KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Uniwersytety Młodzieżowe Matematyczne

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

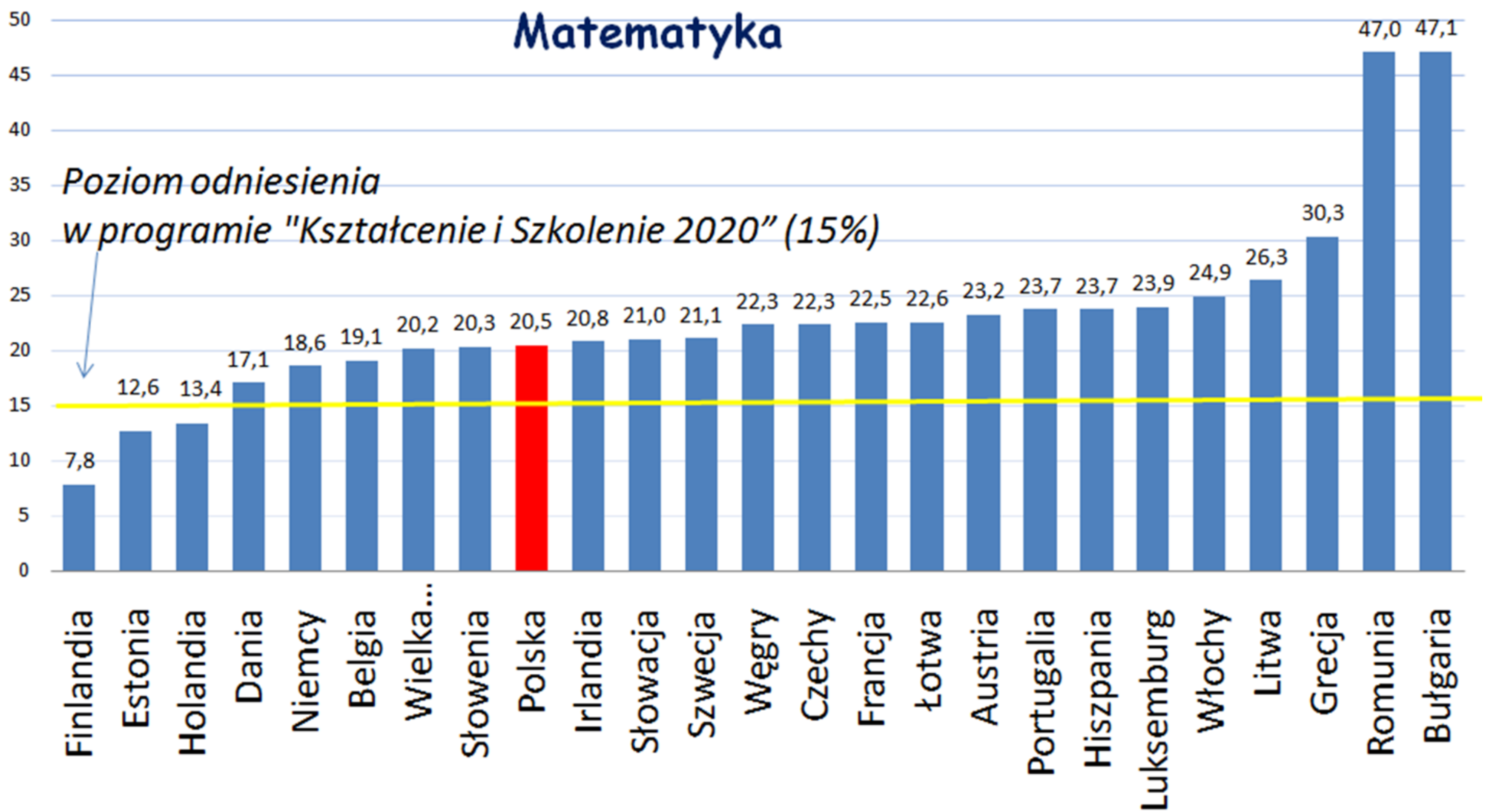
Wychowanie do uzdolnień matematycznych

dr hab. Ewa Swoboda

Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Wyniki międzynarodowych testów wciąż wskazują, że kompetencje matematyczne uczniów polskich szkół mieszczą się w „strefie stanów średnich”.

Wyniki badań PISA



Matematyka – średnie wyniki

2003	
Hong Kong (Chiny)	550
Finlandia	544
Korea	542
Holandia	538
Liechtenstein	536
Japonia	534
Kanada	532
Belgia	529
Makao (Chiny)	527
Szwajcaria	527
Australia	524
Nowa Zelandia	523
Czechy	516
Islandia	515
Dania	514
Francja	511
Szwecja	509
Austria	**506**
Irlandia	**503**
Niemcy	**503**
Słowacja	**498**
Norwegia	495
Luksemburg	493
Polska	***490***
Węgry	490
Hiszpania	485
Łotwa	483
USA	483
Federacja Rosyjska	468
Portugalia	466
Włochy	466
Grecja	445
Serbia	437
Turcja	423
Urugwaj	422
Tajlandia	417
Meksyk	385

2006	
Tajwan	549
Finlandia	548
Hong Kong (Chiny)	547
Korea	547
Holandia	531
Szwajcaria	530
Kanada	527
Makao (Chiny)	525
Liechtenstein	525
Japonia	523
Nowa Zelandia	522
Belgia	520
Australia	520
Estonia	515
Dania	513
Czechy	510
Islandia	506
Austria	505
Słowenia	504
Niemcy	**504**
Szwecja	**502**
Irlandia	**501**
Francja	**496**
Wielka Brytania	**495**
Polska	***495***
Słowacja	492
Węgry	491
Luksemburg	490
Norwegia	490
Litwa	486
Łotwa	486
Hiszpania	480
Azerbejdżan	476
Rosja	476
USA	474
Chorwacja	467
Portugalia	466

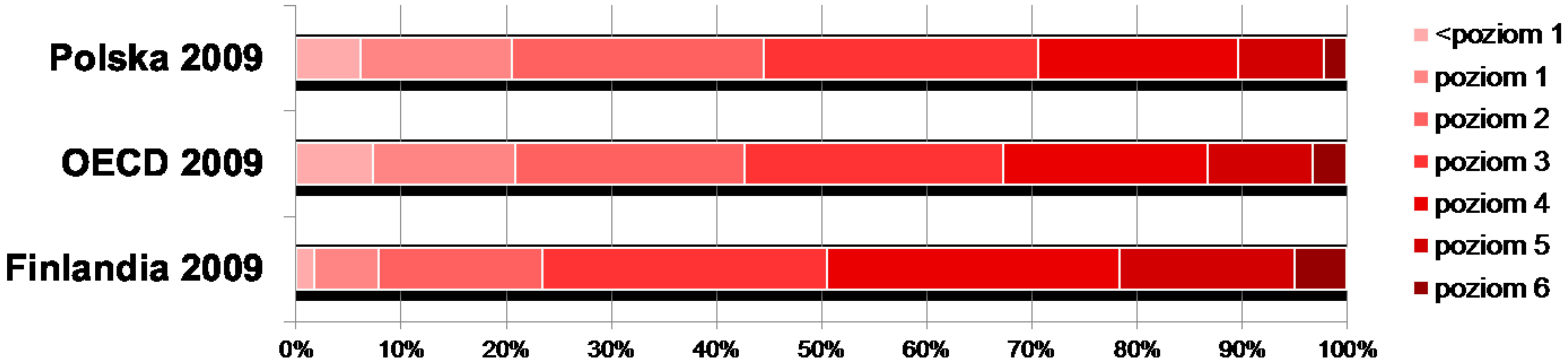
2009	
Szanghaj (Chiny)	600
Singapur	562
Hong Kong (Chiny)	555
Korea	546
Taiwan	543
Finlandia	541
Liechtenstein	536
Szwajcaria	534
Japonia	529
Kanada	527
Holandia	526
Makao (Chiny)	525
Nowa Zelandia	519
Belgia	515
Australia	514
Niemcy	513
Estonia	512
Islandia	507
Dania	503
Słowenia	501
Norwegia	**498**
Francja	**497**
Słowacja	**497**
Austria	**496**
Polska	***495***
Szwecja	**494**
Czechy	**493**
W. Brytania	**492**
Węgry	**490**
Luksemburg	489
USA	487
Irlandia	487
Portugalia	487
Hiszpania	483
Włochy	483
Łotwa	482
Litwa	477

- **Średni wynik Polski nie zmienił się i wynosi 495 punktów.**
- **Średni wynik dla krajów OECD to 496 punktów.**
- **Wynik Polski jest statystycznie nieodróżnialny od średniego wyniku dla krajów OECD.**

- **Kraje na żółtym tle – wynik lepszy od średniej dla OECD**
- **Kraje na białym tle – podobnie jak OECD**
- **Kraje na niebieskim tle – wynik gorszy niż OECD**

Poziomy umiejętności

Poziomy umiejętności w zakresie matematyki



Polska w porównaniu z OECD ma więcej uczniów na średnich, a mniej na skrajnych poziomach umiejętności. Oznacza to, że w Polsce jest mniej uczniów słabych niż średnio w krajach OECD, ale niestety również mniej uczniów dobrych i bardzo dobrych. Finlandia ma ponad dwa razy więcej niż Polska uczniów na dwu najwyższych poziomach umiejętności i ponad dwa razy mniej uczniów na dwu najniższych poziomach.

Grupa uczniów zajmujących najwyższe punktacje jest wciąż bardzo wąska, w porównaniu z innymi krajami. Niezależnie od krytycznej oceny formy testowania wiadomości i umiejętności naszych gimnazjalistów i licealistów, warto się zastanowić jaki są wskazania w kierunku poprawy tego stanu rzeczy.

Niektórzy określają MG (mathematical giftedness) jako synergiczny potencjał, w którym można wyróżnić dwa odmienne aspekty:

a) umiejętności matematyczne
b) ogólne cechy osobowościowe

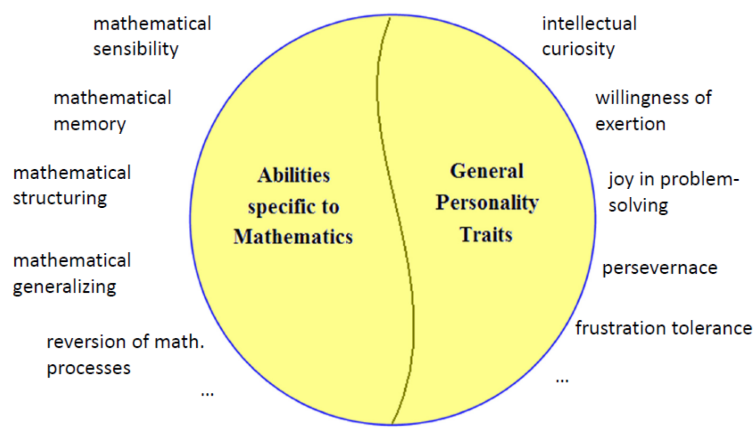
Wrażliwość matematyczna

Pamięć matematyczna

Matematyczne strukturyzowanie

Matematyczne uogólnianie

Kontrolowanie procesów matematycznych



Ciekawość intelektualna

Chęć ponoszenia wysiłku

Satysfakcja z rozwiązywania zadań

wytrwałość

Odporność na stres

Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

A.W. Krutiecki (1968) uważa, że zadatki wrodzonych uzdolnień matematycznych można dostrzec już u dzieci. Nie jest jednak jasne, czy ma na myśli dzieci w wieku przedszkolnym, czy uczniów klas początkowych. Twierdzi też, że gdy owe predyspozycje będą właściwie rozwijane, przybiorą formę opisaną w jego modelu uzdolnień matematycznych.

W. A. Krutiecki rozróżnia uzdolnienia typu szkolnego i typu naukowego. Konstruując model uzdolnień matematycznych typu szkolnego Krutiecki posługuje się określeniem *syndrom uzdolnień specjalnych do uczenia się matematyki*. Twierdzi, że uczeń może osiągnąć wybitne sukcesy w zakresie matematycznej działalności, jeżeli charakteryzuje się następującymi cechami osobowości:

- wysokim poziomem zamiłowania do matematyki i dążeniem do zajmowania się tą dziedziną wiedzy;
- pracowitością, dobrą organizacją pracy i samodzielnością, a także stabilnością obranych celów, silną motywacją poznawczą, radością tworzenia i odczuwaniem zadowolenia z napięcia emocjonalnego;
- wysoką zdolnością do skupienia się i doskonałym samopoczuciem w trakcie działalności matematycznej;
- odpowiednim zakresem wiadomości i umiejętności matematycznych;
- uzdolnieniami matematycznymi, czyli pewnymi cechami umysłu, które pozwalają łatwo i skutecznie uczyć się matematyki.

Przyjrzyjmy się wskaźnikom uzdolnień matematycznych. Ponieważ uwidoczniają się one w trakcie rozwiązywania zadań – tak przynajmniej jest w szkolnym okresie życia człowieka – prezentując je Krutiecki oparł się na etapach rozwiązywania zadań, wokół których wyszczególnił wspomniane wskaźniki.

percepcja matematycznych informacji**:** zdolność do postrzegania i rozumienia sformalizowanych matematycznych informacji. Ten wskaźnik uzdolnień nazywa *łatwością chwytania formalnej struktury zadania*;

przetwarzanie informacji matematycznej,:

a) zdolność do logicznego myślenia w sferze stosunków ilościowych, przestrzennych, symboli matematycznych (chodzi mu tu głównie o zdolność do swobodnego myślenia symbolami matematycznymi),
b) zdolność do bystrego i rozległego uogólniania matematycznych faktów, stosunków i działań (sprawność w wychwytywaniu regularności, tworzeniu pojęć itd.),
c) zdolność do posługiwania się w rozumowaniu zredukowanymi strukturami,
d) zdolność do obejmowania uwagą wielu informacji, łatwość kojarzenia ich na wiele sposobów dla uzyskania sensownych wniosków (giętkość intelektualnych procesów w matematycznej działalności),
e) dążenie do rozwiązań prostych, jasnych, ekonomicznych i racjonalnych,
f) zdolność do sprawnego i swobodnego „przestrajania” procesu rozumowania tzn. przechodzenia z ustalonego na przeciwny (odwrotny) tok rozumowania;

przechowywanie matematycznych informacji**:** łatwość zapamiętywania wielkości, relacji, typowych charakterystyk, schematów rozstrzygnięć i dowodów, reguł i metod rozwiązywania problemów matematycznych, a także sprawne korzystanie z takich zasobów pamięciowych;

syntetyczny komponent, którym jest matematyczne nastawienie umysłu. Wyraża się w dążeniu do matematyzowania zjawisk w otaczającym świecie, w tendencji do zwracania uwagi na matematyczną stronę badanych problemów i akcentowania przestrzennych oraz liczbowych stosunków i zależności. Matematyczne nastawienie umysłu określa jako *skłonność do widzenia świata matematycznymi oczami* i przypisuje mu szczególną rolę w uzdolnieniach matematycznych.

Badania prowadzone wśród 4-, 5-, 6-, 7- latków przez E.Gruszczyk-Kolczyńską

Obszary wysokich kompetencji	Wiek			
Ilość obszarów	4 latki n = 41	5 latki n = 40	6 latki n = 59	7 latki n = 32
1	17	6	11	32
2	7	2	7	7
3	-	4	3	3
5 i więcej	2	8	14	4
5 i więcej w %	5%	20%	19%	12,5%

Co nauczyciele sądzą o uzdolnionych matematycznie dzieciach?

Wyniki analizy ankiety przeprowadzonej wśród nauczycieli dotyczącej oceny intelektualnej i osobowościowej swoich uczniów wskazują na zadziwiająco silną tendencję do niedoceniania możliwości intelektualnych uzdolnionych matematycznie dzieci. Świadczą o tym następujące ustalenia:

– pięciolatki: tylko dwoje z ośmiorga wybitnie uzdolnionych matematycznie dzieci nauczyciele ocenili jako znakomite, wyróżniające się pod względem intelektualnym;

– sześciolatki: pięcioro na czternaścioro dzieci wybitnie uzdolnionych nauczyciele ocenili jako znakomite, wyróżniające się intelektualnie;

– siedmiolatki: jedno na czworo wybitnie uzdolnionych dzieci nauczyciele ocenili jako znakomite, wyróżniające się.

Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Kompetencje ogólno-matematyczne dzieci uzdolnionych:

- **zdecydowanie szybciej przechodzą od konkretów do uogólnień. Wcześniej od rówieśników rozumują operacyjnie na poziomie konkretnym (w sensie J. Piageta) i wykazują się w tym większą precyzją**

- **mają zadziwiające poczucie sensu i dotyczy to głównie sytuacji życiowych oraz zadań, które wymagają liczenia i rachowania, porządkowania, ustalania zależności itp.**

- są **stanowcze w dążeniu do rozwiązania zadania i nie zniechęcają się, gdy kolejno podejmowane próby nie przynoszą spodziewanego rezultatu**.

- **same wyszukują sytuacje, w których trzeba liczyć, rachować, mierzyć i sensownie organizować otoczenie**.

Charakterystyka Krutieckiego często jest przeinterpretowywana, niektóre elementy są podkreślane, niektóre inne - gubione

Uczniowie, którzy myślą o problemach matematycznych w oryginalny lub innowacyjny sposób często charakteryzują się następującymi cechami:

- elastycznie korzystają z informacji: łatwo przestawiają się (przeskakują) z symbolicznych obliczeń na graficzne wizualizacje, jeśli jest to konieczne w trakcie rozwiązywania problemów,
- procesy odwrotne- potrafią przejść od myślenia „wprost” do myślenia „odwrotnego (od analizy do syntezy i na odwrót),
- charakteryzuje ich oryginalność pomysłów, rozwiązują zadania w unikalny sposób, nie odwołują się do rutyny,
- dążą do matematycznej elegancji i jasności w wyjaśnieniu rozumowania,
- są ciekawi matematycznych związków i relacji, pytają - "dlaczego" i "co jeśli„
- mają siłę i wytrwałość w rozwiązywaniu skomplikowanych problemów
- dążą poza powierzchowne rozwiązania, badają problem również po tym, gdy wstępny problem został już rozwiązany.

Z tej listy wynikają pewne dyrektywy pracy z uczeniem zdolnym:

- **Pogłębianie rozumienia** – do tego stopnia, by podstawowe pojęcia matematyczne były odkrywane i rozwijane
- **Biegłość** – duża liczba różnych prawidłowych odpowiedzi, metod, rozwiązań, umiejętność stawianie nowych pytań
- **Elastyczność** – duża liczba odpowiedzi różnych kategorii, różnych metod, pytań
- **Oryginalność** – rozwiązań, metod czy pytań, często nietypowych
- **Opracowanie lub elegancja** – jakość wyrażania myśli, włączając w to zapis na tablicy, planszach, grafach, modelach, wypowiedzi słowne
- **Uogólnienia** – zauważanie regularności, stawianie hipotez weryfikowanie ich
- **Przedłużanie** – pytania sugerujące dalsze badanie, głównie te typu „dlaczego" oraz „ a co jeżeli… „

Z tej listy wynikają pewne dyrektywy pracy z uczeniem zdolnym:

- **Pogłębianie rozumienia** – do tego stopnia, by podstawowe pojęcia matematyczne były odkrywane i rozwijane
- **Biegłość** – duża liczba różnych prawidłowych odpowiedzi, metod, rozwiązań, umiejętność stawianie nowych pytań
- **Elastyczność** – duża liczba odpowiedzi różnych kategorii, różnych metod, pytań
- **Oryginalność** – rozwiązań, metod czy pytań, często nietypowych
- **Opracowanie lub elegancja** – jakość wyrażania myśli, włączając w to zapis na tablicy, planszach, grafach, modelach, wypowiedzi słowne
- **Uogólnienia – zauważanie regularności, stawianie hipotez weryfikowanie ich**
- **Przedłużanie** – pytania sugerujące dalsze badanie, głównie te typu „dlaczego" oraz „ a co jeżeli… „

R. Zazkis (2008), powołując się na Usiskina (1999) podkreśla, że tradycyjne nauczanie matematyki nie wspiera rozwoju fundamentalnych komponentów matematycznych zdolności, opisanych przez Krutetskiego.

Dodatkowo stwierdza, że “cechy, które wspierają matematyczne uzdolnienia są ignorowane przez programy nauczania „

Na ile rzeczywistość szkolna daje szansę na realizowanie tych założeń

Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Analiza podstawy programowej kształcenia ogólnego pod kątem rozwijania szczególnych kompetencji matematycznych, a przede wszystkim – pod kątem zdobywania przez uczniów umiejętności uzasadniania stwierdzeń ogólnych w matematyce

Pamiętajmy, że podstawa programowa to zapis tego, *czego państwo polskie zobowiązuje się nauczyć przeciętnie uzdolnionego ucznia*

I etap edukacyjny – edukacja wczesnoszkolna:

Ogólnikowe stwierdzenie, że edukacja matematyczna na tym etapie ma na celu „wspomaganie rozwoju umysłowego dzieci" Jedyne miejsce gdzie w dokumencie stwierdza się coś o myśleniu, to podkreślenie konieczności prowadzenia z dziećmi rozumowań przyczynowo - skutkowych

II etap edukacyjny – szkoła podstawowa

W czwartej, ostatniej grupie celów („rozumowanie i tworzenie strategii") jest zapis: uczeń prowadzi proste rozumowania składające się z niewielkiej liczby kroków, ustala kolejność czynności (w tym obliczeń) prowadzących do rozwiązania problemu, potrafi wyciągnąć wnioski z kilku informacji podanych w różnej postaci.

Zauważmy, że nie ma tutaj sformułowań typu: uzasadnianie, argumentowanie, przekonywanie, uzasadnianie

III etap edukacyjny – gimnazjum

W ostatnim z celów „ rozumowanie i argumentacja" jest zapis:
Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania

(a tutaj w praktyce szkolnej pojawia się po raz pierwszy sformułowanie typu „twierdzenie" „dowód")

IV etap edukacyjny – liceum, technikum

Poziom podstawowy: „ uczeń prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków"
Poziom rozszerzony: „uczeń tworzy łańcuch argumentacji i uzasadnia jego poprawność"

W dalszym ciągu brak sformułowań typu dowodzenie, rozumowanie dedukcyjne itp.

A co w programach nauczania?, na co tam zwraca się uwagę w kwestii argumentowania, uzasadniania, dowodzenia?

Zanalizowano programy:

I etap edukacyjny: 1. Wesoła szkoła i przyjaciele (J. Hanisz)
2. Szkoła na miarę (T. Janicka-Panek ….)
3. Witaj szkoło (A. Korcz, D. Zagrodzka)
4. Nasza klasa (Cz. Cyrański, E. Misiorowska)

II i III etap edukacyjny : 1. Matematyka z kluczem (M.Braun, A. Mańkowska..)
2. Matematyka wokół nas (H. Lewicka, M. Kowalczyk
3. Matematyka 2001 (M. Dąbrowski , P. Piskorski …)
4. Matematyka z plusem (M, Jucewicz, M. Karpiński, J.Lech)

IV etap edukacyjny: 1. Matematyka. Poznać, zrozumieć (A. Przychoda. Z. Łaszczyk)
2. MATeMAtyka (D.Pończek)
3. Prosto do matury (P. Grabowski)
4. Matematyka z plusem (M.Karpiński, M.Baun, J.Lech)

Program I etap edukacyjny	Wyjaśnianie	Uzasadnianie	Dowodzenie	Łącznie
Wesoła szkoła i przyjaciele	1	0	0	1
Szkoła na miarę	0	0	0	0
Witaj szkoło	0	0	0	0
Nasza klasa	1	0	0	1

A jak to jest u innych….

kraj	Wyjaśnianie	Uzasadnianie	Dowodzenie	Łącznie
Chiny	4	0	0	4
Izrael	15	0	0	15
Szwecja	18	0	0	18

Program II etap edukacyjny	Wyjaśnianie	Uzasadnianie	Dowodzenie	Łącznie
Matematyka z kluczem	3 (wstęp)	1 (geometria)	2 (wstęp) 2 (algebra) 5 (elementy statystyki)	13
Matematyka wokół nas	5 (wstęp)	0	0	5
Matematyka 2001	2 (wstęp) 2 (algebra) 3 (arytmetyka) 3 (elementy statystyki)	3 (wstęp) 2 (geometria) 5 (elementy statystyki)	0	20
Matematyka z plusem	3 (wstęp)	0	0	3

A jak to jest u innych….

kraj	Wyjaśnianie	Uzasadnianie	Dowodzenie	Łącznie
Chiny	4	0	0	4
Izrael	45	2	0	47
Szwecja	16	0	0	16

Program III etap edukacyjny	Wyjaśnianie	Uzasadnianie	Dowodzenie	Łącznie
Matematyka z kluczem	16 (wstęp)	1 (geometria)	0	17
Matematyka wokół nas	5 (wstęp)	1 (geometria)	1 (geometria)	7
Matematyka 2001	9 (wstęp)	8 (wstęp) 2 (algebra) 8 (geometria) 2 (elementy statystyki)	11 (wstęp) 3 (geometria)	44
Matematyka z plusem	2 (wstęp)	1 (geometria)	0	3

A jak to jest u innych….

kraj	Wyjaśnianie	Uzasadnianie	Dowodzenie	Łącznie
Chiny	8	0	41	49
Izrael	31	4	68	103
Szwecja	12	0	0	12

Program IV etap edukacyjny Zakres podstawowy	Wyjaśnianie	Uzasadnianie	Dowodzenie	Łącznie
Matematyka. Poznać, zrozumieć	2 (wstęp) 1 (arytmetyka) 1 (geometria) 3 (ciągi)	1 (Logarytmy) 13 (geometria) 2 (funkcje)	1 (wstęp) 1 (arytmetyka) 4 (geometria) 1 (algebra) 3 (ciągi)	33
MATeMAtyka	2 (wstęp)	2 (wstęp)	1(wstęp) 1 (arytmetyka) 3 (geometria)	9
Prosto do matury	2 (wstęp)	0	3 (wstęp) 2 (geometria)	7
Matematyka z plusem	2 (wstęp) 1 (funkcje) 1 (el. Statystyki)	2 (wstęp)	9 (wstęp) 1 (algebra) 3 (geometria) 2 (funkcje)	21

Program IV etap edukacyjny Zakres rozszerzony	Wyjaśnianie	Uzasadnianie	Dowodzenie	Łącznie
Matematyka. Poznać, zrozumieć	4 (wstęp) 5 (arytmetyka) 1 (geometria) 1 (algebra)	1 (wstęp) 1 (Logarytmy) 17 (geometria) 4 (ciągi) 1 (el. Statystyki)	2 (wstęp) 1 (arytmetyka) 14 (geometria) 3 (algebra) 3 (ciągi) 1 (Logarytmy)	68
MATeMAtyka	3 (wstęp)	2 (wstęp)	3(wstęp) 3 (geometria)	12
Prosto do matury	2 (wstęp)	0	3 (wstęp) 3 (geometria)	8
Matematyka z plusem	2 (wstęp) 2 (funkcje) 1 (algebra) 2 (el. statystyki)	3 (wstęp)	14 (wstęp) 1 (algebra) 1 (arytmetyka) 4 (geometria) 2 (funkcje)	32

Wniosek;

Marginalizowanie pewnych tematów w zapisie podstawy programowej ma wpływ na minimalizowanie tych tematów również w niektórych programach nauczania.

Na ile typowe lekcje z matematyki wspierają postawę dociekliwości, szukania odpowiedzi na pytanie „dlaczego”, …

Badania A. Żeromskiej (82 nauczycieli z gimnazjum)

- 5 różnych szkiców konspektów lekcji „Wprowadzenie Twierdzenia Pitagorasa
- Zadania dla nauczycieli:
  - Przeanalizuj te konspekty
  - Odpowiedz na dwa pytania:
    - Która z przedstawionych propozycji jest najbliższa twojej koncepcji pracy nad tym tematem?
    - Którą z przedstawionych koncepcji uważasz za najlepszą?

Wersja b.

Twierdzenie Pitagorasa; W dowolnym trójkącie prostokątnym ABC z przeciwprostokątną długości c oraz przyprostokątnymi długości a i b zachodzi równość $a^2 + b^2 = c^2$ (Rysunek)

Zadanie 1 Narysuj trójkąty prostokątne o przyprostokątnych równych a i b [cm] tak jak w tablce. Zmierz długości boku c i przekonaj się, że zachodzi Twierdzenie Pitagorasa.

a	6	15	5	7
b	8	28	12	24
c				

Zad. 2

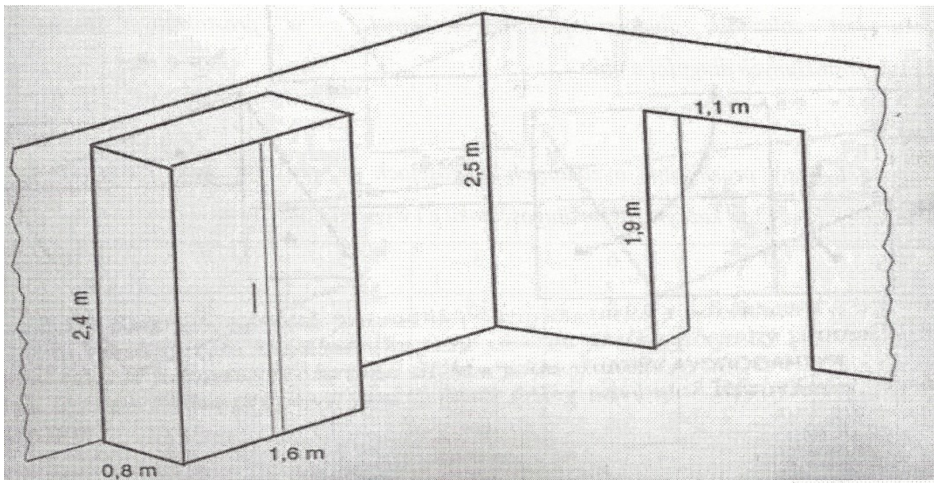
Wypełnij tabelkę stosując twierdzenie Pitagorasa. Sprawdź mierzeniem na rysunku

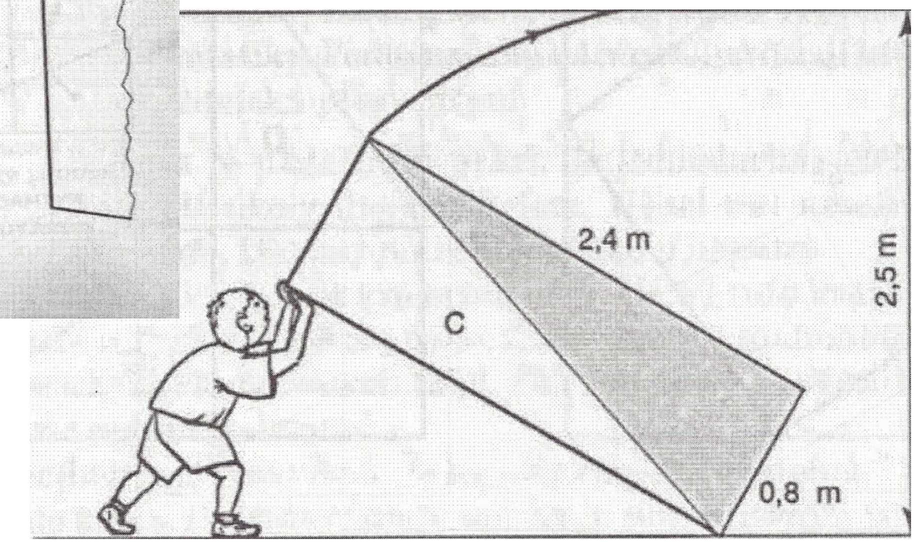
Dł. przyprostokątnej	20	100	80	40	A
Dł. przyprostokątnej	30	120	100	140	B
Dł. przeciwprostokątnej					C = √..

Zad.3. Uzupełnij tabelkę, robiąc obliczenia za pomocą kalkulatora. Wybrany trójkąt narysuj i sprawdź mierząc, czy dobrze obliczyłeś. (tu tabelka)

Wersja e

Zad. 1 Czy możemy ustawić szafę w pokoju tak, jak na obrazku?





Problem: Jaka jest zależność długości przeciwprostokątnej c w prostokątnym trójkącie o przyprostokątnych długości a i b?

Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

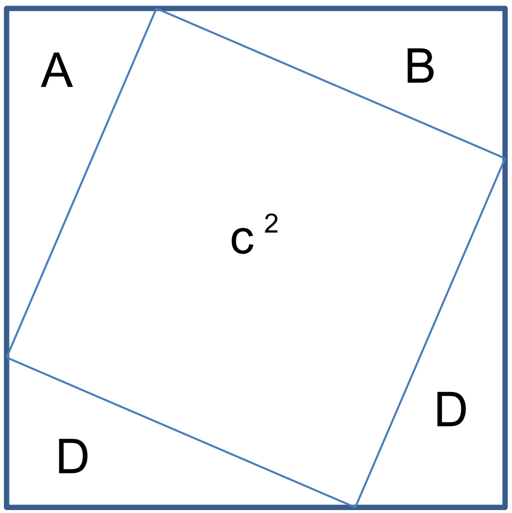
Zad. 2. Narysuj trójkąty prostokątne o zadanych długościach przyprostokątnych a i b (tak jak w tabelce. Zmierz za każdym razem długość boku c i wypełnij tabelkę

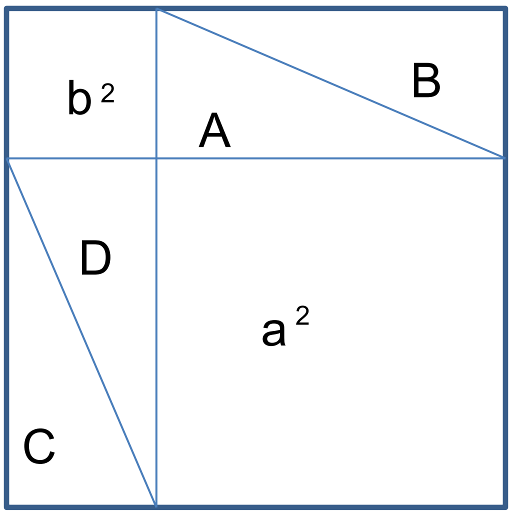
a	3	6	8	5	7	10
b	4	8	15	12	24	24
c						
$a^2 + b^2$						
c^2						

Hipoteza zostaje postawiona przez uczniów na podstawie obserwacji tabeli z zadania 2

Skonstruuj swój dowolny przykład – lub kilka przykładów- trójkąta prostokątnego, zmierz odpowiednie boki i przeprwadź sprawdzenie hipotezy za pomocą kalkulatora

Zadanie 3. Uzasadnij równość sformułowaną w naszej hipotezie. Pomóż sobie poniższymi rysunkami





Liczbowy rozkład odpowiedzi na pytania:

- Która z przedstawionych propozycji jest najbliższa twojej koncepcji pracy nad tym tematem?
- Którą z przedstawionych koncepcji uważasz za najlepszą?

	Pytanie 1	Pytanie 2
Wersja a	15	9
Wersja b	37	16
Wersja c	15	9
Wersja d	5	8
Wersja e	10	40

Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Nauczyciel – organizujący przebieg lekcji

Psychologiczno – pedagogiczna wiedza nauczyciela na temat przebiegu procesów poznawczych i konstytuowania się pojęć naukowych

Własna znajomość matematyki i zasad uznawania prawdziwości stwierdzeń matematycznych oraz znajomości rygorów dowodowych

Obraz matematyki szkolnej i poglądy na potrzeby i możliwości kształtowania uczniowskich umiejętności typu dowodowego

Uczeń – uczestnik procesu poznawczego

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Dziękuję

Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie