KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Piątek trzynastego

Dominik Kwietniak

Kraków, 21 kwietnia 2012

Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie
Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

Dominik Kwietniak

Piątek trzynastego

Piątek trzynastego

Od roku 1582 posługujemy się kalendarzem gregoriańskim, w którym rok ma 365 dni (lub 366, jeżeli jest przestępny). Kalendarz ten został ustanowiony bullą papieża Grzegorza XIII *Inter gravissimas*, która została wydana 24 lutego 1582. Reforma kalendarza była niezbędna, bo obowiązujący wcześniej kalendarz juliański spóźniał się w stosunku do roku zwrotnikowego (roku słonecznego) o 1 dzień na 128 lat. Niedokładność kalendarza juliańskiego spowodowała, że w IV wieku n.e. przesilenie zimowe przesunęło się z 25 grudnia na 22 grudnia, a w XVI wieku już na 12 grudnia. Aby zniwelować powstałe w ten sposób opóźnienie przy wprowadzaniu nowego kalendarza po 4 października 1582 nastąpił bezpośrednio 15 października 1582. Rok w kalendarzu gregoriańskim jest także krótszy od roku slonecznego, lecz śrdenie opóźnienie wynosi zaledwie 1 dzień na 3322 lata.

W kalendarzu gregoriańskim, którym posługujemy się także dziś zwykły rok ma 365 dni, a rok przestępny liczy ich 366. Niestety, ani 365, ani 366 nie są liczbami podzielnymi przez 7, czyli liczbę dni tygodnia. Sprawia to, że ta sama data w różnych latach przypada na różne dni tygodnia. Posługując się jednak odpowiednim matematycznymi algorytmami możemy bez trudu wyznaczyć jaki dzień tygodnia wypadnie konkretnego dnia. W szczególności odpowiemy na pytanie jak często 13 dzień jakiegoś miesiąca wypada w piątek. Przyczyny, dla których piątek trzynastego dowolnego miesiąca uważany jest za dzień szczególnie pechowy nigdy nie zostały naukowo wyjaśnione (przynajmniej według najlepszej wiedzy piszącego te słowa). Lęk przed piątkiem trzynastego może być tak silny, że przeradza się w fobię, czyli zaburzenie psychiczne polegające na uporczywym odczuwaniu strachu przed określonymi sytuacjami, lub jak w tym przypadku, datami. Lęk ten jest tak silny, że utrudnia funkcjonowanie w społeczeństwie. Zaburzenie to zwane jest *paraskevidekatriafobia*, czyli strach przed piątkiem przypadającym trzynastego dnia jakiegoś miesiąca. W psychiatrii znana jest także *triskaidekafobia*, czyli nieuzasadniony strach odczuwany przed liczbą 13.

W związku ze szczególnym zainteresowaniem jakiem cieszy się piątek trzynastego warto tu przypomnieć fakt matematyczny związany z dniami tygodnia przypadającymi na trzynasty dzień miesiąca. Otóż:

> W kalendarzu gregoriańskim trzynasty dzień miesiąca wypada w piątek częściej niż dowolny inny dzień tygodnia.

Aby nasz fakt udowodnić musimy najpierw zauważyć, że w ciągu dowolnych kolejnych 400 lat kalendarza gregoriańskiego upływa 146.097 dni. Skąd ten wynik?

pn.	wt.	śr.	czw.	pt.	sob.	niedz.	razem
685	685	687	684	**688**	684	687	4800

Tablica 1. Ile razy trzynasty dzień któregoś z miesięcy wypadł konkretnego dnia tygodnia w ciągu kolejnych 400 lat kalendarza gregoriańskiego.

Otóż w kalendarzu gregoriańskim rok jest przestępny, gdy odpowiadająca mu liczba jest podzielna przez 4, ale nie jest podzielna przez 100 lub jest podzielna przez 400. Wynika stąd, że w ciągu kolejnych 400 lat musi wystąpić dokładnie 97 lat przestępnych, a zatem upłynie

$$97 \cdot 366 + 303 \cdot 365 = 146.097 \text{ dni.}$$

Ponieważ 146.097 jest liczbą podzielną przez 7, widzimy natychmiast, że każdy dzień w roku przypada na ten sam dzień tygodnia co 400 lat wcześniej i za 400, 800, czy też 1200 lat. Jeżeli teraz zaprzęgniemy do obliczeń komputer, to otrzymamy następującą tabelę.

Paradoks urodzin

Uwaga, aby uprościć dalsze rozważania zakładamy, że każdy rok ma 365 dni (nie uwzględniamy lat przestępnych, tzn. nie bierzemy pod uwagę osób urodzonych 29 lutego). Zakładamy także, że daty urodzin ludzi są niezależne (nie uwzględniamy bliźniaków) oraz każdy dzień w roku jest równie prawdopodobny (nie uwzględniamy sezonowości rocznej urodzin). Te drobne oszustwa można wyeliminować za pomocą stosunkowo prostych poprawek nie zmienia to jednak znacząco odpowiedzi, a tylko niepotrzebnie komplikuje obliczenia.

Próbujemy zmierzyć się z następującym problemem:

> Ile osób należy wybrać, żeby prawdopodobieństwo, że co najmniej dwie z nich mają urodziny tego samego dnia w roku, było większe od 0,5?

Zauważmy najpierw, że aby mieć pewność, że znajdziemy dwie osoby takie osoby o wspólnym dniu urodzin musimy zebrać grupę co najmniej 366 osób. Załóżmy zatem, że wybraliśmy losowo n osób spośród wszystkich ludzi. Prawdopodobieństwo, że ich urodziny będą wypadały w różne dni wynosi

$$p(n) = 1 \cdot \left(1 - \frac{1}{365}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{365}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{n-1}{365}\right).$$

Przy pomocy komputera możemy teraz szybko policzyć, że już przy $n = 23$ prawdopodobieństwo to jest mniejsze od $1/2$.