



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Geogebra - rozwijanie ciekawości poznawczej zdolnego ucznia przy pomocy technologii

Przemysław Kajetanowicz



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Jak można wykorzystać komputer w nauce matematyki

- Czy cokolwiek może zastąpić nauczyciela
- Jak można sobie pomagać
 - Ilustracje graficzne (byle nie Power Point)
 - Excel (szczególnie przydatny do eksperymentów ze wzorami i statystyką)
 - Bogate zasoby Internetu
 - Własne pomoce naukowe (darmowe oprogramowanie, np. Geogebra)
- Wciągnięcie do współpracy nauczyciela informatyki
- Zlecenie uczniom wykonywanie pomocy dla młodszych kolegów
- Inne sposoby (ograniczone tylko naszą pomysłowością)

Pomoce statyczne i dynamiczne

- Pomoce statyczne
 - Dodatkowe notatki rozprowadzane wśród uczniów (rysunki wykonane np. w Geogebra)
 - Strony internetowe z dodatkowymi materiałami
- Pomoce dynamiczne
 - Pierwszy krok – animacje
 - Drugi krok – interakcja
 - Trzeci krok – samodzielne wykonanie przez ucznia

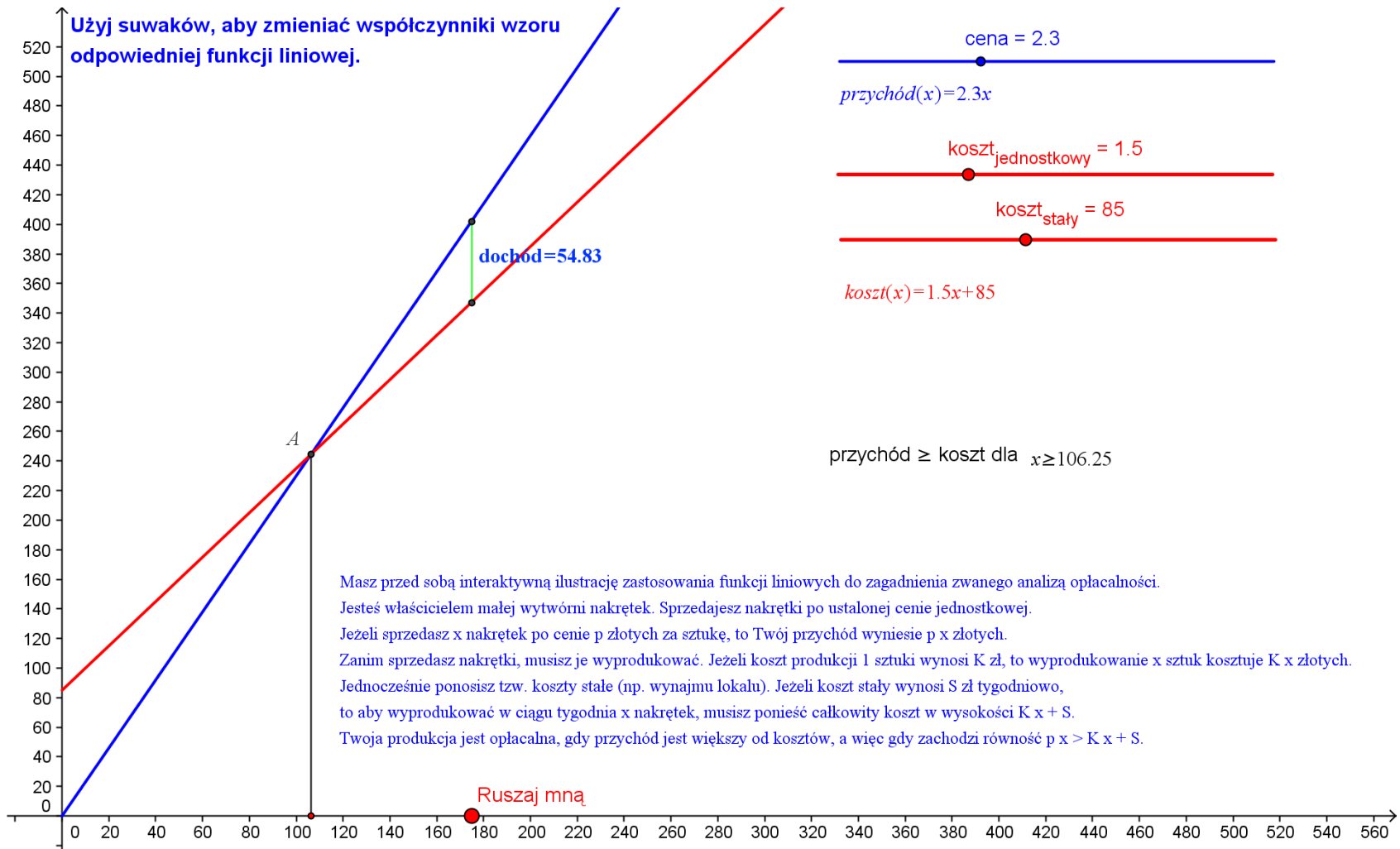
www.geogebra.org

- W skrócie mówiąc, jest to program służący do:
 - tworzenia i prezentowania obiektów matematycznych
 - interaktywnego manipulowania tymi obiektami
- Umożliwia tworzenie bogatych graficznie, elastycznych w użyciu symulatorów lub prezentacji
- Gotowy do użycia przez matematyka o zerowym przygotowaniu informatycznym
- Wyposażony w wiele funkcji matematycznych (łącznie z całkowaniem)
- Główne zalety:
 - prosta i intuicyjna filozofia obsługi
 - szybkie efekty przy niewielkim nakładzie pracy
- Od IX 2011 wersja 4.0

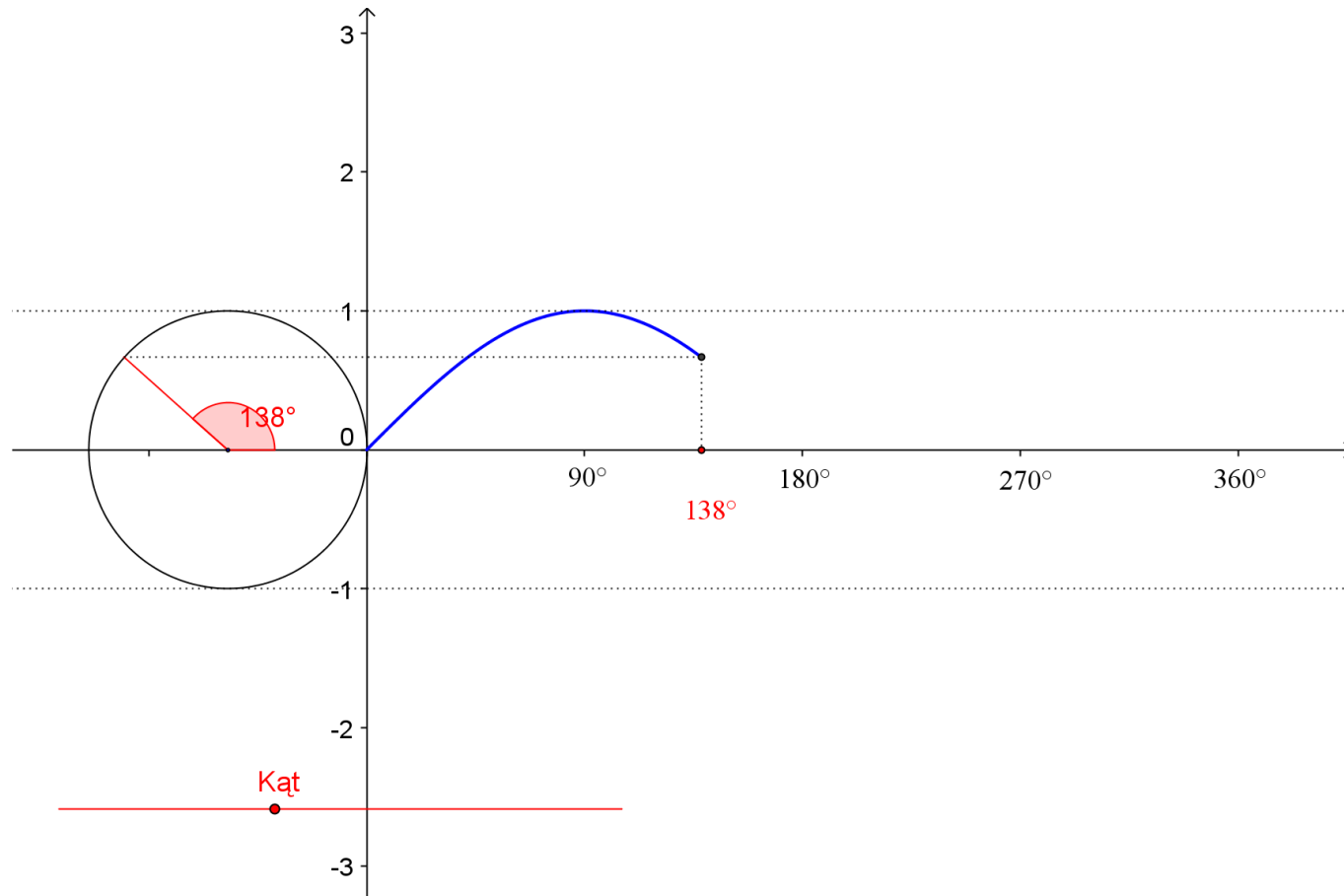
Institutoy Geogebry



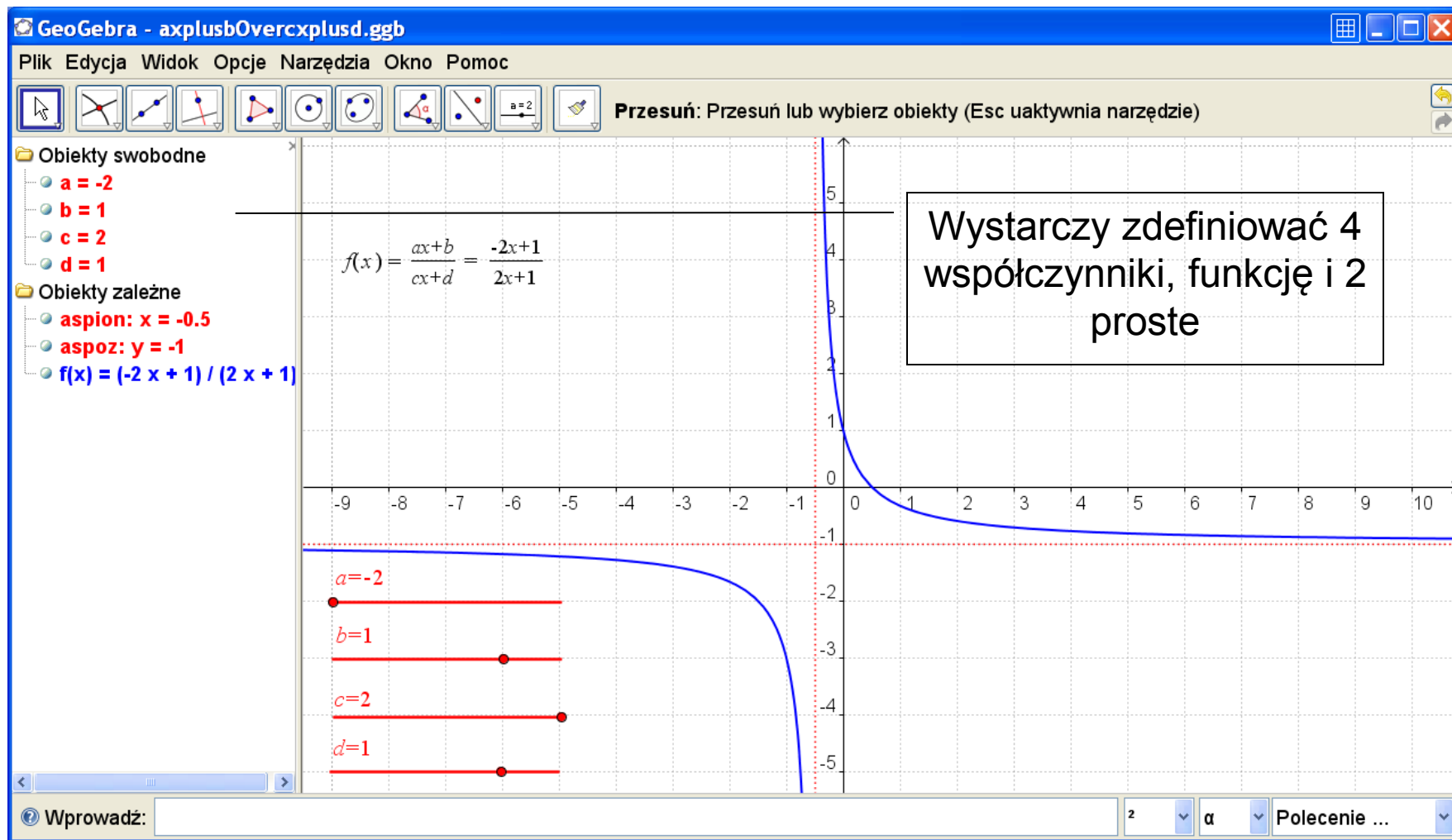
Interaktywne symulatory



Interaktywne animacje



Eksperymenty z funkcjami



Konstrukcja symetralnej – wszystko myszą

GeoGebra - KonstrukcjaSymetralnejOdcinka.ggb

Plik Edycja Widok Opcje Narzędzia Okno Pomoc

Przesuń

Konstrukcja symetralnej odcinka

Rysujemy okrąg o środku w A i promieniu większym od połowy $|AB|$.

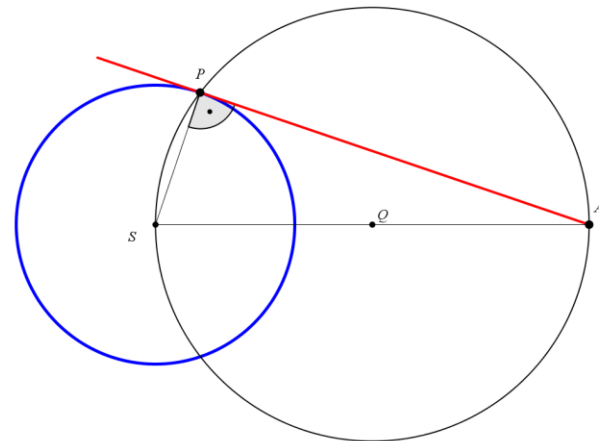
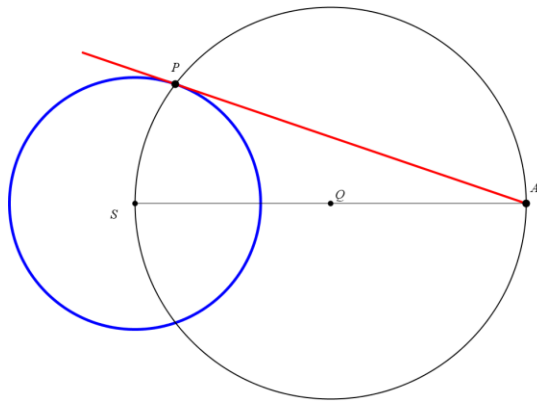
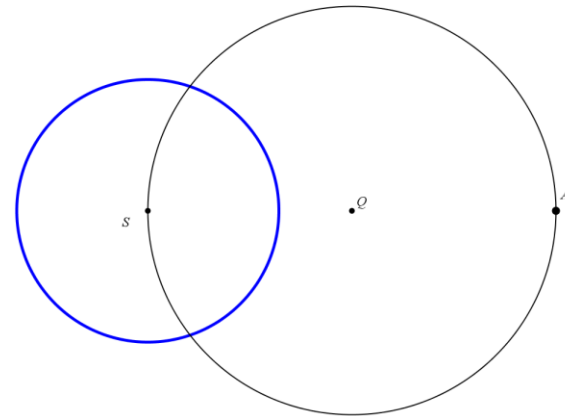
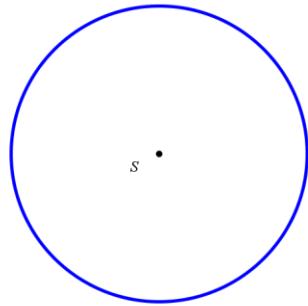
Rysujemy okrąg o środku w B i promieniu równym promieniowi poprzedniego okręgu.

Prowadzimy prostą przez punkty wspólne obu okręgów.

12 / 12 Odtwórz 2 s

Wprowadź: 2 α Polecenie ...

Krokowo prezentowane konstrukcje



Ilustracje różnych faktów

GeoGebra - ProstokątnyNa2Podobne.ggb

Plik Edycja Widok Opcje Narzędzia Okno Pomoc

Przesuń: Przesuń lub wybierz obiekty (Esc uaktywnia narzędzie)

Obiekty swobodne

- A1 = (1, 1)
- B1 = (4, 1)
- C1 = (4, 6)
- Export₁ = (0.36, 5.3)
- Export₂ = (4.96, 0.63)

Obiekty zależne

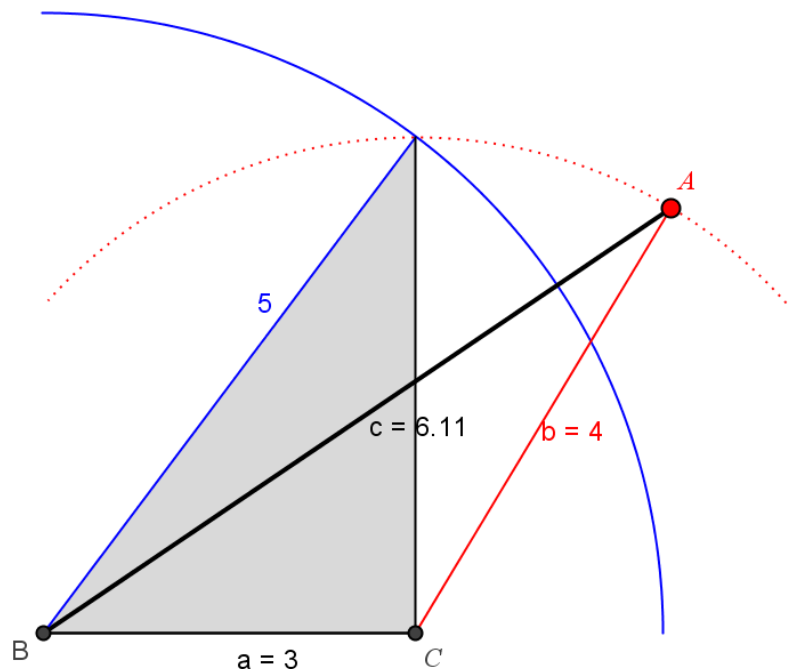
- E = (1.79, 2.32)
- a: $-5x + 3y = -2$
- b: $3x + 5y = 17$
- c = 5.83
- d = 5
- e = 3
- f = 2.57
- $\alpha = 59.04^\circ$
- $\beta = 59.04^\circ$
- $\gamma = 30.96^\circ$
- $\delta = 30.96^\circ$
- $\epsilon = 90^\circ$

Obiekty pomocnicze

Poruszaj czerwonym punktem.
Gdy kąt przy wierzchołku B jest prosty, to kąty BAD i CBD mają równe miary, podobnie jak kąty ABD i BCD.
Możesz to zaobserwować umieszczając punkt C na przecięciu linii siatki nad punktem B.

Wprowadź: = α Polecenie ...

Zobacz twierdzenie „na własne oczy”



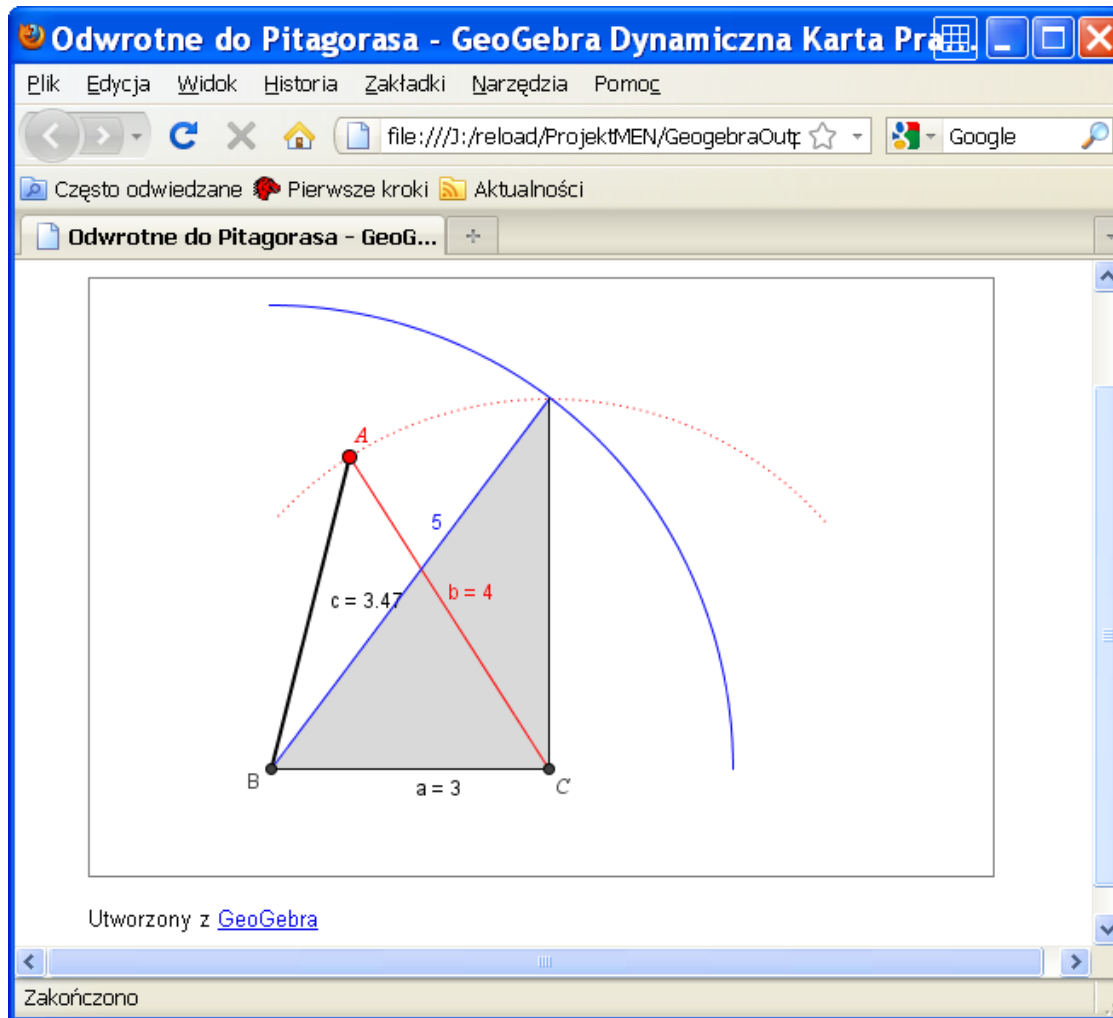
Poruszaj czerwonym punktem.

Zwróć uwagę, że równość

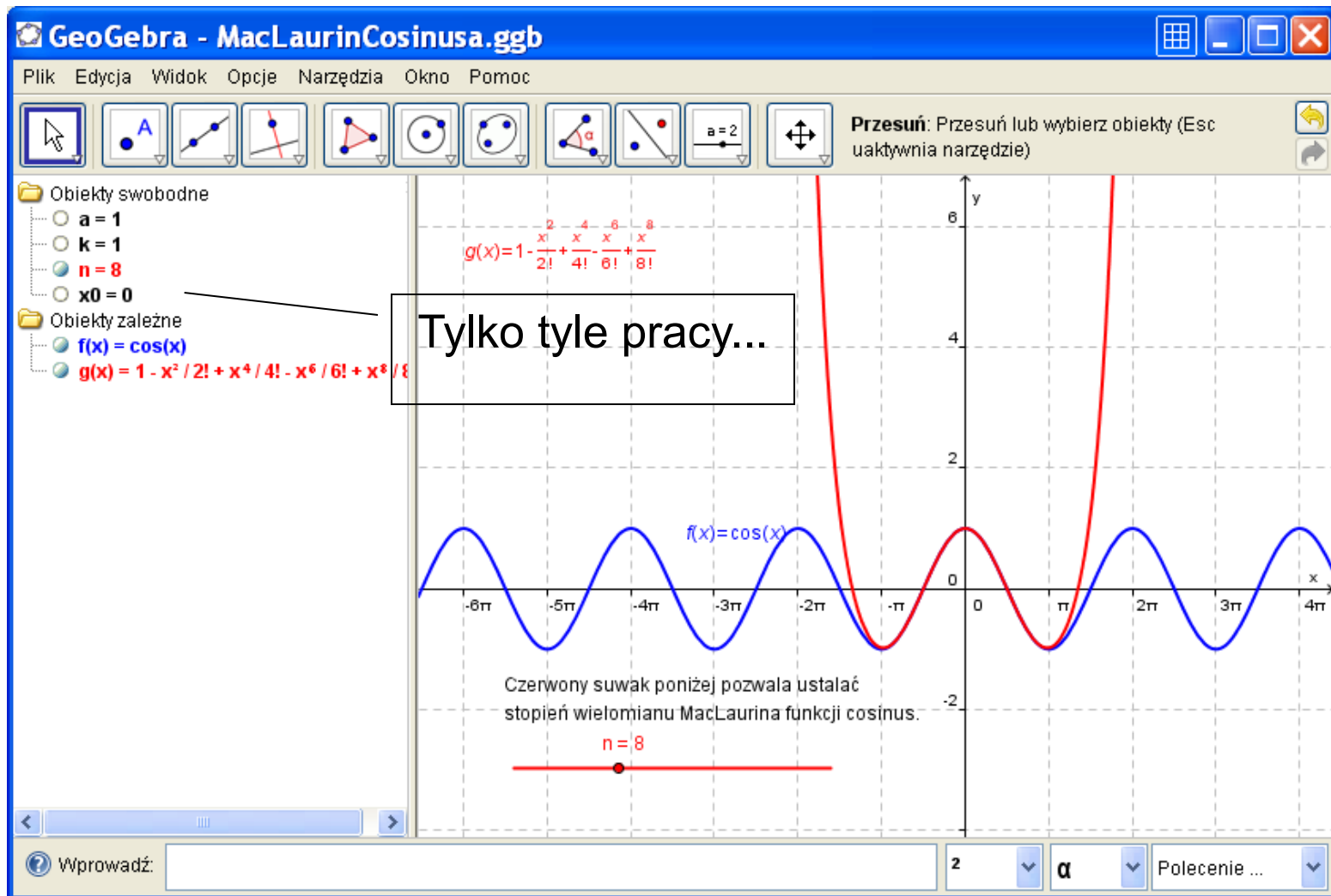
$$c^2 = a^2 + b^2$$

jest spełniona wtedy i tylko wtedy, gdy trójkąt jest prostokątny.

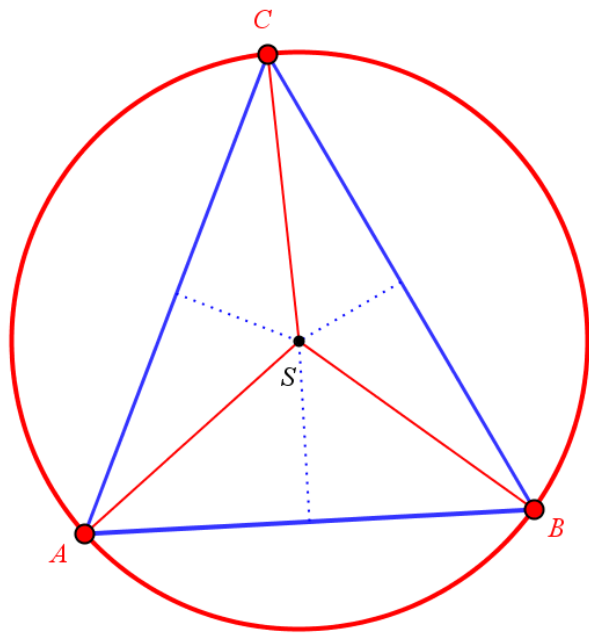
... również w przeglądarce www



Uczeń pyta, do czego służą wielomiany...



Okręgi opisane i wpisane...



GeoGebra - OkragWpisanyWTrojkat.ggb

Plik Edycja Widok Opcje Narzędzia Okno Pomoc

$|AN|=|AP|$
 $|BM|=|BP|$
 $|CM|=|CN|$

Możesz przemieszczać wierzchołki trójkąta.
Zauważ, że zawsze spełnione są trzy równości powyżej.

Nawet schemat Hornera...

GeoGebra - SchematHornera.ggb

Plik Edycja Widok Opcje Narzędzia Okno Pomoc

Przesuń

	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0
	3	1	2	6	-3
		plus 6	14	32	76
mnożenie przez 2	3	jest 7	16	38	73
	b_3	b_2	b_1	b_0	

$W(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

Reszta z dzielenia $W(x)$ przez dwumian $x-a$

$Q(x) = b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0$

$W(x) = (x-a)Q(x) + R$

$$3x^4 + x^3 + 2x^2 + 6x - 3 = (x-2)(3x^3 + 7x^2 + 16x + 38) + 73$$

$a=2$ $x-a=x-2$

$a_4=3$

Wprowadź: 2 α Polecenie ...

Instalacja

GeoGebra - Mozilla Firefox

http://www.geogebra.org/cms/

Polish

About Download Help Wiki Forum

Start Informacje Wydarzenia Społeczność Rozwój Zespół

GeoGebra

Bezpłatne oprogramowanie matematyczne do samodzielnego uczenia się i nauczania

Download

- Interaktywna grafika, algebra i arkusz kalkulacyjny
- Od szkoły podstawowej do poziomu uniwersyteckiego
- Darmowe materiały edukacyjne

Latest News

GeoGebra Summer of Code
Apply for a student job with GeoGebra from March 28 to April 8!

GeoGebra Conference Aug 29-31 in Austria with the release of GeoGebra 4

February Newsletter 2011
[GeoGebra Newsletter February 2011](#)

Events

Join us at one of our GeoGebra Events

Community

[International GeoGebra Institute](#) - our worldwide user community

Google Custom Search

1. Rozpocznij posługując się naszymi **Materiałami wprowadzającymi**

Wpisz swój adres e-mail i naciśnij Enter aby otrzymywać informacje o GeoGebra.

Download - Mozilla Firefox

http://www.geogebra.org/cms/en/download

English

About Download Help Wiki Forum

Download Installers Portable

WebStart

Install and start GeoGebra on your computer. You will get a desktop icon to use our software offline too.

Webstart

Applet Start

Open a fully functional GeoGebra applet in your web browser. Nothing will be installed on your computer.

Applet Start

E-Mail List

Type your e-mail address and press Enter to stay informed about GeoGebra.

Offline Installers

You can also download an [offline installer](#) to give GeoGebra to students who don't have an Internet connection at home.

GeoGebra License

You are free to copy, distribute and transmit GeoGebra for non-commercial purposes. Please see the [GeoGebra license](#) for details.

Installers - Mozilla Firefox

http://www.geogebra.org/cms/en/installers

English

About Download Help Wiki Forum

Download Installers Portable

GeoGebra Installers

Download and install GeoGebra on your computer using one of our offline installation packages. You are free to copy, distribute and transmit GeoGebra for non-commercial purposes. Please see the [GeoGebra license](#) for details.

- Windows
- Mac OS X
- Ubuntu & Debian
- openSUSE
- XO - one laptop per child
- FreeBSD

Otwieranie GeoGebra-Windows-Installer-4-0-22-0.exe

Rozpoczęto pobieranie pliku:

GeoGebra-Windows-Installer-4-0-22-0.exe

Typ pliku: Binary File (11,2 MB)

Adres: <http://geogebra.googlecode.com>

Czy zapisać ten plik?

Zapisz plik Anuluj

Filozofia Geogebry w pigułce

Trzywidoki.ggb

Plik Edycja Widok Widoki Opcje Narzędzia Okno Pomoc

Przesuń: Przesuń lub wybierz obiekty (Esc uaktywnia narzędzie)

Widok Algebra Widok Grafiki Widok Arkusza

Obiekty swobodne

- $a = 1$
- $b = 2$
- $c = -1$
- $d = 1$
- $e = \text{true}$
- $h = \text{true}$
- $i = \text{true}$

Obiekty zależne

- $A = (-0.5, 1.5)$
- $B = (-2, 0)$
- $f(x) = x + 2$
- $g(x) = -x + 1$

Pokaż f
 Pokaż g
 Pokaż punkt przecięcia

	A	B
1		
2		
3		
4	zerowef	-2
5	zeroweg	1
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		

Wprowadź: $C=(B5,0)$

Tworzenie obiektów samą myszą

The screenshot shows the 'NarzędziaGeometrii.ggb' software interface. The main workspace displays a geometric construction with several elements:

- A point A at $(-1.11, 2.69)$.
- A point B at $(0.67, 2.93)$.
- A point C at $(-0.27, 1.25)$.
- An angle $\beta = 68^\circ$ at point A .
- A point A' at $(1.33, -0.06)$.
- A point B' at $(1.78, 1.68)$.
- A point C' at $(2.98, 0.17)$.
- A point D at $(2.15, 3.12)$.
- A length $a = 1.92$.
- A length $a' = 1.92$.
- A length $b = 1.66$.
- A length $b' = 1.66$.
- A length $c = 1.8$.
- A length $c' = 1.8$.
- A line $d: -0.24x + 1.78y = 5$.
- A line $e: -0.24x + 1.78y = 2$.
- A line $f: -1.78x - 0.24y = -4$.
- A circle $g: (x - 2.15)^2 + (y - 3.12)^2 = 1.49$.
- A length $h = 1.49$.

The construction shows a triangle ABC with an angle $\alpha = 59.69^\circ$ at vertex C . A point D is located on the line AB . A circle is drawn with center D and radius h . A point A' is located on the circle. A line d is drawn through A' and B . A line e is drawn through A' and C . A line f is drawn through A' and D . A triangle $A'B'C'$ is formed by the lines d , e , and f . The angle $\beta = 68^\circ$ is shown at vertex A of triangle $A'B'C'$.

The software interface includes a menu bar (Plik, Edycja, Widok, Widoki, Opcje, Narzędzia, Okno, Pomoc), a toolbar with various geometric tools, and a sidebar with a list of objects (Obiekty swobodne and Obiekty zależne). The status bar at the bottom shows 'Wprowadź:'.

Polecenia – cała matematyka 😊

The screenshot shows the 'gg4_nwd_nww.ggb' application window. The menu bar includes 'Plik', 'Edycja', 'Widok', 'Widoki', 'Opcje', 'Narzędzia', 'Okno', and 'Pomoc'. The toolbar contains various geometric and algebraic tools, including a 'Przesuń' (Move) tool. The main workspace is divided into three panes:

- Widok Algebraiczny (Algebraic View):** Lists objects and their values:
 - Obiekty swobodne (Free objects):
 - $a = 20$
 - $b = 11$
 - $maks = 49$
 - Obiekty zależne (Dependent objects):
 - $nwd = 1$
 - $nww = 220$
- Widok Grafiki (Graphic View):** Displays a horizontal number line with three points:
 - A black point at the top labeled 'maks = 49'.
 - A red point labeled 'a = 20'.
 - A blue point labeled 'b = 11'.
- Wprowadź (Input):** Shows the results of calculations:
 - $NWW(a, b) = 220$
 - $NWD(a, b) = 1$
- Wprowadź Pomoc (Help):** A list of mathematical commands under the heading 'Wszystkie Polecenia' (All Commands). The 'Algebra' section is expanded, showing commands like 'Czynnik Pierwszy', 'Dzielenie Całkowite', 'Max', 'Min', 'Najmniejsza Wspólna Wielokrotność' (highlighted), 'Największy Wspólny Dzielnik', 'Postać Kanoniczna', 'Reszta Dzielenia', 'Rozkład Na Czynniki', 'Rozwinięcie', and 'Uprość'. Below this, the 'Arkusz' (Worksheet) and 'Funkcje i Obliczenia' (Functions and Calculations) sections are visible, showing the syntax for the 'Najmniejsza Wspólna Wielokrotność' command.

Okrąg opisany na trójkącie

The screenshot shows a geometry software interface with the following components:

- Menu Bar:** Plik, Edycja, Widok, Widoki, Opcje, Narzędzia, Okno, Pomoc
- Toolbar:** Includes icons for selection, point, line, circle, and other geometric tools. A text box contains "Przesuń: Przesuń lub wybierz obiekty (Esc uaktywnia narzędzie)".
- Left Panel:**
 - Obiekty swobodne:**
 - A = (-1.16, -2.26)
 - B = (-0.46, 3.25)
 - C = (2.64, -0.25)
 - Obiekty zależne:**
 - a = 4.63
 - b = 4.19
 - c = 5.25
 - d: $-0.7x - 5.2$
 - poly1 = 9.26
- Main Canvas:** Displays a triangle with vertices A, B, and C. A line representing the perpendicular bisector of side BC is shown, intersecting the circumcircle.
- Construction Protocol Window (Protokół Konstrukcji):**

nr	Nazwa	Definicja	Wartość	Opis
1	Punkt A		A = (-1.16, -2...	
2	Punkt B		B = (-0.46, 3...	
3	Punkt C		C = (2.64, -0....	
4	Trójkąt ...	Wielokąt A, B, C	poly1 = 9.26	
4	Odcinek ...	Odcinek [A, B] z Trójkąt poly1	c = 5.25	
4	Odcinek ...	Odcinek [B, C] z Trójkąt poly1	a = 4.63	
4	Odcinek ...	Odcinek [C, A] z Trójkąt poly1	b = 4.19	
5	Prosta d	Symetralna c	d: $-0.7x - 5.2...$	

Materiały do nauki (www.geogebra.org)

GeoGebra - Mozilla Firefox

Plik Edycja Widok Historia Zakładki Narzędzia Pomoc

GeoGebra

www.geogebra.org/cms/

Często odwiedzane Pierwsze kroki Aktualności

Norton Safe Web

Polish

GeoGebra

O programie Pobieranie Pomoc Materiały Społeczność

Start Informacje Rozwój Zespół

GeoGebra

Bezpłatne oprogramowanie matematyczne do samodzielnego uczenia się i nauczania

[Download](#)

- Interaktywna grafika, algebra i arkusz kalkulacyjny
- Od szkoły podstawowej do poziomu uniwersyteckiego
- Darmowe materiały edukacyjne

How large should a mirror be to see your whole self?

Full Ray
 In and Out Angles
 Head Ray
 Virtual Image
 Image on Mirror
 Vertical + Horizontal

Created with GeoGebra

Latest News

Luty Newsletter
[GeoGebra News Luty 2012](#)

Międzynarodowa Konferencja GeoGebry 2012
[21-23 września 2012](#)
[Warszawa, Polska](#)

Events
Join us at one of our [GeoGebra Events](#)

Pierwsze kroki

1. Rozpocznij posługując się naszymi [Materiałami wprowadzającymi](#)
2. Zadawaj pytania na naszym [Forum Użytkowników](#)
3. Wykorzystaj nasze gotowe [Materiały edukacyjne](#)

E-mail lista

Wpisz swój adres e-mail i naciśnij Enter aby otrzymywać informacje o GeoGebra.

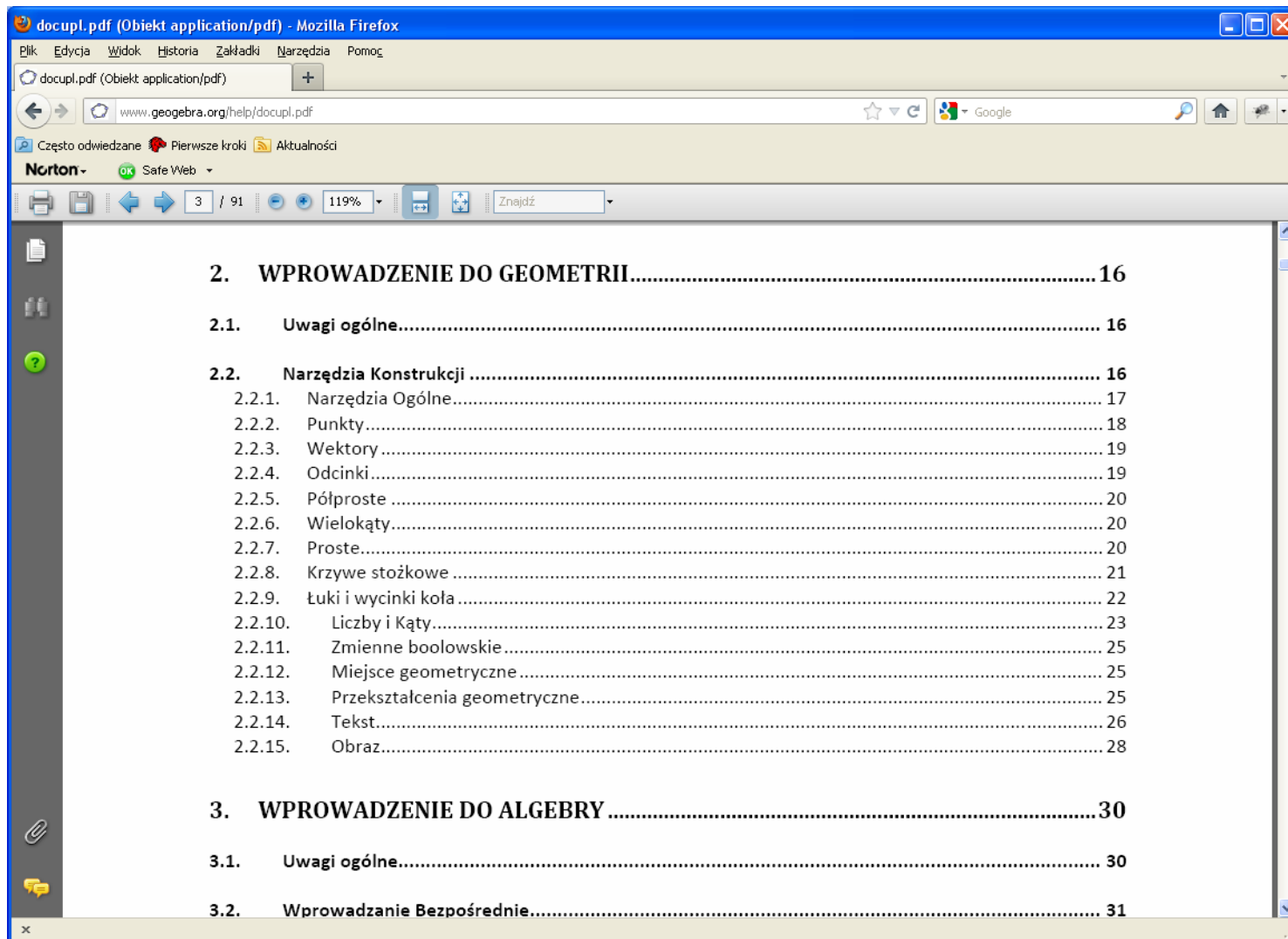
TUTAJ

Google Custom Search

Polski podręcznik

The screenshot shows the main page of the GeoGebra Wiki in Polish. The browser window title is "Tutorial:Main Page - GeoGebraWiki - Mozilla Firefox". The address bar shows the URL "wiki.geogebra.org/en/Tutorial%3AMain_Page?note=pl". The page features the GeoGebra logo and a navigation menu with links for "O programie", "Pobieranie", "Pomoc", "Materiały", and "Społeczność". A language selector is set to "English (UK)". A prominent orange banner with an exclamation mark icon contains the text: "To jest pomoc do GeoGebry 4.0 w języku angielskim. Możesz również zobaczyć pomoc do GeoGebry 3.2 w języku polskim - [HTML](#), [PDF](#)". A large red word "TUTAJ" is overlaid on the right side of this banner. Below the banner, there are tabs for "Tutorial", "Discussion", "View source", and "History". The main content area is titled "Tutorial:Main Page" and includes a paragraph: "Check out our GeoGebra introductory materials. If you have questions these materials cannot answer, please visit the [GeoGebra User Forum](#)". There are three main columns of content: "Getting Started" with links to "GeoGebra Quickstart (pdf)" and "Introduction to GeoGebra (pdf)"; "Tutorials For Beginners" with a list of topics like "Midpoints and Quadrilaterals" and "Constructing an Equilateral Triangle"; and "Video Tutorials" with a link to "GeoGebra's YouTube channel". A video thumbnail titled "Parabolas - What are they? GeoGebra" is shown, featuring a play button and a screenshot of the GeoGebra interface with a text box that says "This angle is determined by the 'focus' - the focus". On the right side, there is a "Navigation" section with links to "Mainpage", "GeoGebra Manual", "Tools", and "Commands"; a "Tutorials" section with links to "Publications", "Help", and "Village Pump"; a "Search" section with a search box and "Go" and "Search" buttons; and a "Toolbox" section with links to "What links here", "Related changes", "Special pages", and "Permanent link".

Polski podręcznik



docupl.pdf (Obiekt application/pdf) - Mozilla Firefox

Plik Edycja Widok Historia Zakładki Narzędzia Pomoc

docupl.pdf (Obiekt application/pdf)

www.geogebra.org/help/docupl.pdf

Często odwiedzane Pierwsze kroki Aktualności

Norton Safe Web

3 / 91 119%

Znajdź

2. WPROWADZENIE DO GEOMETRII.....	16
2.1. Uwagi ogólne.....	16
2.2. Narzędzia Konstrukcji	16
2.2.1. Narzędzia Ogólne.....	17
2.2.2. Punkty.....	18
2.2.3. Wektory	19
2.2.4. Odcinki.....	19
2.2.5. Półproste	20
2.2.6. Wielokąty.....	20
2.2.7. Proste.....	20
2.2.8. Krzywe stożkowe	21
2.2.9. Łuki i wycinki koła	22
2.2.10. Liczby i Kąty.....	23
2.2.11. Zmienne boolowskie	25
2.2.12. Miejsce geometryczne	25
2.2.13. Przekształcenia geometryczne.....	25
2.2.14. Tekst.....	26
2.2.15. Obraz.....	28
3. WPROWADZENIE DO ALGEBRY	30
3.1. Uwagi ogólne.....	30
3.2. Wprowadzanie Bezpośrednie.....	31

Od czego samemu zacząć ?

- Wypróbować na spokojnie narzędzia
 - Punkt, prosta, odcinek, okrąg
 - Przecięcie obiektów
 - Proste prostopadłe i równoległe
 - Okręgi, kąty
- Zdefiniować kilka funkcji w linii poleceń, pobawić się wykresami, punktami przecięcia itp.
- Zdefiniować obiekt geometryczny w linii poleceń (np. wpisać tam równanie okręgu)
- ... stopniowo poczuć, że coraz więcej umiemy 😊

Jak wykorzystać na lekcji

- Najlepiej tablica interaktywna (ew. laptop+rzutnik)
- Przemyśleć, czy dane zagadnienie lub pojęcie da się łatwo zilustrować (zaczynać od łatwych)
- Konstrukcje geometryczne można przygotować w domu i pokazywać za pomocą nawigacji krok po kroku
- Własności funkcji można omawiać tworząc ilustrację przy uczniach (bo łatwe), np.:
 - Zdefiniować dwie liczby a , b , po czym:
 - „ożywić suwaki”
 - zdefiniować $f(x) = a x + b$
 - zacząć eksperymenty (stawianie pytań, badanie odpowiedzi w Geogebry; np. związki między położeniem wykresu a współczynnikami a i b itp.
- Po 4 miesiącach używania Geogebry będziemy ograniczeni tylko własną pomysłowością



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Dziękuję za uwagę