Zadania typu olimpijskiego

dr hab. Armen Edigarian, prof.UJ

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Uniwersytety Młodzieżowe Matematyczne

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zastosowania przekształceń w zadaniach

Armen Edigarian

Zastosowania symetrii w konstrukcjach

Symetria

Zadanie 1. *Dane są dwa okręgi S_1 i S_2, przecinające się w punkcie A. Przez A poprowadzić prostą odcinającą na tych okręgach cięciwy o tych samych długościach.*

Zadanie 2. *Dane są prosta i okrąg. Przez dowolny punkt A poprowadzić prostą taką, że odcinek między daną prostą i okręgiem dzielił się w punkcie A na pół.*

Zadanie 3. *Dany jest kąt ABC oraz punkt D wewnątrz tego kąta. Poprowadzić prostą przez punkt D taka, że odcinek z końcami na bokach kąta dzieli się na pół w punkcie D.*

Zadanie 4. *Dany jest kąt oraz dwa punkty A i B wewnątrz tego kąta. Skonstruować równoległobok taki, że A i B są przeciwległymi wierzchołkami oraz dwa pozostałe przeciwległe wierzchołki leżą na bokach danego kąta.*

Zadanie 5. *Dane są dwa okręgi współśrodkowe. Przez ten środek poprowadzić prostą, którą te okręgi dzielą na trzy równe części.*

Zadanie 6. *Dany jest wpisany czworokąt. Przez środki boków prowadzimy proste prostopadłe do przeciwległych boków. Pokazać, że te proste przecinają się w jednym punkcie.*

Zadanie 7. *Dany jest wypukły czworokąt $ABCD$. Punkt P jest środkiem boku AB. Wiadomo, że pole trójkąta PCD jest dwa razy mniejsze niż pole czworokąta $ABCD$. Pokazać, że proste BC i AD są równoległe.*

Obroty w zadaniach

Zadanie 8. *Na bokach BC i CD kwadrata $ABCD$ bierzemy, odpowiednio, punkty M i K tak, że $\angle BAM = \angle MAK$. Pokazać, że $BM+KD = AK$.*

Zadanie 9. *Na odcinku AE po tej samej stronie skonstruowane są równoboczne trójkąty ABC i CDE. Punkty M i P są środkami boków, odpowiednio, AD i BE. Pokazać, że trójkąt CPM jest równoboczny.*

Zadanie 10. *Dane są trzy proste równoległe. Skonstruować trójkąt równoboczny ABC taki, że jego wierzcołki leżą na tych prostych.*

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 11. *Na bokach BC i CD równoległoboku $ABCD$ konstruujemy na zewnątrz trójkąty równoboczne BCP i CDQ. Pokazać, że trójkąt APQ jest foremny.*

Zadanie 12. *Dany jest trójkąt równoboczny ABC. Opisujemy okrąg wokół $\triangle ABC$ i bierzemy punkt M na łuku AB. Pokazać, że $MC = MA + MB$.*

Zadanie 13. *Sześciokąt $ABCDEF$ jest foremny. Punkt K jest środkiem boku BD oraz punkt M jest środkiem boku EF¿ Pokazać, że trójkąt AMK jest równoboczny.*

Zadanie 14. *Znaleźć miejsce geometryczne punktów M, leżących wewnątrz trójkąta rónobocznego ABC i takich, że $MA^2 = MB^2 + MC^2$.*