



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Geogebra – jak pomóc uczniowi pokonywać trudności pojęciowe przy pomocy technologii

Przemysław Kajetanowicz



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Typowe trudności

- Słabe przygotowanie z gimnazjum
- Nieporadność rachunkowa
- Problemy z abstrakcyjnymi pojęciami
- Nieumiejętność uważnego czytania
- Brak motywacji („matematyka to jeszcze jeden uciążliwy przedmiot”)

Zaprzęganie technologii do pomocy

- Ilustracje i animacje prezentowane na lekcji (tablica interaktywna)
- Dodatkowe materiały w Internecie
- Umożliwienie samodzielnych eksperymentów

Co to jest Geogebra

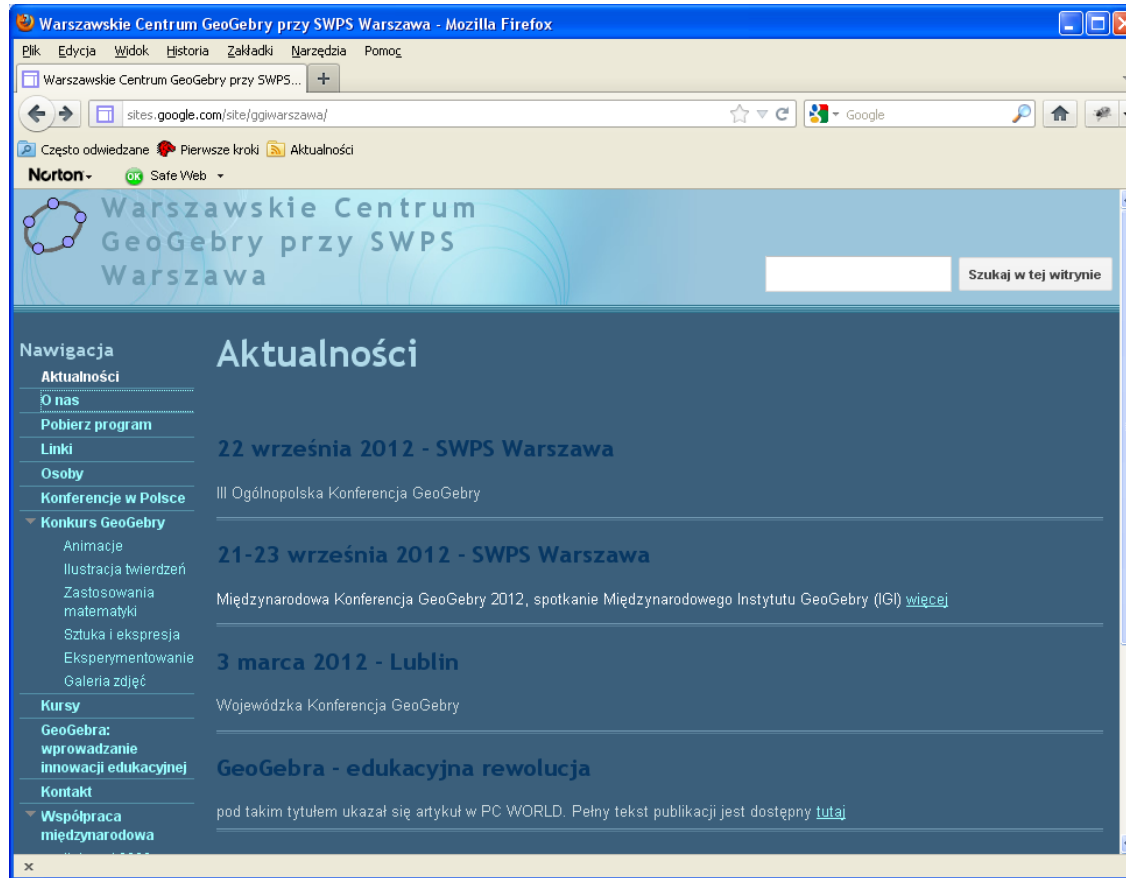
- W skrócie mówiąc, jest to program służący do:
 - tworzenia i prezentowania obiektów matematycznych
 - interaktywnego manipulowania tymi obiektami
- Umożliwia tworzenie atrakcyjnych interaktywnych ilustracji pojęć matematycznych
- Gotowy do użycia przez matematyka o zerowym przygotowaniu informatycznym
- Wyposażony w wiele funkcji matematycznych (łącznie z całkowaniem)
- Prosta i intuicyjna obsługa, szybkie efekty przy niewielkim nakładzie pracy
- Idealne narzędzie do eksperymentowania z pojęciami matematycznymi

Instytuty Geogebry



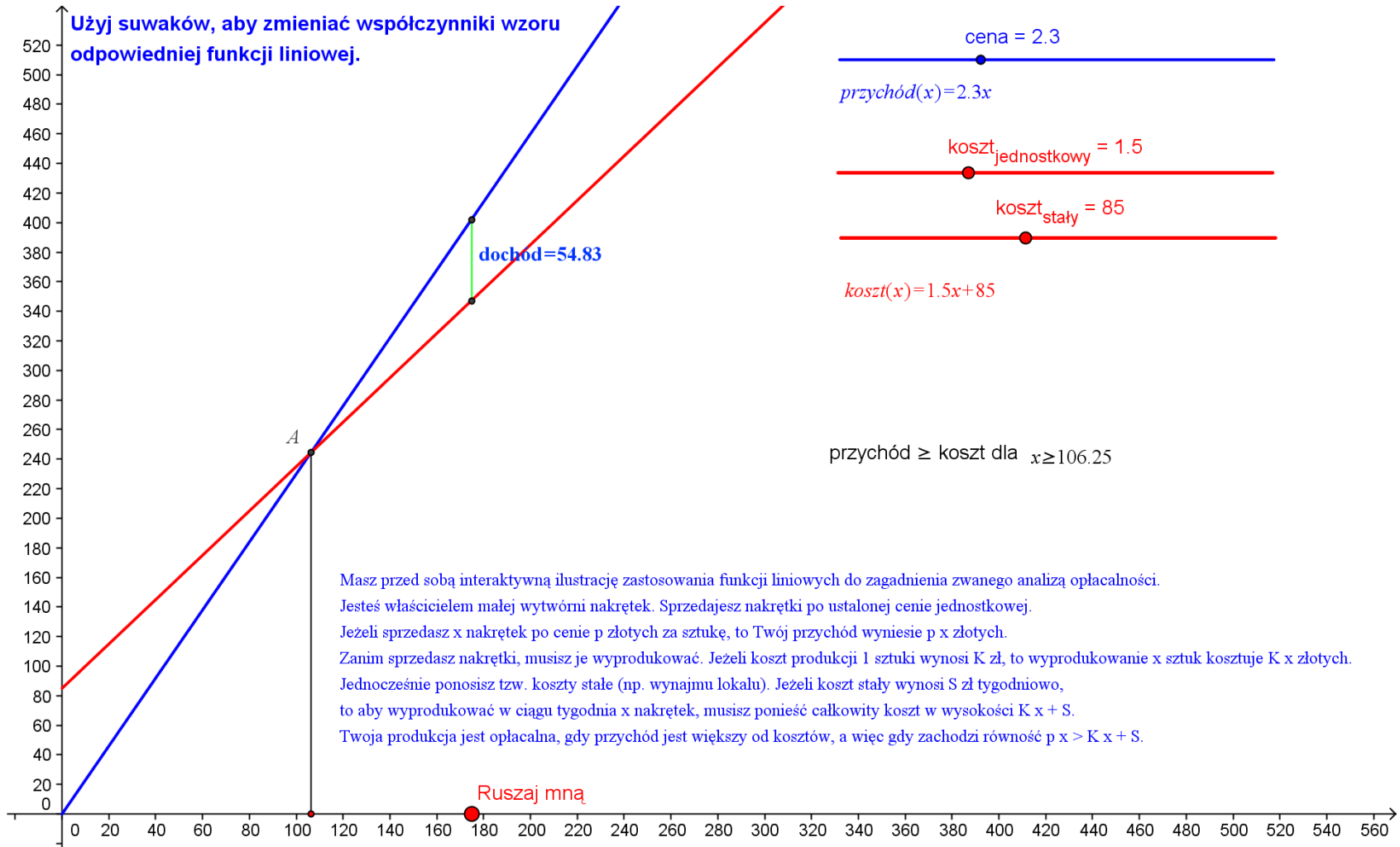
Od 10 lat szybki rozwój społeczności nauczycielskiej używającej Geogebry

Warszawskie Centrum Geogebry www.geogebra.pl

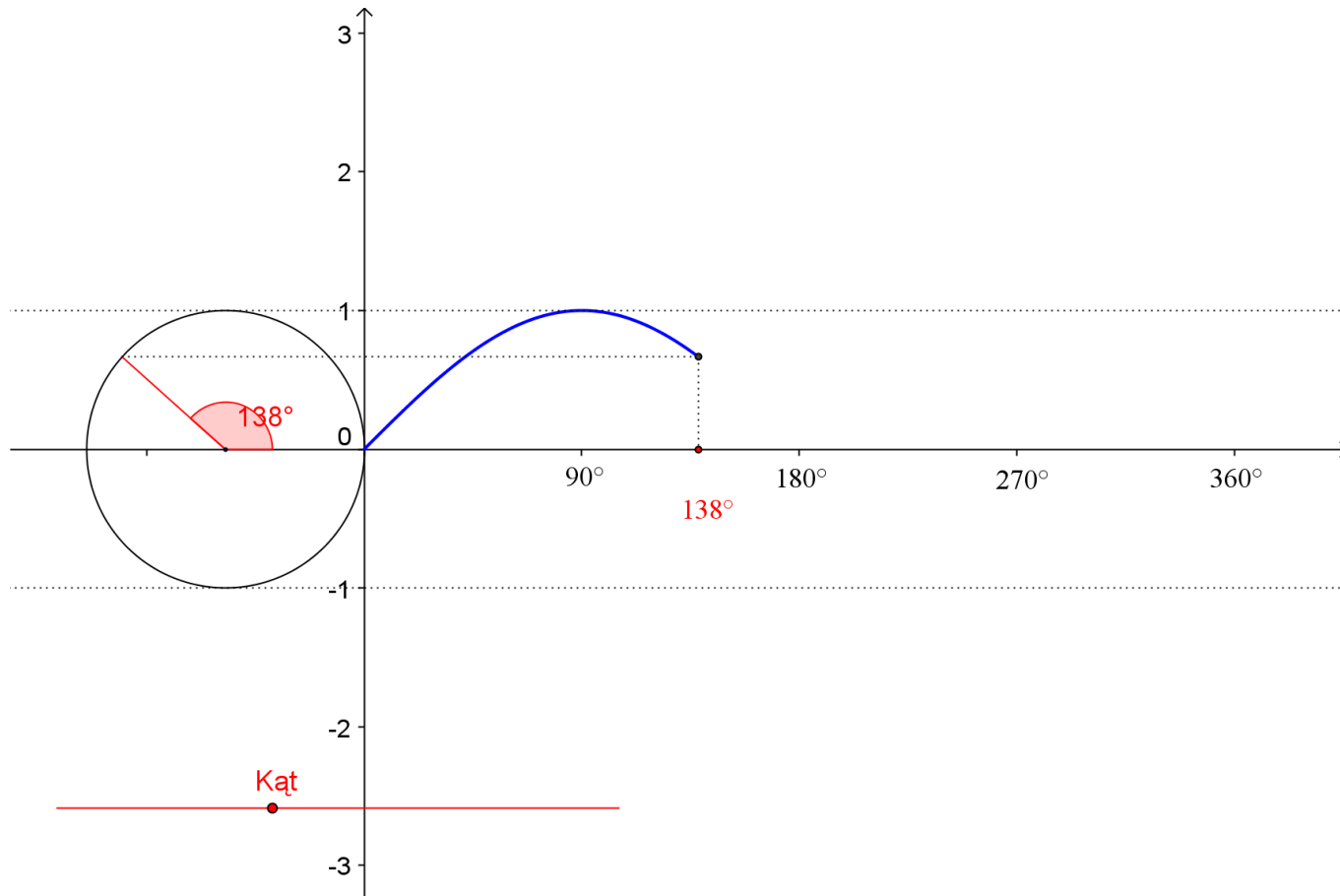


Ośrodek koordynujący wdrażanie Geogebry w Polsce

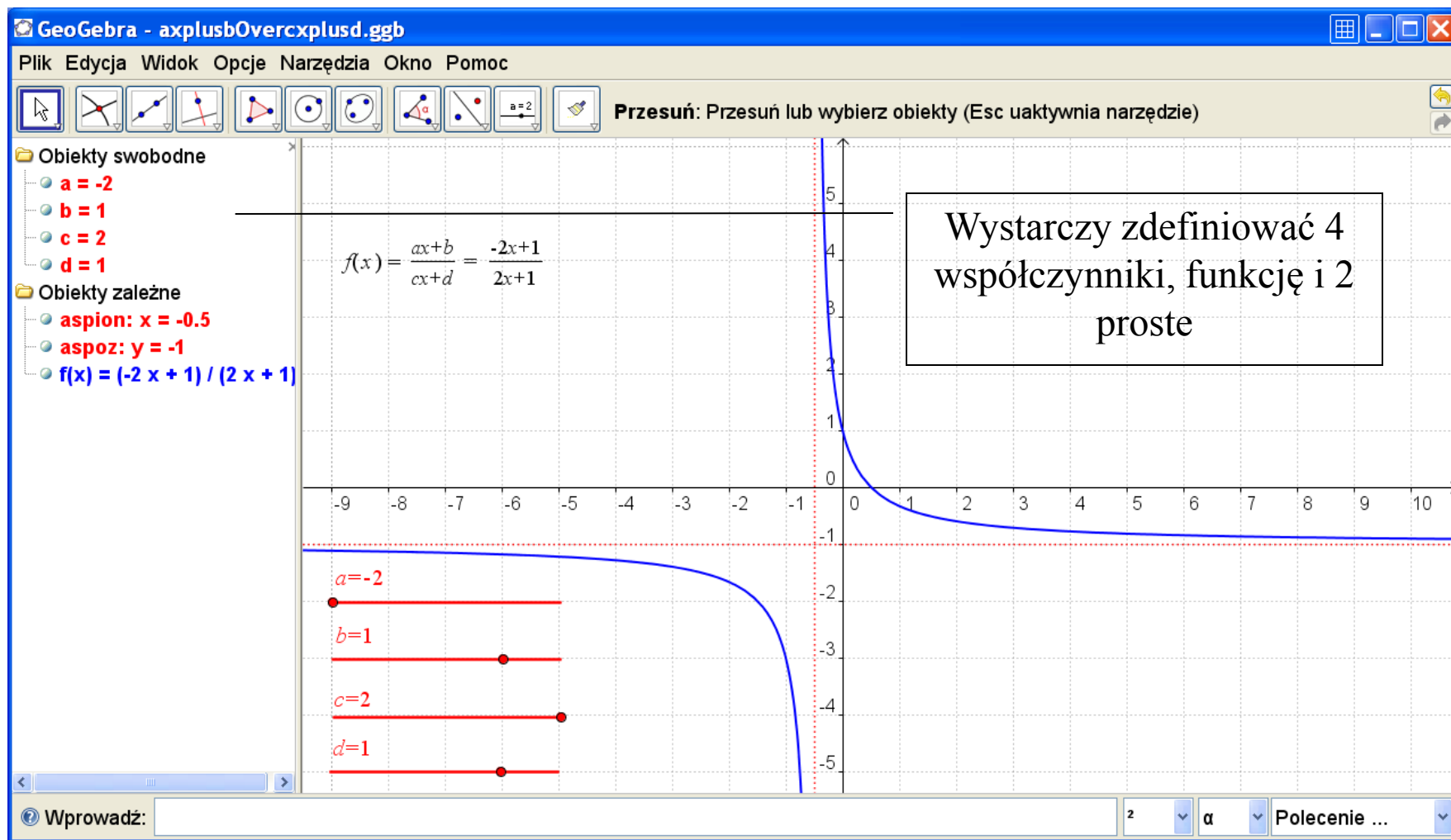
Interaktywne symulatory



Interaktywne animacje



Eksperymenty z funkcjami



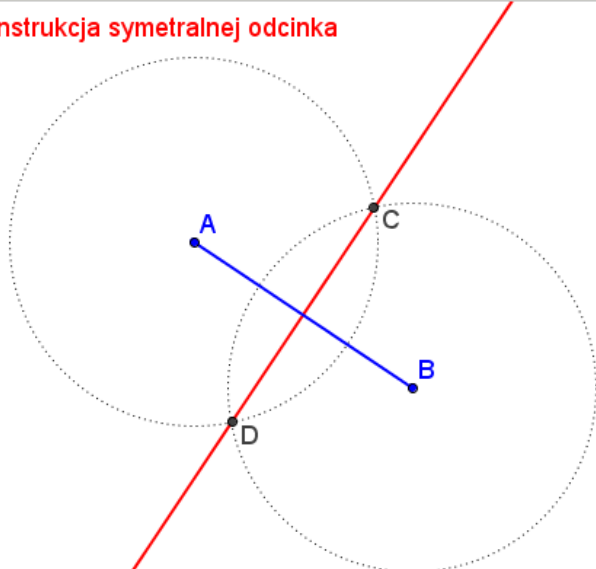
Konstrukcja symetralnej – wszystko myszą

GeoGebra - KonstrukcjaSymetralnejOdcinka.ggb

Plik Edycja Widok Opcje Narzędzia Okno Pomoc

Przesuń

Konstrukcja symetralnej odcinka



Rysujemy okrąg o środku w A i promieniu większym od połowy $|AB|$.

Rysujemy okrąg o środku w B i promieniu równym promieniowi poprzedniego okręgu.

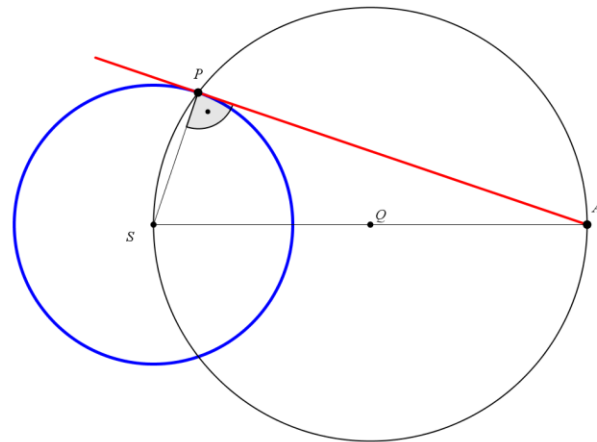
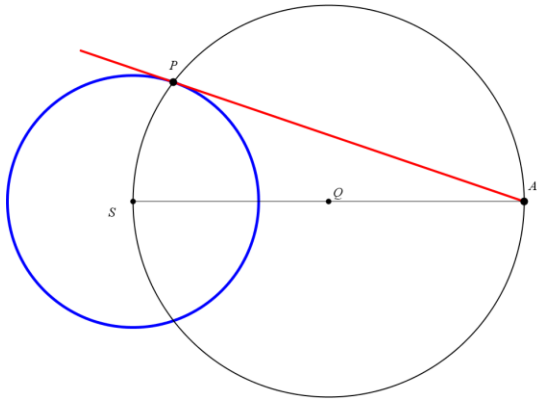
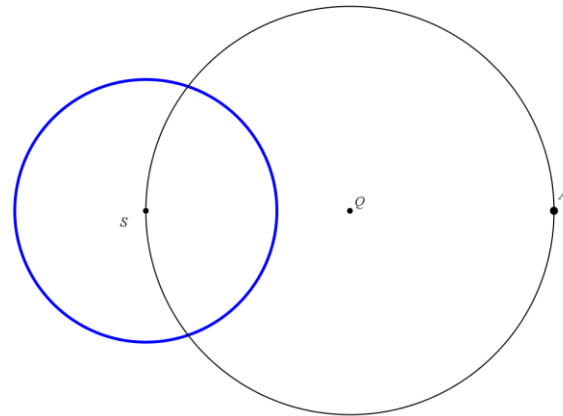
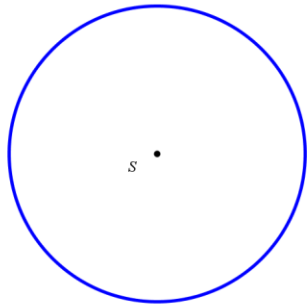
Prowadzimy prostą przez punkty wspólne obu okręgów.

