KONKURS "ZOSTAŃ EUKLIDESEM"

ETAP I

TEST III

Funkcja potęgowa. Funkcja wykładnicza. Funkcja logarytmiczna. Symbol Newtona. Kombinatoryka

Uwaga! Przez ***dziedzinę funkcji*** *rozumiemy zbiór wszystkich argumentów, dla których wzór funkcji ma sens.*

1. A. W przedziale $(0, 1)$:

   (a) są dokładnie trzy takie liczby p, że 5^p jest liczbą całkowitą POPRAWNA

   (b) jest dokładnie pięć takich liczb p, że 5^p jest liczbą całkowitą

   (c) nie ma takich liczb p, że 5^p jest liczbą całkowitą

   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

   B. W przedziale $(0, 1)$:

   (a) są dokładnie trzy takie liczby p, że 3^p jest liczbą całkowitą

   (b) jest dokładnie jedna taka liczba p, że 3^p jest liczbą całkowitą POPRAWNA

   (c) nie ma takich liczb p, że 3^p jest liczbą całkowitą

   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

   C. W przedziale $(0, 1)$:

   (a) są dokładnie dwie takie liczby p, że 2^p jest liczbą całkowitą

   (b) jest dokładnie jedna taka liczba p, że 2^p jest liczbą całkowitą

   (c) nie ma takich liczb p, że 2^p jest liczbą całkowitą POPRAWNA

   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. W przedziale $\langle 0, 1\rangle$:

(a) są dokładnie trzy takie liczby p, że 5^p jest liczbą całkowitą

(b) jest dokładnie pięć takich liczb p, że 5^p jest liczbą całkowitą POPRAWNA

(c) nie ma takich liczb p, że 5^p jest liczbą całkowitą

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. W przedziale $\langle 0, 1\rangle$:

(a) są dokładnie dwie takie liczby p, że 2^p jest liczbą całkowitą POPRAWNA

(b) jest dokładnie jedna taka liczba p, że 2^p jest liczbą całkowitą

(c) nie ma takich liczb p, że 2^p jest liczbą całkowitą

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Niech p będzie taką liczbą, że $\pi^p = 3,14$. Wobec tego:

(a) $p = 1$

(b) $p < 1$ POPRAWNA

(c) $p > 1$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Niech p będzie taką liczbą, że $\sqrt{2}^p = 1,42$. Wobec tego:

(a) $p = 1$

(b) $p < 1$

(c) $p > 1$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Niech p będzie taką liczbą, że $\sqrt{3}^p = 1,74$. Wobec tego:

(a) $p = 1$

(b) $p < 1$

(c) $p > 1$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Niech a będzie liczbą z przedziału $(0, 1)$. Wówczas:

(a) $a^{\sqrt{2}} < a^{1,41}$ POPRAWNA

(b) $a^{\sqrt{2}} > a^{1,41}$

(c) $a^{\sqrt{3}} > a^{1,73}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. p jest liczbą dodatnią, jeśli:

(a) $3^p = 2$ POPRAWNA

(b) $(\frac{2}{3})^p = 3$

(c) $3^p = \frac{2}{3}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

2. A. Zbiorem wartości funkcji $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, danej, wzorem $f(x) = 2^{x^2-1}$ dla $x \in \mathbf{R}$, jest:

(a) przedział $(0, \infty)$

(b) przedział $(\frac{1}{2}, \infty)$

(c) przedział $\langle \frac{1}{2}, \infty)$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Zbiorem wartości funkcji $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, danej wzorem $f(x) = 2^{x^2} - 1$ dla $x \in \mathbf{R}$, jest:

(a) przedział $(0, \infty)$

(b) przedział $\langle 0, \infty)$ POPRAWNA

(c) przedział $(-1, \infty)$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Obrazem wykresu funkcji $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, danej wzorem $f(x) = (\frac{1}{2})^x$ dla $x \in \mathbf{R}$, w symetrii osiowej względem osi OY jest wykres funkcji:

(a) $g(x) = -(\frac{1}{2})^x$

(b) $g(x) = 2^x$ POPRAWNA

(c) $f(x) = (\frac{1}{2})^{|x|}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Obrazem wykresu funkcji $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, danej wzorem $f(x) = (\frac{1}{2})^x$ dla $x \in \mathbf{R}$, w symetrii osowej względem osi OX jest wykres funkcji:

(a) $g(x) = -(\frac{1}{2})^x$ POPRAWNA

(b) $g(x) = 2^x$

(c) $f(x) = (\frac{1}{2})^{|x|}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Obrazem wykresu funkcji $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, danej wzorem $f(x) = (\frac{1}{2})^x$ dla $x \in \mathbf{R}$, w symetrii względem początku układu współrzędnych jest wykres funkcji:

(a) $g(x) = -(\frac{1}{2})^x$

(b) $g(x) = -2^x$ POPRAWNA

(c) $g(x) = 2^x$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Oś OY jest osią symetrii wykresu funkcji $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, danej wzorem:

(a) $g(x) = 2^{|x+1|}$ dla $x \in \mathbf{R}$

(b) $g(x) = 2^{|x|+1}$ dla $x \in \mathbf{R}$ POPRAWNA

(c) $g(x) = 2^{|x+1|} + 1$ dla $x \in \mathbf{R}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Oś OY jest osią symetrii wykresu funkcji $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, danej wzorem:

(a) $g(x) = (\frac{1}{2})^{x^2}$ dla $x \in \mathbf{R}$ POPRAWNA

(b) $g(x) = (\frac{1}{2})^{(x-1)^2}$ dla $x \in \mathbf{R}$

(c) $g(x) = (\frac{1}{2})^{(x+1)^2}$ dla $x \in \mathbf{R}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ jest określona wzorem $f(x) = 2^{|x-1|} - 4$ dla $x \in \mathbf{R}$. Wtedy:

(a) f jest rosnąca

(b) f ma dokładnie jedno miejsce zerowe

(c) wykres funkcji f ma oś symetrii POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ jest określona wzorem $f(x) = 2^{|x-1|} + 4$ dla $x \in \mathbf{R}$. Wtedy:

(a) f jest rosnąca

(b) f ma dokładnie jedno miejsce zerowe

(c) wykres funkcji f nie ma osi symetrii

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

J. Funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, dana wzorem $f(x) = 2^x - x^2$ dla $x \in \mathbf{R}$,:

(a) ma dokładnie jedno miejsce zerowe

(b) ma dokładnie dwa miejsca zerowe

(c) ma co najmniej trzy miejsca zerowe POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

3. A. Dla każdego $k \in \mathbf{R}$ istnieje rozwiązanie równania:

(a) $2^x = k^2$

(b) $2^x = 3^k$ POPRAWNA

(c) $2^x = k^4 - 2k^2 + 1$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Równanie $3^{x^2} = k$ ma rozwiązanie wtedy i tylko wtedy, gdy:

(a) $k \in \langle 3, \infty)$

(b) $k \in (0, \infty)$

(c) $k \in \langle 1, \infty)$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Równanie $4^x + b \cdot 2^x + c = 0$ ma dwa różne rozwiązania. Wynika z tego, że:

(a) $b > 0$

(b) $b^2 > 4ac$ POPRAWNA

(c) $c < 0$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Równanie $4^x + b \cdot 2^x + c = 0$ ma dwa różne rozwiązania. Wynika z tego, że:

(a) $b > 0$

(b) $b^2 < 4ac$

(c) $c > 0$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Równanie $at^2 + bt + c = 0$ ma dwa rozwiązania różnych znaków. Wobec tego równanie $a \cdot 4^x + b \cdot 2^x + c = 0$:

(a) ma dwa rozwiązania

(b) ma jedno rozwiązanie dodatnie

(c) ma jedno rozwiązanie POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Równanie $at^2 + bt + c = 0$ ma dwa rozwiązania dodatnie. Wobec tego równanie $a \cdot 4^x + b \cdot 2^x + c = 0$:

(a) ma dwa rozwiązania POPRAWNA

(b) ma dwa rozwiązanie dodatnie

(c) ma jedno rozwiązanie

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Równanie $at^2 + bt + c = 0$ ma dwa rozwiązania ujemne. Wobec tego równanie $a \cdot 4^x + b \cdot 2^x + c = 0$:

(a) ma dwa rozwiązania ujemne

(b) nie ma rozwiązań POPRAWNA

(c) ma jedno rozwiązanie

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Równanie $t^2 + bt + c = 0$ ma dwa rozwiązania większe od 2. Wobec tego równanie $4^x + b \cdot 2^x + c = 0$:

(a) ma dwa rozwiązania większe od 2

(b) ma dwa rozwiązania większe od 1 POPRAWNA

(c) ma dwa rozwiązania różnych znaków

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Równanie $t^2 + bt + c = 0$ ma dwa rozwiązania mniejsze od 2. Wobec tego równanie $4^x + b \cdot 2^x + c = 0$:

(a) ma dwa rozwiązania mniejsze od 2

(b) ma dwa rozwiązania mniejsze od 1

(c) ma dwa rozwiązania różnych znaków

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

J. Równanie $m \cdot 2^{x+1} + 2^x - 1 = 0$ ma rozwiązanie wtedy i tylko wtedy, gdy:

(a) $m > -\frac{1}{4}$

(b) $m > -\frac{1}{2}$ POPRAWNA

(c) $m \geqslant -\frac{1}{4}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

4. A. Nierównościami równoważnymi są:

(a) $(\frac{1}{2})^x > \frac{1}{4}$ i $x > 2$

(b) $2^x > 4$ i $x \geqslant 2$

(c) $(0,1)^x < 0,01$ i $x > 2$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Nierówność $(2 - \sqrt{3})^{1-x} \leqslant (2 - \sqrt{3})^{x-1}$ jest spełniona przez:

(a) dokładnie jedną liczbę całkowitą dodatnią POPRAWNA

(b) nieskończenie wiele liczb naturalnych

(c) skończenie wiele liczb całkowitych ujemnych

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Nierówność $(3 - \sqrt{3})^{1-x} \leqslant (3 - \sqrt{3})^{x-1}$ jest spełniona przez:

(a) dokładnie jedną liczbę całkowitą dodatnią

(b) nieskończenie wiele liczb naturalnych POPRAWNA

(c) nieskończenie wiele liczb całkowitych ujemnych

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Niech a i b będą dodatnimi liczbami rzeczywistymi. Wtedy:

(a) dla każdego $x \in (-\infty, 1)$ prawdziwa jest nierówność $a^x + 1 < (a+1)^x$

(b) dla każdego $x \in (1, \infty)$ prawdziwa jest nierówność $a^x + 1 > (a+1)^x$

(c) dla każdego $x \in (1, \infty)$ prawdziwa jest nierówność $a^x + b^x > (a+b)^x$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

E. Niech a i b będą dodatnimi liczbami rzeczywistymi. Wtedy:

(a) dla każdego $x \in (-\infty, 1)$ prawdziwa jest nierówność $a^x + 1 < (a+1)^x$

(b) dla każdego $x \in (1, \infty)$ prawdziwa jest nierówność $a^x + 1 > (a+1)^x$

(c) dla każdego $x \in (-\infty, 1)$ prawdziwa jest nierówność $a^x + b^x > (a+b)^x$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Niech a i b będą dodatnimi liczbami rzeczywistymi. Wtedy:

(a) dla każdego $x \in (-\infty, 1)$ prawdziwa jest nierówność $a^x + 1 > (a+1)^x$ POPRAWNA

(b) dla każdego $x \in (1, \infty)$ prawdziwa jest nierówność $a^x + 1 > (a+1)^x$

(c) dla każdego $x \in (1, \infty)$ prawdziwa jest nierówność $a^x + b^x > (a+b)^x$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Zbiorem rozwiązań nierówności $4^{x+1} - 5 \cdot 2^{x+3} + 64 < 0$ jest:

(a) zbiór pusty

(b) zbiór nieograniczony

(c) przedział ograniczony POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Zbiorem rozwiązań nierówności $4^{x+1} - 5 \cdot 2^{x+3} + 64 > 0$ jest:

(a) zbiór pusty

(b) zbiór nieograniczony POPRAWNA

(c) przedział ograniczony

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Zbiorem rozwiązań nierówności $\frac{2^{x-1}+1}{4^{x-1}+9} > \frac{1}{5}$ jest:

(a) zbiór pusty

(b) zbiór nieograniczony
(c) przedział ograniczony POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Zbiorem rozwiązań nierówności $\frac{2^{x-1}+1}{4^{x-1}+9} < \frac{1}{5}$ jest:

(a) zbiór pusty
(b) zbiór nieograniczony POPRAWNA
(c) przedział ograniczony
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

5. A. Spośród liczb $\log_3 10, \log_3 15, \log_3 25$:

(a) dokładnie jedna należy do przedziału $(2, 3)$
(b) dokładnie dwie należą do przedziału $(2, 3)$
(c) wszystkie należą do przedziału $(2, 3)$ POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Niech $a = \log 123456$. Wówczas:

(a) $a \in (6, 7)$ POPRAWNA
(b) $a \in (7, 8)$
(c) $a \in (5, 6)$
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Liczby a, b, c spełniają równość $\log_a b = c$ i dokładnie jedna z nich nie jest liczbą naturalną. Wynika stąd, że liczbą naturalną jest:

(a) a
(b) b POPRAWNA
(c) c
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Dane są liczby dodatnie b i c, przy czym $b \neq 1$. Rozwiązaniem równania $b^x = c$ jest liczba:

(a) $\log_b c$ POPRAWNA

(b) $\log_c b$

(c) $\log_b c^b$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Liczbą całkowitą jest:

(a) $4^{\log_2 3}$ POPRAWNA

(b) $3^{\log_9 3}$

(c) $2^{\log_4 3}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Niech $\log 3 = a$. Wówczas liczba 3^{10} jest równa:

(a) $10a$

(b) 10^{10a} POPRAWNA

(c) $100a$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Wiadomo, że $1 + \log_a b = 0$. Wynika stąd, że:

(a) $ab = 1$ POPRAWNA

(b) $a + b < 2$

(c) $a = -b$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Wiadomo, że $1 + \log_a b = 0$. Wynika stąd, że:

(a) $ab \neq 1$

(b) $a + b > 2$ POPRAWNA

(c) $a = -b$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Liczba $\log_4(-\log_3(\log_2 \sqrt[9]{8}))$:

(a) nie jest liczbą całkowitą

(b) jest liczbą niewymierną

(c) jest liczbą wymierną POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Liczba $(\log n!)^2$:

(a) jest dodatnia dla każdej liczby naturalnej n

(b) jest niewymierna dla każdej liczby naturalnej n

(c) jest mniejsza od $(n!)^2$ dla każdej liczby naturalnej n POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

6. A. Niech $a = \log_6 12, b = \log_6 3, c = \log_6 2$. Do zbioru liczb całkowitych nie należy:

(a) $a - b$ POPRAWNA

(b) $c - a$

(c) $a + b$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Liczba $\log_2 3 \cdot \log_4 5 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 6 \cdot \log_5 4$ jest:

(a) równa 1

(b) większa od 1 POPRAWNA

(c) mniejsza od 1

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Niech $\log_3 5 = p$. Wówczas liczba $\log_9 25$ jest równa:

(a) $2p$

(b) p POPRAWNA

(c) p^2

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Jeśli $\log 2 = p$, to:

(a) $\log 5 = p - 1$

(b) $\log 20 = 10p$

(c) $\log_2 5 = \frac{p}{p-1}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

E. Jeśli $\log 2 = p$, to:

(a) $\log 5 = p - 1$

(b) $\log 20 = 10p$

(c) $\log_2 5 = \frac{1-p}{p}$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Liczba $\frac{1}{\log_2 \pi} + \frac{1}{\log_5 \pi}$ jest:

(a) większa od 2 POPRAWNA

(b) mniejsza od 2

(c) mniejsza od $\frac{1}{\log_9 \pi}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Wartość wyrażenia $\frac{\log_a x}{\log_{ab} x}$ dla większych od 1 liczb a, b, x nie zależy od liczby:

(a) x POPRAWNA

(b) a

(c) b

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Równość $k \log b = \log_{10^k} b$ jest prawdziwa:

(a) dla dowolnych b, k takich, że $b > 0, k \neq 0$

(b) dla dowolnych b, k takich, że $b > 1, k \neq 0$

(c) dla $b = 1$ i dowolnego $k \neq 0$ lub $k = 1$ i dowolnego $b > 0$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Liczba $49^{1-\log_7 2} + 5^{-\log_5 4}$ jest równa:

(a) $12,5$ POPRAWNA

(b) $-12,5$

(c) 7

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Liczba $25^{\frac{1}{2}\log_5 8 - \log_5 2}$:

(a) jest liczbą pierwszą POPRAWNA

(b) jest liczbą niewymierną
(c) jest liczbą ujemną
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

7. A. Dziedziną funkcji $f(x) = \log_x(2 - x)$ jest zbiór:

(a) $(0, \infty)$
(b) $(0, 1) \cup (1, 2)$ POPRAWNA
(c) $(-\infty, 2)$
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Zbiór liczb rzeczywistych jest dziedziną funkcji danej wzorem:

(a) $f(x) = \log x^2 + 1$
(b) $f(x) = \log_7(x^2 + x - 1)$
(c) $f(x) = \log_7(x^2 + x + 1)$ POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Dziedziną funkcji danej wzorem $f(x) = \log(mx^2 + mx + 2)$ jest zbiór liczb rzeczywistych wtedy i tylko wtedy, gdy:

(a) $m \in \langle 0, 8)$ POPRAWNA
(b) $m \in \langle 0, 8\rangle$
(c) $m \in (0, 8\rangle$
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Zbiór D_f jest dziedziną funkcji f danej wzorem $f(x) = \log_3 x + \log_3(x - 5)$, zaś zbiór D_g jest dziedziną funkcji g danej wzorem $g(x) = \log_3[x(x-5)]$. Wówczas:

(a) $D_f = D_g$
(b) $D_g \subset D_f$
(c) $D_f \subset D_g$ POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Funkcjami równymi są funkcje:

(a) $f(x) = \log_3 x^4$ i $g(x) = 4\log_3 x$
(b) $f(x) = \log_9 x - \log_9(x+2)$ i $g(x) = \log_9 \frac{x}{x+2}$
(c) $f(x) = \log_3 \sqrt{x}$ i $g(x) = \frac{1}{2}\log_3 x$ POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Funkcją nieparzystą jest funkcja dana wzorem:

(a) $f(x) = \log(x^3 - x)$
(b) $f(x) = x\log\frac{1-x}{1+x}$
(c) $f(x) = \log\frac{x-2}{x+2}$ POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Funkcją parzystą jest funkcja dana wzorem:

(a) $f(x) = \log(x^3 - x)$
(b) $f(x) = x\log\frac{1-x}{1+x}$ POPRAWNA
(c) $f(x) = \log\frac{x-2}{x+2}$
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Funkcją liniową nie jest funkcja dana wzorem:

(a) $f(x) = 9^{\log_3 x}$ POPRAWNA
(b) $f(x) = \log_3 2^{x+1}$
(c) $f(x) = \log_2 3^{x+2}$
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Funkcja $f : (0,\infty) \mapsto \mathbf{R}$, dana wzorem $f(x) = \log_2 x + \log_{0,5} x$ dla $x \in (0,\infty)$,:

(a) ma nieskończenie wiele miejsc zerowych POPRAWNA
(b) jest rosnąca
(c) przyjmuje nieskończenie wiele różnych wartości
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Obrazem wykresu funkcji $f : (0,\infty) \mapsto \mathbf{R}$, danej wzorem $f(x) = \log_2 x$ dla $x \in (0,\infty)$, w symetrii względem osi OX nie jest wykres funkcji $g : (0,\infty) \mapsto \mathbf{R}$, danej wzorem:

(a) $g(x) = \log_{0,5} x$ dla $x \in (0, \infty)$

(b) $g(x) = -\log_2 x$ dla $x \in (0, \infty)$

(c) $g(x) = \log_2 \frac{1}{x}$ dla $x \in (0, \infty)$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

8. A. Niech a będzie dodatnią liczbą rzeczywistą różną od 1. Równanie $\log_a x = m^2 - 9$:

(a) ma dwa rozwiązania wtedy i tylko wtedy, gdy $m \in (-\infty, -3) \cup (3, \infty)$

(b) ma jedno rozwiązanie wtedy i tylko wtedy, gdy $m \in \{-3, 3\}$

(c) nie ma rozwiązań wtedy i tylko wtedy, gdy $m \in (-3, 3)$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

B. Równe zbiory rozwiązań mają równania:

(a) $\log_3(2x) = \log_3(x-2)$ i $2x = x - 2$

(b) $\log_3(2x) - \log_3(x-2) = 0$ i $\log_3 \frac{2x}{x-2} = 0$

(c) $\log_3(x-2) - \log_3(2x) = 0$ i $\log_3 \frac{x-2}{2x} = 0$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

C. Zbiorem wszystkich rozwiązań równania $\log_{x+1} 1 = 0$ jest:

(a) $\mathbf{R}$

(b) $(-1, \infty)$

(c) $(-1, 0) \cup (0, \infty)$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Równanie $\log_x x = x$:

(a) nie ma rozwiązań POPRAWNA

(b) jest równoważne równaniu $x^x = x$

(c) jest równoważne równaniu $x \log x = \log x$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Zbiorem wszystkich rozwiązań równania $|\log_3 x| = \log_{\frac{1}{3}} |x|$ jest:

(a) $\langle 1, \infty)$

(b) $\mathbf{R}_+$

(c) $(0,1\rangle$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $\log_{0,9} x - \log_{0,9}(x-2) < 0$ jest:

(a) $\mathbf{R}$

(b) $\emptyset$

(c) $(2,\infty)$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $\log_x(2x-4) > 1$ jest:

(a) $(4,\infty)$ POPRAWNA

(b) $(0,1)$

(c) $(0,1)\cup(4,\infty)$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $\log_x(1-2x) > 1$ jest:

(a) $(\frac{1}{3},\infty)$

(b) $(\frac{1}{3},\frac{1}{2})$ POPRAWNA

(c) $(0,\frac{1}{3})$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $\sqrt{2-\log_3 x} \geqslant \log_3 x$ jest:

(a) $(0,1)$

(b) $(0,3\rangle$ POPRAWNA

(c) $(0,9\rangle$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Zbiór wszystkich rozwiązań nierówności $|\log_{\frac{1}{2}} \frac{x-2}{x+3}| > 1$:

(a) jest równy $(-8,-3)\cup(2,7)$ POPRAWNA

(b) jest równy $(-8,7)$

(c) jest zbiorem pustym

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

9. A. Dla dowolnej liczby naturalnej n, liczba $\frac{(n+2)!}{(n-1)!}$:

   (a) jest podzielna przez 6 POPRAWNA
   (b) jest podzielna przez 5
   (c) jest nieparzysta
   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

   B. Dla dowolnej liczby naturalnej n, liczba $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$ jest równa:

   (a) $n^2 - 1$
   (b) $n^2 - n$
   (c) $n^2 + n$ POPRAWNA
   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

   C. Nieprawdziwa jest równość:

   (a) $\binom{31}{0} = \binom{31}{31}$
   (b) $\binom{31}{3} = \binom{31}{28}$
   (c) $\binom{31}{15} = \binom{31}{16}$
   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

   D. Liczbą podzielną przez 10 jest:

   (a) $\binom{20}{10}$
   (b) $\binom{21}{13}$ POPRAWNA
   (c) $\binom{101}{51}$
   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

   E. Dla dowolnej liczby naturalnej n:

   (a) $\binom{3n}{3} = \frac{n(3n-1)(3n-2)}{2}$ POPRAWNA
   (b) $\binom{3n}{2n} = \binom{3}{2}$
   (c) $\binom{2n}{2} = \binom{n}{1}$
   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. W rozwinięciu dwumianu $(x+x^3)^{10}$ współczynnik przy x^{12} jest równy:

(a) 8
(b) 10 POPRAWNA
(c) 12
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. W rozwinięciu dwumianu $(x+\frac{1}{x})^8$ składnik niezawierający x jest równy:

(a) $\binom{8}{4}$ POPRAWNA
(b) $\binom{8}{5}$
(c) $\binom{8}{6}$
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. W rozwinięciu dwumianu $(\sqrt{2}+\sqrt[3]{2})^6$:

(a) nie występują składniki wymierne
(b) występuje dokładnie jeden składnik wymierny
(c) występują dokładnie dwa składniki wymierne POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Dla dowolnej liczby naturalnej n, liczba $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+...+\binom{n}{n}$ jest równa:

(a) n^n
(b) 2^n POPRAWNA
(c) n^2
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Dla dowolnej liczby naturalnej n, liczba $\binom{n}{0}-\binom{n}{1}+\binom{n}{2}-...+(-1)^n\binom{n}{n}$ jest równa:

(a) -1
(b) 0 POPRAWNA
(c) 1
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

10. A. Zbiór A ma k elementów, zaś zbiór B ma n elementów. Liczba wszystkich funkcji ze zbioru A w zbiór B jest równa:

   (a) n^k POPRAWNA
   (b) k^n
   (c) $n \cdot k$
   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

   B. Zbiór A ma k elementów, zaś zbiór B ma n elementów, przy czym $k \leqslant n$. Liczba wszystkich funkcji różnowartościowych ze zbioru A w zbiór B jest równa:

   (a) $n \cdot (n-1) \cdot ... \cdot (n-k)$
   (b) $\frac{n!}{(n-k+1)!}$
   (c) $\binom{n}{k} \cdot k!$ POPRAWNA
   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

   C. Zbiór A ma n elementów i zbiór B ma n elementów. Liczba wszystkich funkcji różnowartościowych ze zbioru A w zbiór B jest równa:

   (a) n^n
   (b) n^2
   (c) $n!$ POPRAWNA
   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

   D. Sześć kobiet i pięciu mężczyzn wsiada kolejno do autobusu. Niech n będzie liczbą tych sytuacji, w których wszystkie panie wsiądą przed panami, zaś m liczbą tych sytuacji, w których panie i panowie wsiądą na przemian. Wówczas:

   (a) $n > m$
   (b) $n = m$ POPRAWNA
   (c) $n < m$
   (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

   E. Grupę 30 osób można podzielić a dwie grupy liczące po 10 i 20 osób na:

   (a) $\binom{30}{10}$ sposobów POPRAWNA
   (b) $\binom{30}{10} \cdot \binom{30}{20}$ sposobów

(c) $\binom{30}{10} + \binom{30}{20}$ sposobów
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Liczba wszystkich permutacji zbioru $\{1, 2, 3, ..., 20\}$, w których elementy $1, 2, 3$ występują w porządku rosnącym, jest równa:

(a) $\frac{20!}{3!}$ POPRAWNA
(b) $3! \cdot 17!$
(c) $\binom{20}{17} \cdot 3!$
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Przekątne dziesięciokąta wypukłego mają tę własność, że żadne trzy nie przecinają się w jednym punkcie. Wobec tego liczba punktów przecięcia[przekątnych tego dziesięciokąta jest równa:

(a) $\binom{10}{2} \cdot \binom{10}{2}$
(b) $\binom{10}{2} \cdot \binom{8}{2}$
(c) $\binom{10}{4}$ POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Nieprawdą jest, że:

(a) liczba 2^{13} ma 14 dzielników
(b) liczba $2^{13} \cdot 3^4$ ma 70 dzielników
(c) liczba $2^4 \cdot 3^5 \cdot 5^6$ ma 210 dzielników
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

I. W zbiorze wszystkich punktów płaszczyzny o obu współrzędnych całkowitych poruszamy się w następujący sposób: z punktu (n, k) można przejść do punktu $(n+1, k)$ lub do punktu $(n, k+1)$. Liczba różnych dróg prowadzących od punktu $(0, 0)$ do punktu $(4, 4)$ jest równa:

(a) $\binom{8}{6}$
(b) 2^8
(c) $\binom{8}{4}$ POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. W zbiorze wszystkich punktów płaszczyzny o obu współrzędnych całkowitych poruszamy się w następujący sposób: z punktu (n, k) można przejść do punktu $(n+1, k+1)$ lub do punktu $(n+1, k-1)$. Liczba różnych dróg prowadzących od punktu $(0, 0)$ do punktu $(9, 3)$ jest równa:

(a) $\binom{12}{9}$

(b) $\binom{9}{4}$

(c) $\binom{9}{6}$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna