



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

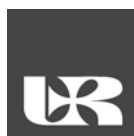
Eksperymenty losowe

Marcin Mazur

To co dla znawców tematu wydaje się oczywistym, dla wielu laików naturalnym i oczekiwanym, zaś dla niektórych być może odrobinę zaskakującym to fakt, że przełom wieków dwudziestego i dwudziestego pierwszego stanowi także przełom w rozwiązywaniu wielu problemów związanych z zastosowaniami matematyki. Coraz szybsze i wydajniejsze komputery stworzyły szansę dla rozwoju metod, których podstawy teoretyczne niejednokrotnie były już od dawna znane, jednakże nikt poważnie o nich nie myślał w sensie praktycznym, ze względu na ich dużą złożoność obliczeniową. Odnosi się to m. in., a może przede wszystkim, do zagadnień związanych z zastosowaniem metod probabilistycznych do wyceny instrumentów finansowych, prognozowania i optymalizacji.

Od wielu lat w głównym nurcie zastosowań pozostaje tzw. *Metoda Monte Carlo*, której twórcą był wybitny polski matematyk Stanisław Ulam. Podczas II wojny światowej pracował on w zespole Johna von Neumanna w laboratorium w Los Alamos, gdzie po raz pierwszy wykorzystano tę metodę do opisu losowej natury ruchu cząstek. Nazwa Monte Carlo pochodziła od słynącej z hazardu dzielnicy w księstwie Monaco i miała na celu wskazywać na losowy (hazardowy) charakter analizowanych zjawisk.

Metoda Monte Carlo jest przede wszystkim stosowana wszędzie tam, gdzie podejście analityczne zawodzi, ze względu na swoją czasochłonność lub istotne problemy obliczeniowe. Jej istotę i siłę stanowi wykorzystanie symulacji komputerowych (poprzez generowanie liczb pseudolosowych, zgodnie z zadaniem rozkładem prawdopodobieństwa), zaś spektrum zastosowań obejmuje zarówno zagadnienia deterministyczne, jak i probabilistyczne. W niniejszym referacie przedstawię kilka prostych eksperymentów losowych (wykorzystujących ideę Monte Carlo), przedstawiając m. in. implementacje





Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

wykonane przy użyciu popularnych narzędzi komputerowych (MS Excel lub program R).

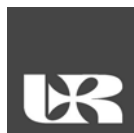
Będą to następujące zagadnienia:

- szacowanie szansy na co najmniej k trafień w grze LOTTO ($k=1, \dots, 6$), przy obstawianiu n liczb ($n \geq 6$);
- wyznaczanie przybliżonej wartości liczby π .

Przykładowy program napisany w języku R, wyznaczający (symulacyjnie) wartości prawdopodobieństwa uzyskania $k=1, \dots, 6$ trafień w grze LOTTO, wygląda następująco:

```
> nasze_liczby=c(1,3,14,4,36,40)
> liczba_trafien=c(0,0,0,0,0,0)
> liczba_trafien_co_najmniej=c(0,0,0,0,0,0)
> liczba_losowan=10000
> for (i in 1:liczba_losowan){
+   wylosowane_liczby=sample(1:49,6)
+   t=length(intersect(wylosowane_liczby,nasze_liczby))
+   liczba_trafien[t]=liczba_trafien[t]+1
+ }
> for (i in 1:6){
+   liczba_trafien_co_najmniej[i]=sum(liczba_trafien[i:6])
+ }
> szansa_trafien_co_najmniej=liczba_trafien_co_najmniej/liczba_losowan
> szansa_trafien_co_najmniej
> plot(szansa_trafien_co_najmniej,type="b")
```

Wynikami działania powyższego programu są następujące wartości liczbowe szacowanego prawdopodobieństwa oraz ich reprezentacja graniczna:

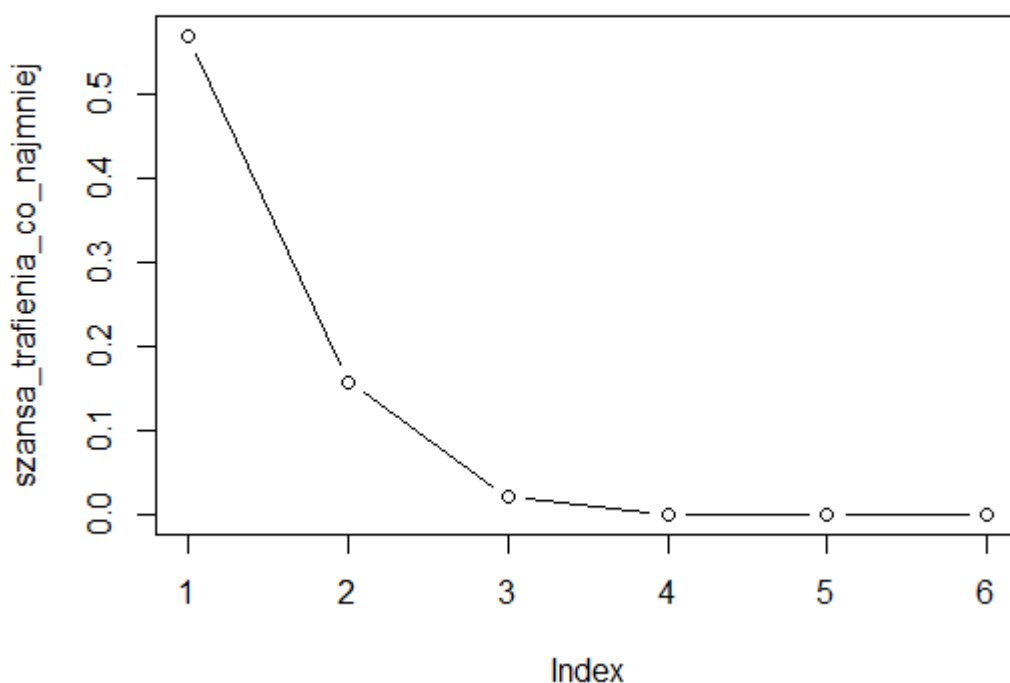




Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

[1] 0. 5568 0. 1520 0. 0201 0. 0010 0. 0000 0. 0000



Zauważmy, że szansa trafienia „piątki” i „szóstki” jest praktycznie zerowa.

Przykładowy arkusz kalkulacyjny (sporządzony przy użyciu programu Excel) wyznaczający przybliżoną wartość liczby π , znajduje się w oddzielnym pliku o nazwie `pi.xlsx`.