12 / 12

Odtwórz 2 s

Wprowadź: 2 α Polecenie ...

Krokowo prezentowane konstrukcje



Ilustracje różnych faktów

GeoGebra - ProstokątnyNa2Podobne.ggb

Plik Edycja Widok Opcje Narzędzia Okno Pomoc

Przesuń: Przesuń lub wybierz obiekty (Esc uaktywnia narzędzie)

Obiekty swobodne

- A1 = (1, 1)
- B1 = (4, 1)
- C1 = (4, 6)
- Export₁ = (0.36, 5.3)
- Export₂ = (4.96, 0.63)

Obiekty zależne

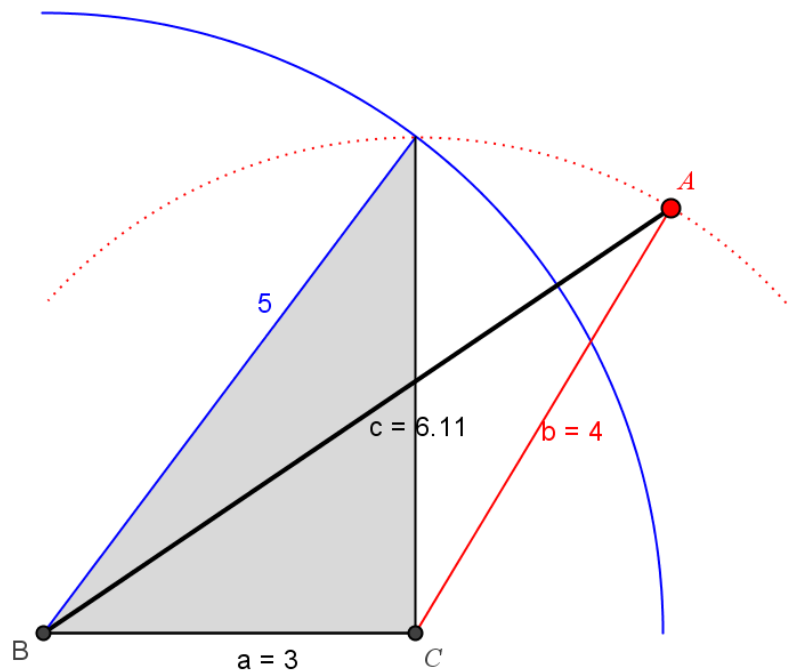
- E = (1.79, 2.32)
- a: $-5x + 3y = -2$
- b: $3x + 5y = 17$
- c = 5.83
- d = 5
- e = 3
- f = 2.57
- $\alpha = 59.04^\circ$
- $\beta = 59.04^\circ$
- $\gamma = 30.96^\circ$
- $\delta = 30.96^\circ$
- $\epsilon = 90^\circ$

Obiekty pomocnicze

Poruszaj czerwonym punktem.
Gdy kąt przy wierzchołku B jest prosty, to kąty BAD i CBD mają równe miary, podobnie jak kąty ABD i BCD.
Możesz to zaobserwować umieszczając punkt C na przecięciu linii siatki nad punktem B.

Wprowadź: α β Polecenie ...

Zobacz twierdzenie „na własne oczy”



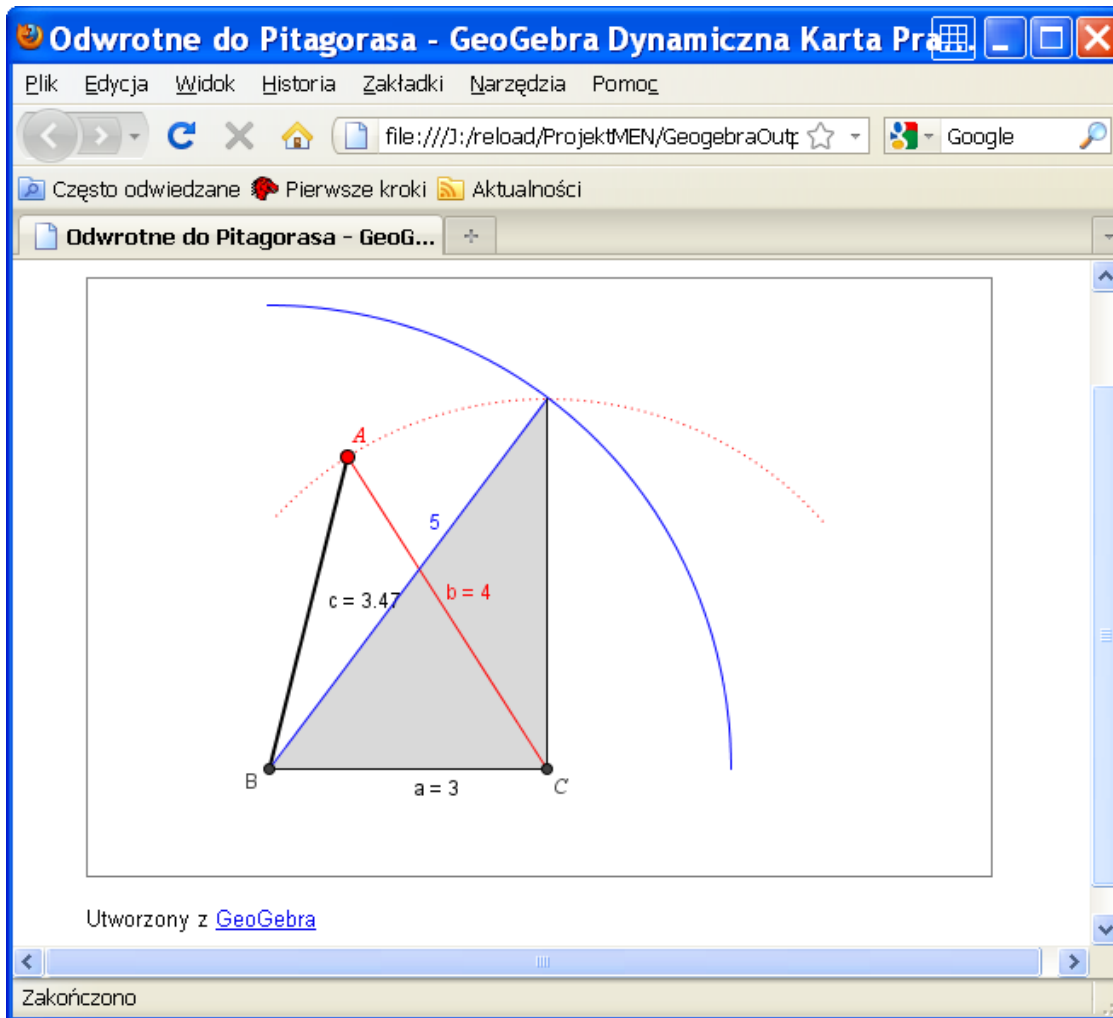
Poruszaj czerwonym punktem.

Zwróć uwagę, że równość

$$c^2 = a^2 + b^2$$

jest spełniona wtedy i tylko wtedy, gdy trójkąt jest prostokątny.

... również w przeglądarce www



Schemat Hornera do wypróbowywania „na żywo”

GeoGebra - SchematHornera.ggb

Plik Edycja Widok Opcje Narzędzia Okno Pomoc

Przesuń

	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0
	3	1	2	6	-3
		plus 6	14	32	76
mnożenie przez 2 →	3	jest 7	16	38	73
	b_3	b_2	b_1	b_0	

$W(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

Reszta z dzielenia $W(x)$ przez dwumian $x-a$

$Q(x) = b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0$

$W(x) = (x-a)Q(x) + R$

$$3x^4 + x^3 + 2x^2 + 6x - 3 = (x-2)(3x^3 + 7x^2 + 16x + 38) + 73$$

$a=2$ $x-a=x-2$

$a_4=3$

Wprowadź: 2 α Polecenie ...

Instalacja

GeoGebra - Mozilla Firefox

http://www.geogebra.org/cms/

GeoGebra

Polish

About Download Help Wiki Forum

Start Informacje Wydarzenia Społeczność Rozwój Zespół

GeoGebra

Bezpłatne oprogramowanie matematyczne do samodzielnego uczenia się i nauczania

Download

- Interaktywna grafika, algebra i arkusz kalkulacyjny
- Od szkoły podstawowej do poziomu uniwersyteckiego
- Darmowe materiały edukacyjne

Latest News

GeoGebra Summer of Code
Apply for a student job with GeoGebra from March 28 to April 8!

GeoGebra Conference Aug 29-31 in Austria with the release of GeoGebra 4

February Newsletter 2011
[GeoGebra Newsletter February 2011](#)

Events

Join us at one of our GeoGebra Events

Community

[International GeoGebra Institute](#) - our worldwide user community

1. Rozpocznij posługując się naszymi **Materiałami wprowadzającymi**

Wpisz swój adres e-mail i naciśnij Enter aby otrzymywać informacje o GeoGebra.

Google Custom Search

Download - Mozilla Firefox

http://www.geogebra.org/cms/en/download

Download

English

About Download Help Wiki Forum

Download Installers Portable

WebStart

Install and start GeoGebra on your computer. You will get a desktop icon to use our software offline too.

Webstart

E-Mail List

Type your e-mail address and press Enter to stay informed about GeoGebra.

Applet Start

Open a fully functional GeoGebra applet in your web browser. Nothing will be installed on your computer.

Applet Start

Offline Installers

You can also download an [offline installer](#) to give GeoGebra to students who don't have an Internet connection at home.

GeoGebra License

You are free to copy, distribute and transmit GeoGebra for non-commercial purposes. Please see the [GeoGebra license](#) for details.

Installers - Mozilla Firefox

http://www.geogebra.org/cms/en/installers

Installers

English

About Download Help Wiki Forum

Download Installers Portable

GeoGebra Installers

Download and install GeoGebra on your computer using one of our offline installation packages. You are free to copy, distribute and transmit GeoGebra for non-commercial purposes. Please see the [GeoGebra license](#) for details.

- Windows
- Mac OS X
- Ubuntu & Debian
- openSUSE
- XO - one laptop per child
- FreeBSD

Otwieranie GeoGebra-Windows-Installer-4-0-22-0.exe

Rozpoczęto pobieranie pliku:

GeoGebra-Windows-Installer-4-0-22-0.exe

Typ pliku: Binary File (11,2 MB)

Adres: <http://geogebra.googlecode.com>

Czy zapisać ten plik?

Zapisz plik Anuluj

Zaczynamy naukę

- Okna programu (algebra, grafika, arkusz kalkulacyjny)
- Narzędzia uruchamiane myszą
- Polecenia
- Protokół konstrukcji
- Eksport grafiki
- Dynamiczne karty pracy

Filozofia Geogebry w pigułce

Trzywidoki.ggb

Plik Edycja Widok Widoki Opcje Narzędzia Okno Pomoc

Przesuń: Przesuń lub wybierz obiekty (Esc uaktywnia narzędzie)

Widok Algebra Widok Grafiki Widok Arkusza

Obiekty swobodne

- $a = 1$
- $b = 2$
- $c = -1$
- $d = 1$
- $e = \text{true}$
- $h = \text{true}$
- $i = \text{true}$

Obiekty zależne

- $A = (-0.5, 1.5)$
- $B = (-2, 0)$
- $f(x) = x + 2$
- $g(x) = -x + 1$

The image shows a Geogebra window with a coordinate plane. A red line $f(x) = x + 2$ and a blue line $g(x) = -x + 1$ intersect at point $A(-0.5, 1.5)$. Point $B(-2, 0)$ is marked on the red line. The intersection point A is highlighted in green. The spreadsheet on the right shows the following data:

	A	B
1		
2		
3		
4	zerowef	-2
5	zeroweg	1
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		

Wprowadź: $C=(B5,0)$

Tworzenie obiektów samą myszą

The screenshot shows the 'NarzędziaGeometrii.ggb' software interface. The main workspace displays a geometric construction with several elements:

- A horizontal red line segment with a point labeled $\beta = 68^\circ$.
- A point D on a vertical line, with an angle $\beta = 68^\circ$ marked between a horizontal line and a line passing through D .
- A point A on a line, with a triangle ABC constructed below it. The angle at C is labeled α .
- A point B on a line, with a dashed circle centered at B .
- A point C on a line, with a triangle ABC constructed below it. The angle at C is labeled α .
- A point D on a line, with a triangle BCD constructed below it.

The left sidebar shows the 'Widok Algebra' (Algebra View) with the following objects:

- Obiekty swobodne (Free objects):
 - $A = (-1.11, 2.69)$
 - $B = (0.67, 2.93)$
 - $C = (-0.27, 1.25)$
 - $\beta = 68^\circ$
- Obiekty zależne (Dependent objects):
 - $A' = (1.33, -0.06)$
 - $B' = (1.78, 1.68)$
 - $C' = (2.98, 0.17)$
 - $D = (2.15, 3.12)$
 - $a = 1.92$
 - $a' = 1.92$
 - $b = 1.66$
 - $b' = 1.66$
 - $c = 1.8$
 - $c' = 1.8$
 - $d: -0.24x + 1.78y = 5$
 - $e: -0.24x + 1.78y = 2$
 - $f: -1.78x - 0.24y = -4$
 - $g: (x - 2.15)^2 +$
 - $h = 1.49$

The bottom status bar shows 'Wprowadź:' (Enter:).

Polecenia – cała matematyka 😊

The screenshot shows the gg4_nwd_nww.ggb software interface. The main window displays a number line with three points: a black dot at 'maks = 49', a red dot at 'a = 20', and a blue dot at 'b = 11'. Below the number line, the following mathematical results are shown:

$$NWW(a, b) = 220$$
$$NWD(a, b) = 1$$

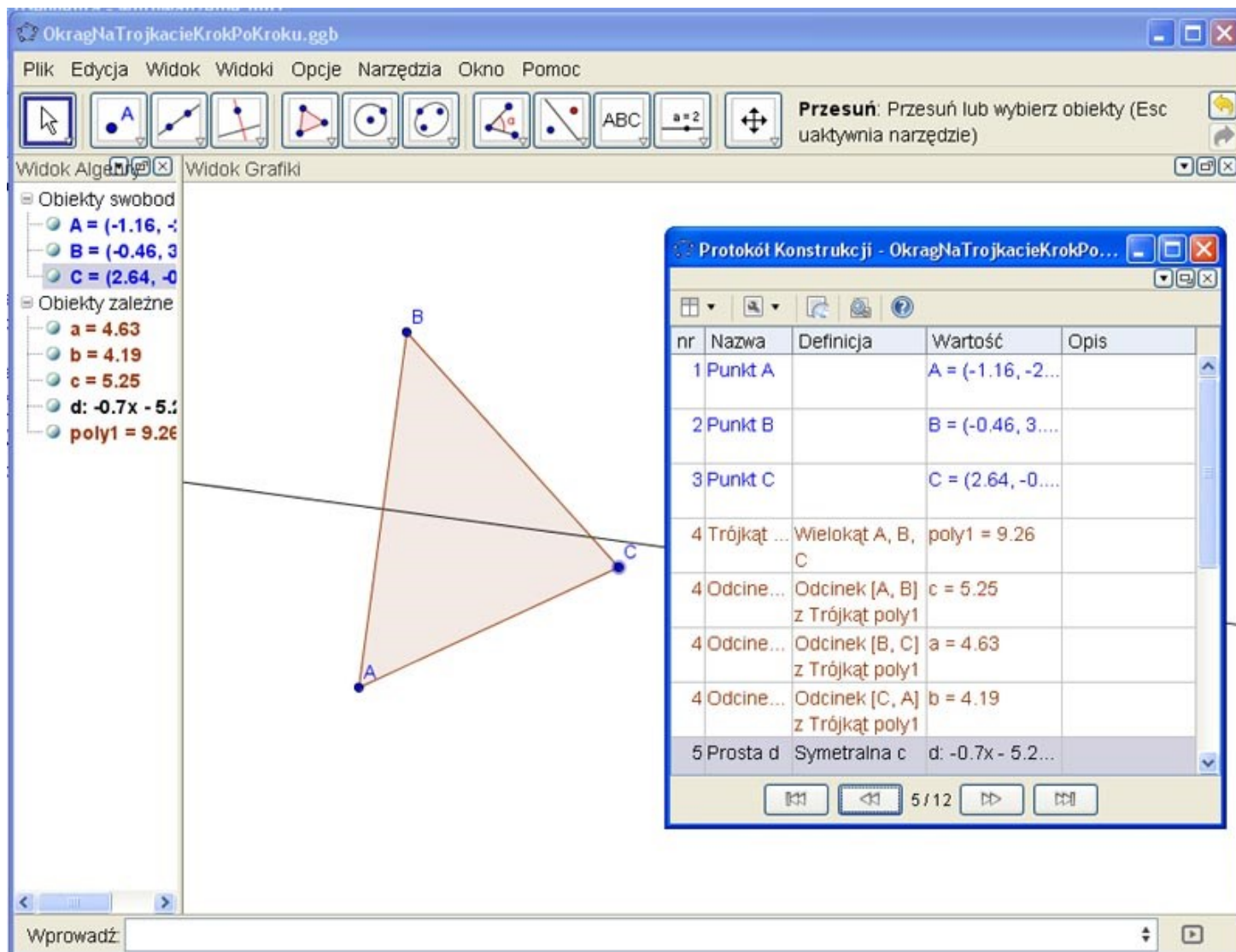
The interface includes a menu bar (Plik, Edycja, Widok, Widoki, Opcje, Narzędzia, Okno, Pomoc) and a toolbar with various geometric and algebraic tools. On the left, there is a 'Widok Algebraiczny' (Algebraic View) panel showing objects: 'a = 20', 'b = 11', 'maks = 49', 'nwd = 1', and 'nww = 220'. On the right, there is a 'Wprowadź Pomoc' (Help) panel with a list of commands under 'Algebra' and 'Funkcje i Obliczenia'.

Wprowadź Pomoc

- Wszystkie Polecenia
- Algebra
 - Czynniki Pierwsze
 - Dzielenie Całkowite
 - Max
 - Min
 - Najmniejsza Wspólna Wielokrotność
 - Największy Wspólny Dzielnik
 - Postać Kanoniczna
 - Reszta Dzielenia
 - Rozkład Na Czynniki
 - Rozwinięcie
 - Uprość
- Arkusz
- Funkcje i Obliczenia

Wklej Pokaż Pomoc online

Protokół konstrukcji



OkragNaTrojkacieKrokPoKroku.ggb

Plik Edycja Widok Widoki Opcje Narzędzia Okno Pomoc

Przesuń: Przesuń lub wybierz obiekty (Esc uaktywnia narzędzie)

Widok Algebra Widok Grafiki

Obiekty swobodne

- A = (-1.16, -2.26)
- B = (-0.46, 3.25)
- C = (2.64, -0.25)

Obiekty zależne

- a = 4.63
- b = 4.19
- c = 5.25
- d: $-0.7x - 5.2$
- poly1 = 9.26

Protokół Konstrukcji - OkragNaTrojkacieKrokPo...

nr	Nazwa	Definicja	Wartość	Opis
1	Punkt A		A = (-1.16, -2...	
2	Punkt B		B = (-0.46, 3...	
3	Punkt C		C = (2.64, -0....	
4	Trójkąt ...	Wielokąt A, B, C	poly1 = 9.26	
4	Odcinek ...	Odcinek [A, B] z Trójkąt poly1	c = 5.25	
4	Odcinek ...	Odcinek [B, C] z Trójkąt poly1	a = 4.63	
4	Odcinek ...	Odcinek [C, A] z Trójkąt poly1	b = 4.19	
5	Prosta d	Symetralna c	d: $-0.7x - 5.2...$	

Wprowadź

Materiały do nauki (www.geogebra.org)

GeoGebra - Mozilla Firefox

Plik Edycja Widok Historia Zakładki Narzędzia Pomoc

GeoGebra

www.geogebra.org/cms/

Często odwiedzane Pierwsze kroki Aktualności

Norton Safe Web

Polish

GeoGebra

O programie Pobieranie Pomoc Materiały Społeczność

Start Informacje Rozwój Zespół

GeoGebra

Bezpłatne oprogramowanie matematyczne do samodzielnego uczenia się i nauczania

[Download](#)

- Interaktywna grafika, algebra i arkusz kalkulacyjny
- Od szkoły podstawowej do poziomu uniwersyteckiego
- Darmowe materiały edukacyjne

Latest News

Luty Newsletter
[GeoGebra News Luty 2012](#)

Międzynarodowa Konferencja GeoGebry 2012
[21-23 września 2012](#)
[Warszawa, Polska](#)

Events
Join us at one of our [GeoGebra Events](#)

[f](#) [You Tube](#) [t](#) [g+](#)

Pierwsze kroki

1. Rozpocznij posługując się naszymi [Materiałami wprowadzającymi](#)
2. Zadawaj pytania na naszym [Forum Użytkowników](#)
3. Wykorzystaj nasze gotowe [Materiały edukacyjne](#)

E-mail lista

Wpisz swój adres e-mail i naciśnij Enter aby otrzymywać informacje o GeoGebra.

TUTAJ

Google™ Custom Search

Polski podręcznik

The screenshot shows the GeoGebra Wiki Main Page in Polish. The browser window title is "Tutorial:Main Page - GeoGebraWiki - Mozilla Firefox". The address bar shows the URL "wiki.geogebra.org/en/Tutorial%3AMain_Page?note=pl". The page features the GeoGebra logo and a navigation menu with links: "O programie", "Pobieranie", "Pomoc", "Materiały", and "Społeczność". A language dropdown menu is set to "English (UK)".

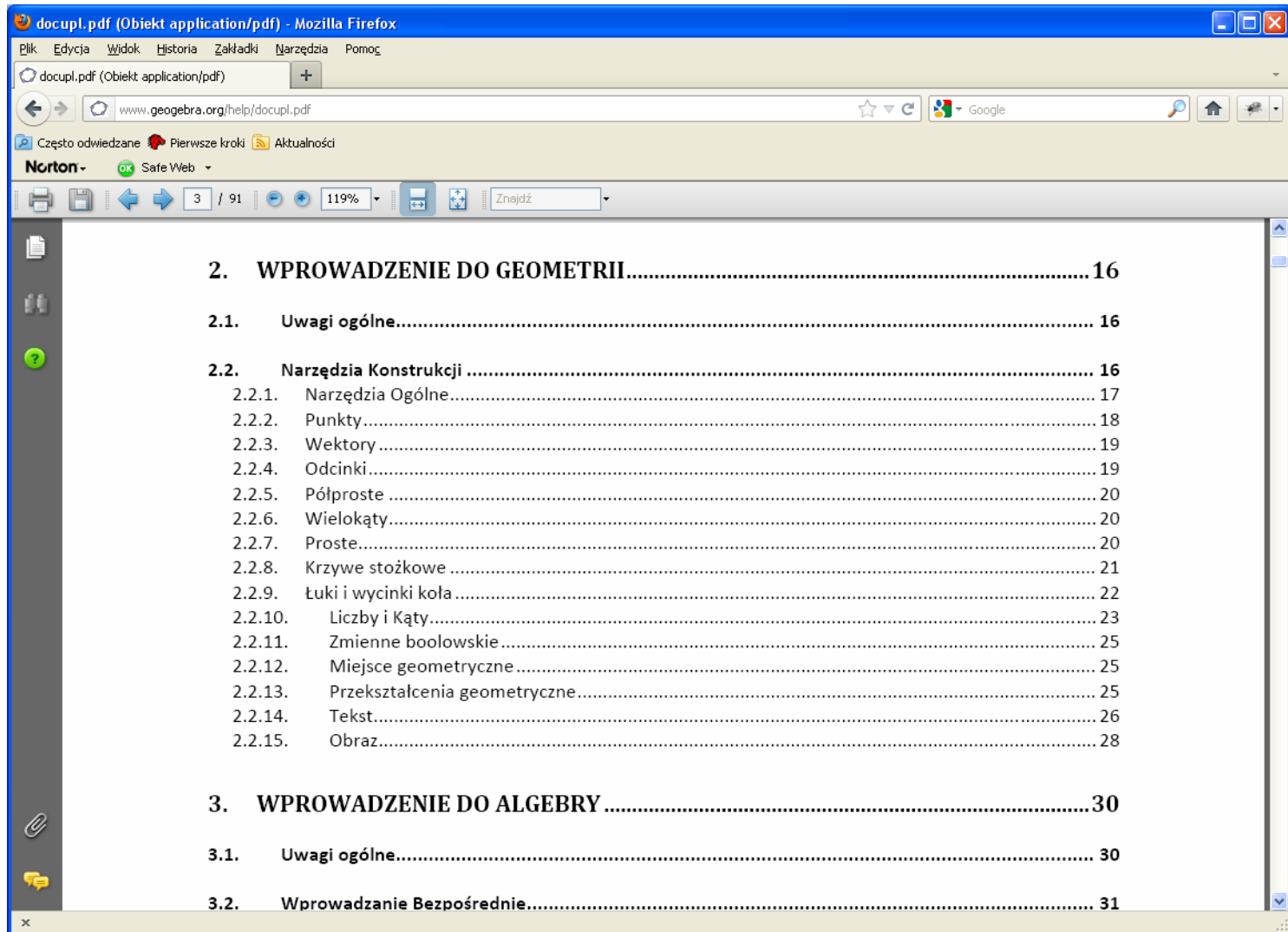
A warning banner at the top states: "To jest pomoc do GeoGebry 4.0 w języku angielskim. Możesz również zobaczyć pomoc do GeoGebry 3.2 w języku polskim - [HTML](#), [PDF](#)". A large red word "TUTAJ" is overlaid on the right side of the banner.

The main content area includes a breadcrumb trail: "Tutorial" (underlined), "Discussion", "View source", and "History". The title "Tutorial:Main Page" is followed by the text: "Check out our GeoGebra introductory materials. If you have questions these materials cannot answer, please visit the [GeoGebra User Forum](#)." Below this are sections for "Getting Started" (with links to "GeoGebra Quickstart (pdf)" and "Introduction to GeoGebra (pdf)"), "Tutorials For Beginners" (with links to "Midpoints and Quadrilaterals", "Constructing an Equilateral Triangle", "Constructing a Square", "Graphs and Sliders", "Tutorial:External tutorials", and "Tutorial:New features of Version 4.0"), and "Tutorials From Introductorybook" (with link to "Installation and Introduction").

A "Video Tutorials" section contains the text: "Watch tutorials and examples on [GeoGebra's YouTube channel](#)". Below this is a video thumbnail titled "Parabolas - What are they? GeoGebra" showing a GeoGebra interface with a parabola and a play button.

On the right side, there is a "Navigation" section with links to "Mainpage", "GeoGebra Manual", "Tools", and "Commands". Below that are sections for "Tutorials", "Publications", "Help", and "Village Pump". A "Search" section includes a search input field and "Go" and "Search" buttons. At the bottom right, there is a "Toolbox" section with links to "What links here", "Related changes", "Special pages", and "Permanent link".

Polski podręcznik



docupl.pdf (Obiekt application/pdf) - Mozilla Firefox

Plik Edycja Widok Historia Zakładki Narzędzia Pomoc

docupl.pdf (Obiekt application/pdf)

www.geogebra.org/help/docupl.pdf

Często odwiedzane Pierwsze kroki Aktualności

Norton - OK Safe Web

3 / 91 119%

Znajdź

2. WPROWADZENIE DO GEOMETRII.....	16
2.1. Uwagi ogólne.....	16
2.2. Narzędzia Konstrukcji	16
2.2.1. Narzędzia Ogólne.....	17
2.2.2. Punkty.....	18
2.2.3. Wektory	19
2.2.4. Odcinki.....	19
2.2.5. Półproste	20
2.2.6. Wielokąty.....	20
2.2.7. Proste.....	20
2.2.8. Krzywe stożkowe	21
2.2.9. Łuki i wycinki koła	22
2.2.10. Liczby i Kąty.....	23
2.2.11. Zmienne boolowskie	25
2.2.12. Miejsce geometryczne	25
2.2.13. Przekształcenia geometryczne.....	25
2.2.14. Tekst.....	26
2.2.15. Obraz.....	28
3. WPROWADZENIE DO ALGEBRY	30
3.1. Uwagi ogólne.....	30
3.2. Wprowadzanie Bezpośrednie.....	31

Jak najefektywniej się tym posługiwać ?

- Wypróbować proste narzędzia geometrii
 - Punkt, prosta, odcinek, okrąg
 - Przecięcie obiektów
 - Proste prostopadłe i równoległe
 - Okręgi, kąty
- Zdefiniować kilka funkcji w linii poleceń, pobawić się wykresami, punktami przecięcia itp.
- Zdefiniować obiekt geometryczny w linii poleceń (np. wpisać tam równanie prostej)
- „Poczuć” dualizm geometryczno-algebraiczny
Geogebra

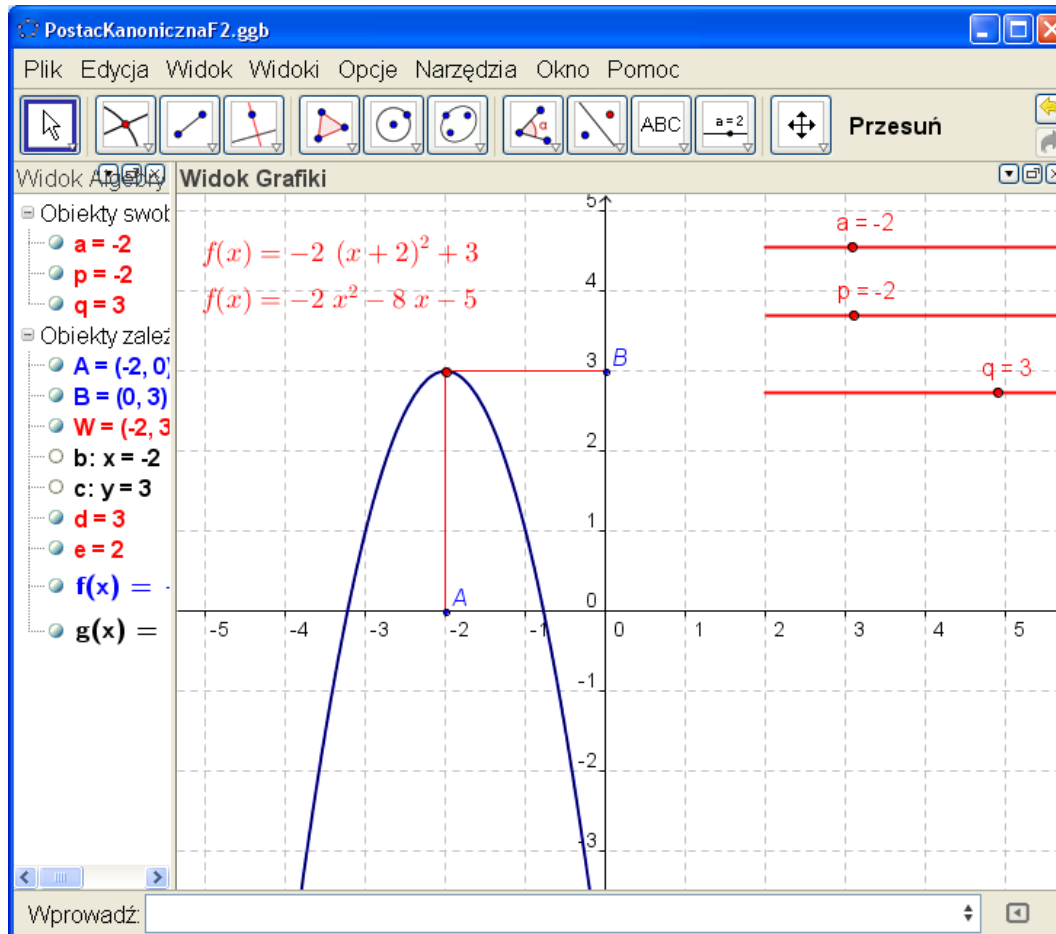
Jak wykorzystać na lekcji

- Najlepiej tablica interaktywna (ew. laptop+rzutnik)
- Przemyśleć, czy dane zagadnienie lub pojęcie da się łatwo zilustrować (zaczynać od łatwych)
- Konstrukcje geometryczne można przygotować w domu i pokazywać za pomocą nawigacji krok po kroku
- Własności funkcji można omawiać tworząc ilustrację przy uczniach (bo łatwe), np.:
 - Zdefiniować dwie liczby a , b , po czym:
 - „ożywić suwaki”
 - zdefiniować $f(x) = a x + b$
 - zacząć eksperymenty (stawianie pytań, badanie odpowiedzi w Geogebry; np. związki między położeniem wykresu a współczynnikami a i b itp.)
- Po 4 miesiącach używania Geogebry będziemy ograniczeni tylko własną pomysłowością

Przykład objaśniania nowego pojęcia – funkcja kwadratowa

- Wpisujemy w linii poleceń:
 - $a = 2$
 - $p = 1$
 - $q = -3$
- Definiujemy $f(x) = a(x-p)^2 + q$
- Uruchamiamy suwaki sterujące wartościami parametrów
- Stawiamy pytania, szukamy odpowiedzi eksperymentalnie

Szybki efekt małym nakładem pracy





KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Dziękuję za uwagę