

# KONKURS "ZOSTAŃ PITAGORASEM"

## ETAP I

### TEST I

#### *Ciągi*

*Uwaga! Przyjmujemy, że  $\mathbf{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$*

1. A. Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = n^2 + 10n + 1$ . Wobec tego:
  - (a) pewien wyraz tego ciągu jest ujemny
  - (b) wyraz piąty tego ciągu jest równy 55
  - (c) wszystkie wyrazy tego ciągu są dodatnie      POPRAWNA
  - (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna
  
- B. Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = n^2 - 4n + 4$ . Wobec tego:
  - (a) nie wszystkie wyrazy tego ciągu są dodatnie      POPRAWNA
  - (b) wszystkie wyrazy tego ciągu są dodatnie
  - (c) pewien wyraz tego ciągu jest ujemny
  - (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna
  
- C. Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = (-1)^{n+1}$ . Wobec tego:
  - (a) setny wyraz tego ciągu jest równy  $-1$       POPRAWNA
  - (b) dwudziesty wyraz tego ciągu jest równy 1
  - (c) suma pewnych dwóch kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa 2
  - (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna
  
- D. Liczba 5 jest wyrazem ciągu  $(a_n)$  danego wzorem:
  - (a)  $a_n = 4n - 1$
  - (b)  $a_n = n^2 - 5n - 1$       POPRAWNA
  - (c)  $a_n = (-1)^n - n$
  - (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = (-1)^n$ . Wykresem tego ciągu:

- (a) jest zbiór punktów należących do dwóch prostych równoległych      POPRAWNA
- (b) są dwie proste równoległe
- (c) są dwie półproste
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = (-1)^n$ . Można znaleźć dwa punkty należące do wykresu tego ciągu odległe o:

- (a)  $\sqrt{5}$       POPRAWNA
- (b) 1
- (c) 3
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Wykresem ciągu  $(a_n)$  określonego wzorem  $a_n = 2n + 4$  jest:

- (a) półprosta
- (b) prosta
- (c) zbiór punktów należących do jednej prostej      POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = -\frac{9}{n}$ . Wobec tego:

- (a) wszystkie wyrazy tego ciągu są liczbami wymiernymi      POPRAWNA
- (b) dokładnie dwa wyrazy tego ciągu są liczbami całkowitymi
- (c) pewien wyraz tego ciągu jest dodatni
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = 4n - 2$ . Wobec tego:

- (a) każda dodatnia liczba parzysta jest wyrazem tego ciągu
- (b) wszystkie wyrazy tego ciągu są parzyste      POPRAWNA
- (c) pewien wyraz tego ciągu jest ujemny
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = \frac{n}{5}$ . Wobec tego:

- (a) wśród dziewięciu początkowych wyrazów tego ciągu dokładnie jeden jest liczbą całkowitą POPRAWNA
- (b) dokładnie dwa wyrazy tego ciągu są całkowite
- (c) skończenie wiele wyrazów tego ciągu jest liczbami całkowitymi
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

2. A. Wszystkie wyrazy dodatnie ma ciąg o wyrazie ogólnym:

- (a)  $a_n = n^2 - 10n + 24$
- (b)  $a_n = n^2 - 10n + 25$
- (c)  $a_n = n^2 - 10n + 26$  POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$ . Zatem:

- (a) pierwszy wyraz tego ciągu jest równy 1 POPRAWNA
- (b) drugi wyraz tego ciągu jest równy 4
- (c) trzeci wyraz tego ciągu jest równy 9
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Ciąg  $(a_n)$  dany jest wzorem  $a_n = 3n + 1$ , zaś ciąg  $(b_n)$  określony jest warunkiem  $b_n = 3a_n + 1$ . Wobec tego dla każdego  $n \in \mathbf{N}$ :

- (a)  $b_n = 3n + 1$
- (b)  $b_n = 9n + 4$  POPRAWNA
- (c)  $b_n = 9n + 3$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Ciąg  $(a_n)$  dany jest wzorem  $a_n = 3n - 1$ , zaś ciąg  $(b_n)$  określony jest warunkiem  $b_n = 3a_n - 1$ . Wobec tego dla każdego  $n \in \mathbf{N}$ :

- (a)  $b_n = 3n - 1$
- (b)  $b_n = 9n - 5$
- (c)  $b_n = 9n - 6$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

E. Ciągi  $(a_n)$  i  $(b_n)$  określone są wzorami  $a_n = 6n$  i  $b_n = 3n$ . Wobec tego:

- (a) każdy wyraz ciągu  $(b_n)$  jest wyrazem ciągu  $(a_n)$
- (b) każdy wyraz ciągu  $(a_n)$  jest wyrazem ciągu  $(b_n)$       POPRAWNA
- (c) dla każdego  $k \in \mathbf{N}$  zachodzi nierówność  $a_k < b_k$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Ciąg  $(a_n)$  dany jest wzorem  $a_n = 3n$ . Kolejnymi wyrazami tego ciągu są liczby:

- (a) 24 i 27      POPRAWNA
- (b)  $a_7$  i  $a_7 + 1$
- (c) 60 i 66
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Dany jest ciąg  $(a_n)$ . Kolejnymi wyrazami tego ciągu są liczby:

- (a)  $a_{2n}$  i  $a_{2(n+1)}$
- (b)  $a_n$  i  $a_n + 1$
- (c)  $a_n$  i  $a_{n+1}$       POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Jeśli ciąg  $(a_n)$  określony jest wzorem  $a_n = n^2 + 2n$ , to dla każdej liczby naturalnej  $n$ :

- (a)  $a_{n+1} = n^2 + 4n + 3$       POPRAWNA
- (b)  $a_{n+1} = n^2 + 2n + 2$
- (c)  $a_{n+1} = n^2 + 2n + 1$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Dany jest ciąg  $(a_n)$ . Trzema kolejnymi wyrazami tego ciągu są liczby:

- (a)  $a_{n-1}$ ,  $a_n$  i  $a_{n+1}$       POPRAWNA
- (b)  $a_n$ ,  $a_n + 1$  i  $a_n + 2$
- (c)  $a_{2n}$ ,  $a_{2n} + 1$  i  $a_{2n} + 2$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Jeśli ciąg  $(a_n)$  określony jest wzorem  $a_n = 2n + 1$ , to dla każdej liczby naturalnej  $k$ :

- (a)  $a_{k+2} = 2k + 6$

- (b)  $a_{k+3} = 2k + 6$
- (c)  $a_{2k} = 4n + 3$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna      POPRAWNA

3. A. Jeśli ciąg  $(a_n)$  jest malejący, to:

- (a)  $a_2 > a_{100}$       POPRAWNA
- (b)  $a_{100} > a_2$
- (c)  $a_1 + a_4 > a_2 + a_3$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Jeśli ciąg  $(a_n)$  jest rosnący, to:

- (a)  $a_2 > a_{100}$
- (b)  $a_{100} > a_2$       POPRAWNA
- (c)  $a_2 + a_3 > a_1 + a_4$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Ciągiem malejącym jest ciąg określony wzorem:

- (a)  $a_n = -\frac{1}{n}$
- (b)  $b_n = -\frac{1}{n^2}$
- (c)  $c_n = \frac{1}{n}$       POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Ciągiem malejącym jest ciąg określony wzorem:

- (a)  $a_n = 2n$
- (b)  $b_n = -2n$       POPRAWNA
- (c)  $c_n = -\frac{1}{n}$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Ciągiem rosnącym jest ciąg określony wzorem:

- (a)  $a_n = -2n$
- (b)  $b_n = 2n$       POPRAWNA
- (c)  $c_n = \frac{1}{n}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Ciągiem rosnącym jest ciąg określony wzorem:

(a)  $a_n = -\frac{1}{n}$  POPRAWNA

(b)  $b_n = \frac{1}{n^2}$

(c)  $c_n = \frac{1}{n}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Ciąg  $(a_n)$  jest rosnący wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdej liczby naturalnej  $n$ :

(a)  $a_n > 0$

(b)  $a_{n+2} > a_n$

(c)  $a_n - a_{n+1} < 0$  POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Ciąg  $(a_n)$  jest malejący wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdej liczby naturalnej  $n$ :

(a)  $a_n < 0$

(b)  $a_{n+2} < a_n$

(c)  $a_n - a_{n+1} > 0$  POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Ciąg  $(a_n)$  o wyrazie ogólnym  $a_n = 1 - \frac{1}{n}$ :

(a) jest ciągiem malejącym

(b) jest ciągiem rosnącym POPRAWNA

(c) nie jest ani ciągiem rosnącym, ani ciągiem malejącym

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Ciąg  $(a_n)$  o wyrazie ogólnym  $a_n = (-1)^n$ :

(a) jest ciągiem malejącym

(b) jest ciągiem rosnącym

(c) nie jest ani ciągiem rosnącym, ani ciągiem malejącym POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

4. A. Niech  $S_n$  oznacza sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu o wyrazie ogólnym  $a_n = 5n$ . Wówczas :

- (a)  $S_2 = 10$
- (b)  $S_2 = 15$       POPRAWNA
- (c)  $S_3 = 15$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Niech  $S_n$  oznacza sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu o wyrazie ogólnym  $a_n = -5n$ . Wówczas :

- (a)  $S_1 = -5$       POPRAWNA
- (b)  $S_2 = -10$
- (c)  $S_3 = -15$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Jeżeli ciąg  $(a_1, a_2, a_3)$  jest ciągiem arytmetycznym o różnicy  $r$ , to ciąg  $(a_3, a_2, a_1)$  jest:

- (a) ciągiem arytmetycznym o różnicy  $r$
- (b) ciągiem arytmetycznym o różnicy  $\frac{1}{r}$
- (c) ciągiem arytmetycznym o różnicy  $-r$       POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Niech  $S_n$  oznacza sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu o wyrazie ogólnym  $a_n = (-1)^n$ . Wówczas :

- (a)  $S_{10} = 0$       POPRAWNA
- (b)  $S_{10} = 1$
- (c)  $S_{10} = -1$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Suma  $n$  początkowych wyrazów ciągu  $(a_n)$  określona jest wzorem  $S_n = 5n$ . Wobec tego:

- (a)  $a_3 = 5$       POPRAWNA
- (b)  $a_3 = 15$
- (c)  $a_2 = 10$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Suma  $n$  początkowych wyrazów ciągu  $(a_n)$  określona jest wzorem  $S_n = 5n$ . Wobec tego:

- (a)  $a_n = 5n$
- (b)  $a_n = 5$       POPRAWNA
- (c) ciąg  $(a_n)$  jest rosnący
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Niech  $S_n$  oznacza sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu  $(a_n)$ . Wówczas:

- (a)  $a_{10} = S_{11} - S_{10}$
- (b)  $a_2 = S_3 - S_2$
- (c)  $a_5 = S_5 - S_4$       POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Niech  $S_n$  oznacza sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu  $(a_n)$ . Wówczas:

- (a)  $S_{n+1} = S_n$
- (b)  $S_n + a_{n+1} = S_{n+1}$       POPRAWNA
- (c)  $S_n + a_{n+2} = S_{n+2}$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Niech  $S_n$  oznacza sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu  $(a_n)$ . Wówczas:

- (a)  $a_2 + a_3 + a_4 = S_4 - S_1$       POPRAWNA
- (b)  $a_2 + a_3 + a_4 = S_4 - S_2$
- (c)  $a_3 + a_4 + a_5 = S_5 - S_3$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Niech  $S_n$  oznacza sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu  $(a_n)$ . Wówczas:

- (a)  $S_4 + S_1 = S_5$
- (b)  $S_4 + S_5 = S_9$
- (c)  $S_1 + S_1 = S_2$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna      POPRAWNA

5. A. Kolejnymi wyrazami pewnego ciągu arytmetycznego mogą być liczby:

- (a)  $1, 0, -1$  POPRAWNA
- (b)  $3, -3, 3$
- (c)  $\frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Kolejnymi wyrazami pewnego ciągu arytmetycznego mogą być liczby:

- (a)  $1, 0, 1$
- (b)  $-3, 3, -3$
- (c)  $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$  POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Jeśli  $(a_n)$  jest ciągiem arytmetycznym o różnicy  $r$ , to:

- (a)  $a_{10} = a_9 + r$  POPRAWNA
- (b)  $a_{10} = a_6 + 3r$
- (c)  $a_{10} = a_1 + 10r$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Jeśli  $(a_n)$  jest ciągiem arytmetycznym o różnicy  $r$ , to dla każdej liczby naturalnej  $k$ :

- (a)  $a_k = a_1 + kr$
- (b)  $a_k = a_1 + (k - 1)r$  POPRAWNA
- (c)  $a_{k+1} = a_{k-1} + r$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Różnica ciągu arytmetycznego  $(a_n)$  określonego wzorem  $a_n = 3n + 2$  :

- (a) jest równa 3 POPRAWNA
- (b) jest równa 2
- (c) jest równa 5
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Ciągiem arytmetycznym jest ciąg dany wzorem:

- (a)  $a_n = n^2$
- (b)  $b_n = \frac{1}{n}$

- (c)  $c_n = 2^n$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna      POPRAWNA

G. Ciągiem arytmetycznym jest ciąg dany wzorem:

- (a)  $a_n = \sqrt{2}n + \sqrt{3}$       POPRAWNA
- (b)  $b_n = \frac{n}{n+1}$
- (c)  $c_n = 2^n$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Ciągiem arytmetycznym nie jest ciąg dany wzorem:

- (a)  $a_n = \sqrt{2}n + \sqrt{3}$
- (b)  $b_n = 5$
- (c)  $c_n = 2^n$       POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Ciągiem arytmetycznym nie jest ciąg dany wzorem:

- (a)  $a_n = \sqrt{2}n + \sqrt{3}$
- (b)  $b_n = 5$
- (c)  $c_n = 2n - 10$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna      POPRAWNA

J. Dany jest ciąg arytmetyczny 3, 6, 9, ... Wówczas:

- (a) różnica tego ciągu jest równa 3      POPRAWNA
- (b) ciąg ten jest dany wzorem  $a_n = 3^n$
- (c) pewien wyraz tego ciągu nie jest podzielny przez 3
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

6. A. Dany jest ciąg arytmetyczny 4, 9, 14, ... Wówczas:

- (a)  $n$ -ty wyraz tego ciągu jest równy  $4n + 5$
- (b) cyfra jedności pewnego wyrazu tego ciągu jest równa 6
- (c)  $n$ -ty wyraz tego ciągu jest równy  $5n - 1$       POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Dany jest ciąg arytmetyczny 5, 8, 11, ... Wówczas:

- (a) setny wyraz tego ciągu jest równy 305
- (b) żaden wyraz tego ciągu nie jest liczbą podzieloną przez 3      POPRAWNA
- (c) szósty wyraz tego ciągu jest równy 23
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Niech  $(a_n)$  będzie ciągiem arytmetycznym o różnicy  $r$ , w którym setny wyraz jest mniejszy od wyrazu pierwszego. Wynika stąd, że:

- (a)  $a_1 > 0$
- (b)  $r < 0$       POPRAWNA
- (c)  $a_1 < 0$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Ciąg arytmetyczny  $(a_n)$  o różnicy  $r$  jest rosnący wtedy i tylko wtedy, gdy:

- (a)  $a_1 > 0$  i  $r > 0$
- (b)  $a_1 < 0$  i  $r > 0$
- (c)  $r > 0$       POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Ciąg arytmetyczny  $(a_n)$  o różnicy  $r$  jest malejący wtedy i tylko wtedy, gdy:

- (a)  $a_1 > 0$  i  $r < 0$
- (b)  $a_1 < 0$  i  $r < 0$
- (c)  $r < 0$       POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. W ciągu arytmetycznych dla każdego trzech kolejnych jego wyrazów wyraz środkowy jest:

- (a) średnią arytmetyczną wyrazów sąsiednich      POPRAWNA
- (b) średnią geometryczną wyrazów sąsiednich
- (c) sumą wyrazów sąsiednich
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Ciąg  $(a_n)$  jest ciągiem arytmetycznym. Wobec tego:

- (a)  $a_5 - a_4 = a_{10} - a_8$
- (b)  $a_{15} - a_{13} = a_{10} - a_8$  POPRAWNA
- (c)  $a_5 - a_4 = a_2 - a_3$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Ciąg  $(b_n)$  jest ciągiem arytmetycznym. Wobec tego:

- (a)  $a_5 = \frac{a_4 + a_6}{2}$  POPRAWNA
- (b)  $a_5 = \frac{a_4 \cdot a_6}{2}$
- (c)  $a_5 = \frac{a_6 - a_4}{2}$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Liczby  $x$  i  $y$  są odpowiednio siódmym i dziewiątym wyrazem ciągu arytmetycznego. Wynika stąd, że:

- (a) ósmy wyraz tego ciągu jest równy  $\frac{1}{2}(y - x)$
- (b) różnica tego ciągu jest równa  $\frac{1}{2}(y + x)$
- (c) ósmy wyraz tego ciągu jest równy  $\frac{1}{2}(y + x)$  POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Liczby 1 i 3 są wyrazami pewnego ciągu arytmetycznego. Wynika stąd, że:

- (a) różnica tego ciągu jest liczbą wymierną POPRAWNA
- (b) różnica tego ciągu jest liczbą całkowitą
- (c) różnica tego ciągu jest równa 2
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

7. A. Liczby 10 i 15 są wyrazami nieskończonego ciągu arytmetycznego. Wynika stąd, że:

- (a) wszystkie wyrazy tego ciągu są liczbami całkowitymi
- (b) nieskończenie wiele wyrazów tego ciągu to liczby podzielne przez 5 POPRAWNA
- (c) liczba 20 jest wyrazem tego ciągu
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B.  $(a_n)$  jest nieskończonym ciągiem arytmetycznym, w którym  $a_1 = 1000$  i  $a_{1000} = 999$ . Zatem:

- (a) wszystkie wyrazy tego ciągu są liczbami dodatnimi
- (b) nieskończenie wiele wyrazów tego ciągu - to liczby dodatnie
- (c) nieskończenie wiele wyrazów tego ciągu - to liczby ujemne      POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Jeśli  $(a_n)$  i  $(b_n)$  są ciągami arytmetycznymi, to ciągiem arytmetycznym jest również ciąg  $(c_n)$  taki, że dla każdego  $n \in \mathbf{N}$ :

- (a)  $c_n = a_n \cdot b_n$
- (b)  $c_n = \frac{a_n}{b_n}$
- (c)  $c_n = a_n + b_n$       POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Jeśli każdy wyraz ciągu arytmetycznego o różnicy  $r$  jest liczbą naturalną i liczby 2 i 27 są wyrazami tego ciągu, to :

- (a)  $r = 25$
- (b)  $r \leq 25$       POPRAWNA
- (c)  $r = 5$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Jeśli każdy wyraz ciągu arytmetycznego o różnicy  $r$  jest liczbą całkowitą i liczby 2 i 19 są wyrazami tego ciągu, to :

- (a)  $r = 17$
- (b)  $r = 1$  lub  $r = 17$
- (c)  $r \leq 17$       POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego  $(a_n)$  o różnicy  $\sqrt{3}$  jest równy 1. Wobec tego:

- (a) dla każdego  $n \geq 2$  liczba  $a_n$  jest niewymierna      POPRAWNA
- (b) nieskończenie wiele wyrazów tego ciągu - to liczby wymierne
- (c) piąty wyraz tego ciągu jest większy od 9

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Suma  $20 + 21 + 22 + \dots + 80$  jest równa:

(a)  $50 \cdot 60$

(b)  $50 \cdot 61$  POPRAWNA

(c)  $50 \cdot 80$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Suma wszystkich dwucyfrowych liczb naturalnych jest równa:

(a)  $109 \cdot 45$  POPRAWNA

(b)  $110 \cdot 45$

(c)  $109 \cdot 90$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Sumę stu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego  $(a_n)$  można wyrazić wzorem:

(a)  $S_{100} = 50(a_1 + a_{100})$  POPRAWNA

(b)  $S_{100} = \frac{50(a_1 + a_{100})}{2}$

(c)  $S_{100} = 50(a_2 + a_{98})$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Suma  $k-1$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego  $(a_n)$  o wyrazie ogólnym  $a_n = 4n$  jest równa:

(a)  $4(k-1)$

(b)  $2(k^2 - 1)$

(c)  $2(k^2 - k)$  POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

8. A. Kolejnymi wyrazami pewnego ciągu geometrycznego mogą być liczby:

(a)  $2, -2, 2$  POPRAWNA

(b)  $2, 4, 6$

(c)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Kolejnymi wyrazami pewnego ciągu geometrycznego mogą być liczby:

(a)  $-2, -2, 2$

(b)  $-2, -4, 8$

(c)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$  POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Jeśli  $(b_n)$  jest ciągiem geometrycznym o ilorazie  $q$ , to:

(a)  $b_4 = b_3 \cdot q$  POPRAWNA

(b)  $b_4 = b_1 \cdot q^4$

(c)  $b_8 = b_5 \cdot q^2$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Jeśli  $(c_n)$  jest ciągiem geometrycznym o ilorazie  $q$ , to dla dowolnego  $k \in \mathbf{N}$ :

(a)  $c_{k+1} = c_1 \cdot q^k$  POPRAWNA

(b)  $c_k = c_1 \cdot q^k$

(c)  $c_{k+1} = c_{k-1} \cdot q$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Jeżeli wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego  $(a_n)$  są różne od zera, to:

(a)  $\frac{a_5}{a_3} = \frac{a_2}{a_1}$

(b)  $\frac{a_5}{a_3} = \frac{a_4}{a_6}$

(c)  $\frac{a_5}{a_3} = \frac{a_3}{a_5}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

F. Jeżeli wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego  $(a_n)$  są różne od zera, to:

(a)  $\frac{a_5}{a_3} = \frac{a_2}{a_1}$

(b)  $\frac{a_5}{a_3} = \frac{a_6}{a_4}$  POPRAWNA

(c)  $\frac{a_6}{a_4} = \frac{a_4}{a_6}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Jeżeli wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego  $(b_n)$  są różne od zera, to:

- (a)  $b_{20} \cdot b_{30} = b_{10} \cdot b_{40}$  POPRAWNA
- (b)  $b_{20} \cdot b_{10} = b_{30} \cdot b_{40}$
- (c)  $b_{20} \cdot b_{40} = b_{10} \cdot b_{30}$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Ciągiem geometrycznym jest ciąg określony wzorem:

- (a)  $a_n = n^2$
- (b)  $b_n = (-1)^n$  POPRAWNA
- (c)  $c_n = 2n$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Ciągiem geometrycznym jest ciąg określony wzorem:

- (a)  $a_n = n^3$
- (b)  $b_n = 3n + 3$
- (c)  $c_n = 3$  POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Ciągiem geometrycznym nie jest ciąg określony wzorem:

- (a)  $a_n = n^3$  POPRAWNA
- (b)  $b_n = 3^n$
- (c)  $c_n = 3$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

9. A. Pierwszy i piąty wyraz pewnego ciągu geometrycznego są odpowiednio równe  $\frac{3}{2}$  i  $\frac{8}{27}$ . Wynika stąd, że:

- (a) iloraz tego ciągu nie jest liczbą całkowitą POPRAWNA
- (b) iloraz tego ciągu jest liczbą dodatnią
- (c) żaden wyraz tego ciągu nie jest liczbą całkowitą
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Liczby  $x, x + 2, x + 4$ :

- (a) są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego dla każdej liczby rzeczywistej  $x$
- (b) są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego dla  $x = 2$
- (c) nie są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego dla żadnej liczby rzeczywistej  $x$       POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Iloraz ciągu geometrycznego określonego wzorem  $a_n = 5 \cdot 2^{2n+1}$  jest równy:

- (a) 2
- (b) 4      POPRAWNA
- (c) 5
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Iloraz ciągu geometrycznego określonego wzorem  $a_n = 2 \cdot 5^{n+1}$  jest równy:

- (a) 2
- (b) 25
- (c) 5      POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Liczby  $x, 2x, 4x$ :

- (a) są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego dla każdej liczby rzeczywistej      POPRAWNA
- (b) są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego tylko dla  $x = 1$
- (c) nie są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego dla żadnej liczby rzeczywistej  $x$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Ciąg geometryczny  $6, 12, 24, \dots$  określony jest wzorem:

- (a)  $a_n = 6n$
- (b)  $a_n = 6 \cdot 2^n$
- (c)  $a_n = 3 \cdot 2^n$       POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Liczby  $a, b, c, d$  są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Wiadomo również, że  $a \cdot b \cdot c \cdot d \neq 0$ . Wynika stąd, że:

- (a)  $c^2 = b \cdot d$       POPRAWNA
- (b)  $a \cdot b = c \cdot d$
- (c)  $\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Niech  $(a_n)$  będzie ciągiem geometrycznym o ilorazie  $q$ . Ciąg  $(a_n)$  jest rosnący, jeśli:

- (a)  $q > 1$
- (b)  $a_1 < 0$  i  $q > 1$
- (c)  $a_1 < 0$  i  $q \in (0, 1)$       POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Niech  $(a_n)$  będzie ciągiem geometrycznym o ilorazie  $q$ . Ciąg  $(a_n)$  jest malejący, jeśli:

- (a)  $q < 1$
- (b)  $a_1 < 0$  i  $q < 0$
- (c)  $a_1 > 0$  i  $q < 0$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna      POPRAWNA

J. Niech  $(a_n)$  będzie ciągiem geometrycznym o ilorazie  $q < 0$ , w którym  $a_1 < 0$ . Wówczas:

- (a)  $a_7 > 0$
- (b)  $a_8 > 0$       POPRAWNA
- (c)  $a_{20} \cdot a_{21} > 0$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

10. A. Jeśli  $(a_n)$  i  $(b_n)$  są ciągami geometrycznymi, to ciągiem geometrycznym jest również ciąg  $(c_n)$  określony następująco:

- (a)  $c_n = a_n \cdot b_n$       POPRAWNA
- (b)  $c_n = a_n + b_n$
- (c)  $c_n = a_n - b_n$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. W ciągu geometrycznym o wyrazach dodatnich, dla każdego trzech kolejnych jego wyrazów, wyraz środkowy jest:

- (a) iloczynem wyrazów sąsiednich
- (b) średnią arytmetyczną wyrazów sąsiednich
- (c) średnią geometryczną wyrazów sąsiednich      POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Jeżeli ciąg  $(a_1, a_2, a_3)$  jest ciągiem geometrycznym o ilorazie  $q \neq 0$ , to ciąg  $(a_3, a_2, a_1)$  jest:

- (a) ciągiem geometrycznym o ilorazie  $q$
- (b) ciągiem geometrycznym o ilorazie  $\frac{1}{q}$       POPRAWNA
- (c) ciągiem geometrycznym o ilorazie  $-q$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Pierwszy wyraz ciągu geometrycznego  $(a_n)$  o ilorazie  $q = \sqrt{2}$  jest równy 2. Wówczas:

- (a) każda dodatnia liczba parzysta jest wyrazem tego ciągu
- (b) nie istnieje taka liczba naturalna  $n$ , dla której  $a_{n+1} - a_n > 1000$
- (c) każda liczba postaci  $2^k$ , gdzie  $k$  jest liczbą naturalną,  $k \geq 1$  jest wyrazem tego ciągu      POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Suma  $n$  początkowych wyrazów ciągu geometrycznego  $(a_n)$  o ilorazie  $q$  określona jest wzorem:

- (a)  $S_n = n \cdot a_1$ , gdy  $q = 1$       POPRAWNA
- (b)  $S_n = a_1 \frac{1-q^n}{1-q}$
- (c)  $S_n = a_1 \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ , gdy  $q \neq 1$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Ciąg  $(b_n)$  jest ciągiem geometrycznym, w którym  $b_1 = q = \frac{1}{2}$ . Wobec tego suma  $n$  początkowych wyrazów tego ciągu:

- (a) jest równa  $\frac{7}{8}$  dla pewnego  $n$       POPRAWNA

- (b) jest równa 1 dla pewnego  $n$
- (c) jest większa od 1 dla pewnego  $n$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Ciąg  $(c_1, c_2, c_3)$  jest zarówno ciągiem arytmetycznym o różnicy  $r$ , jak i ciągiem geometrycznym o ilorazie  $q$ . Wówczas:

- (a)  $r = 1$  i  $q = 1$
- (b)  $r = 0$  i  $q = 1$       POPRAWNA
- (c)  $r = 1$  i  $q = 0$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H.  $(a_n)$  jest ciągiem geometrycznym o ilorazie równym 2. Wtedy suma  $n$  początkowych wyrazów tego ciągu da się wyrazić wzorem:

- (a)  $S_n = a_1 \cdot (2^n - 1)$       POPRAWNA
- (b)  $S_n = \frac{a_1 \cdot (2^n - 1)}{2}$
- (c)  $S_n = a_1 \cdot (1 - 2^n)$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Istnieje ciąg geometryczny  $(b_n)$ , w którym:

- (a)  $b_3 < 0$  i  $b_{13} > 0$
- (b)  $b_3 > 0$  i  $b_{13} < 0$
- (c)  $b_3 < 0$  i  $b_{13} < 0$       POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Jeżeli pierwszy wyraz ciągu geometrycznego  $(c_n)$  jest liczbą różną od zera, zaś iloraz  $q$  jest liczbą ujemną, to dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ :

- (a)  $a_n \cdot a_{n+1} < 0$       POPRAWNA
- (b)  $a_n \cdot a_{n+2} < 0$
- (c)  $a_n \cdot a_{n+1} \cdot a_{n+2} < 0$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna