



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

KONKURS „ZOSTAŃ EUKLIDEM”

CZĘŚĆ II

Imię i nazwisko:

Szkoła:

1. Sprawdź, czy arkusz konkursowy zawiera 12 stron (zadania 1–5). Ewentualny brak zgłoś pracownikowi zespołu nadzorującego konkurs.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym lub niebieskim tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Czas pracy: 90 minut. Liczba punktów do uzyskania: 25.

Wypełnia oceniający

Nr zadania	Punkty						
	0	1	2	3	4	5	6
1.	0	1	2	3	4		
2.	0	1	2	3	4	5	6
3.	0	1	2	3	4		
4.	0	1	2	3	4	5	
5.	0	1	2	3	4	5	6

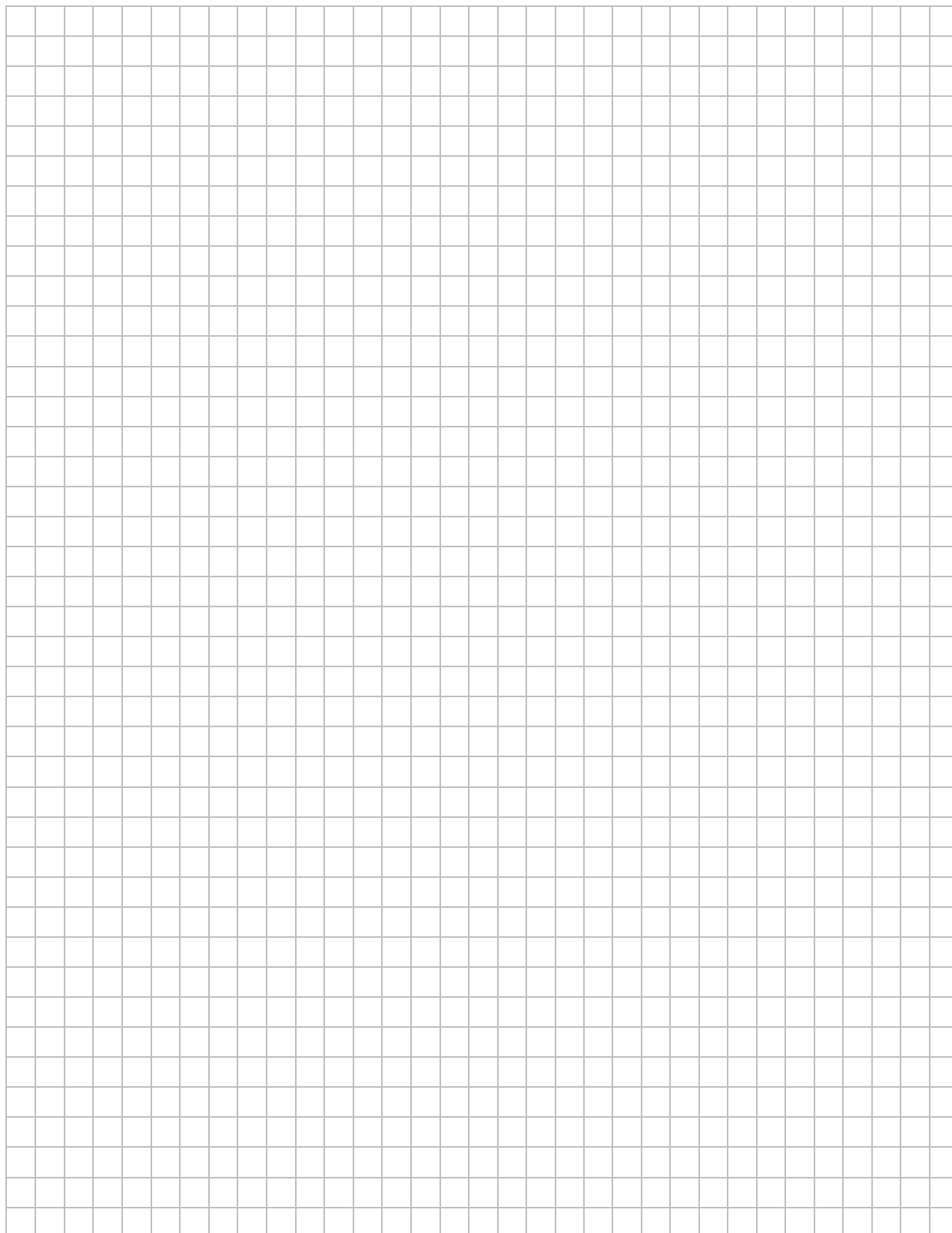
9 marca 2013

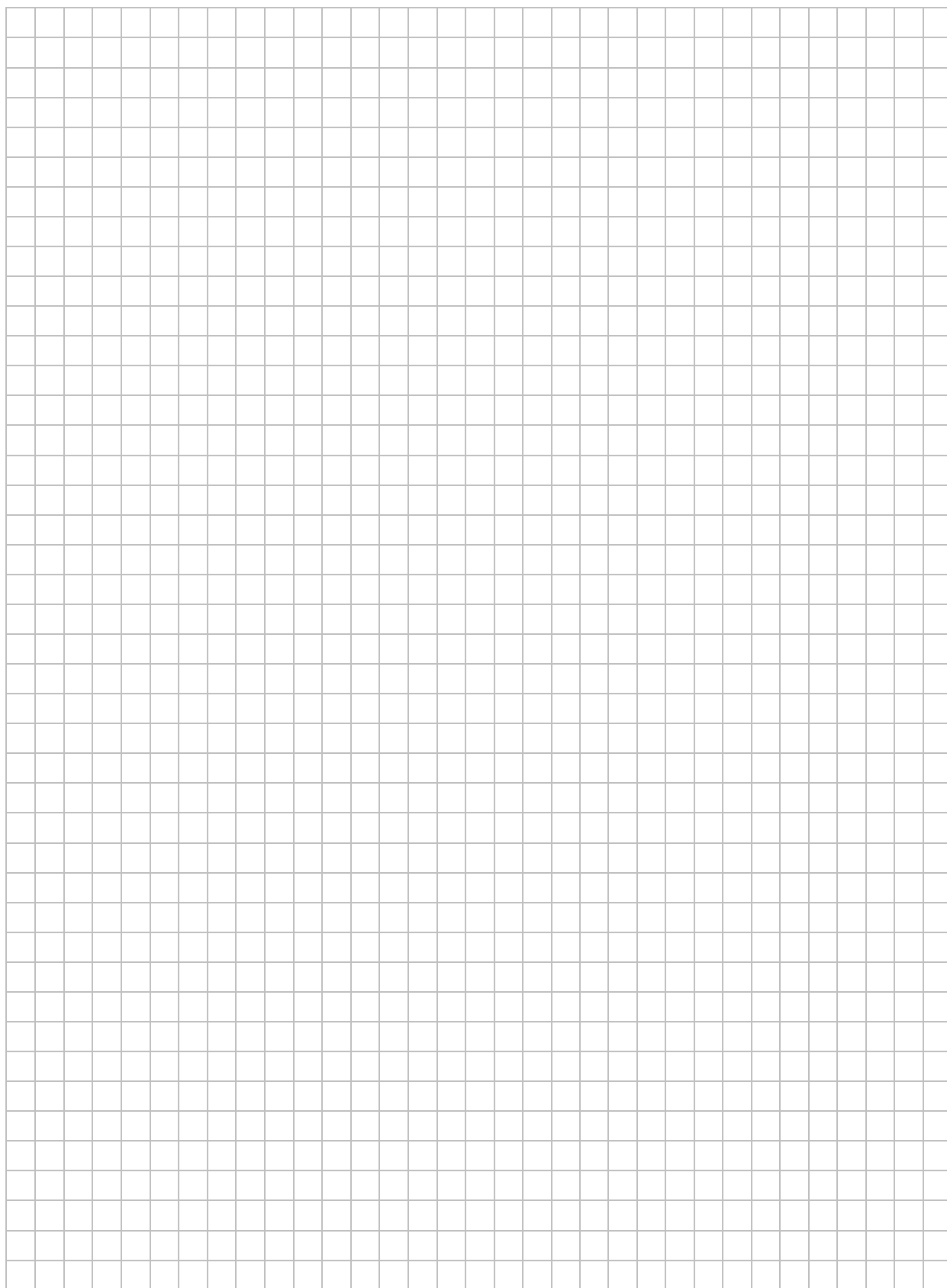


Zadanie 1. (4 pkt.)

Rozwiąż nierówność:

$$\frac{\binom{n}{n-3} + \binom{n}{n-2}}{\binom{n-1}{n-3} + \binom{n-1}{n-4}} \geq 2.$$



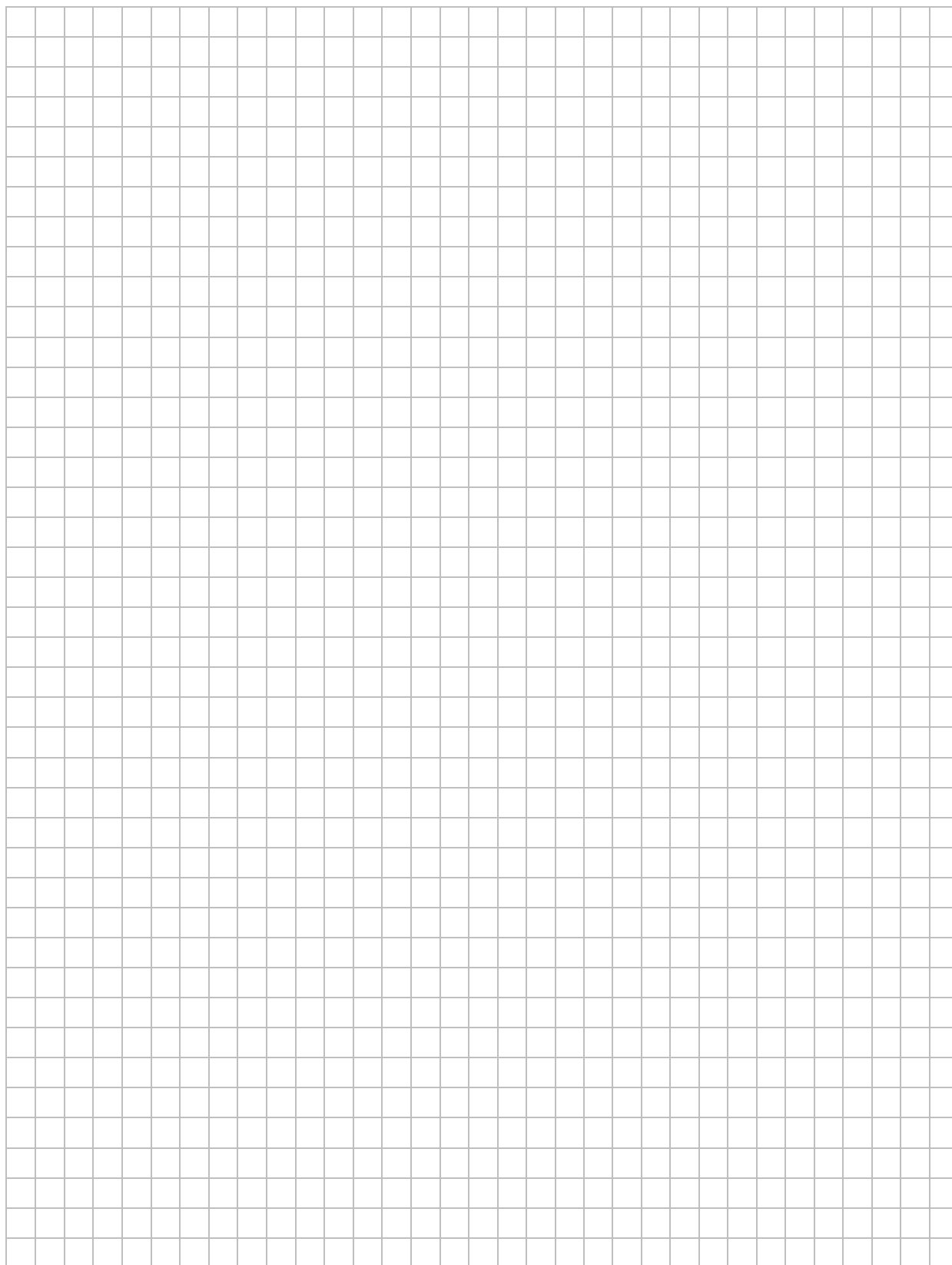


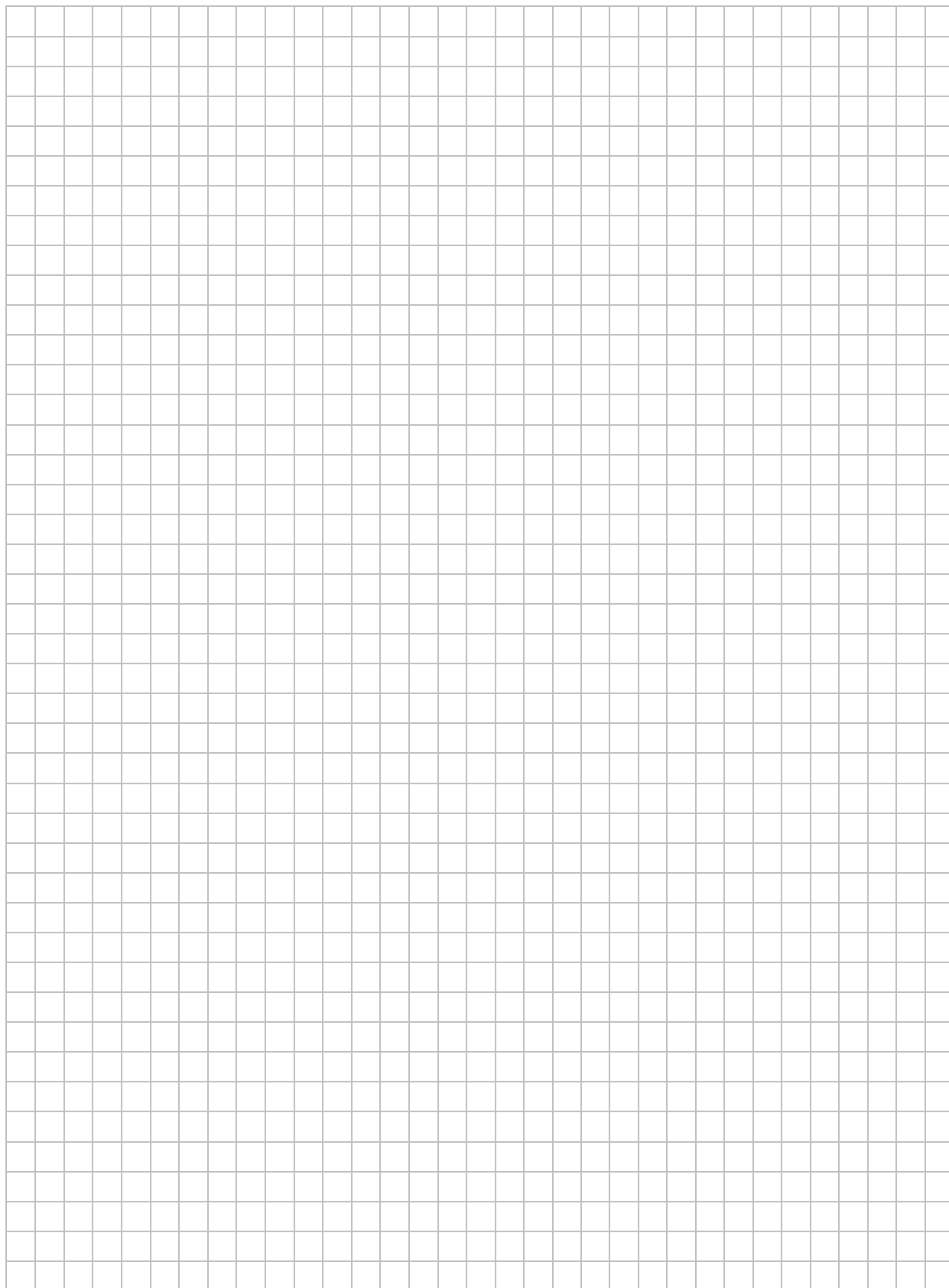
Odpowiedź:

Zadanie 2. (6 pkt.)

Udowodnij, że

$$\log_3 4 + \log_4 3 > \log_4 5 + \log_5 4.$$

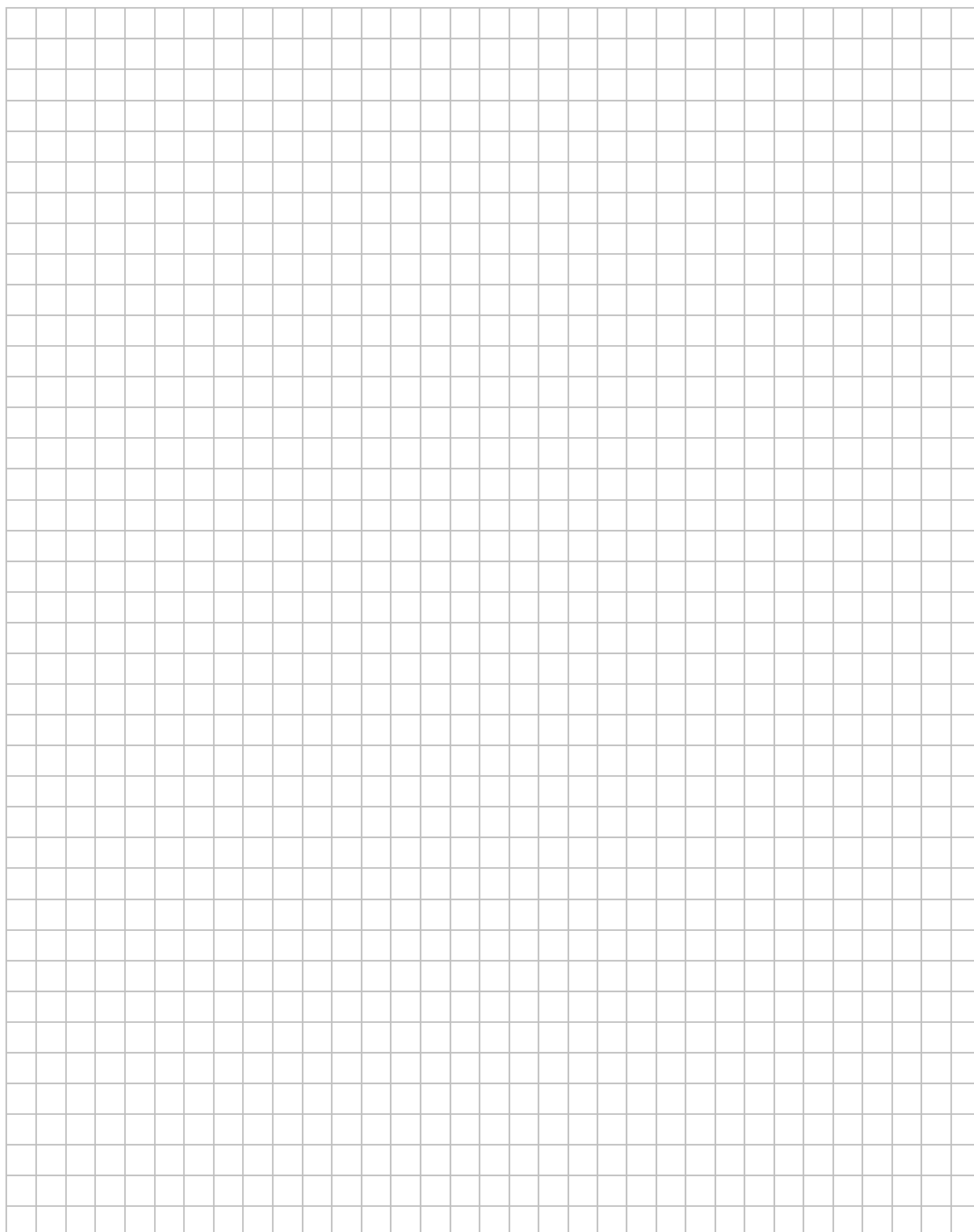


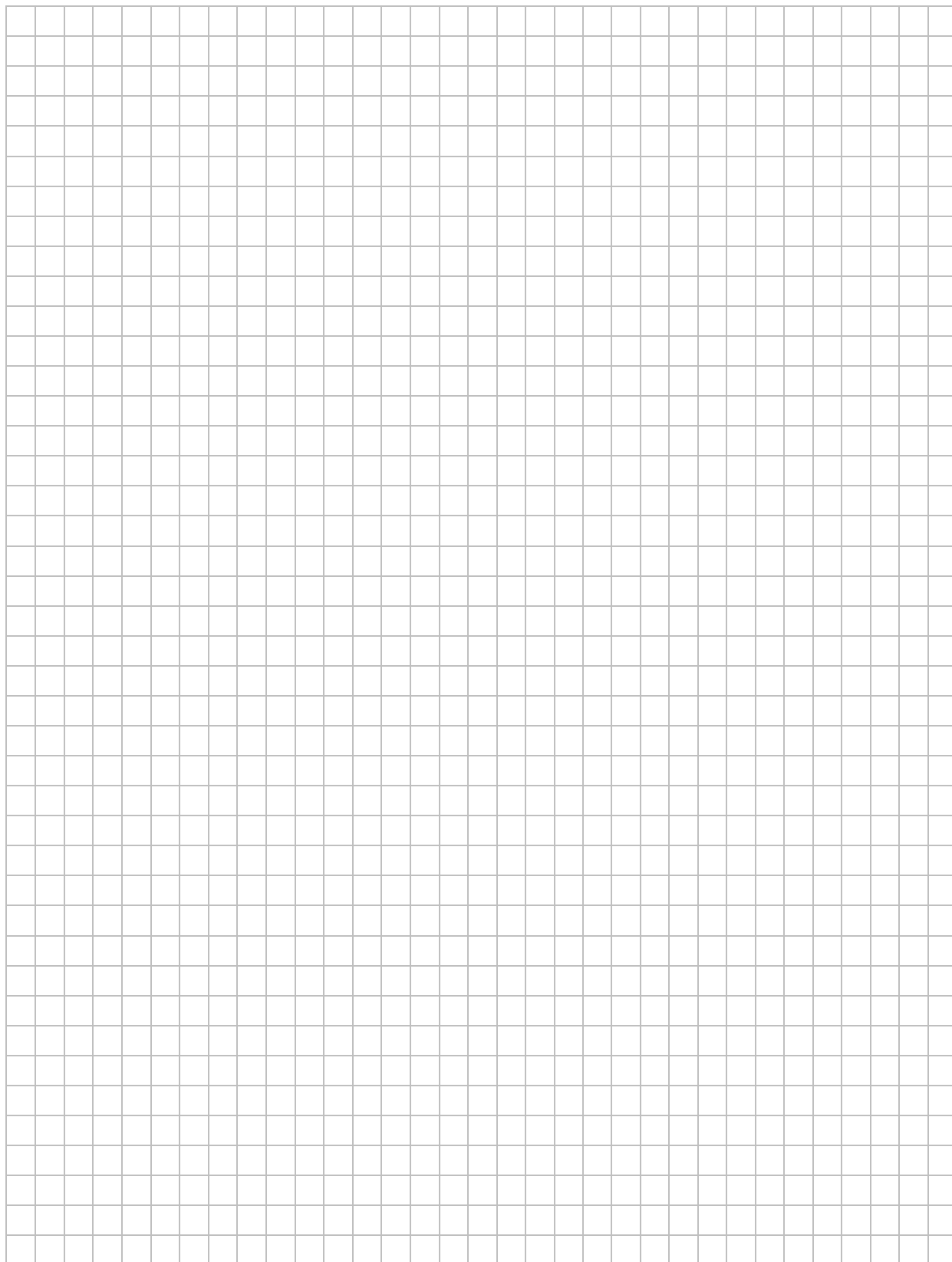


Odpowiedź:

Zadanie 3. (4 pkt.)

Oblicz pole powierzchni i objętość wielościanu, którego wierzchołkami są wszystkie środki krawędzi czworościanu foremnego o boku długości a .

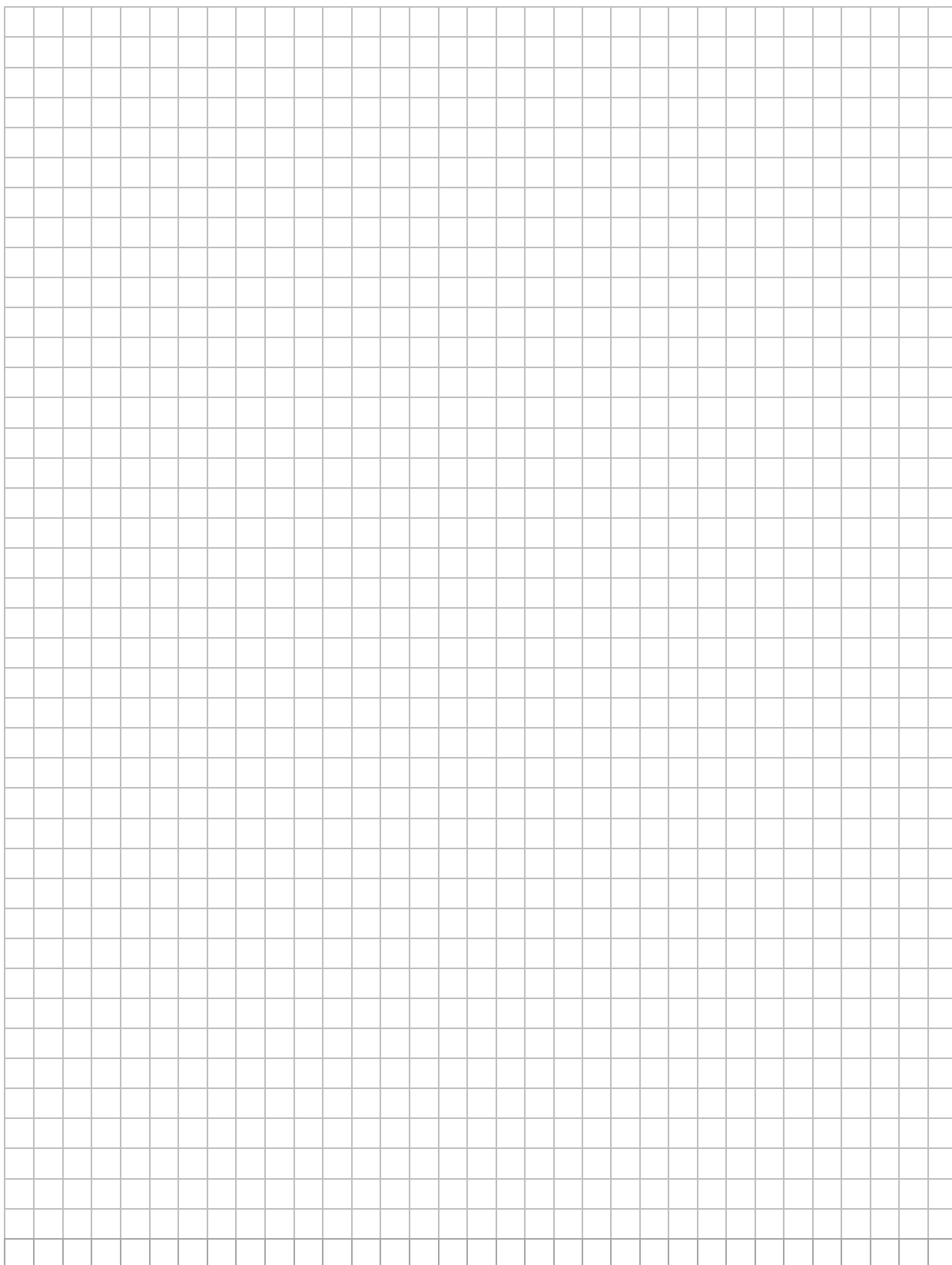


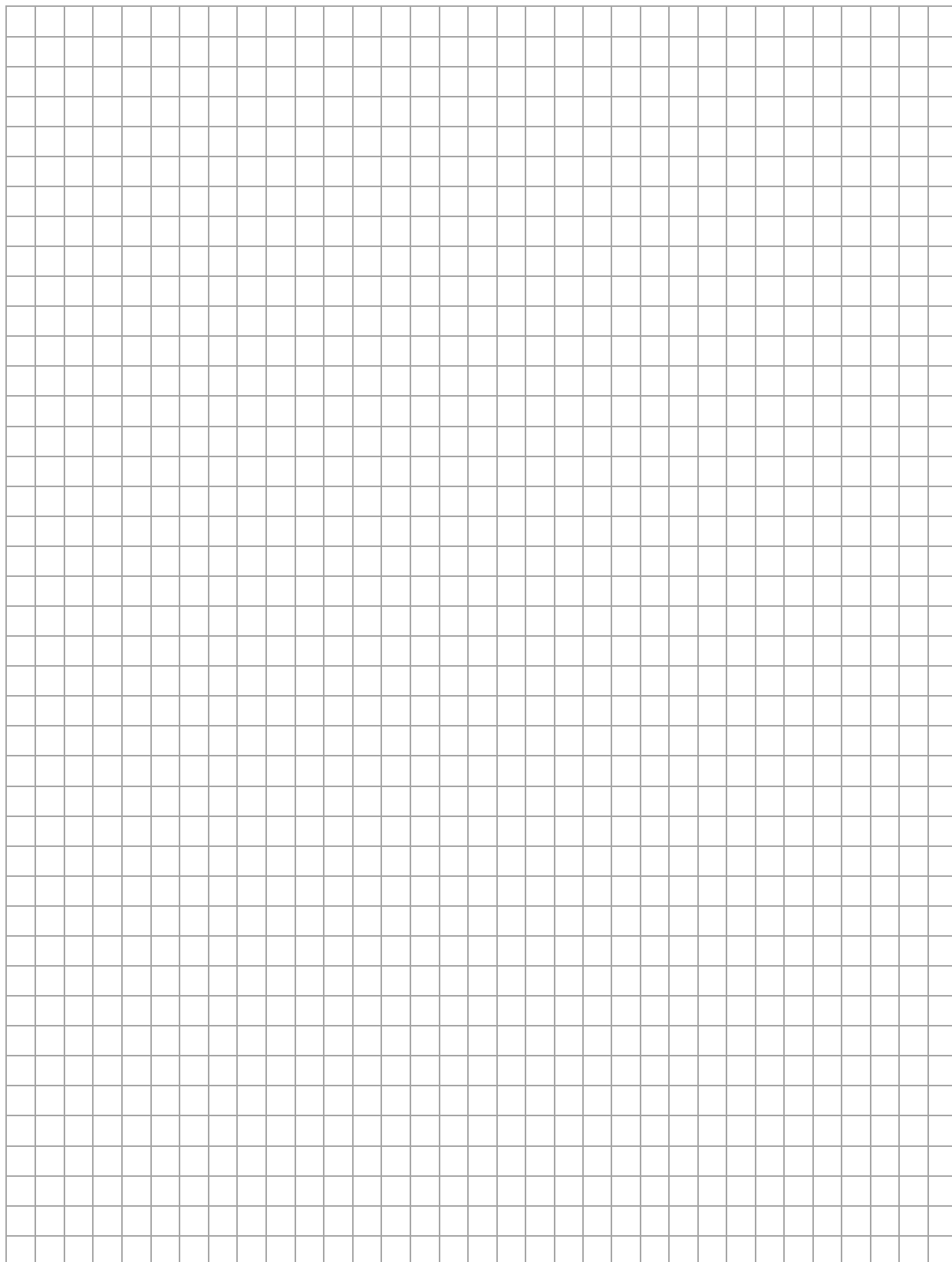


Odpowiedź:

Zadanie 4. (5 pkt.)

Udowodnić, że wszystkie trójkąty prostokątne, których długości boków tworzą ciąg arytmetyczny, są podobne.





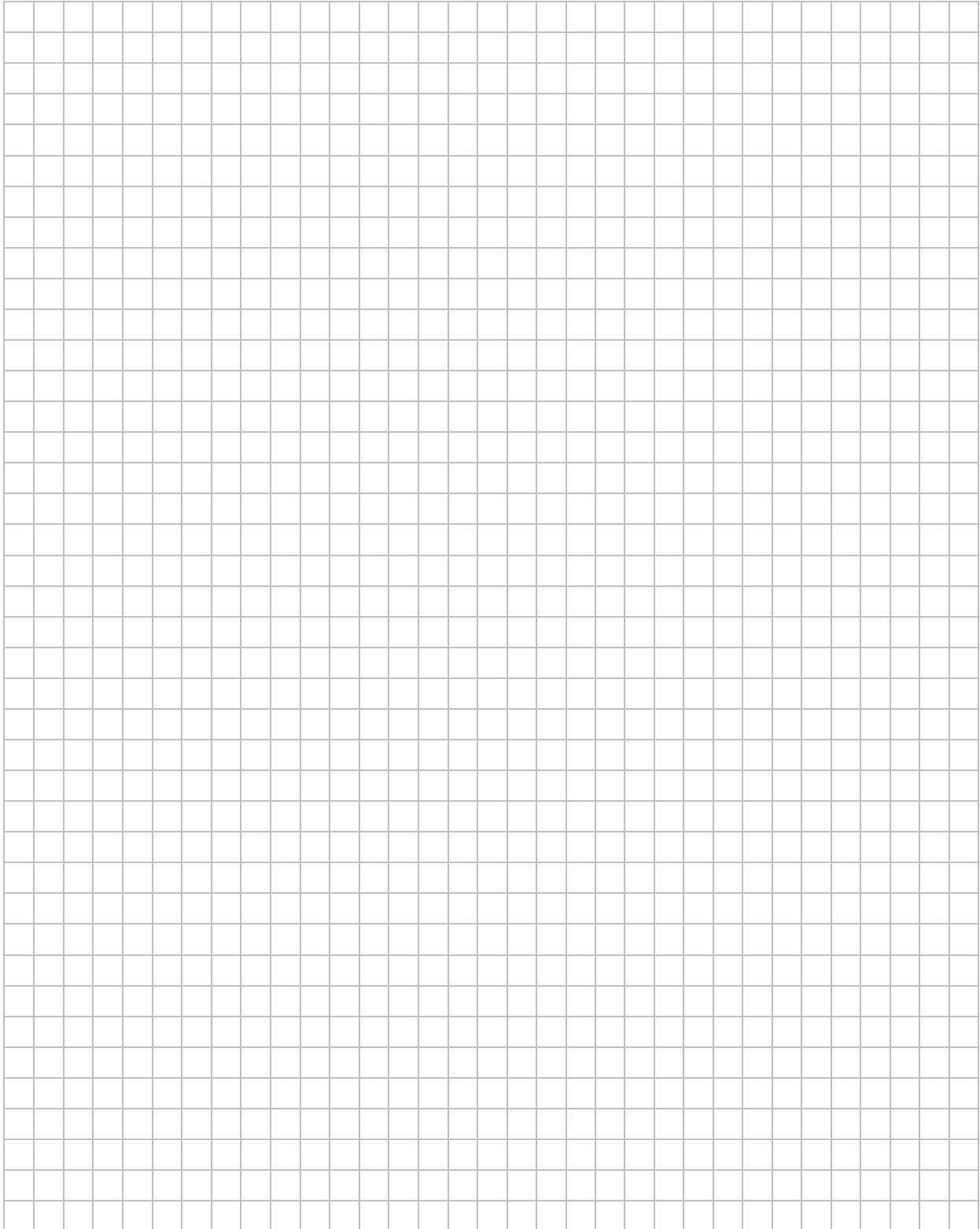
Odpowiedź:

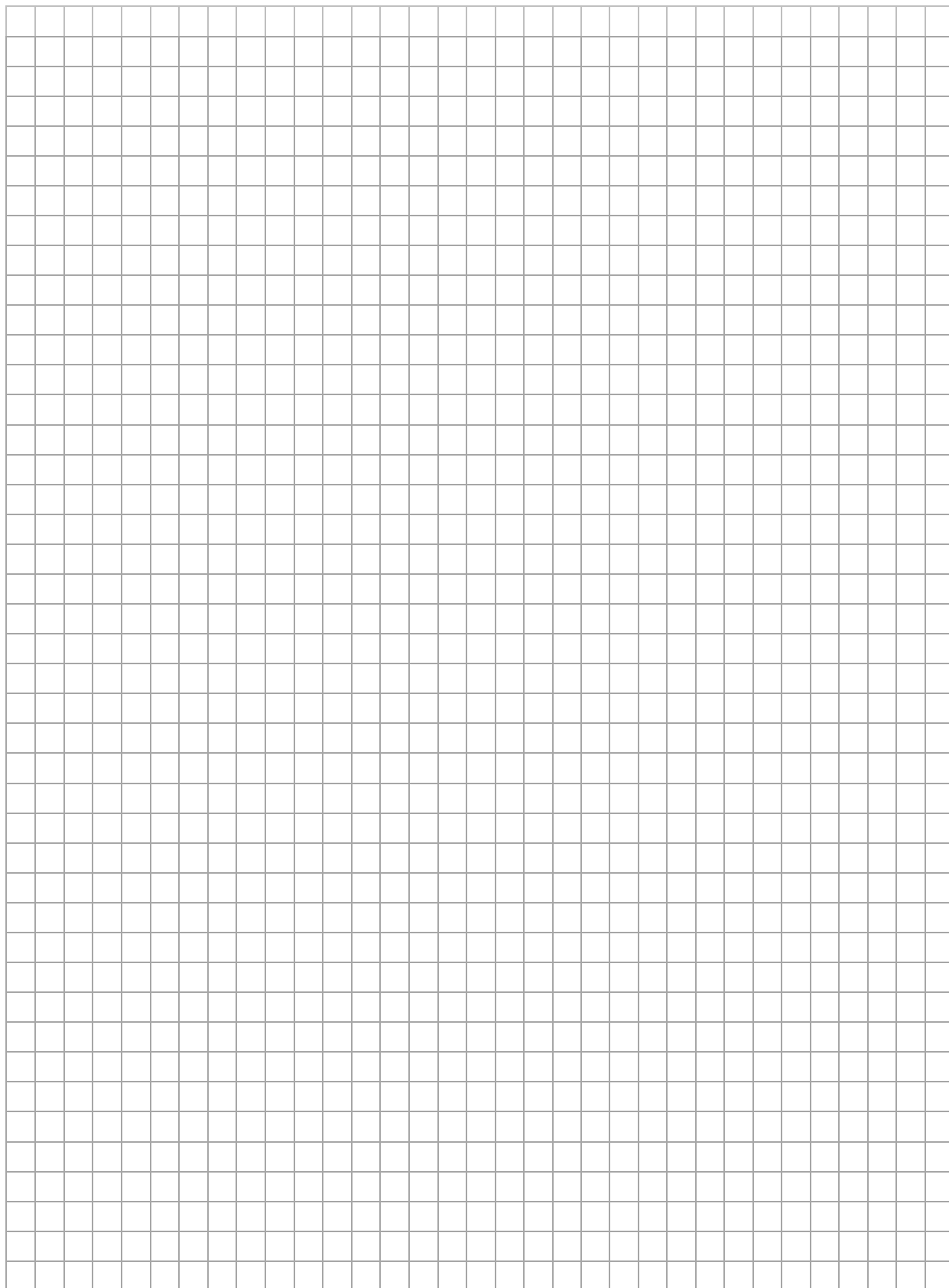
Zadanie 5. (6 pkt.)

W turnieju szachowym rozgrywanym systemem „każdy z każdym” startuje 14 zawodników.

W każdej rozegranej partii za zwycięstwo otrzymuje się 1 punkt, za remis $\frac{1}{2}$, za porażkę 0.

Czy jest możliwe, by w tym turnieju każdy z zawodników uzyskał dwa razy więcej remisów niż porażek?





Odpowiedź:

BRUDNOPIS

