



Młodziżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

KONKURS „ZOSTAŃ EUKLIDEM” CZĘŚĆ I

Imię i nazwisko:

Szkoła:

1. Sprawdź, czy arkusz konkursowy zawiera 8 stron (zadania 1–20). Ewentualny brak zgłoś pracownikowi zespołu nadzorującego konkurs.
2. Test jest testem wielokrotnego wyboru.
3. Do każdego zadania są podane trzy odpowiedzi. Obok każdej z nich należy wpisać **TAK** jeśli odpowiedź jest poprawna lub **NIE** jeśli odpowiedź jest niepoprawna. Uczeń otrzymuje 0,5 pkt za każdą poprawnie zaznaczoną odpowiedź, 0 pkt za jej brak lub gdy jest niepoprawna.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym lub niebieskim tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Czas pracy 90 minut. Liczba punktów do uzyskania: 30.
8. Przez zbiór liczb naturalnych rozumiemy zbiór złożony z liczb 0,1,2,3,4,

Wypełnia ocenijający

Nr zad.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	
Pkt																					

9 marca 2013



Zadanie 1. (1,5 pkt) Równanie $5 \cdot C_x^3 - C_{x+2}^4 = 0$ spełnia liczba:

- (a) 3
- (b) 7
- (c) 14

Zadanie 2. (1,5 pkt) Dane są cztery odcinki o długości x , cztery o długości y ($x \neq y$). Losowo wybieramy cztery odcinki. Wtedy:

- (a) prawdopodobieństwo, że można z nich utworzyć równoległobok nie będący rombem wynosi $\frac{18}{35}$
- (b) prawdopodobieństwo, że można z nich utworzyć romb wynosi $\frac{1}{35}$
- (c) prawdopodobieństwo, że nie można z nich utworzyć deltoidu wynosi $\frac{16}{35}$

Zadanie 3. (1,5 pkt) Powierzchnia boczna stożka po rozwinięciu jest ćwiartką koła o promieniu $R = 2$. Wtedy:

- (a) objętość stożka jest równa $\frac{\pi\sqrt{15}}{24}$
- (b) kąt między osią stożka a jego tworzącą ma miarę 30°
- (c) pole podstawy stożka jest równe $\frac{\pi}{4}$

Zadanie 4. (1,5 pkt) Jeżeli $A \cap B = \emptyset$, to:

- (a) $P(A) \leq P(B')$
- (b) $P(B) \leq P(A')$
- (c) $P(A) + P(B) = 0$

Zadanie 5. (1,5 pkt) Dana jest płaszczyzna π i rozłączna z tą płaszczyzną prosta k . Zbiór wszystkich punktów, których odległość od prostej k jest równa odległości od płaszczyzny π :

- (a) jest prostą
- (b) jest płaszczyzną
- (c) jest zawarty w pewnej płaszczyźnie

Zadanie 6. (1,5 pkt) Zdarzenia A i B są niezależne i $P(A) = P(B) = p$. Wówczas:

- (a) $P(A \cup B) = 2p - p^2$
- (b) $P(A \cup B) = p^2$
- (c) $P(A \cap B) = p^2$

Zadanie 7. (1,5 pkt) Prawdziwy jest następujący wzór:

- (a) $\binom{n}{k} - \binom{n}{n-k} = 0$
- (b) $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$
- (c) $\binom{n}{k} = \binom{n+1}{k+1} \cdot \frac{k+1}{n+1}$

Zadanie 8. (1,5 pkt) Wierzchołkom sześcianu można przypisać liczby całkowite w taki sposób, że suma liczb przypisanych:

- (a) wierzchołkom każdej ściany jest równa 0
- (b) wierzchołkom każdej ściany jest równa 1
- (c) dowolnym dwóm wierzchołkom, których nie łączy krawędź, jest nieparzysta

Zadanie 9. (1,5 pkt) Z równości $P(A \cap B) = P(A/B)$ wynika, że:

- (a) $P(A \cup B) = 1$
- (b) $A \subset B$
- (c) zdarzenia A i B są niezależne

Zadanie 10. (1,5 pkt) Dane są dwa nieskończone ciągi arytmetyczne liczb naturalnych, pierwszy o różnicy r_1 , drugi o różnicy r_2 . Żadna liczba nie jest jednocześnie wyrazem obu ciągów. Wynika z tego, że:

- (a) $r_1 = r_2$
- (b) r_1 i r_2 są obie parzyste lub obie nieparzyste
- (c) r_1 i r_2 nie mają wspólnych dzielników różnych od 1

Zadanie 11. (1,5 pkt) Wierzchołki czworościanu foremego C_2 są środkami ciężkości ścian czworościanu foremnego C_1 . Wtedy:

- (a) wysokość czworościanu C_2 jest 2 razy krótsza od wysokości czworościanu C_1
- (b) objętość czworościanu C_2 jest 27 razy mniejsza od objętości czworościanu C_1
- (c) pole powierzchni czworościanu C_2 jest 9 razy mniejsze od pola powierzchni czworościanu C_1

Zadanie 12. (1,5 pkt) Ciąg (a_n) określony wzorem

$$a_n = n^2 + (-1)^n - 2013,$$

- (a) jest rosnący
- (b) ma wyraz równy 11
- (c) ma wyraz podzielny przez 13

Zadanie 13. (1,5 pkt) W sześcian o krawędzi długości 1 wpisano kulę, w tę kulę wpisano sześcian, w niego znów kulę itd. Objętości kolejnych tak otrzymanych sześcianów oznaczono V_1, V_2, V_3, \dots . Wtedy:

- (a) ciąg (V_n) jest monotoniczny
- (b) $V_1 + V_2 + V_3 + \dots = 2$
- (c) granicą ciągu (V_n) jest 0

Zadanie 14. (1,5 pkt) Wykres funkcji $y = \log_2 x$ można przekształcić przez pewną symetrię osiową na wykres funkcji:

- (a) $y = \log_2(-x)$
- (b) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$
- (c) $y = 2^x$

Zadanie 15. (1,5 pkt) Długości kolejnych boków pewnego czworokąta wypukłego tworzą ciąg arytmetyczny. Wynika z tego, że:

- (a) na czworokącie tym da się opisać okrąg
- (b) jeśli w ten czworokąt da się wpisać okrąg, to jest on kwadratem
- (c) pewne dwa boki tego czworokąta są prostopadłe

Zadanie 16. (1,5 pkt) Równanie $\log_2(-x) = 2^x$:

- (a) jest sprzeczne
- (b) ma dokładnie jedno rozwiązanie ujemne
- (c) ma dokładnie jedno rozwiązanie

Zadanie 17. (1,5 pkt) Długości boków pewnego trójkąta tworzą ciąg geometryczny o ilorazie q , który jest liczbą wymierną. Wynika z tego, że:

- (a) trójkąt ten jest równoboczny
- (b) cosinus każdego kąta wewnętrznego tego trójkąta jest liczbą wymierną
- (c) $q < \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

Zadanie 18. (1,5 pkt) Jeżeli suma pierwiastków trójmianu kwadratowego $y = ax^2 + bx + c$ jest równa $\log_{a^2} c \cdot \log_{c^2} a$, to odcięta wierzchołka paraboli będącej wykresem tego trójmianu kwadratowego:

- (a) jest równa $\frac{1}{8}$
- (b) jest równa $\frac{1}{4}$
- (c) jest większa od 1

Zadanie 19. (1,5 pkt) Niech P będzie punktem wewnętrznym czworościanu foremnego o boku długości 1, zaś d niech będzie sumą odległości punktu P od wszystkich ścian czworościanu. Wtedy:

- (a) d nie zależy od położenia punktu P
- (b) wysokość czworościanu ma długość d
- (c) $d = \frac{\sqrt{6}}{3}$

Zadanie 20. (1,5 pkt) Istnieje ciąg mający nieskończenie wiele wyrazów ujemnych oraz nieskończenie wiele wyrazów dodatnich i równocześnie:

- (a) będący ciągiem arytmetycznym
- (b) będący ciągiem geometrycznym
- (c) mający granicę równą 1

BRUDNOPIS

