KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Uniwersytety Młodzieżowe Matematyczne

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

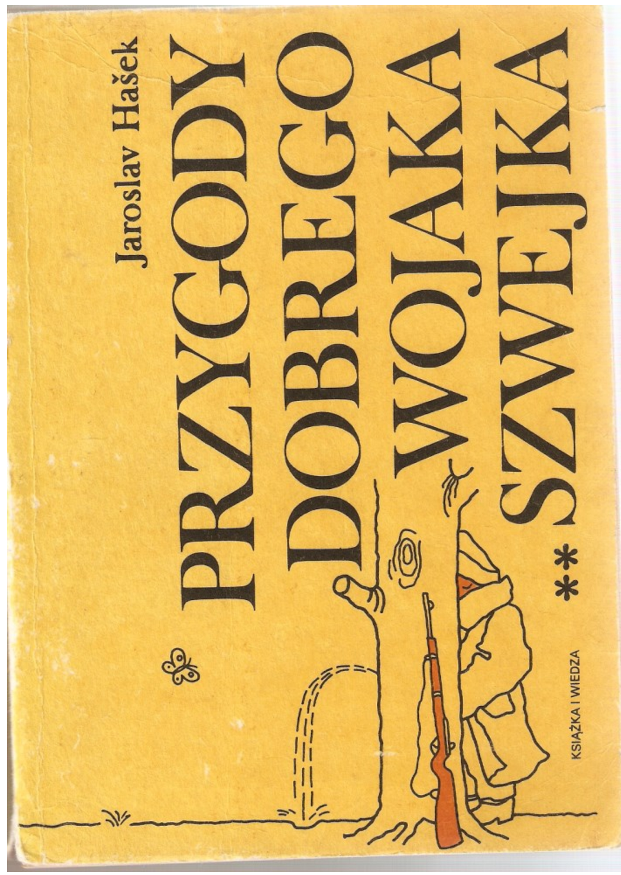
Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

dr Stanisław Domoradzki

01.10.2011

Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki



— Dość tego ględzenia — odezwał się znowuż głos feldfebla Nasaklo. — Habt acht! Rechtsschaut! Herrgott, jak wy to robicie!

— Mam „Schultert!" Więc przy „Rechtsschaut!" moja prawa ręka zjeżdża po rzemieniu na dół, obejmuje szyjkę, a ja podrzucam głowę na prawo. Potem „Habt acht!", więc prawą ręką chwytam rzemień, a głowa moja zwraca się prosto na pana.

I znowuż odzywał się głos feldfebla:

— In die Balanz! Beim Fuss! In die Balanz! Schultert! Bajonett auf! Bajonett ab! Fällt das Bajonett! Zum Gebet! Vom Gebet! Kniet nieder zum Gebet! Laden! Schiessen! Schiessen halbrechts! Ziel Stabswagon! Distanz 200 Schritt... Fertig! An! Feuer! Selzt ab! An! Feuer! An! Feuer! Setzt ab! Aufsatz normal! Patronen versorgen! Ruht![1]

Feldfebel skręcił papierosa, Szwejk zaś oglądał tymczasem numer karabinu i zaczął mówić:

— 4268! Akurat taki sam numer miała pewna lokomotywa w Peczkach na szesnastym torze szlaku. Mieli ją wyprawić do depo w Łysej nad Łabą do remontu, ale sprawa nie była wcale taka prosta, jak się zdaje, bo ten maszynista, panie feldfebel, co ją miał prowadzić, nie umiał zachowywać w pamięci liczb. Więc inspektor szlaku wezwał go do kancelarii i mówi: „Na szesnastym torze jest lokomotywa numer 4268. Ja wiem, że pan nie ma dobrej pamięci do liczb, a gdy się panu jaką liczbę wypisze na kartce, to pan kartkę gubi. Skoro więc ma pan taką słabą pamięć do liczb, to proszę uważać, a ja panu dowiodę, że to bardzo łatwo zapamiętać sobie jakąkolwiek liczbę. Patrz pan: lokomotywa, którą ma pan odstawić do Łysej nad Łabą, ma numer 4268. Więc baczność: pierwsza liczba — czwórka, druga — dwójka. Możesz pan już zapamiętać 42, to jest dwa razy dwa, o ile bierze się rzecz od dwójki, albo też mamy 4 podzielone przez 2 równa się dwom i znowuż masz pan 4 i 2 obok siebie. A teraz, tylko nic się pan nie bój, ile to będzie dwa razy cztery? Osiem, nieprawdaż? Więc wbij pan sobie w pamięć, że ósemka z tej liczby jest ostatnią w tym szeregu. Gdy więc już pan wie, że pierwsza liczba jest 4, potem idzie 2, a czwarta jest 8, to i trzecią zapamiętać nietrudno, jeśli się sprytnie zabrać do rzeczy. Strasznie to proste, bo chodzi o 6. Pierwsza 4, druga 2, czyli że razem 6. Murowane i pewne, że tej szóstki z trzeciego miejsca zapomnieć nie można.

[1] Balansuj! Do nogi broń! Balansuj! Na ramię broń! Bagnet na broń! Bagnet zdjąć! Bagnet do pochwy! Do modlitwy! Po modlitwie! Klęknąć do modlitwy! Ładuj! Pal! Prawo w skos pal! Cel: wagon sztabowy! Celownik 200 kroków... Gotów! Cel! Pal! Spocznij! Cel! Pal! Cel! Pal! Spocznij! Celownik normalny! Rozładuj broń! Spocznij! (niem.)

i oto masz pan liczbę 4268 utkwioną w głowie na zawsze. Albo też może pan dojść do tych samych wyników w sposób jeszcze prostszy...”

Feldfebel przestał palić i wytrzeszczył oczy na Szwejka.

— Kappe ab![1] — zamruczał pod nosem, a Szwejk z wielką powagą mówił dalej:

— Więc zaczął mu objaśniać ten łatwiejszy sposób, żeby numer lokomotywy 4268 nie wyleciał z pamięci. Gdy się od 8 odejmuje 2, zostaje 6. A więc już masz 68. Sześć mniej dwa równa się cztery, jest więc i czwórka, czyli 4-68, a gdy się wstawi na drugie miejsce dwójkę, to się ma całą liczbę: 4-2-6-8. Można tę rzecz zrobić jeszcze łatwiej, przy pomocy mnożenia i dzielenia, a rezultat jest taki sam. Pamiętaj pan tylko tyle, że dwa razy 42 równa się 84. Rok ma dwanaście miesięcy. Odliczamy więc dwanaście od 84 i pozostaje 72, od tego odliczamy jeszcze 12 miesięcy, mamy 60. Szóstka jest już murowana, a zero odrzucamy. Wiemy już 42, 68, 4. Kiedyśmy już skreślili zero, to skreślimy i tę czwórkę na końcu i znowuż ogromnie jasno i wyraźnie otrzymujemy 4268, czyli numer lokomotywy, którą trzeba odstawić do depo w Łysej nad Łabą. A z dzieleniem sprawa też jest nietrudna. Wyliczam sobie koeficjent[2] według taryfy celnej. Czy panu słabo, panie feldfebel? Jeśli pan chce, to mogę zacząć od *general de charge*. Fertig! Hoch an! Feuer![3] E, do pioruna! Pan kapitan nie powinien był wysyłać nas na takie ostre słońce. Trzeba lecieć po nosze.

Przywołany lekarz stwierdził porażenie słoneczne albo też ostre zapalenie opon mózgowych.

Kiedy feldfebel odzyskał przytomność, Szwejk, stojąc nad nim, rzekł:

— Muszę to panu dokończyć. Czy pan myśli, panie feldfebel, że ten maszynista sobie to zapamiętał? Wszystko pomieszał i poplątał, i pomnożył przez trzy, ponieważ przypomniał sobie o Trójcy Bożej. No i nie znalazł tej lokomotywy, która zapewne jeszcze ciągle stoi na torze 16.

Feldfebel znowuż zamknął oczy.

Szwejk wrócił do wagonu i na pytanie, gdzie bawił tak długo, odpowiedział:

— Kto innych uczy laufszrytu, sam musi robić sto razy „Schultert”!

Na końcu wagonu, w kącie trząsł się ze strachu Baloun. Pod nieobecność Szwejka, kiedy się kura dogotowywała, zeżarł pół jego porcji.

---

[1] Czapkę zdjąć (niem.)

[2] Współczynnik.

[3] Gotuj broń! Nabij broń! Cel! Pal! (niem.)

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

- Charakterystyczną cechą uczenia się matematyki jest rozwiązywanie specjalnie dobranych zadań. Od przedszkola do szkoły średniej rozwiązywanie zadań jest głównie źródłem doświadczeń logicznych.

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

- Prof. Edyta Gruszczyk-Kolczyńska *w książce: Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji* (Edukacja Polska, Warszawa, 2009) wymienia: trudności **zwyczajne (**nie należy się niepokoić, ważne, aby uczeń sobie z nimi radził, nawet czasem pomocy kolegi, korepetytora, trzeba je dostrzec).

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

- **Nadmierne trudności** pojawiają się gdy się od uczniów wymaga więcej niż są w stanie wykonać. Te trudności obserwujemy już od starszych klas szkoły podstawowej, kiedy możemy zaobserwować podawanie zbyt trudnych zadań przez nauczyciela. Z tego, że kilkoro uczniów rozwiązało trudne zadania, nauczyciel sądzi, że pozostali są mniej ambitni i nie chce się im trudzić, najczęściej w szkole średniej szafuje niskimi ocenami.

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

- **Trudności specyficzne**, to trudności, mimo włożonego wysiłku przez ucznia, które są związane z rozumieniem matematycznych zależności, rozumieniem pojęć, twierdzeń itp.

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

- W Rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej przez **specyficzne trudności** rozumie się trudności w uczeniu odnoszące się do uczniów w normie intelektualnej, którzy mają trudności w przyswajaniu treści nauczania, wynikające ze specyfiki ich funkcjonowania percepcyjno–motorycznego i poznawczego, nieuwarunkowane schorzeniami neurologicznymi

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

- Od 1 września 2011 roku stopniowo wchodzi do polskich przedszkoli, szkół i placówek nowy model udzielania i organizacji pomocy psychologiczno – pedagogicznej uczniom, ich rodzicom i nauczycielom. Gimnazjum i szkoła ponadgimnazjalna mają stać się miejscem, w którym młodzież uzyska w dokonywaniu wyborów co do dalszego kształcenia, bądź zawodu.
- Uczeń będzie miał Kartę Indywidualnych Potrzeb Ucznia

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

- **Dobrze będzie, jeśli nauczyciel potrafi:**
- Przygotować i zanalizować obserwację indywidualną ucznia rozwiązującego celowo dobrane zadania ;
- zauważyć błędy w wypowiedziach uczniów;
- przeprowadzić wywiad z rodzicami ucznia na temat stosunku ucznia do uczenia się matematyki;
- zorganizować prace w zespołach uczniowskich ukierunkowanych na wspólne rozwiązywanie problemów;

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

- stworzyć projekt dotyczący wspólnego rozwiązywania przez uczniów problemów dnia codziennego związanych z uczniem się matematyki;
- wykorzystać gry i zabawy, programy komputerowe w kształceniu matematycznym ucznia;
- potrafi pobudzić i wspierać rozwój inteligencji emocjonalnej ucznia;

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

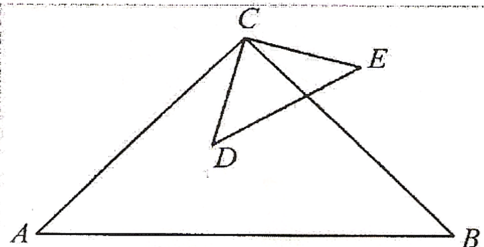
- znaleźć literaturę przedmiotu;
- dostrzegać specyficzne trudności w uczeniu się matematyki.

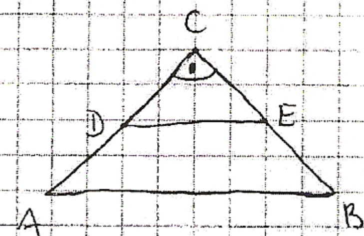
Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

- Przykład

Zadanie 28. ***(2 pkt)***

Trójkąty prostokątne równoramienne ABC i CDE są położone tak, jak na poniższym rysunku (w obu trójkątach kąt przy wierzchołku C jest prosty). Wykaż, że $|AD| = |BE|$.





Są to 2 trójkąty równoramienne.

Mniejszy trójkąt jest odzwierciedleniem w odpowiedniej skali. Powiększony ΔABC

$|CE| = |CD|$

$|CA| = |CB|$

metoda na krzyż

$|EB| = |AD|$

$|CE| = |CD|$

$|CA| = |CB|$

~~$|CE| \cdot |CB| = |CD| \cdot |CA|$~~

~~$C^2CB \cdot (EC + EB) = C^2DC \cdot (DC + DA)$~~ $| : C^2$

~~$CB \cdot (EC + EB) = DC \cdot (DC + DA)$~~

~~$C^2BE + CB^2E = D^2C^2 + D^2CA$~~

~~$BE + CB^2E = D^2 + D^2CA$~~

~~$2B^2 + 2E + C$~~

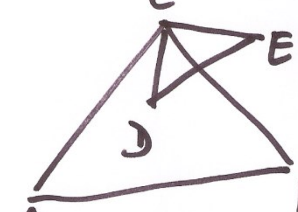
0

1

Egz. maturalny

Zadanie maturalne

Trójkąty prostokątne równoramienne ABC i CDE są położone tak, jak na poniższym rysunku (przy C kąt prosty). Wykaż, że $|AD| = |BE|$



$$|\cancel{C}E| = |\cancel{C}D|$$

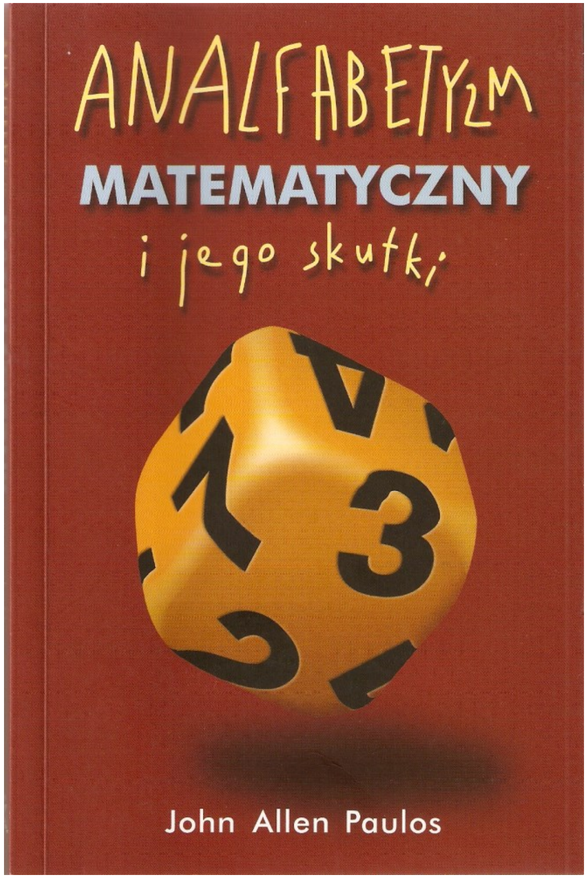
$$|\cancel{C}A| = |\cancel{C}B|$$

metoda na krzyż

$$|EB| = |AD|$$

Czy to już analfabetyzm matematyczny, tylko formalizm

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki



Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

„Ze wszystkich przedmiotów zawsze najbardziej nie lubiłem matematyki”.

„Nieważne, ile to będzie kosztowało: milion, miliard czy bilion dolarów. Ważne, aby w końcu coś zrobić w tej sprawie”.

„Przez tych wszystkich terrorystów nie jedziemy z Jerrym do Europy”.

Analfabetyzm matematyczny, czyli brak elementarnej swobody w posługiwaniu się liczbami i w ocenianiu prawdopodobieństwa, nęka zbyt wielu skądinąd wykształconych obywateli. Ci sami ludzie, których szokują pomyłki w użyciu słów takich jak „implikować” i „wnioskować”, nie okazują najmniejszego zmieszania z powodu najbardziej nawet jaskrawych gaf związanych z liczbami. Pamiętam, jak podczas pewnego przyjęcia jeden z gości zanudzał obecnych analizowaniem różnicy między znaczeniem słów „stale” i „ciągle”. Nieco później oglądaliśmy wspólnie prognozę pogody. Telewizyjny synoptyk oznajmił, że jest 50% szans na deszcz w sobotę i 50% w niedzielę, mamy więc stuprocentową pewność, że w weekend będzie padało. Uwaga ta nie doczekała się komentarza ze strony domorosłego gramatyka. Kiedy wyjaśniłem mu, na czym polega błąd, jego reakcja była dość obojętna i nie można jej porównać ze wzburzeniem, jakie wywołałoby użycie przez synoptyka niewłaściwego imiesłowu.

W rzeczywistości często niemal obnosimy się ze swoją ignorancją matematyczną, w odróżnieniu od innych, starannie ukrywanych, ułomności: „Nie umiem nawet sprawdzić, czy nie przekroczyłam stanu konta". „Jestem humanistą, nie mam głowy do liczb". „Nigdy nie znosiłem matematyki". Jedną z przyczyn tej przewrotnej dumy jest to, że konsekwencje ignorancji nie są zazwyczaj tak oczywiste jak w przypadku innych naszych słabych stron.

Ponieważ jestem głęboko przekonany, że konkrety łatwiej trafią do czytelników niż ogólne refleksje, książka ta zawiera wiele przykładów rzeczywistych sytuacji, w których analfabetyzm matematyczny daje o sobie znać: oszustwa giełdowe, wybór małżonka, horoskopy, cudowne diety, prognozy rozwoju choroby, ryzyko związane z terroryzmem, astrologia, rekordy sportowe, wybory, dyskryminacja ze względu na płeć, UFO, ubezpieczenia i prawo, psychoanaliza, parapsychologia, loterie, testy na zażywanie narkotyków itd.

Starałem się zbytnio nie rozwodzić na temat kultury masowej czy systemu edukacyjnego; te ogólne uwagi i obserwacje, które jednak znalazły się w książce, zostały — mam taką nadzieję — wsparte przykładami. Moim zdaniem, niektóre kłopoty w posługiwaniu się liczbami i ocenianiu prawdopodobieństwa to naturalna reakcja psychologiczna na niejasność sytuacji, występowanie zbiegów okoliczności bądź sposób sformułowania zadania. Inne przeszkody mogą wynikać z lęków lub romantycznych nieporozumień co do natury i znaczenia matematyki.

Jedną z rzadko omawianych konsekwencji analfabetyzmu matematycznego jest jego związek z wiarą w pseudonaukę; w książce zbadamy powiązania między tymi dwoma zjawiskami. To szczególnie smutne, że w społeczeństwie, w którym inżynieria genetyczna, technologia laserowa i mikroelektronika codziennie wzbogacają nasze rozumienie świata, tak wielu dorosłych ludzi wciąż wierzy w karty Tarota, moc kryształu i media zapewniające łączność z tamtym światem.

Jeszcze drastyczniejszy jest rozdźwięk między naukową oceną ryzyka jakichś poczynań a społecznym jego odczuwaniem. Rozdźwięk ten może być przyczyną nieuzasadnionego paraliżującego strachu lub prowadzić do wysuwania nierealnych, ekonomicznie rujnujących żądań absolutnych gwarancji. Politycy rzadko są w tym względzie pomocni; ponieważ muszą się liczyć z opinią publiczną, niechętnie ujawniają stopień możliwych zagrożeń i kompromisy związane z prawie każdą decyzją.

Ponieważ książka poświęcona jest głównie różnym ułomnościom, takim jak: brak perspektywy liczbowej, przykładanie nadmiernej wagi do nieistotnych zbiegów okoliczności, naiwna wiara w pseudonaukę, niezdolność do uznawania społecznych kompromisów itp. — duża jej część ma charakter demaskatorski. Mam jednak nadzieję, że mimo wszystko uniknąłem nazbyt pryncypialnego i strofującego tonu, tak częstego w podobnych publikacjach.

Starałem się odwoływać jedynie do podstawowych pojęć z teorii prawdopodobieństwa i statystyki; mimo swojej głębi nie wymagają one od czytelnika niczego oprócz zdrowego rozsądku i znajomości arytmetyki. Niektóre z omawianych w książce kwestii rzadko są prezentowane w sposób dostępny szerszej publiczności. Moi studenci dobrze się przy nich bawią, choć zazwyczaj zadają pytanie: „Czy będzie z tego sprawdzian?" Sprawdzianu nie będzie — można czuć się swobodnie i bezkarnie omijać trudniejsze fragmenty.

W książce zwracam uwagę na to, że matematyczni analfabeci przejawiają silną skłonność do odnoszenia wszystkiego do siebie — własne doświadczenia lub relacje mediów, skupiające się na dramaturgii zdarzeń i przeżyciach konkretnych osób, wprowadzają ich w błąd. Oczywiście nie oznacza to, że matematycy są bezosobowymi formalistami. Sam taki nie jestem i książka również takich cech nie ma. Moim celem było dotarcie do wykształconych analfabetów matematycznych — przynajmniej do tych, których strach przed matematyką nie jest aż tak duży, by słowo „number" czytali automatycznie: „numb-er"*. Jeżeli czytelnicy uświadomią sobie, do jakiego stopnia ignorancja matematyczna przenika nasze życie — zarówno prywatne, jak i publiczne — będę mógł uznać, iż moja praca warta była podjętego trudu.

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

- Początki matematyki, jako dyscypliny naukowej kojarzone są Grecją, a przede wszystkim z imieniem Talesa z Miletu. (VII / VI w. pne). On podobno był pierwszym autorem dowodów matematycznych. Takim podejściem (stwierdzenia prawd ogólnych wraz z logicznym uzasadnieniem) przesiąknięta była cała późniejsza matematyka, która przecież długo funkcjonowała jako część filozofii.

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

- Pitagorejczycy, skupieni wokół Pitagorasa z Samos (570 p.n.e. – 497 p.n.e.) całą swoją filozofię świata oparli o związki między liczbami. Twierdzili, że wszystkie prawidłowości świata można wyrazić liczbami: *Elementy liczb są elementami wszystkich rzeczy, cały świat w ogóle jest harmonią i liczbą*

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

- W wielu programach nauczania matematyki na świecie generalnie jako cel kształcenia określa się pewne kompetencje którymi uczeń powinien się charakteryzować, kończąc szkołę; rzadziej określa się formy pracy, jak i zakres materiałowy. Nie jest najważniejsze *czego* uczeń się uczy, ani nawet jak się tego uczy. Najważniejsze jest po co się tego uczy.

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

Matematyka jest częścią kulturowego dziedzictwa ludzkiego sposobu myślenia, który powinien być dostępny dla każdego. Każde uczeń powinien mieć okazję do:

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

- zapoznania się z podstawowymi ideami i metodami matematyki oraz uznać ich naturę oraz wartość
- rozwijania zdolności do używania matematyki do rozwiązywania problemów, rozumowań oraz komunikowania się, jak również do poczucia się być świadomym i pewnym w ich stosowaniu.

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

- Zofia Krygowska, która stworzyła metodę czynnościowego nauczania matematyki, sformułowała (1981) następujące argumenty za uczeniem matematyki w szkołach:

1. można wykorzystać specyficzne cechy tej dyscypliny dla intelektualizacji postaw młodego człowieka przez dostosowaną dla jego poziomu matematyczną aktywność, dla uświadomienia mu znaczenia i efektywności teoretycznego myślenia w toku rozwiązywania problemów,

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

2. można rozwinąć intuicje numeryczne, wielkościowe i przestrzenne potrzebne człowiekowi do całościowego, syntetycznego ujmowania stosunków ilościowych i jakościowych,

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

3. można uczniom przyswoić rudymenty aparatu pojęciowego, elementy uniwersalnego języka i metod rozumowania specyficznego dla matematyki, co jest konieczne dla technologicznego świata i perspektyw jego rozwoju, oraz umiejętność posługiwania się tym aparatem, tym językiem i tymi metodami w rozwiązywaniu problemów życia i przyszłego zawodu

Materiały do zajęć: Rozpoznawanie i wspomaganie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki

- można przyswoić uczniowi podstawowe techniki uczenia się matematyki, umiejętność korzystania z różnych źródeł informacji matematycznej i przez to przyczynić się do przyswojenia mu ogólnej techniki uczenia się, koniecznej w epoce, w której „stałe uczenie się jest formą bycia człowieka”.

Domoradzki S.,Interakcja nauczyciel – uczeń, Komentarz dydaktyczny – Przykłady, Disputationes scentificae, Universitatis Catholicae in Ružomberok 3 (2003), s. 11 – 20.

- Podmiotowość i kwestie z nią związane towarzyszą człowiekowi i jego działalności od wieków. Powracają, gdy mówimy o ludzkim życiu i nadawaniu mu sensu, problemach egzystencjalnych i możliwościach egzystencji człowieka w świecie. Ostatnio, w dobie społeczeństwa globalnego, wiele energii intelektualnej poświęca się podmiotowości uczniów i studentów w procesie kształcenia.

Domoradzki S.,Interakcja nauczyciel – uczeń, Komentarz dydaktyczny – Przykłady, Disputationes scentificae, Universitatis Catholicae in Ružomberok 3 (2003), s. 11 – 20.

- Bardzo ważnym warunkiem efektywnego procesu kształcenia na każdym etapie rozwoju człowieka jest podmiotowe traktowanie jego uczestników. Oznacza to poszanowanie ich prawa do tożsamości, własnej autonomii i niepowtarzalności, czyli humanistycznego i partnerskiego do nich podejścia oraz dostrzegania w każdym Osoby.

Domoradzki S.,Interakcja nauczyciel – uczeń, Komentarz dydaktyczny – Przykłady, Disputationes scentificae, Universitatis Catholicae in Ružomberok 3 (2003), s. 11 – 20.

- Mianem nauczycieli podmiotowych określa się tych nauczycieli, którzy samodzielnie dobierają cele i treści nauczania, metody pracy, formy organizacyjne i środki dydaktyczne. Tacy nauczyciele doskonalą swój warsztat pracy rozumiany bardzo szeroko, w tym i interakcje międzyludzkie.

Domoradzki S.,Interakcja nauczyciel – uczeń, Komentarz dydaktyczny – Przykłady, Disputationes scentificae, Universitatis Catholicae in Ružomberok 3 (2003), s. 11 – 20.

- Nauczyciele ci mają skłonności do refleksji nad tym co robią, zastanawiają się: kim są dla uczniów w klasie, w szkole, kim są dla rodziców, dla współmieszkańców, sąsiadów. Starają się rezygnować z kierowania procesem nauczania na rzecz współuczestnictwa w nim. Zbyt często jeszcze obserwujemy nauczycieli, którzy w procesie nauczania pouczają, nie chcą, nie potrafią być dla uczniów partnerami

Domoradzki S.,Interakcja nauczyciel – uczeń, Komentarz dydaktyczny – Przykłady, Disputationes scentificae, Universitatis Catholicae in Ružomberok 3 (2003), s. 11 – 20.

- Jedną z fundamentalnych zasad pedagogiki jest idea dialogu pomiędzy nauczycielem a uczniem. Podmiotowe traktowanie uczniów wymaga zachowania we wzajemnych relacjach takich postaw jak: akceptacja, empatyczne rozumienie.

Domoradzki S.,Interakcja nauczyciel – uczeń, Komentarz dydaktyczny – Przykłady, Disputationes scentificae, Universitatis Catholicae in Ružomberok 3 (2003), s. 11 – 20.

- Tradycyjny sposób nauczania matematyki jest oparty na wyjaśnianiu. Nauczyciel stara się, używając przenośni, przenieść wiadomości z własnej głowy do głów uczniowskich. Główną rolę odgrywa w nim nauczyciel.

Domoradzki S.,Interakcja nauczyciel – uczeń, Komentarz dydaktyczny – Przykłady, Disputationes scentificae, Universitatis Catholicae in Ružomberok 3 (2003), s. 11 – 20.

- Konstruktywistyczny sposób nauczania jest oparty na samodzielnej pracy ucznia. Nauczyciel stwarza przyjazny klimat i za pomocą właściwych zadań motywuje uczniów do samodzielnej pracy. Każdy z uczniów samodzielnie konstruuje swoje wyobrażenia, swoje poznanie, nauczyciel dyskutuje z uczniami o ich wątpliwościach, przemyśleniach, poglądach.

Domoradzki S.,Interakcja nauczyciel – uczeń, Komentarz dydaktyczny – Przykłady, Disputationes scentificae, Universitatis Catholicae in Ružomberok 3

(2003), s. 11 – 20.

- Nauczyciel w czasie dyskusji z uczniami spełnia tylko rolę moderatora. Konstruktywistyczny sposób nauczania sprzyja podmiotowemu traktowaniu uczniów na lekcjach matematyki.

Gruszczyk – Kolczyńska E. Emocjonalne uwarunkowania uczenia się matematyki na poziomie klas początkowych (Wiadomości Matematyczne XXVII(1986), s. 115- 131).

- E. Gruszczyk – Kolczyńska stwierdziła, że funkcjonowanie dzieci podczas rozwiązywania zadań matematycznych zależy od następujących czynników:
- *1. Treści zadania, złożoności struktury matematycznej, zadania, także od sposobu zapoznania dzieci z jego treścią. Percepcja zadania zależy między innymi od tego, czy dziecko przeczyta je samodzielnie z podręcznika, czy zadanie przedstawi nauczyciel, czy tez formułuje je rówieśnik z klasy […].*

- *2. Społecznych warunków rozwiązywania zadania [...]. Uruchamiane przez nauczyciela formy nacisku mogą pomóc dziecku skupić uwagę, lecz także mogą stanowić dodatkowy element frustracyjny.*

- *3. Określonych cech osobowości rozwiązującego: stan motywacji, dojrzałość emocjonalna […], ukształtowane nastawienia wobec pokonywania trudności zawartych w zadaniach wymagających wysiłku intelektualnego, system nawyków racjonalnego zachowania się podczas trudności pokonywania trudności, wreszcie poziom wiadomości i umiejętności matematycznych potrzebnych do rozwiązania danego zadania[…].*

- Autorka podkreśla, że *pokonywanie trudności jest integralną częścią uczenia się matematyki* (podkreślenie S. D.). Dziecko powinno przeżywać trudności w uczeniu się matematyki po to, aby samodzielnie pokonać część z nich i aby nabyło do nich odpowiednie nastawienie. Dlatego też nauczanie podające, w którym zauważamy często presje typu: pomyśl dobrze, spróbuj jeszcze raz, podaj prawidłowy wynik, kto pokaże jak trzeba to rozwiązać, nie sprzyja kształtowaniu własnego sposobu rozumienia matematyki.

Domoradzki S.,Interakcja nauczyciel – uczeń, Komentarz dydaktyczny – Przykłady, Disputationes scentificae, Universitatis Catholicae in Ružomberok 3 (2003), s. 11 – 20.

- Już na początku szkolnej edukacji dziecka, kiedy kształtujemy metody dodawania i odejmowania w pamięci, stosujemy liczne sposoby pamięciowego mnożenia i dzielenia, wykorzystujemy własności działań w rachunku pamięciowym, zwracamy uwagę na różne sposoby liczenia w pamięci w odniesieniu do dużych liczb. Ponadto kształtujemy różnorodne reprezentacje liczb i arytmetycznych operacji, w tym efektywne, niestandardowe sposoby obliczeniowe.
-

Domoradzki S.,Interakcja nauczyciel – uczeń, Komentarz dydaktyczny – Przykłady, Disputationes scentificae, Universitatis Catholicae in Ružomberok 3 (2003), s. 11 – 20.

- Niezwykle istotnym jest szacowanie wielkości wyniku wykonywanego obliczenia.
- Praca z uczniem powinna dostarczać okazji do opanowania tych umiejętności w możliwie największym zakresie. Z punktu widzenia metodyki informacji o liczeniu pamięciowym wyróżniamy dwie strategie:
- – pisemny algorytm wykonywany w pamięci,
- – pamięciowa reprezentacja, przedstawienia za pomocą wyobrażenia pewnej sytuacji.

Domoradzki S.,Interakcja nauczyciel – uczeń, Komentarz dydaktyczny – Przykłady, Disputationes scentificae, Universitatis Catholicae in Ružomberok 3 (2003), s. 11 – 20.

- Aby przybliżyć wymienione strategie zacytujemy przykład podany: wykonaj działanie: 1998+4= i działanie odwrotne: 2002 –4=

Domoradzki S.,Interakcja nauczyciel – uczeń, Komentarz dydaktyczny – Przykłady, Disputationes scentificae, Universitatis Catholicae in Ružomberok 3 (2003), s. 11 – 20.

- Jeśli wykonujemy działanie pierwsze w pamięci zgodnie i z wyuczonym algorytmem, to możemy zapisać za pomocą następujących piętnastu kroków.
- Wyliczmy jakich, powinna to być kompetencja dostępna do wszystkich.

Domoradzki S.,Interakcja nauczyciel – uczeń, Komentarz dydaktyczny – Przykłady, Disputationes scentificae, Universitatis Catholicae in Ružomberok 3 (2003), s. 11 – 20.

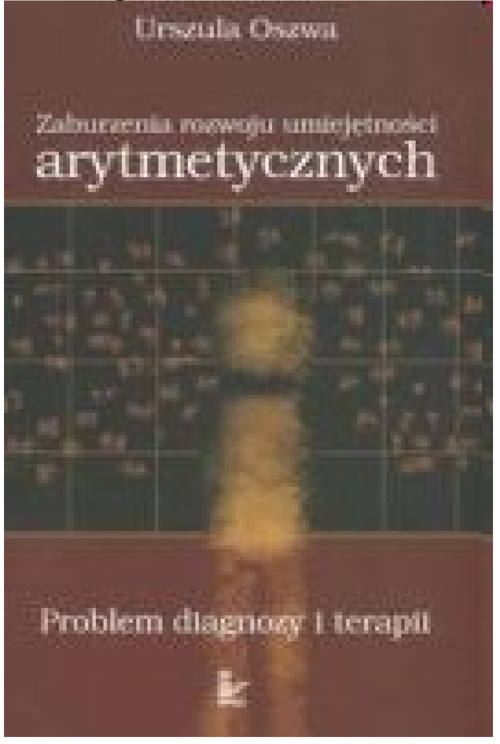
- Przy algorytmicznym podejściu rozwiązujący pracuje z liczbami. Przy podejściu globalnym pracuje z wyobrażeniem liczby 2000 jako filarem ćwiczenia.

Domoradzki S.,Interakcja nauczyciel – uczeń, Komentarz dydaktyczny – Przykłady, Disputationes scentificae, Universitatis Catholicae in Ružomberok 3 (2003), s. 11 – 20.

- W szkole ważniejsze są pisemne algorytmy, a to dlatego, że są zunifikowane. Wszyscy uczniowie stosują algorytm w podobny sposób. Dla nauczycieli trudniejszym do sprawdzenia jest drugie ze wspomnianych podejść, w którym dzieci wyobrażają sobie pewną sytuację opartą o wybraną reprezentację liczby 2000 i jej sąsiedztwa. Na przykład 1998 dla niektórych to 2000 zł. bez 2.

U. Oszwa, Zaburzenia...

- Informacje o dyskalkulii rozwojowej są zaczerpnięte z książki U. Oszwy



Trudności w uczeniu się matematyki

- Dyskalkulia rozwojowa jest strukturalnym zaburzeniem zdolności matematycznych, mających swe podłoże w zaburzeniach genetycznych i wrodzonych tych części mózgu, które są bezpośrednim, podłożem anatomiczno – fizjologicznym dojrzewania zdolności matematycznych odpowiednio do wieku, bez jednoczesnego zaburzenia ogólnych funkcji umysłowych.

U. Oszwa, Zaburzenia...

- Czyli dyskalkulia rozwojowa obejmuje specyficzne zaburzenie zdolności matematycznych w kontekście normalnego rozwoju umysłowego. Jest rozpoznawana jako zaburzenie, gdy występują istotne różnice pomiędzy aktualnymi zdolnościami matematycznymi dziecka a tymi, które są odpowiednie dla jego wieku.

U. Oszwa, Zaburzenia...

- Dyskalkulia rozwojowa jest terminem opisującym zaburzenia, które wykazują pochodzenie genetyczne, związane z dysfunkcjami okolic mózgu, będących ograniczonym podłożem zdolności operowania liczbami.

U. Oszwa, Zaburzenia...

- W międzynarodowej klasyfikacji zaburzeń i chorób (amerykańskiej DSM-IV(1994), europejskiej ICD-10(1997;2000) przeczytamy *mathematics disorder (zaburzenie matematyczne)*

U. Oszwa, Zaburzenia...

- *Zaburzenie matematyczne* zostanie rozpoznane jeśli spełnione będą rozpoznane następujące kryteria diagnostyczne:

A- zdolności matematyczne są istotnie poniżej wieku chronologicznego, poziomu inteligencji oraz odpowiadającemu wiekowi poziomu edukacji;

U. Oszwa, Zaburzenia...

- **B** - Zakłócenia opisane w A znacząco zaburzają osiągnięcia szkolne, czynności dnia codziennego, które wymagają korzystania z czynności matematycznych.
- **C** – jeżeli współwystępują deficyty sensoryczne, to zaburzenia zdolności matematycznych są poważniejsze niż te, które zwykle towarzysza takim deficytom.

U. Oszwa, Zaburzenia...

- Podwyższony poziom pobudzenia i aktywności (nadruchliwość),
- Obniżony poziom aktywności (ociężałość, pasywność, brak tolerancji na ruch, niepewność podczas poruszania się),
- Trudności z koncentracją uwagi,

U. Oszwa, Zaburzenia...

- Opóźniony rozwój ruchowy, niezgrabność ruchowa, obniżony poziom koordynacji wzrokowo – ruchowej, trudności z utrzymaniem równowagi, problemy z samoobsługą i samodzielnością,

U. Oszwa, Zaburzenia...

- Zaburzenia praksji czyli planowania motorycznego,
- Zaburzenia percepcji słuchowej,
- Zaburzenia percepcji wzrokowej,
- Opóźniony rozwój mowy,
- Słaba organizacja zachowania (bałagan wokół swojej osoby, własnego miejsca pracy, słabe wyczucie odległości),
- Zaburzone relacje społeczne i problemy w kontaktach społecznych z innymi ludźmi,

U. Oszwa, Zaburzenia...

- Trudności z nauką: czytaniem, pisaniem, matematyką (trudności z rozpoznawaniem liter, cyfr, mylenie i odwracanie liter, pismo lustrzane, przekręcanie sylab, wyrazów, czytanie wyrazów od końca, trudności z pamięciowym opanowaniem rachunków)

U. Oszwa, Zaburzenia...

- Obniżona sprawność w zakresie grafomotoryki (nieprawidłowe napięcie mięśniowe, nieprawidłowy chwyt narzędzia pisarskiego, szybka męczliwość, podpieranie się podczas pisania, czytania),
- Niska samoocena,
- Problemy emocjonalne (nadpobudliwość emocjonalna, brak stabilności

5.2.1. Zasady terapii dzieci z dysleksją i dyskalkulią według A. Henderson i E. Miles (2001)

Odwrotnie niż w przypadku wskazówek sformułowanych na podstawie wyników badań przez Strang i Rourke, proponowane zalecenia stanowią syntezę doświadczenia autorek w pracy z dziećmi z zaburzeniami rozwoju umiejętności czytania, pisania oraz liczenia. Obejmują następujące wskazania:

1. Zachęcanie i wzbudzanie zainteresowania matematyką poprzez ukazywanie jej przydatności i obecności w sytuacjach codziennych.
2. Nauczanie polisensoryczne na wszystkich etapach.
3. Specjalne pomoce: karty cyfrowe, tabliczka mnożenia; tablice z wzorami operacji i ich znaków oraz określeniami elementów działania (składniki, suma, odjemna, odjemnik, różnica, czynnik, iloczyn, dzielna, dzielnik, iloraz itp.).
4. Wprowadzanie szacowania, czyli zachęcanie dzieci do podawania orientacyjnego wyniku, bez dokładnego liczenia.
5. Istotność rozumienia języka matematycznego, lista terminów priorytetowych (koncentracja na liczbach 1, 10, 100, 200, 1 000).
6. Duża rola komunikatów werbalnych i wyjaśnień, nawiązujących do opisu procesu dochodzenia do wyniku; rozmowa o procesie uczenia się i rozwiązywania zadania.
7. Liczenie pamięciowe jako ważna część każdej jednostki lekcyjnej.
8. Ćwiczenia uwzględniające słabą pamięć krótkoterminową, niski poziom uczenia się językowego, obniżoną organizację wzrokowo-przestrzenną dzieci z dysleksją i dyskalkulią.
9. Potrzeba działania z użyciem dodatkowych pomocy audiowizualnych, praca na poziomie enaktywnym, z manipulacją obiektami do liczenia, przyrządami pomiaru, wskazówkami zegara, kartkami kalendarza itp.
10. Głośne myślenie, rysunek, kolor dla lepszego zapamiętania, nagrywanie na kasetę audio procesu myślenia, zaangażowanie motoryki dużej (odmierzanie krokami).
11. Wdrażanie do uporządkowanego działania, dającego poczucie pewności, łączenie wiedzy w logiczną całość, dzielenie jej na porcje łatwo przyswajalne dla ucznia.
12. Unikanie oceny metody stosowanej przez ucznia, nawet jeżeli jest długa i żmudna, przyzwolenie na jej używanie, dopóki sam z niej nie zrezygnuje.

Czynnościowe nauczanie matematyki

- Pojęcia matematyczne są tutaj konstruowane przez uczniów – tak jak w konstruktywiźmie poznawczym. Psychologiczną podstawą tego nurtu jest więc psychologia wywodząca się od Piageta. Ważna jest zasada interioryzacji.

Czynnościowe nauczanie matematyki

- Nauczyciel jest zobligowany do tworzenia takich sytuacji, w których uczeń będzie w stanie doprowadzić do wytworzenia pojęcia matematycznego w swej „doskonałej” postaci – zgodnego nie tylko z matematyczną definicją tego pojęcia, ale również funkcjonującego w sieci matematycznych powiązań tworzących struktury matematyczne.

Czynnościowe nauczanie matematyki

- Doprowadzanie do skonstruowania pewnych pojęć matematycznych nie odbywa się metodą prób i błędów, lecz w bardzo precyzyjnie zaplanowanym ciągu czynności – uczeń ma od razu wytworzyć w umyśle sposób postępowania zgodny z algorytmem matematycznym

Czynnościowe nauczanie matematyki

- Przykład na zadania prowokujące czynności konkretne, wyobrażone, abstrakcyjne dotyczące ważnego pojęcia matematyki szkolnej - równania

BIBLIOTECZKA METODYCZNA

BM

MATEMATYKA

Helena Siwek

CZYNNOŚCIOWE NAUCZANIE MATEMATYKI

WSiP

propedeutycznego ukształtowania pojęcia równania i nierówności. Temat ten występuje jako uzupełniający i pogłębiający rozumienie liczb i działań na liczbach w klasach I – III szkoły podstawowej.

2.2. Zadania prowokujące czynności konkretne

1. Masz 2 kasztany.
a) Dołóż do nich tyle kasztanów, aby razem było ich 9 (suma wynosiła 9).
b) Dołóż do nich tyle kasztanów, aby razem było ich więcej niż 9 (suma była większa niż 9).

2. Masz 15 patyczków.
a) Odłóż tyle patyczków, aby zostało jeszcze 5 (różnica wynosiła 5).
b) Odłóż tyle patyczków, aby zostało ich mniej niż 5 (różnica była mniejsza niż 5).

3. Dorysuj na drugiej gałązce tyle jabłek, aby po zerwaniu było ich razem 12 (rys. 35).

Rys. 35

4. Znajdź takie liczby, aby spełniały równanie $3 + \square = 7$ i nierówność $3 + \square < 7$ za pomocą:
a) liczb w kolorach, b) liczydła, c) geoplanu z kolorowymi gumkami.

5. Dany jest klocek o długości 8, a pod spodem klocek o długości 3. Dołóż taki klocek, aby ułożony „pociąg był:
a) równy klockowi o długości 8,
b) dłuższy od klocka o długości 8.
Uzupełnij zapis równania i nierówności.[4]
a) 3 + ... ,   b) 3 + ...

6. W pierwszym rzędzie pozostał klocek o długości 6. Pod spodem jest klocek o długości 10. Jaki klocek usunięto z pierwszego rzędu, jeśli:
a) „pociągi" w obu rzędach były równe,
b) „pociąg" pierwszy był dłuższy od drugiego?
Ułóż odpowiednio klocki i zapisz równanie i nierówność:
a) 10 – . . . . ,   b) 10 – . . . .

Jak łatwo zauważyć, czynności konkretne związane są z manipulowaniem przedmiotami i pomocami dydaktycznymi, takimi jak liczby w kolorach, liczmany, geoplany, liczydła itp. W sformułowanym słownie warunku na niewiadomą materiał konkretny ma pomóc w odnalezieniu liczby,

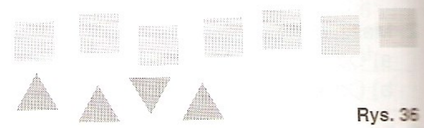
---

[4] Jeśli nie używa się jeszcze terminu „równanie" i „nierówność", to można stosować opis: równość z okienkiem, równość z niewiadomą x lub tp.

w sprawdzeniu, czy dziecko dobrze odgadło. W następnym etapie – czynności wyobrażonych – mamy natomiast do czynienia z symulowaniem określonych sytuacji za pomocą rysunków i schematycznych przedstawień. Poszczególne zadania odpowiadają analogicznym ćwiczeniom, jakie wystąpiły na poziomie konkretnych czynności, ale tutaj już dziecko nie manipuluje przedmiotami, tylko wyobraża sobie konkretne czynności i rozwiązuje zadanie na statycznym rysunku.

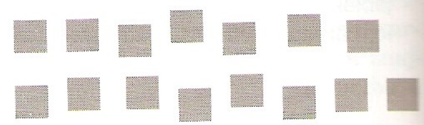
2.3. Zadania prowokujące czynności wyobrażone

1. Dorysuj tyle trójkątów (rys. 36), aby było ich:
   a) tyle samo co kwadratów,
   b) więcej niż kwadratów.



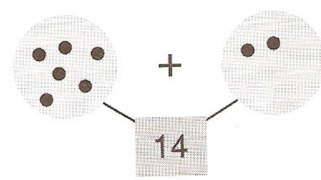
Rys. 36

2. Skreśl tyle kwadratów (rys. 37), aby zostało ich
   a) pięć,
   b) mniej niż pięć.



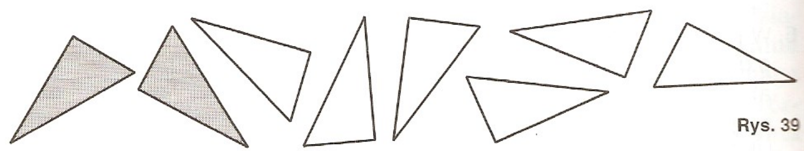
Rys. 37

3. Dorysuj tyle kropek (rys. 38), aby po złączeniu było ich razem 14.



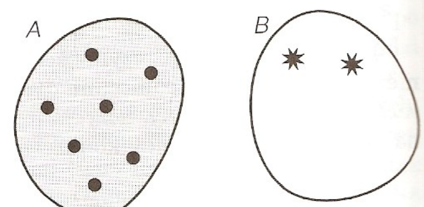
Rys. 38

4. Pokoloruj dodatkowo taką liczbę trójkątów (rys. 39), aby razem było ich 7. Opisz tę sytuację za pomocą równania: 2 + . . . = 7



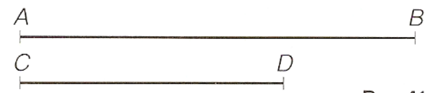
Rys. 39

5. Dorysuj w pętli *B* tyle gwiazdek (rys. 40), aby było ich więcej niż kropek w pętli *A*. Zapisz odpowiednią nierówność: 2 + ...



Rys. 40

6. Podaj w centymetrach długość odcinków *AB* i *CD* (rys. 41).
Jak długi odcinek *DW* musisz dorysować do *CD*, aby
a) odcinki *AB* i *CW* były równe,
b) odcinek *AB* był krótszy od *CW*?
Napisz odpowiednie równanie i nierówność.[5]

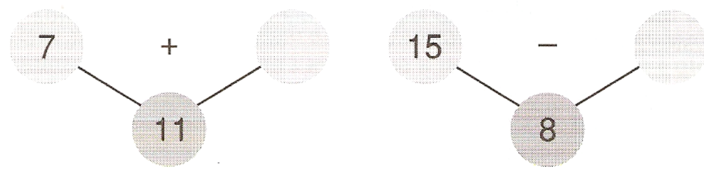


Rys. 41

2.4. Zadania prowokujące czynności abstrakcyjne

1. Wpisz w okienko liczbę, aby spełniała ona warunek:
a) $\square + 3 = 7$,   b) $\square - 2 < 5$,   c) $\square + \frac{3}{2} > 2$,   d) $\frac{\square}{2} > 4$,   e) $\frac{34}{\square} = 17$.

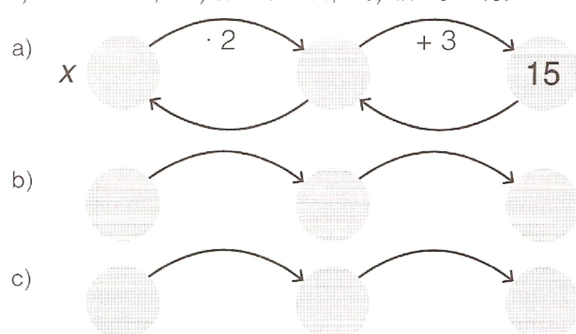
2. Uzupełnij drzewka tak (rys. 42), aby wszystko się zgadzało.



Rys. 42

3. Ola kupiła 5 czekolad. Zapłaciła 10 zł. Ile kosztuje jedna czekolada? Oznacz niewiadomą cenę czekolady za pomocą literki *x*, zapisz równanie i rozwiąż je.

4. Rozwiąż równania przy pomocy grafów (rys. 43 a – c).
a) $2x + 3 = 15$,   b) $3x + 5 = 11$,   c) $4x - 3 = 13$.



Rys. 43

5. Jeśli to możliwe, to wpisz liczby w okienka, aby spełniały podane warunki. Sprawdź, czy dobrze odgadłeś.
a) $\square - 2 = \square + 1$,   b) $\square + 2 = \square + 2$,   c) $0 \cdot \square + 3 = 3$,
d) $2 \cdot \square - \square + 1 = \square$,   e) $2 \cdot \square = 3 \cdot \square - \square$.

---

[5] Zadania są tak dobrane, aby obok aspektu kardynalnego i porządkowego wystąpił również aspekt miarowy. Ten aspekt zawiera przede wszystkim ostatnie zadanie.

Dziękuję za uwagę.