pole powierzchni bocznej stożka wynosi $\pi r^2\sqrt{2}$ POPRAWNA

(c) jest za mało danych, by znaleźć pole powierzchni bocznej tego stożka

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Przekrój osiowy stożka jest trójkątem prostokątnym. Promień podstawy stożka ma długość $r$. Wynika stąd, że:

(a) jest za mało danych, by znaleźć objętość tego stożka

(b) objętość stożka wynosi $\frac{1}{3}\pi r^3$ POPRAWNA

(c) objętość stożka wynosi $\frac{1}{3}\pi r^3\sqrt{2}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Objętość bryły powstałej przez obrót trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych długości 1 wokół prostej zawierające jego przeciwprostokątną jest równa:

(a) $\frac{\pi\sqrt{2}}{6}$ POPRAWNA

(b) $\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$

(c) $\frac{\pi\sqrt{6}}{2}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Trapez równoramienny o podstawach długości 6 i 3 oraz kącie przy podstawie 45° obraca się dookoła krótszej podstawy. Objętość otrzymanej w ten sposób bryły jest równa:

(a) $\frac{45}{2}\pi$

(b) $9\pi$

(c) $\frac{45}{4}\pi$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Trapez równoramienny o podstawach długości 6 i 3 oraz kącie przy podstawie 45° obraca się dookoła dłuższej podstawy. Objętość otrzymanej w ten sposób bryły jest równa:

(a) $\frac{45}{2}\pi$

(b) $9\pi$ POPRAWNA

(c) $\frac{45}{4}\pi$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Obracając trapez równoramienny o podstawach długości 6 i 3 oraz kącie przy podstawie 45° dookoła dłuższej podstawy otrzymujemy bryłę o objętości $V_1$, zaś obracając ten trapez dookoła krótszej podstawy otrzymujemy bryłę o objętości $V_2$. Wtedy:

(a) $V_1 = V_2$

(b) $V_1 > V_2$

(c) $V_1 < V_2$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

8. A. Obracając trapez prostokątny wokół dłuższej podstawy otrzymano bryłę o objętości $V_1$, zaś obracając ten trapez wokół krótszej podstawy otrzymano bryłę o objętości $V_2$. Wówczas:

(a) $V_1 < V_2$ POPRAWNA

(b) $V_1 = V_2$

(c) $V_1 > V_2$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Obracając romb o boku $a$ i wysokości $h$ wokół jednego z boków otrzymamy bryłę o objętości:

(a) $\pi h^2 a$ POPRAWNA

(b) $\pi a^2 h$

(c) $\frac{2}{3}\pi h^2 a$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Obracając romb o boku $a$ i wysokości $h$ wokół jednego z boków otrzymamy bryłę o powierzchni całkowitej:

(a) $2\pi ah$

(b) $4\pi ah$ POPRAWNA

(c) $6\pi ah$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Jeżeli wysokość stożka zwiększymy dwukrotnie, a długość promienia jego podstawy zmniejszymy dwukrotnie, to objętość stożka:

(a) nie zmieni się

(b) zmniejszy się dwa razy POPRAWNA

(c) zwiększy się dwa razy

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Dany jest romb o przekątnych długości $d_1$ i $d_2$, przy czym $d_1 > d_2$. Bryła $B_1$ powstaje przez obrót rombu wokół przekątnej o długości $d_1$, zaś bryła $B_2$ - przez obrót rombu wokół przekątnej o długości $d_2$. Wtedy:

(a) objętość bryły $B_1$ jest mniejsza od objętości bryły $B_2$ POPRAWNA

(b) objętość bryły $B_1$ jest większa od objętości bryły $B_2$

(c) bryły $B_1$ i $B_2$ mają równe objętości

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Kąt rozwarcia stożka jest prosty. Wobec tego powierzchnia boczna tego stożka po rozcięciu wzdłuż tworzącej i rozłożeniu jest wycinkiem koła o kącie środkowym:

(a) $\pi$

(b) $\pi\sqrt{3}$

(c) $\pi\sqrt{2}$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Tworząca stożka ma długość $l$. Wówczas:

(a) pole powierzchni bocznej tego stożka jest mniejsze od $\pi l^2$ POPRAWNA

(b) pole powierzchni bocznej tego stożka może być równe $\pi l^2$

(c) pole powierzchni bocznej tego stożka może być większe od $\pi l^2$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Tworząca stożka ma długość $l$. Wówczas:

(a) pole powierzchni całkowitej tego stożka jest większe od $2\pi l^2$

(b) pole powierzchni całkowitej tego stożka jest mniejsze od $2\pi l^2$ POPRAWNA

(c) pole powierzchni całkowitej tego stożka może być równe $2\pi l^2$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Powierzchnia boczna walca po rozwinięciu jest prostokątem, którego przekątna o długości 4 tworzy z bokiem długości równej wysokości walca kąt $60°$. Objętość tego walca jest równa:

(a) $\frac{6}{\pi}$ POPRAWNA

(b) $\frac{12}{\pi}$

(c) $\frac{8}{\pi}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Objętość kuli wynosi $36\pi^4$. Pole powierzchni tej kuli jest równe:

(a) 36

(b) $36\pi^2$

(c) $36\pi^3$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

9. A. Sześcian wpisany w kulę zajmuje:

(a) mniej niż połowę jej objętości POPRAWNA

(b) połowę jej objętości

(c) więcej niż połowę jej objętości

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Kula wpisana w sześcian zajmuje:

(a) mniej niż połowę jego objętości

(b) połowę jego objętości

(c) więcej niż połowę jego objętości POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Pole powierzchni kuli zawartej w walcu:

(a) nie przekracza pola powierzchni bocznej walca POPRAWNA

(b) może być równe polu powierzchni bocznej walca

(c) nie przekracza sumy pól podstaw walca

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Pole powierzchni kuli opisanej na sześcianie o krawędzi długości $\sqrt{3}$ jest równe:

(a) $6\pi$

(b) $8\pi$

(c) $9\pi$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Pole powierzchni całkowitej pewnego czworościanu jest równe $1000cm^2$, a jego objętość jest równa $1000cm^3$. Promień kuli wpisanej w ten czworościan jest równy:

(a) $3cm$ POPRAWNA

(b) $2cm$

(c) $1cm$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Dane są dwa przystające walce. W jeden z nich wpisano stożek, którego podstawa jest jedną z podstaw walca, a wierzchołek należy do drugiej podstawy; zaś w drugi z nich - kulę. Wynika stąd, że stosunek objętości kuli do objętości stożka jest równy:

(a) $3 : 2$

(b) $2 : 1$ POPRAWNA

(c) $4 : 3$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. W stożek o promieniu podstawy $R$ wpisano walec o promieniu podstawy $r$. Stosunek wysokości stożka do wysokości walca jest równy:

(a) $\frac{R}{R-r}$ POPRAWNA

(b) $\frac{R}{r}$

(c) $\frac{R+r}{r}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Stosunek długości promienia kuli opisanej na czworościanie foremnym do długości krawędzi tego czworościanu wynosi:

(a) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

(b) $\frac{3\sqrt{6}}{4}$

(c) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Dany jest stożek obrotowy, w którym tworząca ma długość $13cm$, zaś promień podstawy ma długość $5cm$. Różnica $d$ pomiędzy długościami promieni kuli opisanej na tym stożku i kuli wpisanej w ten stożek spełnia warunek:

(a) $d > 3cm$ POPRAWNA

(b) $d > 4cm$

(c) $d < 3cm$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Dany jest pewien sześcian. Rozważamy trzy kule: jedną (o promieniu $r_1$) wpisaną w ten sześcian, drugą (o promieniu $r_2$) styczną do wszystkich jego krawędzi i trzecią (o promieniu $r_3$) opisaną na tym sześcianie. Wtedy prawdziwa jest zależność:

(a) $r_1 + r_2 = r_3$

(b) $r_2 = r_1\sqrt{2}$ POPRAWNA

(c) $r_2 = \frac{r_1+r_3}{2}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

10. A. Rzutem równoległym pewnej bryły na płaszczyznę jest kwadrat. Zatem:

(a) bryła ta może być ostrosłupem POPRAWNA

(b) bryła ta może być czworościanem

(c) bryła ta nie może być wielościanem foremnym

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Częścią wspólną sześcianu i płaszczyzny:

(a) może być pięciokąt POPRAWNA
(b) może być trójkąt prostokątny
(c) nie może być trójkąt równoboczny
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Częścią wspólną sześcianu i płaszczyzny:

(a) nie może być pięciokąt
(b) może być trójkąt prostokątny
(c) może być trójkąt równoboczny POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Przekrojem sześcianu:

(a) może być trapez POPRAWNA
(b) nie może być trójkąt równoramienny
(c) nie może być sześciokąt
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Przekrojem sześcianu:

(a) nie może być trapez
(b) nie może być trójkąt równoramienny
(c) może być sześciokąt POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Przekrojem graniastosłupa prawidłowego trójkątnego:

(a) może być trapez prostokątny POPRAWNA
(b) nie może być trapez równoramienny
(c) nie może być trójkąt prostokątny
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Przekrojem graniastosłupa prawidłowego trójkątnego:

(a) nie może być trapez prostokątny
(b) nie może być trapez równoramienny

(c) może być trójkąt prostokątny POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Przekrój ostrosłupa prawidłowego czworokątnego płaszczyzną zawierającą środek wysokości tego ostrosłupa oraz środki dwóch sąsiednich krawędzi jest:

(a) pięciokątem POPRAWNA

(b) czworokątem

(c) trójkątem

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Przekrojem czworościanu foremnego:

(a) może być pięciokąt

(b) nie może być kwadrat

(c) może być trapez POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Przekrojem czworościanu foremnego:

(a) może być pięciokąt

(b) może być kwadrat POPRAWNA

(c) nie może być trapez

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna