

KONKURS "ZOSTAŃ PITAGORASEM"

ETAP I

TEST III

Funkcja potęgowa. Funkcja wykładnicza. Logarytmy. Kombinatoryka

Uwaga 1. Symbol $n!$ jest definiowany następująco: $0! = 1, n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n$ dla każdej liczby naturalnej n .

*Uwaga 2. Przez **dziedzinę funkcji** rozumiemy zbiór wszystkich argumentów, dla których wzór funkcji ma sens.*

1. A. Dla dowolnej liczby rzeczywistej x :

- (a) $49^x = 7^{2x}$ POPRAWNA
- (b) $49^x = 7^{x^2}$
- (c) $49^x = 7 \cdot 7^x$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Dla dowolnej liczby rzeczywistej x :

- (a) $49^x = 7^{x^2}$
- (b) $49^x = (7^x)^2$ POPRAWNA
- (c) $49^x = 7 \cdot 7^x$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Dla dowolnej liczby rzeczywistej x :

- (a) $2 \cdot 5^x + 3 \cdot 5^x = 5 \cdot 5^x$ POPRAWNA
- (b) $2 \cdot 5^x + 3 \cdot 5^x = 25^x$
- (c) $2 \cdot 5^x + 3 \cdot 5^x = 5^x + 1$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Dla dowolnej liczby rzeczywistej x :

(a) $2 \cdot 5^x + 3 \cdot 5^x = 6 \cdot 5^x$

(b) $2 \cdot 5^x + 3 \cdot 5^x = 25^x$

(c) $2 \cdot 5^x + 3 \cdot 5^x = 5^{x+1}$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Dla dowolnej liczby rzeczywistej x :

(a) $2^x + 2^{x+1} = 2^{2x+1}$

(b) $2^x + 2^{x+1} = 2^{x \cdot (x+1)}$

(c) $2^x + 2^{x+1} = 3 \cdot 2^x$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Dla dowolnej liczby rzeczywistej x :

(a) $2^x + 2^x = 4^x$

(b) $2^x + 2^x = 2^{x+1}$ POPRAWNA

(c) $2^x + 2^x = 2^{2x}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Dla dowolnej liczby rzeczywistej x :

(a) $3^x + 5^x = 8^x$

(b) $3^x + 5^x = 15^x$

(c) $3^x + 5^x = 8^{2x}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

H. Dla dowolnej liczby rzeczywistej x :

(a) $3^x + 9^x = 27^x$

(b) $3^x + 9^x = 12^x$

(c) $3^x + 9^x = 3^{3x}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

I. Dla dowolnej liczby rzeczywistej x :

(a) $4^x + 8^x = 24^x$

(b) $4^x + 8^x = 12^x$

(c) $4^x + 8^x = 12^{2x}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

J. Dla dowolnej liczby rzeczywistej x :

(a) $3^{2x+1} + 9^x = 4 \cdot 3^x$

(b) $3^{2x+1} + 9^x = 4 \cdot 9^x$ POPRAWNA

(c) $3^{2x+1} + 9^x = 9 \cdot 3^x$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

2. A. Niech $a = 4^x$. Wtedy dla każdej liczby rzeczywistej x :

(a) $\frac{a}{2} = 2^x$

(b) $\frac{a}{2} = 4^{x-1}$

(c) $\frac{a}{2} = 4^{x-0,5}$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Niech $a = 4^x$. Wtedy dla każdej liczby rzeczywistej x :

(a) $2a = 8^x$

(b) $2a = 4^{x+1}$

(c) $2a = 4^{x+0,5}$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Niech $a = 9^x$. Wtedy dla każdej liczby rzeczywistej x :

(a) $\frac{a}{3} = 3^x$

(b) $\frac{a}{3} = 9^{x-0,5}$ POPRAWNA

(c) $\frac{a}{3} = 9^{x-1}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Niech $a = 9^x$. Wtedy dla każdej liczby rzeczywistej x :

(a) $3a = 27^x$

(b) $3a = 9^{3x}$

(c) $3a = 9^{x+0,5}$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Niech $a = 2^x$. Wtedy dla każdej liczby rzeczywistej x :

- (a) $8a = 16^x$
- (b) $8a = 2^{8x}$
- (c) $8a = 2^{x+3}$ POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Niech $a = 3^x$. Wtedy dla każdej liczby rzeczywistej x :

- (a) $9a = 27^x$
- (b) $9a = 3^{x+2}$ POPRAWNA
- (c) $9a = 3^{9x}$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Niech $a = 9^{x+4}$. Wtedy dla każdej liczby rzeczywistej x :

- (a) $\sqrt{a} = 3^{x+2}$
- (b) $\sqrt{a} = 3^{x+4}$ POPRAWNA
- (c) $\sqrt{a} = 9^{x+2}$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Niech $a = 4^{x+4}$. Wtedy dla każdej liczby rzeczywistej x :

- (a) $\sqrt{a} = 2^{x+2}$
- (b) $\sqrt{a} = 4^{x+2}$
- (c) $\sqrt{a} = 2^{x+4}$ POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Niech $a = 4^{4x}$. Wtedy dla każdej liczby rzeczywistej x :

- (a) $\sqrt{a} = 2^{2x}$
- (b) $\sqrt{a} = 4^{2x}$ POPRAWNA
- (c) $\sqrt{a} = 2^x$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Niech $a = 9^{4x}$. Wtedy dla każdej liczby rzeczywistej x :

- (a) $\sqrt{a} = 3^{2x}$
- (b) $\sqrt{a} = 9^{2x}$ POPRAWNA

(c) $\sqrt{a} = 9^{2\sqrt{x}}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

3. A. Funkcją wykładniczą jest funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ określona wzorem:

(a) $f(x) = 2x$

(b) $f(x) = x^2$

(c) $f(x) = 2^x$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Funkcją wykładniczą jest funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ określona wzorem:

(a) $f(x) = 5x$

(b) $f(x) = x^5$

(c) $f(x) = 5^x$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Niech $a > 0$. Dziedzina funkcji $f(x) = a^x$ jest:

(a) $(0, \infty)$

(b) \mathbf{R} POPRAWNA

(c) $\langle 0, \infty$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Niech $a > 0$. Zbiorem funkcji $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określonej wzorem $f(x) = a^x$ dla $x \in \mathbf{R}$, jest:

(a) $(0, \infty)$ POPRAWNA

(b) \mathbf{R}

(c) $\mathbf{R} \setminus \{0\}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Jeżeli $a > 1$, to:

(a) funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określona wzorem $f(x) = a^x$ dla $x \in \mathbf{R}$, jest różnowartościowa POPRAWNA

(b) funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określona wzorem $f(x) = a^x$ dla $x \in \mathbf{R}$, jest malejąca

- (c) funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określona wzorem $f(x) = a^x$ dla $x \in \mathbf{R}$, nie jest rosnąca
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Jeżeli $a > 1$, to:

- (a) funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określona wzorem $f(x) = a^x$ dla $x \in \mathbf{R}$, nie jest różnowartościowa
- (b) funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określona wzorem $f(x) = a^x$ dla $x \in \mathbf{R}$, jest malejąca
- (c) funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określona wzorem $f(x) = a^x$ dla $x \in \mathbf{R}$, jest rosnąca POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Jeżeli $a \in (0, 1)$, to:

- (a) funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określona wzorem $f(x) = a^x$ dla $x \in \mathbf{R}$, nie jest różnowartościowa
- (b) funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określona wzorem $f(x) = a^x$ dla $x \in \mathbf{R}$, jest malejąca POPRAWNA
- (c) funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określona wzorem $f(x) = a^x$ dla $x \in \mathbf{R}$, jest rosnąca
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Jeżeli $a \in (0, 1)$, to:

- (a) funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określona wzorem $f(x) = a^x$ dla $x \in \mathbf{R}$, jest różnowartościowa POPRAWNA
- (b) funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określona wzorem $f(x) = a^x$ dla $x \in \mathbf{R}$, nie jest malejąca
- (c) funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określona wzorem $f(x) = a^x$ dla $x \in \mathbf{R}$, jest rosnąca
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Niech $a > 0$. Do wykresu funkcji $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określonej wzorem $f(x) = a^x$ dla $x \in \mathbf{R}$, należy punkt:

- (a) $A = (1, 0)$
- (b) $B = (1, a)$ POPRAWNA
- (c) $C = (a, 1)$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Niech $a > 0$. Do wykresu funkcji $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określonej wzorem $f(x) = a^x$ dla $x \in \mathbf{R}$, nie należy punkt:

(a) $A = (1, 0)$ POPRAWNA

(b) $B = (1, a)$

(c) $C = (0, 1)$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

4. A. Wykres funkcji $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określonej wzorem $f(x) = 5^x$ dla $x \in \mathbf{R}$:

(a) nie ma punktów wspólnych z prostą o równaniu $y = \frac{1}{100}$

(b) nie ma punktów wspólnych z prostą o równaniu $y = 100$

(c) ma jeden punkt wspólny z prostą o równaniu $y = \frac{1}{100}$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Wykres funkcji $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określonej wzorem $f(x) = (\frac{1}{100})^x$ dla $x \in \mathbf{R}$:

(a) nie ma punktów wspólnych z prostą o równaniu $y = 0$ POPRAWNA

(b) nie ma punktów wspólnych z prostą o równaniu $y = 100$

(c) ma jeden punkt wspólny z prostą o równaniu $y = -\frac{1}{100}$

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ jest określona wzorem $f(x) = (12345)^x$ dla $x \in \mathbf{R}$. Istnieje taki argument t , że:

(a) $f(t) = 0$

(b) $f(t) = -12345$

(c) $f(t) = 54321$ POPRAWNA

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ jest określona wzorem $f(x) = \pi^x$ dla $x \in \mathbf{R}$. Zatem:

(a) dla każdej różnej od zera liczby rzeczywistej a , liczba $f(a)$ jest niewymierna

- (b) dla nieskończenie wielu liczb rzeczywistych a , liczba $f(a)$ jest całkowita POPRAWNA
- (c) istnieje dokładnie jedna taka liczba rzeczywista a , że liczba $f(a)$ jest całkowita
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. W przedziale $(0, 1)$:

- (a) są dokładnie 3 takie liczby p , że 5^p jest liczbą całkowitą POPRAWNA
- (b) jest dokładnie 5 takich liczb p , że 5^p jest liczbą całkowitą
- (c) nie ma takich liczb p , że 5^p jest liczbą całkowitą
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Niech k będzie taką liczbą, że $\pi^k = 3, 14$. Wobec tego:

- (a) $k = 1$
- (b) $k < 1$ POPRAWNA
- (c) $k > 1$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Miejsc zerowych nie ma funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określona wzorem:

- (a) $f(x) = 10^x - 1$ dla $x \in \mathbf{R}$
- (b) $f(x) = -10^x + 1$ dla $x \in \mathbf{R}$
- (c) $f(x) = 10^{x-1}$ dla $x \in \mathbf{R}$ POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Miejsce zerowe ma funkcja $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określona wzorem:

- (a) $f(x) = 10^x - 1$ dla $x \in \mathbf{R}$ POPRAWNA
- (b) $f(x) = -10^x - 1$ dla $x \in \mathbf{R}$
- (c) $f(x) = 10^{x-1}$ dla $x \in \mathbf{R}$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Zbiorem wartości funkcji $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określonej wzorem $f(x) = 3^{x+2} + 5$ dla $x \in \mathbf{R}$, jest przedział:

- (a) $(2, \infty)$

- (b) $(0, \infty)$
- (c) $(5, \infty)$ POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Zbiorem wartości funkcji $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$, określonej wzorem $f(x) = 5^{x+2} - 2$ dla $x \in \mathbf{R}$, jest przedział:

- (a) $(-2, \infty)$ POPRAWNA
- (b) $(0, \infty)$
- (c) $(2, \infty)$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

5. A. Dokładnie jedno rozwiązanie ma równanie:

- (a) $x^2 = 2^2$
- (b) $x^4 = 2^4$
- (c) $2^x = 2^2$ POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Dokładnie dwa rozwiązania ma równanie:

- (a) $x^2 = 2^2$ POPRAWNA
- (b) $x^3 = 2^3$
- (c) $2^x = 2^2$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Sprzeczne jest równanie:

- (a) $(\frac{2}{3})^x = \frac{6}{5}$
- (b) $(\sqrt{3})^x = \sqrt{2}$
- (c) $3^x = -9$ POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Równanie $(\frac{2}{3})^x = a$ ma rozwiązanie:

- (a) dla każdego $a \in (0, \infty)$ POPRAWNA
- (b) dla każdego $a \in \mathbf{R}$

- (c) tylko dla $a \in (0, 1)$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Równanie $(\frac{2}{3})^x = a$ ma dodatnie rozwiązanie:

- (a) dla każdego $a \in (0, \infty)$
- (b) dla każdego $a \in \mathbf{R}$
- (c) dla każdego $a \in (0, 1)$ POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Równanie $(\frac{2}{3})^x = a$ ma ujemne rozwiązanie:

- (a) dla każdego $a \in (0, \infty)$
- (b) dla każdego $a > 1$ POPRAWNA
- (c) dla każdego $a \in (0, 1)$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Równanie $2^x = b$ ma rozwiązanie mniejsze od 3. Wynika stąd, że:

- (a) $b < 3$
- (b) $b < 8$ POPRAWNA
- (c) $0 < b < 3$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Równanie $3^x = b$ ma rozwiązanie większe od 3. Wynika stąd, że:

- (a) $b > 27$ POPRAWNA
- (b) $b > 3$
- (c) $0 < b < 3$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Liczba będąca rozwiązaniem równania $(2 - \sqrt{3})^x + \sqrt{3} = 2$ jest:

- (a) całkowita POPRAWNA
- (b) niewymierna
- (c) parzysta
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Równanie $2^{x-12} = 3^{12-x}$:

- (a) nie ma rozwiązań
- (b) ma więcej niż jedno rozwiązanie
- (c) ma dokładnie jedno rozwiązanie POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

6. A. Liczba $\log_8 2$ jest równa:

- (a) $\frac{1}{3}$ POPRAWNA
- (b) 3
- (c) 64
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Liczba $\log_2 8$ jest równa:

- (a) $\frac{1}{3}$
- (b) 3 POPRAWNA
- (c) 256
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Liczba $\log_5 \frac{1}{5}$ jest równa:

- (a) $\sqrt[5]{5}$
- (b) -1 POPRAWNA
- (c) 25
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Liczby rzeczywiste x, y, z spełniają równość $\log_x y = z$. Wynika stąd, że:

- (a) $x^z = y$ POPRAWNA
- (b) $x^y = z$
- (c) $z^x = y$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Liczby rzeczywiste x, y, z spełniają równość $\log_x y = z$. Wynika stąd, że:

- (a) $z > 0$
- (b) $z \neq 1$
- (c) $y > 0$ POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Liczby rzeczywiste x, y, z spełniają równość $\log_x y = z$. Wynika stąd, że:

- (a) $x \neq 1$ POPRAWNA
- (b) $y \neq 1$
- (c) $z \neq 1$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Liczbą naturalną jest:

- (a) $\log_3 81$ POPRAWNA
- (b) $\log_8 16$
- (c) $\log_9 27$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Liczba $\log_{3\sqrt{3}} 3$ jest:

- (a) wymierna POPRAWNA
- (b) całkowita
- (c) ujemna
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Liczba $\log_3 7$ jest:

- (a) większa od 1 POPRAWNA
- (b) większa od 2
- (c) całkowita
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Liczba $\log_7 3$ jest:

- (a) ujemna
- (b) większa od 1

- (c) mniejsza od 1 POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

7. A. Niech $\log_2 1 = a$ i $\log_4 1 = b$. Wówczas :

- (a) $b > 2a$
- (b) $a = b$ POPRAWNA
- (c) $a < b$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Ujemna jest liczba:

- (a) $\log_{0,2} 0,1$
- (b) $\log_{0,1} 0,2$
- (c) $\log_2 0,1$ POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Dodatnia jest liczba:

- (a) $\log_{0,2} 0,1$ POPRAWNA
- (b) $\log_{0,1} 2$
- (c) $\log_2 0,1$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Liczba $\log_3 0,5 + \log_3 6$ jest równa:

- (a) 6,5
- (b) $\log_3 6,5$
- (c) 1 POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Liczba $\log_{0,5} 12 - \log_{0,5} 3$ jest równa:

- (a) 9
- (b) $\log_{0,5} 9$
- (c) -2 POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Liczba $\log_2 24$ jest równa:

- (a) $1 + \log_2 12$ POPRAWNA
- (b) $2 + \log_2 12$
- (c) $1 + \log_2 6$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Liczba $2 \log_3 4$ jest równa:

- (a) $\log_3 16$ POPRAWNA
- (b) $\log_3 8$
- (c) $\log_3 6$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Liczba $\log_3^2 4$ jest równa:

- (a) $\log_3 16$
- (b) $2 \log_3 4$
- (c) $\log_9 4$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

I. Liczba $\log_3 4 \cdot \log_4 3$ jest równa:

- (a) $\log_{12} 7$
- (b) $\log_7 12$
- (c) 1 POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Niech $x = \frac{1}{2} \log_3 5$, $y = \log_9 5$. Wówczas:

- (a) $x = y$ POPRAWNA
- (b) $x < y$
- (c) $x > y$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

8. A. Niech $a = -\log_5 2$. Wówczas:

- (a) $a = \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{2}$
- (b) $a = \log_{\frac{1}{5}} 2$ POPRAWNA
- (c) $a = \log_2 5$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Jeśli $\log_2 3 = k$, to:

- (a) $\log_2 \sqrt{3} = \sqrt{k}$
- (b) $\log_2 9 = k^2$
- (c) $\log_2 27 = 3k$ POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Jeśli $\log_2 3 = k$, to:

- (a) $\log_8 3 = \frac{k}{3}$ POPRAWNA
- (b) $\log_3 2 = -k$
- (c) $\log_2 \frac{3}{4} = \frac{k}{2}$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Liczba $\frac{1}{\log_2 5} + \frac{1}{\log_3 5}$ jest:

- (a) mniejsza od 1
- (b) równa $\log_5 6$ POPRAWNA
- (c) całkowita
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Liczba $\frac{1}{\log_{15} 5} - \frac{1}{\log_3 5}$ jest:

- (a) mniejsza od 1
- (b) równa $\log_{12} 5$
- (c) całkowita POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Liczba $\log_2 3 + \frac{1}{\log_3 2}$ jest:

- (a) mniejsza od 2
- (b) większa od 3 POPRAWNA

- (c) całkowita
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Liczba $\frac{\log_3 11}{\log_3 7}$ jest równa:

- (a) $\frac{\log_{11} 3}{\log_7 3}$
(b) $\frac{\log_7 3}{\log_{11} 3}$ POPRAWNA
(c) $\log_3 4$
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Liczba $\frac{\log_3 11}{\log_3 7}$ jest równa:

- (a) $\frac{\log_{11} 3}{\log_7 3}$
(b) $\log_{11} 7$
(c) $\log_7 11$ POPRAWNA
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Jeśli $a = \log_5 3$ i $b = \log_5 7$, to zachodzi równość:

- (a) $\log_7 3 = \frac{a}{b}$ POPRAWNA
(b) $\log_7 3 = a - b$
(c) $\log_7 3 = a + b$
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Jeśli $a = \log_6 2$, to:

- (a) $\log_2 3 = \frac{1-a}{a}$ POPRAWNA
(b) $\log_2 3 = \frac{a-1}{a}$
(c) $\log_3 2 = \frac{1-a}{a}$
(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

9. A. Równanie $n! = n$:

- (a) spełniają dokładnie dwie liczby naturalne POPRAWNA
(b) spełnia tylko liczba 1
(c) spełnia liczba 0

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. Równanie $n! = n$:

- (a) spełniają dokładnie trzy liczby
- (b) spełnia liczba 1 POPRAWNA
- (c) spełnia liczba 0
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. Jeśli $k = 12!$, to:

- (a) $2k = 24!$
- (b) $14k = 14!$
- (c) $\frac{k}{12} = 11!$ POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. Jeśli $k = 12!$, to:

- (a) $2k = 24!$
- (b) $13k = 13!$ POPRAWNA
- (c) $\frac{k}{10} = 10!$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Liczba $10! \cdot 10!$:

- (a) jest mniejsza od $20!$ POPRAWNA
- (b) jest równa $20!$
- (c) jest równa $100!$
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. Liczba $\frac{21!}{19!}$:

- (a) jest większa od 400 POPRAWNA
- (b) jest równa 400
- (c) nie jest całkowita
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. Ostatnia cyfra liczby $15!$ (zapisanej w systemie dziesiętnym) jest równa:

- (a) 5
- (b) 7
- (c) 9
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna POPRAWNA

H. Liczba zer na końcu liczby $20!$ (zapisanej w systemie dziesiętnym) jest równa:

- (a) 2
- (b) 4 POPRAWNA
- (c) 8
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Nierówność $n! > n$:

- (a) jest spełniona przez każdą liczbę naturalną
- (b) nie jest spełniona przez dwie liczby naturalne POPRAWNA
- (c) nie jest spełniona przez nieskończenie wiele liczb naturalnych
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Dla dowolnej liczby naturalnej n prawdziwa jest równość:

- (a) $(n + 2)! = n!(n + 2)$
- (b) $n! = \frac{(n+2)!}{n+2}$
- (c) $(n + 1)! = \frac{(n+2)!}{n+2}$ POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

10. A. Pewna klasa maturalna ma tygodniowo 35 lekcji. Maturzyści nie mogą mieć dziennie więcej niż 8 lekcji. Wobec tego można tak ułożyć plan lekcji, aby uczniowie tej klasy:

- (a) mieli po 7 lekcji tylko w środę i czwartek POPRAWNA
- (b) w środę i czwartek mieli po 5 lekcji
- (c) w poniedziałek mieli 3 lekcje, a we wtorek 4 lekcje
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

B. W szufladzie jest 100 kul: 40 białych i 60 czarnych. Z szuflady losujemy kolejno kule (nie oglądając ich). Najmniejsza liczba kul, jaką należy wyciągnąć, aby mieć pewność, że wśród wylosowanych kul znajdzie się 20 kul tego samego koloru, jest równa:

- (a) 20
- (b) 39 POPRAWNA
- (c) 60
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

C. W grupie liczącej 100 osób: 40 zna język angielski, a 80 zna język niemiecki. Wynika stąd, że:

- (a) oba języki zna co najmniej 20 osób POPRAWNA
- (b) każda osoba z tej grupy zna język angielski lub niemiecki
- (c) oba języki zna więcej niż 40 osób
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

D. W grupie liczącej 20 osób: 13 osób ma niebieskie oczy, 14 - ma jasne włosy, a 15 osób - to kobiety. Wynika stąd, że w tej grupie:

- (a) są co najmniej 3 blondynki o niebieskich oczach
- (b) nie musi być blondynek o niebieskich oczach
- (c) są co najmniej 2 blondynki o niebieskich oczach POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

E. Niech n będzie liczbą naturalną większą od 1. W n pudełkach rozmieszczono $n + 1$ kul. Wynika stąd, że:

- (a) w pewnym pudełku znajdują się dwie kule
- (b) w pewnym pudełku znajdują się co najmniej dwie kule POPRAWNA
- (c) w każdym pudełku znajduje się kula
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

F. W każdej grupie liczącej 25 osób można znaleźć:

- (a) 3 osoby urodzone w tym samym miesiącu POPRAWNA
- (b) 4 osoby urodzone w tym samym miesiącu
- (c) co najwyżej 4 osoby urodzone w tym samym miesiącu

(d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

G. W pewnej klasie, liczącej mniej niż 40 uczniów, chłopcy stanowią 40%. Wiadomo, że 80% chłopców jest zakochanych. Wynika z tego, że:

- (a) w tej klasie jest 20 uczniów
- (b) w tej klasie jest mniej niż 30 uczniów POPRAWNA
- (c) w tej klasie jest więcej niż 35 uczniów
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

H. Rzucając jednocześnie monetą i kostką do gry można otrzymać:

- (a) 12 różnych wyników POPRAWNA
- (b) 6^2 różnych wyników
- (c) 2^6 różnych wyników
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

I. Ania chce kupić na bal studniówkowy spódnicę, bluzkę i buty. W sklepie ma do wyboru: 6 różnych par butów, 5 różnych spódnic i 4 różne bluzki. Wobec tego może dokonać zakupu na:

- (a) 15 sposobów
- (b) 60 sposobów
- (c) 120 sposobów POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna

J. Wszystkich liczb czterocyfrowych, w których występują jedynie (mogące się powtarzać) cyfry ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, jest:

- (a) liczb tych jest $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$
- (b) liczb tych jest 4^5
- (c) liczb tych jest 5^4 POPRAWNA
- (d) żadna z odpowiedzi (a), (b), (c) nie jest poprawna