



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

***Innowacyjny program nauczania matematyki dla
liceów ogólnokształcących w zakresie podstawowym,
zawierający elementy zastosowania
TIK (Technologii Informacyjno-Komunikacyjnych, w tym darmowego
oprogramowania GeoGebra do nauczania matematyki)***

Opracowanie: Edyta Pobiega, Małgorzata Zbińkowska

Warszawa 2014 - 2015



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Wstęp

Niniejszy program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących przewidziany jest do realizacji w klasach, w których zaplanowano nauczanie matematyki w zakresie podstawowym podstawy programowej:

- 1) zgodnie z obowiązującymi przepisami zawiera on: szczegółowe treści nauczania zgodne z treściami nauczania zawartymi w podstawie programowej dla IV etapu edukacyjnego, szczegółowe cele kształcenia i wychowania, opis założonych osiągnięć ucznia, sposoby osiągania celów kształcenia i wychowania, z uwzględnieniem warunków, w jakich program będzie realizowany, propozycje metod sprawdzania osiągnięć ucznia oraz propozycje kryteriów oceny;
- 2) stanowi opis sposobu realizacji celów kształcenia i zadań edukacyjnych ustalonych w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla IV etapu edukacyjnego;
- 3) przewidziany jest do realizacji w ciągu 300 godzin lekcyjnych;
- 4) może być realizowany w oparciu o każdy dostępny na rynku podręcznik, więc nauczyciel nie będzie musiał rezygnować z dotychczas wybranego cyklu wydawniczego;
- 5) jest interdyscyplinarny – dotyczy treści, które w naturalny sposób łączą się z innymi przedmiotami realizowanymi w liceum ogólnokształcącym – fizyką, chemią, informatyką
- 6) posiada rozległą obudowę dydaktyczną:
 - a) gotowe, interaktywne pomoce dydaktyczne - aplety, wykonane w programie GeoGebra, do wykorzystania których można podczas lekcji używać komputera nauczycielskiego, projektora multimedialnego, tablicy interaktywnej lub komputerów bądź tabletów uczniowskich;
 - b) materiały dla ucznia - skrypty, w których zawarty jest opis samodzielnej pracy z apletami, a także ćwiczenia do poszczególnych tematów; skrypty podzielone są na osobne części i obejmują poszczególne działy;
zarówno aplety, jak i zadania w skrypcie nastawione są na samodzielne odkrywanie przez ucznia związków, własności i zależności;



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- c) scenariusze każdej lekcji zawierające elementy oceniania kształtującego (cele lekcji, cele sformułowane w języku ucznia, powiązanie z wcześniejszą wiedzą, kryteria sukcesu - czyli zakładane osiągnięcia uczniów uzyskane po danej lekcji oraz pytanie kluczowe dla uczniów); zawierają szczegółowe cele każdej lekcji, pozwalają zastosować najefektywniejsze metody i techniki pracy z uczniami, oraz wybrać właściwe materiały podstawowe i dodatkowe potrzebne do nauczania matematyki;
- d) poradnik metodyczny dla nauczyciela powiązany z innowacyjnym programem nauczaniem matematyki w liceach, mający na celu ułatwienie przygotowania i prowadzenia zajęć korzystającym z programu nauczycielom, treść poradnika uwzględnia zalecane warunki i sposoby realizacji, zawarte w Rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej z 27 VIII 2012 w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dziennik Ustaw 2012, poz.977, załącznik 4), z przedmiotu matematyka dla IV etapu edukacyjnego, zakres podstawowy.
- e) materiały dodatkowe - nakładki, przygotowane osobno do pracy z uczniami mającymi trudności w uczeniu się matematyki oraz z uczniami zdolnymi
- * nakładka dla uczniów mających trudności w uczeniu się matematyki zawiera ogólny opis ucznia ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi - mającego trudności w nauce matematyki, opis wybranych dysfunkcji (m. in. zaburzenia w percepcji wzrokowej czy w koordynacji wzrokowo - ruchowej) i opis konsekwencji, jakie mają one dla ucznia, a także propozycje pracy z uczniem; uwzględnia wytyczne zawarte w Rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej z dnia 30 kwietnia 2013 r. w sprawie zasad udzielania i organizacji pomocy psychologiczno-pedagogicznej w publicznych przedszkolach, szkołach i placówkach (Dziennik Ustaw 2013r., poz. 532).
 - * nakładka do pracy z uczniem zdolnym zgodna z podstawą programową wprowadzoną Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z 27 VIII 2012 w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dziennik Ustaw 2012, poz.977, załącznik 4). z przedmiotu matematyka dla IV etapu edukacyjnego, zakres podstawowy. Zawiera charakterystykę ucznia zdolnego oraz opis wybranych metod, form pracy i aktywności dla takich uczniów.

- 7) Nauczyciel realizujący ten program będzie wykorzystywał technologie informacyjno-komunikacyjne, powinien on zatem posiadać podstawowe umiejętności w zakresie obsługi komputera;
- 8) Program przygotowany jest przez nauczycieli matematyki - praktyków, którzy równocześnie są Międzynarodowymi Ekspertami i Trenerami GeoGebry.

Innowacyjność tego programu polega na:

- * Zastosowaniu oprogramowania GeoGebra
- * Aktywizacji uczniów poprzez eksperymentowanie, odkrywanie za pomocą apletów GeoGebry i pracę ze skryptami
- * Wykorzystaniu elementów oceniania kształtującego
- * Rozbudowanej obudowie dydaktycznej programu
- * Możliwości zastosowania tablicy multimedialnej
- * Interdyscyplinarności



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Szczegółowe cele kształcenia i wychowania

Cele kształcenia

Przedstawiamy szczegółowe cele kształcenia matematycznego w całym cyklu nauczania w liceum, z podziałem na działy odpowiadające podstawie programowej.

Cele kształcenia opisane są bardziej szczegółowo w odniesieniu do każdej lekcji w scenariuszach w postaci celów lekcji i celów w języku ucznia.

1. Liczby rzeczywiste. Uczeń:

- a. Nauczy się przedstawiać liczby rzeczywiste w różnych postaciach (ułamek zwykły, dziesiętny, okresowy, z użyciem symboli pierwiastków i potęg)
- b. Przypomni sobie jak oblicza się wartość liczbową wyrażeń arytmetycznych
- c. Pozna pojęcie pierwiastka dowolnego stopnia, również pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby ujemnej
- d. Pozna i nauczy się stosować prawa działań na pierwiastkach
- e. Przypomni jak wykonuje się działania na potęgach o wykładniku naturalnym i całkowitym
- f. Nauczy się obliczać potęgi o wykładnikach wymiernych i wykonywać działania na nich
- g. Nauczy się wykorzystywać własności potęg (również w zagadnieniach związanych z fizyką, chemią, informatyką)
- h. Pozna pojęcie logarytmu i nauczy się wykonywać działania na logarytmach z zastosowaniem wzorów na logarytm iloczynu, ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym
- i. Przypomni jak znaleźć przybliżenie liczby z podaną dokładnością oraz regułę zaokrągleń
- j. Nauczy się obliczać błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia
- k. Pozna pojęcie przedziału liczbowego i nauczy się posługiwać pojęciem przedziału oraz zaznaczać przedziały na osi liczbowej



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- l. Przypomni pojęcie procentu
- m. Udoskonali umiejętność wykonywania obliczeń procentowych
- n. Nauczy się wykorzystywać obliczenia procentowe do obliczania podatków, zysków z lokat

2. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:

- a. Przypomni redukcję wyrazów podobnych w sumie algebraicznej
- b. Przypomni dodawanie i odejmowanie sum algebraicznych
- c. Przypomni mnożenie sum algebraicznych przez jednomian oraz mnożenie sum algebraicznych w prostych przypadkach
- d. Przypomni wyłączenie wspólnego czynnika z wyrazów sumy algebraicznej przed nawias
- e. Pozna wzory skróconego mnożenia na kwadrat sumy i kwadrat różnicy
- f. Pozna wzór skróconego mnożenia na różnicę kwadratów
- g. Nauczy się wykorzystywać wzory skróconego mnożenia w przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz usuwaniu niewymierności z mianownika

3. Równania i nierówności. Uczeń:

- a. Przypomni sobie jak sprawdzić, czy liczba jest rozwiązaniem równania
- b. Nauczy się sprawdzać, czy liczba jest rozwiązaniem nierówności
- c. Przypomni sposoby rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi
- d. Nauczy się wykorzystywać interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi
- e. Nauczy się rozwiązywać nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą
- f. Nauczy się rozwiązywać równania kwadratowe z jedną niewiadomą
- g. Nauczy się rozwiązywać nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą
- h. Nauczy się rozwiązywać równania typu $x^3 = 8$ z wykorzystaniem definicji pierwiastka



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- i. Nauczy się rozwiązywać równania typu $x(x + 1)(x - 7) = 0$
z wykorzystaniem własności iloczynu
- j. Nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych np. $\frac{x+1}{x+3} = 2$, $\frac{x+1}{x} = 2x$

4. Funkcje. Uczeń:

- a. Przypomni sobie pojęcie funkcji
- b. Pozna różne sposoby opisywania funkcji (wzór, tabela, wykres, opis słowny)
- c. Udoskonali umiejętność obliczania wartości funkcji dla danego argumentu
- d. Nauczy się obliczać, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość (z wykorzystaniem poznanych metod rozwiązywania równań)
- e. Przypomni pojęcia: dziedzina funkcji, zbiór wartości funkcji, miejsce zerowe funkcji
- f. Nauczy się odczytywać z wykresu funkcji jej dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały, w których funkcja ma stały znak (przyjmuje wartości dodatnie, ujemne), wartość najmniejszą i największą funkcji
- g. Pozna wykresy niektórych funkcji elementarnych np. $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{x}$, $y = x^2$,
 $y = x^3$, $y = |x|$
- h. Pozna funkcje monotoniczne
- i. Nauczy się wyznaczać przedziały, w których funkcja jest rosnąca, malejąca, stała
- j. Nauczy się rysować na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ wykresy funkcji
 $y = f(x + a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$
- k. Nauczy się rysować wykres funkcji liniowej na podstawie jej wzoru
- l. Nauczy się wyznaczać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub jej wykresie
- m. Nauczy się interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej
- n. Nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych na podstawie wzoru



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- o. Nauczy się wyznaczać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o funkcji lub jej wykresie
- p. Pozna postać kanoniczną, ogólną i iloczynową funkcji kwadratowej
- q. Nauczy się interpretować współczynniki we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, ogólnej oraz iloczynowej
- r. Nauczy się wyznaczać wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
- s. Będzie wykorzystywał własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretowania zagadnień geometrycznych, fizycznych itp.
- t. Nauczy się szkicować wykres funkcji $y = \frac{a}{x}$
- u. Nauczy się szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw
- v. Nauczy się wykorzystywać funkcje wykładnicze do opisu zjawisk fizycznych i chemicznych

5. Ciągi. Uczeń:

- a. Pozna definicję ciągu
- b. Pozna różne sposoby opisywania ciągów (wzór ogólny, wykres)
- c. Pozna definicję ciągu arytmetycznego oraz jego wzór ogólny
- d. Nauczy się stosować wzory dotyczące ciągu arytmetycznego i własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań
- e. Pozna wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
- f. Pozna definicję ciągu geometrycznego oraz jego wzór ogólny
- g. Nauczy się stosować wzory dotyczące ciągu geometrycznego i własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań
- h. Pozna wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
- i. Nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

6. Trygonometria. Uczeń:

- Pozna definicje funkcji sinus, cosinus i tangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym
- Nauczy się obliczać wartości sinusa, cosinusa i tangensa kąta ostrego w trójkącie prostokątnym
- Nauczy się korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych, w tym odczytywać je z tablic
- Nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30° , 45° , 60°
- Nauczy się obliczać miarę kąta ostrego, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną lub przybliżoną za pomocą tablic)
- Nauczy się wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, znając jego sinus lub cosinus
- Pozna definicje funkcji trygonometrycznych kątów o mierze od 0° do 180°
- Nauczy się stosować definicje funkcji trygonometrycznych kątów o mierze od 0° do 180°
- Nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów 120° , 135° , 150° i innych kątów rozwartych
- Pozna proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi
$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1, \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}, \sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha$$
- nauczy się stosować wymienione wyżej zależności między funkcjami trygonometrycznymi kąta

7. Planimetria. Uczeń:

- Przypomni związki miarowe w trójkącie równobocznym, prostokątnym i równoramiennym
- Przypomni własności symetralnych, dwusiecznych, wysokości, środkowych trójkąta
- Przypomni własności trójkątów i czworokątów



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- d. Przypomni jak rozpoznaje się trójkąty przystające (cechy przystawiania trójkątów)
- e. Pozna kąty środkowe i wpisane oraz zależności między nimi
- f. Nauczy się stosować zależność między kątem środkowym i kątem wpisanym
- g. Pozna własności stycznej do okręgu i nauczy się z nich korzystać
- h. Pozna własności okręgów stycznych i nauczy się z nich korzystać
- i. Nauczy się rozpoznawać trójkąty podobne na podstawie cech podobieństwa
- j. Nauczy się korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w obliczeniach geometrycznych

8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej. Uczeń:

- a. Pozna postać kierunkową i ogólną równania prostej
- b. Nauczy się wyznaczać równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty (w postaci kierunkowej i ogólnej)
- c. Nauczy się badać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych
- d. Nauczy się wyznaczać równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do danej prostej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt
- e. Przypomni sobie jak oblicza się współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych
- f. Nauczy się wyznaczać współrzędne środka odcinka
- g. Nauczy się obliczać odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych
- h. Nauczy się wykorzystywać własności trójkąta i czworokąta do rozwiązywania zadań dotyczących tych wielokątów położonych w układzie współrzędnych
- i. Nauczy się znajdować obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta) w symetrii względem osi układu współrzędnych oraz początku układu współrzędnych



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

9. Stereometria. Uczeń:

- a. Przypomni sobie jak rozpoznaje się kąty między odcinkami w graniastosłupach i ostrosłupach (między krawędziami, krawędziami i przekątnymi, krawędziami i wysokościami)
- b. Nauczy się obliczać miary kątów między odcinkami w graniastosłupach i ostrosłupach oraz długości odcinków z wykorzystaniem trygonometrii
- c. Nauczy się rozpoznawać kąty między odcinkami i płaszczyznami w graniastosłupach i ostrosłupach (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami)
- d. Nauczy się obliczać miary kątów między odcinkami i płaszczyznami w graniastosłupach i ostrosłupach z wykorzystaniem trygonometrii
- e. Nauczy się rozpoznawać kąty między ścianami w graniastosłupach i ostrosłupach
- f. Nauczy się obliczać miary kątów między płaszczyznami w graniastosłupach i ostrosłupach z wykorzystaniem trygonometrii
- g. Przypomni sobie jak oblicza się pola powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów
- h. Nauczy stosować trygonometrię do obliczania pól powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów
- i. Nauczy się określać, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną (w prostych sytuacjach również obliczać pole przekroju)
- j. Nauczy się rozpoznawać kąty między odcinkami oraz między odcinkami i płaszczyznami w walcach i stożkach (kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą)
- k. Nauczy się stosować trygonometrię do obliczania miar kątów między odcinkami oraz między odcinkami i płaszczyznami w walcach i stożkach
- l. Nauczy się obliczać pola powierzchni i objętości brył obrotowych z zastosowaniem trygonometrii



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka.

Uczeń:

- a. Przypomni sobie, co to jest średnia arytmetyczna i mediana zestawu danych
- b. Nauczy się obliczać średnią ważoną
- c. Nauczy się obliczać odchylenie standardowe
- d. Nauczy się interpretować średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych
- e. Nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych stosując: regułę dodawania i regułę mnożenia, drzewko, tabelkę
- f. Przypomni pojęcie doświadczenie losowe
- g. Pozna pojęcia zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenie przeciwne
- h. Nauczy się wyznaczać w prostych sytuacjach zbiór zdarzeń elementarnych danego prostego doświadczenia losowego, określać ich liczbę oraz wyznaczać zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu
- i. Pozna klasyczną definicję prawdopodobieństwa
- j. Nauczy się obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych sytuacjach z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa
- k. Nauczy się obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń z zastosowaniem „drzewka”



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Cele wychowania:

- * kształtowanie postawy aktywnego i twórczego ucznia
- * kształtowanie umiejętności rozpoznawania własnych potrzeb edukacyjnych
- * kształtowanie takich cech osobowości, jak: staranność, systematyczność, koleżeństwo, życzliwość, odpowiedzialność
- * negowanie nieuczciwego postępowania, w szczególności „ściągnięcia” i podpowiadania
- * kształcenie umiejętności:
 - argumentowania, wyciągnięcia wniosków,
 - precyzyjnego formułowania myśli,
 - systematycznej pracy,
 - planowania pracy i starannego wykonania tego planu,
 - samokształcenia,
 - jasnego zapisu rozwiązania zadania (czytelny rysunek, spójny, uporządkowany zapis toku rozumowania)
 - dobrej organizacji pracy w grupie przy rozwiązywaniu problemów

Nie przedstawiamy bardziej szczegółowego wykazu celów wychowania, bo muszą one wynikać z programu wychowawczego szkoły i zależy to od specyfiki danej placówki.

Koncentrujemy się na specyficznych celach wychowawczych, które mogą być realizowane na lekcjach matematyki.



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Treści zgodne z podstawą programową matematyki na poziomie podstawowym wraz z proponowanym rozkładem materiału

- * Program zawiera wszystkie treści z podstawy programowej
- * Nie rozszerza treści poza podstawę programową kształcenia w zakresie podstawowym (nie ma treści z zakresu rozszerzonego, ani wykraczających poza podstawę programową matematyki w IV etapie edukacyjnym)
- * Podzielony jest na dziesięć działów zgodnie z podstawą programową zakresu podstawowego
- * Proponujemy realizację treści właśnie w takiej kolejności, z jednym wyjątkiem – nierówności kwadratowe z działu 3, zalecamy realizować po zapoznaniu z wykresem funkcji kwadratowej, czyli w dziale 4
- * Program przeznaczony jest do realizacji w ciągu 300 godzin lekcyjnych, bez względu na to ile godzin w poszczególnych latach nauki przyjęto w ramowym planie nauczania w danym liceum. Nie proponujemy w związku z tym podziału na klasy, bo to zależy od konkretnej placówki, w której program będzie realizowany.
- * Przy poszczególnych tematach lekcji (w ich scenariuszach) powołujemy się na numery z podstawy programowej (**PP**) (np. PP 1.8 oznacza: posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;)
- * Zamieszczamy poniżej treści nauczania wraz z propozycją tematów lekcji i przydziałem godzin na ich realizację. Jest to tylko propozycja, którą nauczyciel korzystający z niniejszego programu powinien dostosować do potrzeb własnych i możliwości klasy. Niektóre tematy są bardzo „rozdrobnione” – proponujemy przeznaczyć na nie dużą ilość godzin. Na pierwszy rzut oka może się wydawać, że godzin na realizację niektórych tematów jest za dużo. Zalecamy tu ostrożność i nie narzucanie zbyt szybkiego tempa w przechodzeniu do kolejnego tematu. Naszym zdaniem lepiej powoli, a dokładnie. Decyzję w tej sprawie pozostawiamy nauczycielowi.



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

1. Liczby rzeczywiste. Uczeń zgodnie z podstawą programową:

- 1) przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamek zwykłego, ułamek dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg);
- 2) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych);
- 3) posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach;
- 4) oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych;
- 5) wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką);
- 6) wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym;
- 7) oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia;
- 8) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;
- 9) wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok).

Odpowiadające temu działowi treści nauczania wraz z tematami lekcji i przydziałem godzin:

1. Liczby rzeczywiste			
1	Liczby naturalne, całkowite, wymierne i niewymierne - przypomnienie wiadomości	1	GIMN
2	Ułamki zwykłe i dziesiętne okresowe	1	1.1
3	Potęgi o wykładniku naturalnym i całkowitym - powtórzenie	1	GIMN
4	Pierwiastki stopnia drugiego i trzeciego - powtórzenie	1	GIMN
5	Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych)	1	1.2
6	Obliczanie wartości wyrażeń wymiernych i określanie ich dziedziny	1	1.2
7	Obliczanie wartości wyrażeń wymiernych	1	1.2
8	Pierwiastki dowolnego stopnia	1	1.3
9	Prawa działań na pierwiastkach	1	1.3



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

10	Obliczenia z zastosowaniem pierwiastków dowolnego stopnia	1	1.3
11	Potęga o wykładniku wymiernym	1	1.4
12	Prawa działań na potęgach	1	1.4
13	Wykorzystywanie własności potęg w innych dziedzinach - fizyka i astronomia	1	1.5
14	Wykorzystywanie własności potęg w innych dziedzinach - chemia	1	1.5
15	Wykorzystywanie własności potęg w innych dziedzinach - informatyka	1	1.5
16	Utrwalenie wiadomości z działu liczby rzeczywiste	1	
17	Podsumowanie wiadomości z działu liczby rzeczywiste	1	
18	Praca klasowa - liczby rzeczywiste (część I)	1	
19	Omówienie i poprawa pracy klasowej - liczby rzeczywiste (część I)	1	
	Razem Liczby rzeczywiste - część I	19	
20	Pojęcie logarytmu	1	1.6
21	Logarytm iloczynu i ilorazu	1	1.6
22	Logarytm potęgi o wykładniku naturalnym	1	1.6
23	Obliczenia z zastosowaniem logarytmów i ich własności (1)	1	1.6
24	Obliczenia z zastosowaniem logarytmów i ich własności (2)	1	1.6
25	Błąd bezwzględny i błąd względny	1	1.7
26	Pojęcie przedziału liczbowego	1	1.8
27	Przedziały liczbowe	1	1.8
28	Obliczenia procentowe - co już wiemy o procentach?	1	GIMN
29	Obliczenia procentowe – o ile procent więcej, o ile procent mniej	1	1.9
30	Zwiększanie lub zmniejszanie o dany procent	1	1.9
31	Obliczenia procentowe - podatki, zysk z lokat	1	1.9
32	Utrwalenie wiadomości o logarytmach, przedziałach i procentach (1)	1	
33	Utrwalenie wiadomości o logarytmach, przedziałach i procentach (2)	1	
34	Praca klasowa - liczby rzeczywiste (część II)	1	
35	Omówienie i poprawa pracy klasowej - liczby rzeczywiste (część II)	1	
	Razem Liczby rzeczywiste - część II	16	
	RAZEM Liczby rzeczywiste	35	



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

2. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń zgodnie z podstawą programową:

1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$

Treści i tematyka lekcji:

2. Wyrażenia algebraiczne			
1	Wyrażenia algebraiczne - przypomnienie wiadomości	1	GIMN
2	Wzory skróconego mnożenia - kwadrat sumy.	1	2.1
3	Wzory skróconego mnożenia - kwadrat różnicy	1	2.1
4	Wzory skróconego mnożenia - różnica kwadratów	1	2.1
5	Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia do rozkładu wyrażień algebraicznych na czynniki	1	2.1
6	Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia	1	2.1
		6	



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

3. Równania i nierówności. Uczeń zgodnie z podstawą programową:

- 1) sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;
- 2) wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- 3) rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;
- 4) rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą;
- 5) rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;
- 6) korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu $x^3 = -8$;
- 7) korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu $x(x + 1)(x - 7) = 0$;
- 8) rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np. $\frac{x+1}{x+3} = 2$, $\frac{x+1}{x} = 2x$

3. Równania i nierówności			
1	Równania	1	GIMN
2	Rozwiązywanie równań	1	3.1
3	Nierówności - wprowadzenie	1	3.3
4	Rozwiązywanie nierówności	1	3.3
5	Nierówności - rozwiązywanie zadań z treścią	1	3.3
6	Rozwiązywanie równań - zadania różne	1	3.6
7	Rozwiązywanie równań kwadratowych z jedną niewiadomą (1)	1	3.4
8	Rozwiązywanie równań kwadratowych z jedną niewiadomą (2)	1	3.4
9	Rozwiązywanie równań kwadratowych z jedną niewiadomą (3)	1	3.4
10	Rozwiązywanie równań z wykorzystaniem własności iloczynu	1	3.7
11	Ćwiczenia w rozwiązywaniu równań	1	3.7
12	Rozwiązywanie prostych równań wymiernych	1	3.8
13	Ćwiczenia w rozwiązywaniu prostych równań wymiernych.	1	3.8
14	Zastosowanie prostych równań wymiernych w zadaniach tekstowych.	1	3.8
15	Utrwalenie wiadomości o rozwiązywaniu równań i nierówności (1)	1	3.1, 3.3, 3.4, 3.6, 3.7, 3.8
16	Utrwalenie wiadomości o rozwiązywaniu równań i nierówności (2)	1	3.1, 3.3, 3.4, 3.6, 3.7, 3.8



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

17	Praca klasowa - równania i nierówności	1	
18	Poprawa pracy klasowej z równań i nierówności	1	
		18	





Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

4. Funkcje. Uczeń zgodnie z podstawą programową:

- 1) określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego;
- 2) oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu. Posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość;
- 3) odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą);
- 4) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji
 $y = f(x + a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;
- 5) rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;
- 6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie;
- 7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
- 8) szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;
- 9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
- 10) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje);
- 11) wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- 12) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym);
- 13) szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego a , korzysta ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;
- 14) szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;
- 15) posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

4. Funkcje			
1	Pojęcie funkcji, różne sposoby opisywania funkcji	1	4.1
2	Pojęcie funkcji, rozstrzyganie czy dane przyporządkowanie jest funkcją	1	4.1
3	Obliczanie wartości funkcji dla danego argumentu	1	4.2
4	Obliczanie, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje podaną wartość	1	4.2
5	Szkicowanie wykresów niektórych funkcji elementarnych np. $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{x}$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = x $	1	4.1, 4.2
6	Dziedzina funkcji - odczytywanie z wykresu	1	4.3
7	Zbiór wartości - odczytywanie z wykresu	1	4.3
8	Miejsce zerowe funkcji	1	4.3, 4.2
9	Monotoniczność funkcji	1	4.3
10	Wartości dodatnie i ujemne funkcji	1	4.3
11	Wartość najmniejsza i największa funkcji	1	4.3
12	Odczytywanie własności funkcji z wykresu	1	4.3
13	Przesuwanie wykresów funkcji wzdłuż osi OY	1	4.4
14	Przesuwanie wykresów funkcji wzdłuż osi OX	1	4.4
15	Symetrie wykresów funkcji względem osi OX i OY	1	4.4
16	Symetrie wykresów funkcji względem osi układu współrzędnych - zadania	1	4.4
17	Przekształcanie wykresów funkcji - zadania	1	4.4
18	Utrwalenie wiadomości o własnościach i przekształceniach funkcji (1)	1	
19	Utrwalenie wiadomości o własnościach i przekształceniach funkcji (2)	1	4.1, 4.2, 4.3, 4.4
20	Funkcje – praca klasowa	1	4.1, 4.2, 4.3, 4.4
21	Funkcje - poprawa pracy klasowej	1	4.1, 4.2, 4.3, 4.4
	Razem Funkcje i przekształcanie wykresów funkcji	21	
1	Funkcja liniowa $f(x) = ax + b$ i jej wykres	1	4.5
2	Wykres i własności funkcji liniowej	1	4.5
3	Interpretacja współczynników we wzorze funkcji liniowej	1	4.7
4	Współczynnik kierunkowy prostej	1	4.7
5	Interpretacja współczynników we wzorze funkcji liniowej - prostokątność prostych	1	4.7



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

6	Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie wykresu lub informacji o punktach należących do wykresu funkcji	1	4.6
7	Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji	1	4.6
8	Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie informacji o położeniu wykresu funkcji	1	4.6
9	Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie wykresu lub informacji o funkcji	1	4.6
10	Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi	1	GIMN
11	Geometryczna interpretacja układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi (1)	1	3.2
12	Geometryczna interpretacja układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi (2)	1	3.2
13	Wykorzystanie własności funkcji liniowej do interpretacji zagadnień geometrycznych.	1	4.12
14	Zastosowanie własności funkcji liniowej do opisywania zjawisk życia codziennego.	1	4.12
15	Utrwalenie wiadomości o funkcji liniowej	1	
16	Podsumowanie wiadomości o funkcji liniowej	1	
17	Praca klasowa - funkcja liniowa	1	
18	Omówienie i poprawa pracy klasowej - funkcja liniowa	1	
	Razem Funkcja liniowa	18	
1	Funkcja $f(x) = ax^2$	1	4.8
2	Przesuwanie wykresów funkcji $f(x) = ax^2$	1	4.8, 4.10
3	Postać kanoniczna funkcji kwadratowej	1	4.8, 4.10
4	Postać kanoniczna i ogólna funkcji kwadratowej	1	4.8, 4.10
5	Postać ogólna funkcji kwadratowej	1	4.8, 4.10
6	Miejsca zerowe funkcji kwadratowej	1	3.4, 4.8, 4.10
7	Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.	1	3.4, 4.8, 4.10
8	Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej wykresu	1	4.9
9	Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie informacji o funkcji	1	4.9
10	Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie informacji o funkcji lub jej wykresie	1	4.9
11	Wyznaczanie wartości największej i najmniejszej funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym na podstawie wykresu	1	4.11
12	Wyznaczanie wartości największej i najmniejszej funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym	1	4.11



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

13	Wartości dodatnie i ujemne funkcji kwadratowej	1	3.5
14	Nierówności kwadratowe	1	3.5
15	Zastosowanie nierówności kwadratowych w zadaniach tekstowych	1	3.5
16	Wykorzystanie własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, ekonomicznych, fizycznych itp.	1	4.12
17	Zastosowania funkcji kwadratowej	1	4.12
18	Zadania optymalizacyjne	1	4.12
19	Zadania optymalizacyjne- wyznaczanie wartości największej lub najmniejszej funkcji	1	4.12
20	Utrwalenie wiadomości o funkcji kwadratowej (1)	1	
21	Utrwalenie wiadomości o funkcji kwadratowej (2)	1	
22	Praca klasowa - funkcja kwadratowa	1	
23	Poprawa pracy klasowej - funkcja kwadratowa	1	
	Razem Funkcja kwadratowa	23	
1	Wielkości odwrotnie proporcjonalne.	1	4.13
2	Funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ i jej wykres.	1	4.13
3	Przesuwanie hiperboli.	1	4.13
4	Zastosowanie wykresów funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi.	1	4.13
5	Wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw	1	4.14
6	Przekształcanie wykresów funkcji wykładniczych.	1	4.14
7	Zastosowanie funkcji wykładniczej do opisu zjawisk fizycznych i chemicznych.	1	4.15
8	Zastosowanie funkcji wykładniczej do opisu innych zjawisk z życia codziennego.	1	4.15
9	Powtórzenie wiadomości o funkcjach wymiernych i wykładniczych	1	
10	Powtórzenie wiadomości - proporcjonalność odwrotna, równania wymierne i ich zastosowanie.	1	
11	Funkcje wymierne i funkcje wykładnicze - praca klasowa	1	
12	Funkcje wymierne i funkcje wykładnicze - omówienie pracy klasowej	1	
	Razem Funkcje inne	12	
	RAZEM Funkcje	74	



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

5. Ciągi. Uczeń zgodnie z podstawą programową:

- 1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- 2) bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;
- 3) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- 4) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.

5. Ciągi			
1	Ciągi liczbowe. Sposoby opisywania ciągów.	1	5.1
2	Własności ciągów liczbowych	1	5.1
3	Ciąg arytmetyczny	1	5.2
4	Własności ciągu arytmetycznego	1	5.3
5	Suma n wyrazów ciągu arytmetycznego	1	5.3
6	Ciąg arytmetyczny - rozwiązywanie zadań.	1	5.3
7	Zastosowanie własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych.	1	5.3
8	Pojęcie ciągu geometrycznego. Wzór na wyraz ogólny ciągu geometrycznego	1	5.2
9	Własności ciągu geometrycznego	1	5.4
10	Własności ciągu geometrycznego - zadania	1	5.4
11	Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	1	5.4
12	Rozwiązywanie zadań dotyczących ciągu geometrycznego	1	5.4
13	Procent składany	1	1.9
14	Procent składany - zadania	1	1.9
15	Utrwalenie wiadomości o ciągach	1	
16	Utrwalenie wiadomości o ciągu arytmetycznym i ciągu geometrycznym	1	
17	Ciągi - praca klasowa	1	
18	Ciągi - omówienie pracy klasowej	1	
		18	



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

6. Trygonometria. Uczeń zgodnie z podstawą programową:

- 1) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 180° ;
- 2) korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);
- 3) oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną);
- 4) stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$,
 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
- 7) znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.

6. Trygonometria			
1	Definicje i wartości funkcji sinus, cosinus, tangens kątów ostrych w trójkącie prostokątnym	1	6.1
2	Definicje i wartości funkcji sinus, cosinus, tangens kątów ostrych w trójkącie prostokątnym - wykorzystanie w zadaniach (1)	1	6.1
3	Definicje i wartości funkcji sinus, cosinus, tangens kątów ostrych w trójkącie prostokątnym - wykorzystanie w zadaniach (2)	1	6.1
4	Wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30° , 45° i 60°	1	6.2
5	Obliczanie długości odcinków w trójkącie prostokątnym - wykorzystanie tablic lub kalkulatora	1	6.2
6	Obliczanie długości odcinków w trójkącie prostokątnym - wykorzystanie tablic lub kalkulatora - zadania	1	6.2
7	Obliczanie miary kąta ostrego, gdy znana jest wartość jego funkcji trygonometrycznych	1	6.3
8	Obliczanie miary kąta ostrego, gdy znana jest wartość jego funkcji trygonometrycznych - zadania	1	6.3
9	Proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi	1	6.4
10	Zastosowanie zależności między funkcjami trygonometrycznymi	1	6.4
11	Wyznaczanie wartości pozostałych funkcji kąta ostrego, gdy dany jest sinus lub cosinus	1	6.5
12	Wyznaczanie wartości pozostałych funkcji kąta ostrego, gdy dany jest sinus lub cosinus - zastosowanie w zadaniach	1	6.5
13	Definicje i wartości funkcji sinus, cosinus, tangens kątów od 0° do 180°	1	6.1
14	Zastosowanie definicji i wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów od 0° do 180°	1	6.1



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

15	Utrwalenie wiadomości z trygonometrii cz.1	1	
16	Utrwalenie wiadomości z trygonometrii cz.2	1	
17	Praca klasowa z trygonometrii	1	
18	Poprawa pracy klasowej z trygonometrii	1	
		18	





Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

7. Planimetria. Uczeń zgodnie z podstawą programową:

- 1) stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym;
- 2) korzysta z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych;
- 3) rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów;
- 4) korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi.

7. Planimetria			
1	Kąty w kole - kąt środkowy i kąt wpisany	1	7.1
2	Kąty w kole - rozwiązywanie zadań	1	7.1
3	Wzajemne położenie prostej i okręgu	1	7.1
4	Własności stycznej do okręgu	1	7.1
5	Wzajemne położenie dwóch okręgów. Okręgi styczne	1	7.2
6	Rozwiązywanie zadań z wykorzystaniem warunków styczności okręgów	1	7.2
7	Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości o trójkątach	1	GIMN
8	Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości o czworokątach	1	GIMN
9	Wielokąty - rozwiązywanie zadań	1	GIMN
10	Trójkąty podobne. Przypomnienie i usystematyzowanie wiadomości	1	7.3
11	Trójkąty podobne. Stosunek pól figur podobnych	1	7.3
12	Cechy podobieństwa trójkątów- zastosowanie wiadomości-planimetria	1	7.3
13	Zastosowanie trygonometrii - pole trójkąta, pole czworokąta	1	7.4
14	Zastosowanie trygonometrii w obliczeniach z planimetrii	1	7.4
15	Obliczenia w planimetrii z wykorzystaniem zależności trygonometrycznych	1	7.4
16	Zastosowanie trygonometrii w obliczeniach użytkowych - geodezja, architektura, geografia	1	7.4
17	Zastosowanie trygonometrii w zadaniach z kontekstem realistycznym	1	7.4
18	Zastosowanie trygonometrii w obliczeniach praktycznych	1	7.4
19	Powtórzenie wiadomości przed pracą klasową – planimetria	1	
20	Utrwalenie wiadomości z planimetrii	1	
21	Praca klasowa - planimetria	1	



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

22	Poprawa pracy klasowej z planimetrii	1	
		22	





Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej. Uczeń zgodnie z podstawą programową:

- 1) wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);
- 2) bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;
- 3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt;
- 5) oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych;
- 6) wyznacza współrzędne środka odcinka;
- 7) oblicza odległość dwóch punktów;
- 8) znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu.

8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej			
1	Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty - postać kierunkowa i ogólna	1	8.1
2	Postać kierunkowa i ogólna prostej- ćwiczenia w szkicowaniu prostych	1	8.1
3	Równoległość i prostopadłość prostych na podstawie równań kierunkowych	1	8.2
4	Równoległość i prostopadłość prostych na podstawie równań kierunkowych - ćwiczenia	1	8.2
5	Wyznaczanie równania prostej równoległej lub prostopadłej do danej, przechodzącej przez podany punkt	1	8.3
6	Wyznaczanie równania prostej równoległej lub prostopadłej do danej, przechodzącej przez podany punkt-ćwiczenia	1	8.3
7	Obliczanie punktu przecięcia dwóch prostych	1	8.4
8	Współrzędne środka odcinka	1	8.5
9	Obliczanie odległości dwóch punktów na płaszczyźnie (1)	1	8.6
10	Obliczanie odległości dwóch punktów na płaszczyźnie (2)	1	8.6
11	Obliczanie odległości dwóch punktów na płaszczyźnie (3)	1	8.6
12	Symetrie figur geometrycznych względem osi układu współrzędnych	1	8.7
13	Symetrie figur geometrycznych względem początku układu współrzędnych	1	8.7
14	Symetrie figur geometrycznych względem osi i początku układu współrzędnych - zadania	1	8.7



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

15	Utrwalenie wiadomości z geometrii analitycznej (1)	1	
16	Utrwalenie wiadomości z geometrii analitycznej (2)	1	
17	Praca klasowa - geometria analityczna	1	
18	Poprawa pracy klasowej z geometrii analitycznej	1	
		18	





Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

9. Stereometria. Uczeń zgodnie z podstawą programową:

- 1) rozpoznaje w graniastopkach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, np.), oblicza miary tych kątów;
- 2) rozpoznaje w graniastopkach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów;
- 3) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;
- 4) rozpoznaje w graniastopkach i ostrosłupach kąty między ścianami;
- 5) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;
- 6) stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości.

9. Stereometria			
1	Przypomnienie wiadomości o graniastopkach	1	GIMN
2	Kąty między odcinkami w graniastopkach	1	9.1
3	Kąty między odcinkami i płaszczyznami w graniastopkach	1	9.2
4	Kąty między odcinkami i płaszczyznami w graniastopkach	1	9.2
5	Kąty między ścianami w graniastopkach	1	9.4
6	Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków, miar kątów, pól i objętości graniastopków	1	9.6
7	Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków, miar kątów, pól i objętości graniastopków	1	9.6
8	Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków, miar kątów, pól i objętości graniastopków	1	9.6
9	Przypomnienie wiadomości o ostrosłupach	1	GIMN
10	Kąty między odcinkami w ostrosłupach	1	9.1
11	Kąty między odcinkami i płaszczyznami w ostrosłupach prawidłowych	1	9.2
12	Kąty między odcinkami i płaszczyznami w ostrosłupach nieprawidłowych	1	9.2
13	Kąty między ścianami w ostrosłupach prawidłowych	1	9.4
14	Kąty między ścianami w ostrosłupach nieprawidłowych	1	9.4



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

15	Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków w ostrosłupach	1	9.6
16	Zastosowanie trygonometrii do obliczania miar kątów w ostrosłupach	1	9.6
17	Zastosowanie trygonometrii do obliczania pól i objętości ostrosłupów	1	9.6
18	Przekroje sześcianu	1	9.5
19	Przekroje prostopadłościanu	1	9.5
20	Kąty między odcinkami i między odcinkami i płaszczyznami w walcach	1	9.3
21	Kąty między odcinkami i między odcinkami i płaszczyznami w stożkach	1	9.3
22	Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków i miar kątów w walcach i stożkach	1	9.6
23	Zastosowanie trygonometrii do obliczania pól walców i stożków	1	9.6
24	Zastosowanie trygonometrii do obliczania objętości walców i stożków	1	9.6
25	Utrwalenie wiadomości z stereometrii (1)	1	
26	Utrwalenie wiadomości z stereometrii (2)	1	
27	Praca klasowa ze stereometrii	1	
28	Poprawa pracy klasowej ze stereometrii	1	
		28	



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka. Uczeń zgodnie z podstawą programową:

- 1) oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje te parametry dla danych empirycznych;
- 2) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania;
- 3) oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.

10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka			
1	Przypomnienie wiadomości ze statystyki	1	GIMN
2	Średnia ważona	1	10.1
3	Odchylenie standardowe (1)	1	10.1
4	Odchylenie standardowe (2)	1	10.1
5	Zliczanie obiektów - reguła mnożenia	1	10.2
6	Zliczanie obiektów - reguła dodawania	1	10.2
7	Zliczanie obiektów - reguła mnożenia i reguła dodawania	1	10.2
8	Jak obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia?	1	10.3
9	Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń (1)	1	10.3
10	Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń (2)	1	10.3
11	Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń (3)	1	10.3
12	Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń z wykorzystaniem poznanych metod	1	10.3
13	Utrwalenie wiadomości o elementach statystyki	1	
14	Utrwalenie wiadomości z prawdopodobieństwa	1	
15	Praca klasowa - elementy statystyki i prawdopodobieństwo	1	
16	Omówienie i poprawa pracy klasowej - elementy statystyki i prawdopodobieństwo	1	
		16	

Razem wszystkie działy **243** godziny



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Powtórzenie do matury			
1	Powtórzenie do matury - Liczby rzeczywiste: Przedstawianie liczb rzeczywistych w różnych postaciach	1	
2	Powtórzenie do matury - Liczby rzeczywiste: Porównywanie liczb i przedziały liczbowe	1	
3	Powtórzenie do matury - Liczby rzeczywiste: Zadania na dowodzenie (1)	1	
4	Powtórzenie do matury - Liczby rzeczywiste: Zadania na dowodzenie (2)	1	
5	Powtórzenie do matury: Zastosowania wzorów skróconego mnożenia-powtórzenie	1	
6	Powtórzenie do matury: Równania i nierówności	1	3.1, 3.3, 3.4, 3.6, 3.7, 3.8
7	Powtórzenie do matury: Rozwiązywanie równań i nierówności – zadania z treścią	1	3.1, 3.3, 3.4, 3.6, 3.7, 3.8
8	Rozwiązywanie równań i nierówności – proste zasady	1	3.1, 3.3, 3.4, 3.6, 3.7, 3.8
9	Powtórzenie do matury - funkcje: Sposoby określania funkcji. Argumenty i wartości funkcji	1	
10	Powtórzenie do matury - funkcje: Odczytywanie własności funkcji z jej wykresu	1	
11	Powtórzenie do matury - funkcje: Szkicowanie wykresów funkcji $y = f(x + a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$	1	
12	Powtórzenie do matury - funkcje: Własności funkcji i przekształcanie wykresów funkcji – rozwiązywanie zadań maturalnych	1	
13	Powtórzenie do matury - Wykres i własności funkcji liniowej	1	
14	Powtórzenie do matury - Funkcja liniowa: Interpretacja współczynników we wzorze funkcji liniowej	1	
15	Powtórzenie do matury - Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie wzoru lub informacji o funkcji	1	
16	Powtórzenie do matury: Funkcja kwadratowa rozwiązywanie zadań typu maturalnego cz.1	1	
17	Powtórzenie do matury: Funkcja kwadratowa rozwiązywanie zadań typu maturalnego cz.2	1	
18	Powtórzenie do matury: Funkcja kwadratowa rozwiązywanie zadań typu maturalnego cz.3	1	
19	Rozwiązywanie prostych równań wymiernych	1	
20	Przypomnienie i usystematyzowanie wiadomości o funkcji wymiernej	1	
21	Funkcja wymierna - zadania różne	1	
22	Przypomnienie i usystematyzowanie wiadomości o funkcji wykładniczej	1	
23	Zastosowanie wiadomości o funkcji wykładniczej do opisywania zjawisk z życia codziennego	1	



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

24	Powtórzenie do matury - ciągi: Pojęcie ciągu. Wyznaczanie wyrazów ciągu określonego wzorem ogólnym. Procent składany.	1	
25	Powtórzenie do matury - ciągi: Ciąg arytmetyczny	1	
26	Powtórzenie do matury - ciągi: Ciąg geometryczny	1	
27	Powtórzenie do matury - ciągi: Ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny	1	
28	Powtórzenie do matury: Funkcje trygonometryczne – definicje	1	6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5
29	Powtórzenie do matury: Funkcje trygonometryczne – własności	1	6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5
30	Powtórzenie do matury: Funkcje trygonometryczne – zadania	1	6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5
31	Powtórzenie do matury: Geometria analityczna rozwiązywanie zadań typu maturalnego cz.1	1	
32	Powtórzenie do matury: Geometria analityczna rozwiązywanie zadań typu maturalnego cz.2	1	
33	Powtórzenie do matury: Geometria analityczna rozwiązywanie zadań typu maturalnego cz.3	1	
34	Kąty w kole, styczne do okręgu - powtórzenie.	1	7.1, 7.2
35	Podobieństwo trójkątów - powtórzenie	1	7.3
36	Zastosowanie trygonometrii do obliczania pól i obwodów figur - powtórzenie	1	7.4
37	Gnaniastoslupy i ostrosłupy - powtórzenie wiadomości.	1	GIMN
38	Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków i miar kątów w gnaniastoslupach i ostrosłupach.	1	9.1, 9.2, 9.4, 9.6
39	Zastosowanie trygonometrii do obliczania objętości i pola powierzchni gnaniastoslupów.	1	9.1, 9.2, 9.4, 9.6
40	Zastosowanie trygonometrii do obliczania objętości i pola powierzchni ostrosłupów.	1	9.1, 9.2, 9.4, 9.6
41	Walec i stożek – przypomnienie wiadomości.	1	GIMN
42	Zastosowanie trygonometrii do obliczania objętości i pola powierzchni walców i stożków.	1	9.3, 9.6
43	Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości ze statystyki.	1	
44	Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości ze statystyki – ćwiczenia.	1	
45	Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych.	1	
46	Klasyczna definicja prawdopodobieństwa – rozwiązywanie zadań.	1	
47	Własności prawdopodobieństwa – rozwiązywanie zadań	1	
RAZEM Powtórzenie do matury		47	



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Sposoby osiągnięcia celów

Wykorzystanie GeoGebry

GeoGebra jest bezpłatnym oprogramowaniem do użytku edukacyjnego, które może być stosowane przy nauczaniu lub samodzielnym uczeniu się matematyki. Łączy geometrię, algebrę i analizę matematyczną. Obiekty, które program wykorzystuje (figury geometryczne, funkcje) mają w nim podwójną reprezentację – rysunki i wykresy oraz opisy za pomocą wzorów, współrzędnych. Program ma intuicyjną obsługę i może być wykorzystywany zarówno przez nauczycieli (po zapoznaniu się z podstawowymi zasadami jego obsługi) jak i uczniów. Stosując nasz program nauczania nie ma konieczności wykonywania samodzielnie pomocy do lekcji – przygotowaliśmy gotowy zestaw 100 apletów (interaktywnych kart pracy) gotowych do wykorzystania na lekcjach przez uczniów. Opisy ich zastosowania znajdują się w skryptach dla ucznia oraz wskazane są w scenariuszach lekcji.

Istnieje możliwość wykorzystania GeoGebry na innych lekcjach niż przewidywane w scenariuszach oraz możliwość przygotowania własnych apletów przez nauczycieli znających podstawy obsługi GeoGebry oraz wykorzystania GeoGebry przez uczniów do wizualizacji zadań lub wykonania prac badawczych.

Aktywizacja uczniów poprzez eksperymentowanie, odkrywanie za pomocą apletów GeoGebry i pracę ze skryptami

- * Aplety nastawione głównie na odkrywanie związków, własności i zależności, samodzielne wyciąganie wniosków lub formułowanie odpowiedzi a nie na pokazywanie gotowych rozwiązań - wykaz apletów załącznik1 na końcu programu nauczania
- * Dokumentowanie pracy z apletem poprzez wykonanie zadań zawartych w skrypcie (forma notatki z lekcji, która ma znaczenie edukacyjne (nie zapomniałem treści, bo mam notatkę) oraz psychologiczno-dyscyplinujące (lekcja z komputerem nie jest lekcją „ulgową”). 33 skrypty obejmują większość tematów lekcji. Nie są przewidziane



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

do lekcji powtórzeniowych, prac klasowych, ani do działu równania i nierówności.

Szczegółowy wykaz skryptów dla ucznia i spis ich zawartości - załącznik 2 na końcu programu nauczania.

Zastosowanie elementów OK

- * Cele lekcji w języku ucznia
- * Kryteria sukcesu
- * Pytania kluczowe
- * Samoocena, ocena koleżeńska
- * Niezgłaszanie się do odpowiedzi („patyczki” – losowanie aplet wykonany w GeoGebrze)
- * Informacja zwrotna dla ucznia
- * Informacja zwrotna dla nauczyciela w postaci ewaluacji lekcji („tarcza” wykonana jako aplet GeoGebry)

Metoda „małych kroków” – cele do osiągnięcia po każdej lekcji

- * W scenariuszu każdej lekcji określono jej cele w języku nauczyciela z odwołaniem do konkretnych punktów podstawy programowej oraz cele w języku ucznia

Przewaga aktywizujących metod nauczania nad podającymi (szerzej na ten temat w poradniku metodycznym)

Poradnik metodyczny dla nauczyciela zawiera następujące zagadnienia i tematy:

- * Elementy Oceniania Kształtującego wykorzystane w programie.
- * Aktywizujące metody nauczania matematyki.
- * Wskazówki metodyczne do poszczególnych działów programu, z uwzględnieniem samodzielnego zastosowania GeoGebry przez nauczyciela na lekcjach oraz przez ucznia przy wykonywaniu prac domowych.



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- * Przykłady kartkówek, sprawdzianów, również z zastosowaniem Oceniania Kształtującego.
- * Uwagi dotyczące dodatkowych możliwości wykorzystania apletów, o których nie wspomniano w skryptach dla uczniów.
- * Sposoby ewaluacji zajęć.



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Uwzględnienie warunków w jakich program będzie realizowany

- * Aby można było realizować w szkole niniejszy program, powinno być zapewnione odpowiednie wyposażenie sprzętowe sali lekcyjnej. Powinna być ona wyposażona co najmniej w komputer z dostępem do Internetu oraz projektor multimedialny. Jeszcze większe możliwości wykorzystania programu zapewni tablica multimedialna. W scenariuszach lekcji wskazujemy projektor multimedialny/tablicę multimedialną wymiennie jako środki dydaktyczne.
- * Tablica multimedialna wraz z oprogramowaniem może rozszerzyć możliwości organizacji lekcji:
 - * precyzja przy rysowaniu figur i pisaniu tekstów
 - * wbudowana baza figur geometrycznych
 - * możliwość usunięcia zbędnych elementów
 - * możliwość cofnięcia ostatniego ruchu
 - * możliwość kopiowania obiektów (również nieskończonego)
 - * „kurtyna” eliminuje rozproszenie uwagi, pokazujemy tyle, ile jest potrzebne
 - * „reflektor” pozwala kierować uwagę na istotny element na ekranie
 - * Możliwość tworzenia notatek na obrazie
 - * Możliwość zapisania notatek w formacie oprogramowania tablicy lub jako pdf
 - * Możliwość wstawiania
 - * Rysunków wykonanych w GeoGebra
 - * Obrazków zeskanowanych
 - * Zdjęć
 - * Dowolnych plików graficznych



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- * Zasoby do wykorzystania na tablicach multimedialnych dostępne są na wielu stronach internetowych, m.in.:
 - * <http://www.tablice.net.pl/> [ostatni dostęp 30 lipca 2015]
 - * <http://nowoczesnenauczanie.pl/smart-board/12-najlepszych-stron-z-materialami-do-tablicy-interaktywnej/> [ostatni dostęp 30 lipca 2015]
 - * <http://nowoczesnenauczanie.pl/smart-board/wirtualna-nauka-w-khan-academy/> [ostatni dostęp 30 lipca 2015]
 - * <http://www.tablice.net.pl/lekcje> [ostatni dostęp 30 lipca 2015]
- * O ile warunki lokalowe na to pozwalają można wykorzystać do pracy na lekcjach matematyki pracownię komputerową do pracy w małych 2-3 osobowych grupach uczniów lub z dostępem każdego ucznia do komputera (oczywiście w zależności od ilości uczniów w klasie i ilości stanowisk komputerowych w pracowni).
- * Rozwiązaniem przyszłościowym jest wykorzystanie osobistego komputera lub tabletu uczniowskiego.



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Uwzględnienie możliwości indywidualizacji pracy w zależności od potrzeb i możliwości uczniów

- * Pracy z uczniem zdolnym poświęcona jest nakładka na program dla uczniów zdolnych. Zawiera ona następujące elementy:
 - Charakterystyka ucznia zdolnego w dziedzinie matematyki w zakresie podstawowym w IV etapie edukacyjnym
 - Przykładowe formy pracy z uczniem zdolnym
 - Wybrane metody pracy z uczniem zdolnym
 - Przykłady tematyki dodatkowych aktywności dla uczniów zdolnych
 - Zadania dodatkowe: o podwyższonym stopniu trudności, pogłębiające umiejętności, wymagające niestandardowych rozwiązań, zgodne z podstawą programową matematyki w zakresie podstawowym dla IV etapu edukacyjnego dla wybranych działów
- * Pracy z uczniem mającym trudności służy nakładka na program dla uczniów mających trudności. Zawiera ona:
 - charakterystykę uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, ze szczególnym uwzględnieniem trudności w uczeniu się matematyki
 - zalecenia ogólne dostosowywania metod pracy z uczniami z dysfunkcjami różnego rodzaju
 - wybór zadań mający na celu umożliwienie uczniowi osiągnięcie założonych szczegółowych celów nauczania zgodnych z podstawą programową kształcenia ogólnego w zakresie podstawowym dla IV etapu edukacyjnego



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Opis założonych osiągnięć ucznia

1. Liczby rzeczywiste – uczeń potrafi:

- * definiować, rozpoznawać i podawać przykłady liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych, pierwszych
- * podać przybliżenie dziesiętne liczby (np. korzystając z kalkulatora) zadaną dokładnością
- * porównać liczby wymierne, liczby rzeczywiste (np. korzystając z kalkulatora)
- * wskazać relacje między zbiorami liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych i rzeczywistych
- * wyznaczać dzielniki i wielokrotności liczby
- * wykonywać działania na liczbach wymiernych i niewymiernych
- * zapisywać pierwiastki arytmetyczne używając potęg
- * wykorzystać notację wykładniczą
- * stosować prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych, całkowitych, wymiernych
- * zapisać podane wyrażenie zawierające potęgi i pierwiastki w postaci potęgi o jednej podstawie
- * wykonać obliczenia na fizyce, chemii, informatyce z wykorzystaniem notacji wykładniczej i praw działań na potęgach
- * obliczyć wartość bezwzględną liczby rzeczywistej
- * obliczyć odległość dwóch liczb na osi liczbowej
- * obliczyć błąd bezwzględny i względny przybliżenia
- * zastosować definicję logarytmu do prostych obliczeń
- * rozwiązywać proste równania korzystając z definicji logarytmu
- * zastosować twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu, logarytmie potęgi o wykładniku naturalnym do wykonywania obliczeń i do sprawdzania prostych tożsamości



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- * zastosować logarytmy i ich własności do rozwiązywania zadań tekstowych osadzonych w życiu codziennym oraz w zagadnieniach związanych z fizyką i chemią
- * wykonywać obliczenia procentowe, obliczać liczbę na podstawie jej procentu, obliczać procent danej liczby
- * obliczać o ile procent jedna wielkość jest większa/mniejsza od drugiej
- * obliczać jak zmienieni się dana wielkość (np. cena) po zwiększeniu/zmniejszeniu o podany procent
- * obliczać, jaki zysk z lokaty można osiągnąć przy
 - różnych oprocentowaniach
 - przy różnych okresach kapitalizacji odsetek
 - różnym czasie trwania lokaty krótszych/dłuższych niż rok
 - z uwzględnieniem podatku od odsetek
- * rozwiązywać zadania typu: uzasadnij..., wykaż..., dotyczących potęg
- * obliczać wartości wyrażeń zawierających pierwiastki dowolnego stopnia, stosować prawa działań na pierwiastkach
- * wyłączać czynnik przed znak pierwiastka i włączać czynnik pod znak pierwiastka
- * usuwać niewymierność typu $\frac{a}{\sqrt{b}}$
- * rozróżniać pojęcie liczby odwrotnej i liczby przeciwnej do danej
- * obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego
- * określać dziedzinę wyrażenia wymiernego
- * przedstawiać liczby w różnych postaciach (np. ułamek zwykłego, ułamek dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli potęg i pierwiastków)
- * odróżniać przedziały liczbowe otwarte i domknięte i zaznaczyć je na osi liczbowej
- * opisać przy pomocy nierówności przedziały zaznaczone na osi liczbowej

2. Wyrażenia algebraiczne – uczeń potrafi:

- * nazwać wyrażenia zapisane za pomocą symboli matematycznych
- * pomnożyć proste sumy algebraiczne



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- * wyłączyć wspólny czynnik z wyrazów sumy algebraicznej poza nawias
- * zapisać za pomocą wyrażenia algebraicznego związku pomiędzy liczbami oraz opisywanymi obiektami np. pola wielokątów, obwody wielokątów
- * stosować wzory– kwadrat sumy, kwadrat różnicy do zmiany na sumę algebraiczną i odwrotnie
- * zastosować wzór – różnicę kwadratów do zmiany na iloczyn i odwrotnie
- * zastosować poznane wzory skróconego mnożenia kwadrat sumy, kwadrat różnicy, różnicę kwadratów do upraszczania wyrażeń i obliczania ich wartości liczbowej
- * zastosować wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$
- * zastosować poznany wzór skróconego mnożenia na różnicę kwadratów do usuwania niewymierności z mianownika
- * rozłożyć wyrażenia algebraiczne na czynniki (stosując wzory skróconego mnożenia, postać iloczynową trójmianu kwadratowego, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias, grupowanie wyrazów)

3. Równania i nierówności – uczeń potrafi:

- * rozwiązywać równania, nierówności liniowe, kwadratowe
- * rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem równań kwadratowych
- * rozwiązywać równania typu $x(x+1)(x-7)=0$ z wykorzystaniem własności iloczynu
- * formułować związki pomiędzy wielkościami za pomocą równań i ich układów
- * określać dziedzinę równania wymiernego
- * rozwiązywać równania wymierne, z uwzględnieniem wyznaczania ich dziedziny lub dokonywania sprawdzenia
- * sprawdzić czy dana liczba jest rozwiązaniem równania
- * rozpoznać czy dane równanie jest równaniem tożsamościowym bądź sprzecznym
- * sprawdzić czy dana liczba jest rozwiązaniem nierówności
- * przekształcić nierówność na nierówność jej równoważną



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- * zaznaczyć zbiór rozwiązań nierówności na osi liczbowej
- * wyznaczać największą bądź najmniejszą liczbę, która spełnia/nie spełnia danej nierówności

4. Funkcje -uczeń potrafi:

- * rozpoznać czy dane przyporządkowanie jest/nie jest funkcją
- * za pomocą tabeli, wzoru, wykresu, opisu słownego określić funkcję zadaną innym sposobem
- * określić, jakiemu argumentowi przyporządkowano daną wartość i jaką wartość przyporządkowano danemu argumentowi na podstawie opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru funkcji
- * odczytać z wykresu własności funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności, wartości dodatnie/ujemne, niedodatnie/nieujemne, miejsce zerowe,
- * obliczyć wartości funkcji danej wzorem dla podanych argumentów
- * określić dziedzinę funkcji i naszkicować wykres funkcji zadanej za pomocą wzoru
$$f(x) = q + \frac{a}{x-p}$$
- * sprawdzić rachunkowo czy dany punkt należy do wykresu funkcji
- * narysować wykres funkcji $f(x) = |x|$, $f(x) = x^2$, $f(x) = x^3$, $f(x) = \frac{a}{x}$,
$$f(x) = \sqrt{x}$$
- * wyznaczyć miejsce zerowe funkcji wymiernej na podstawie danego jej wzoru z uwzględnieniem dziedziny funkcji
- * odczytać z wykresu funkcji wartość najmniejszą i największą w podanym przedziale
- * odczytać z wykresu funkcji rozwiązanie równań typu $f(x) = g(x)$ i nierówności
$$f(x) < g(x), f(x) \leq g(x), f(x) > g(x), f(x) \geq g(x)$$



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- * na podstawie wykresu $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a)$,
 $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ napisać wzór funkcji i odczytać jej
własności
- * szkicować wykresy funkcji liniowych na podstawie wzoru
- * określać monotoniczność funkcji liniowej na podstawie wzoru lub wykresu
- * interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej
- * wykorzystać warunek równoległości/prostopadłości prostych do wyznaczania wzoru
funkcji liniowej
- * rozwiązać równanie liniowe/ układ równań liniowych i zinterpretować wynik
- * rysować wykres funkcji liniowej, kwadratowej, homograficznej, wykładniczej na
podstawie wzoru lub informacji o funkcji
- * wyznaczać wzór funkcji liniowej, kwadratowej, homograficznej, wykładniczej na
podstawie wykresu lub informacji o funkcji
- * określić na podstawie wykresu układu równań czy dany układ jest oznaczony,
nieoznaczony, sprzeczny
- * podać interpretację graficzną układu równań i jego rozwiązanie
- * naszkicować wykresy funkcji kwadratowej danej w postaci kanonicznej, ogólnej,
iloczynowej
- * obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli mając postać ogólną, iloczynową funkcji
kwadratowej
- * przekształcić funkcję kwadratową zadaną jedną z postaci do innych postaci (o ile
istnieją)
- * wyznaczać własności funkcji kwadratowej w postaci ogólnej bez rysowania wykresu
- * badać liczbę miejsc zerowych funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i obliczać
miejsca zerowe funkcji
- * wyznaczyć równanie osi symetrii, odczytać miejsca zerowe funkcji kwadratowej z
postaci iloczynowej



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- * odczytać współrzędne wierzchołka, równanie osi symetrii, przedziały monotoniczności, zbiór wartości funkcji kwadratowej mając postać kanoniczną
- * podać zbiór wartości, wartość najmniejszą lub największą i przedziały monotoniczności funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej
- * wyznaczyć na podstawie wykresu funkcji kwadratowej jej wartość najmniejszą lub największą w podanym przedziale domkniętym
- * rozwiązać proste zadania optymalizacyjne (z uwzględnieniem zadań wykorzystujących związki miarowe w figurach geometrycznych) z wykorzystaniem własności funkcji kwadratowej
- * interpretować graficznie nierówność kwadratową
- * rozwiązać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych (również z zastosowaniem wiadomości z geometrii)
- * wykorzystać własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym)
- * określać własności funkcji wykładniczej i homograficznej (dziedzinę, zbiór wartości, monotoniczność, miejsca przecięcia wykresu z osiami układu współrzędnych, asymptoty) na podstawie wykresu
- * rozpoznawać wielkości odwrotnie proporcjonalne oraz stosować proporcjonalność odwrotną w prostych zadaniach tekstowych
- * dobierać odpowiedni model wykładniczy do zjawiska i na jego podstawie obliczać szukane wielkości

5. Ciągi – uczeń potrafi:

- * stosować definicję ciągu i obliczać jego wyrazy
- * określać monotoniczność ciągów danych wykresem
- * wyznaczać wyrazy ciągu, spełniające zadane warunki, dokonując potrzebnych obliczeń i właściwie interpretując ich wyniki
- * stosować definicję ciągu arytmetycznego i badać, czy ciąg jest arytmetyczny



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- * wykorzystywać własności i wzór na ogólny wyraz ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań
- * obliczać sumy częściowe ciągów arytmetycznych
- * wyznaczać ciągi arytmetyczne, znając ich sumę i pewne własności
- * stosować własności ciągu arytmetycznego do wyznaczania jego wzoru ogólnego, sumy częściowej
- * wykorzystywać zależność między trzema sąsiednimi wyrazami ciągu arytmetycznego
- * rozpoznawać ciągi geometryczne mając dane pewne własności ciągów i na tej podstawie wyznaczać potrzebne wielkości
- * stosować definicję ciągu geometrycznego i wyznaczać jego wyrazy
- * badać na podstawie definicji, czy ciąg jest geometryczny.
- * rozpoznawać na podstawie pierwszego wyrazu i ilorazu monotoniczność ciągu geometrycznego
- * obliczyć dowolny wyraz ciągu geometrycznego, gdy dany jest inny wyraz i iloraz tego ciągu
- * wyznaczyć ciąg geometryczny (napisać jego wzór), gdy dane są dwa dowolne jego wyrazy
- * obliczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego, gdy dany jest pierwszy jego wyraz i iloraz, dwa dowolne wyrazy ciągu lub wzór ogólny ciągu
- * wykorzystywać zależność między trzema sąsiednimi wyrazami ciągu geometrycznego
- * rozwiązywać zadania tekstowe dotyczące ciągu arytmetycznego i geometrycznego z zastosowaniem wzoru na wyraz ogólny ciągu, własności ciągu oraz wzorów na sumę początkowych wyrazów ciągu oraz zależności między trzema kolejnymi wyrazami ciągu
- * rozwiązywać zadania dotyczące lokat bankowych z zastosowaniem procentu składanego ze szczególnym uwzględnieniem takich, w których kapitalizacja następuje częściej niż raz w roku



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

6. Trygonometria – uczeń potrafi:

- * podać definicje funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w trójkącie prostokątnym
- * określić zależność między długościami 2 boków i wybranym kątem ostrym w trójkącie prostokątnym z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych
- * rozwiązać trójkąt prostokątny
- * obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30° , 45° , 60°
- * wykorzystać wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30° , 45° , 60° do obliczenia długości odcinków i miar kątów ostrych w trójkątach 30° , 60° , 90° i 45° , 45° , 90°
- * odczytać przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych z tablic wartości funkcji trygonometrycznych lub obliczyć za pomocą kalkulatora
- * wykorzystać funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych
- * odczytać z tablic wartości funkcji trygonometrycznych miarę kąta, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość
- * obliczyć za pomocą kalkulatora miarę kąta, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość
- * znać i stosować proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi:
 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$, $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ do rozwiązywania zadań
- * sprawdzić, czy zależność jest tożsamością trygonometryczną
- * wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, gdy dany jest sinus lub cosinus stosując proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi lub związki miarowe w trójkącie prostokątnym
- * zdefiniować sinus, cosinus i tangens kątów od 0° do 180°
- * obliczyć sinus, cosinus i tangens kątów od 0° do 180° umieszczonych w układzie współrzędnych, gdy dany jest punkt na końcowym ramieniu kąta
- * obliczyć sinus, cosinus i tangens kątów 0° , 90° , 180° oraz kątów 120° , 135° , 150° .



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- * obliczyć pole trójkąta, gdy dane są długości jego dwóch boków i miara kąta między tymi bokami
- * wyznaczyć współczynnik kierunkowy prostej, gdy dany jest kąt nachylenia tej prostej do osi OX
- * narysować kąt wypukły w układzie współrzędnych, gdy dana jest jedna z wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta

7. Planimetria – uczeń potrafi:

- * rozpoznawać kąty środkowe, kąty wpisane i wyznaczać miary kątów środkowych i kątów wpisanych opartych na tym samym łuku
- * wykorzystywać związek pomiędzy miarą kąta środkowego i częścią łuku okręgu, na jakiej jest oparty
- * rozpoznawać styczną do okręgu oraz kąt dopisany
- * wykorzystywać własności stycznej do okręgu w prostych zadaniach geometrycznych
- * wykorzystywać prostopadłość stycznej i promienia oraz twierdzenie o odcinkach stycznych do wyznaczania zadanych wielkości
- * rozpoznawać okręgi styczne zewnętrznie i styczne wewnętrznie.
- * rozwiązywać proste zadania wykorzystując warunki styczności zewnętrznej i wewnętrznej okręgów.
- * wyznaczać punkty przecięcia symetralnych, środkowych, dwusiecznych i wysokości w trójkątach ostrokątnych, prostokątnych i rozwartokątnych
- * stosować własności symetralnych, środkowych, wysokości i dwusiecznych do rozwiązywania zadań
- * stosować związki miarowe w trójkącie równobocznym, prostokątnym, równoramiennym do wyznaczania zadanych wielkości
- * wymieniać własności czworokątów, wynikające z ich klasyfikacji i stosować własności czworokątów do rozwiązywania zadań



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- * uzasadnić, że trójkąty są do siebie podobne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów KKK, BKB, BBB
- * wyznaczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych
- * obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych, na które wysokość podzieliła trójkąt prostokątny
- * wskazać w trapezie, który został podzielony przekątnymi, które trójkąty są podobne
- * zastosować twierdzenie o stosunku pól figur podobnych do obliczenia skali podobieństwa
- * oszacować rzeczywistą odległość między punktami, znając odległość między tymi punktami na mapie i skalę mapy
- * stosować wzór na pole trójkąta o danych dwóch bokach i kącie między nimi
- * korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w obliczeniach geometrycznych np. nachylenie stoku, kąt padania promieni słonecznych

8. Geometria analityczna – uczeń potrafi:

- * wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty w postaci ogólnej i w postaci kierunkowej (o ile to możliwe)
- * przekształcić (o ile to możliwe) równanie prostej z postaci ogólnej do postaci kierunkowej i odwrotnie
- * narysować prostą o podanym równaniu
- * wyznaczyć współrzędne punktów przecięcia prostej z osiami układu współrzędnych
- * obliczyć pole trójkąta ograniczonego prostą i osiami układu współrzędnych
- * sprawdzić, czy dane trzy punkty są współliniowe
- * wyznaczyć współrzędne czwartego wierzchołka równoległoboku, mając dane trzy pozostałe
- * obliczyć obwód wielokąta o danych wierzchołkach
- * wyznaczyć współrzędne końca odcinka, znając współrzędne jego środka i drugiego końca



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- * wyznaczyć współczynnik kierunkowy prostej równoległej do danej prostej w postaci kierunkowej
- * wyznaczyć współczynnik kierunkowy prostej prostopadłej do danej prostej w postaci kierunkowej
- * sprawdzić na podstawie równań, czy proste są równoległe
- * sprawdzić na podstawie równań, czy proste są prostopadłe
- * wyznaczać równanie prostej równoległej lub prostopadłej do prostej $y = b, x = b$, która przechodzi przez podany punkt
- * wyznaczać równanie prostej równoległej lub prostopadłej do prostej danej w postaci ogólnej, która przechodzi przez dany punkt
- * wyznaczać równanie prostej zawierającej symetralną boku trójkąta, wysokość trójkąta, środkową trójkąta
- * obliczać współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych
- * wyznaczać współrzędne środka odcinka
- * obliczać odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych
- * rysować w układzie współrzędnych obrazy punktu, prostej, odcinka, okręgu i trójkąta w symetrii względem osi OX, osi OY, początku układu współrzędnych

9. Stereometria – uczeń potrafi:

- * rozpoznać i zaznaczyć na rysunku graniastopła i ostrostopła kąty między odcinkami
 - kąt pomiędzy krawędziami podstawy
 - kąt pomiędzy krawędzią podstawy i krawędzią boczną
 - kąt pomiędzy krawędzią podstawy i przekątną ściany bocznej w graniastopłacie
 - kąt pomiędzy krawędzią boczną i przekątną ściany bocznej w graniastopłacie
 - kąt pomiędzy przekątną przekroju i krawędzią boczną w graniastopłacie prawidłowym trójkątnym
 - kąt nachylenia przekątnej graniastopła do płaszczyzny podstawy



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- * obliczać miary kątów między odcinkami w graniastosłupach i ostrosłupach oraz długości odcinków z wykorzystaniem trygonometrii
- * rozpoznać, zaznaczyć na rysunku kąty między odcinkami i płaszczyznami w graniastosłupach i ostrosłupach (pomiędzy krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami)
- * obliczać miary kątów między odcinkami i płaszczyznami w graniastosłupach i ostrosłupach z wykorzystaniem trygonometrii
- * rozpoznać, zaznaczyć na rysunku kąty między płaszczyznami w graniastosłupach i ostrosłupach
- * obliczać miary kątów między płaszczyznami w graniastosłupach i ostrosłupach z wykorzystaniem trygonometrii
- * obliczyć pole powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów
- * obliczyć pole powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów z zastosowaniem trygonometrii
- * określić, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu
- * obliczyć pole przekroju prostopadłościanu (w prostych przypadkach)
- * rozpoznać następujące kąty między odcinkami:
 - kąt nachylenia przekątnej przekroju osiowego walca do płaszczyzny podstawy
 - kąt między przekątną przekroju osiowego i wysokością walca
 - kąt między odcinkiem łączącym brzeg podstawy ze środkiem drugiej podstawy i płaszczyzną podstawy
 - kąt między odcinkiem łączącym brzeg podstawy ze środkiem drugiej podstawy i wysokością walca
- * obliczyć:
 - wysokość i promień walca na podstawie przekątnej przekroju osiowego i kąta jej nachylenia do płaszczyzny podstawy



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- wysokość walca na podstawie promienia i kąta między odcinkiem łączącym brzeg podstawy ze środkiem drugiej podstawy i wysokością walca
- promień walca na podstawie wysokości i kąta między przekątną przekroju osiowego i wysokością walca
- * rozpoznać następujące kąty między odcinkami w stożkach:
 - kąt między tworzącą i wysokością stożka
 - kąt między tworzącą i płaszczyzną podstawy stożka
 - kąt rozwarcia stożka
- * obliczyć:
 - promień i wysokość stożka na podstawie tworzącej i kąta nachylenia tworzącej do płaszczyzny podstawy
 - wysokość stożka na podstawie promienia i kąta rozwarcia stożka
 - tworzącą i promień stożka na podstawie wysokości i kąta między tworzącą i wysokością
- * obliczać pola powierzchni i objętości brył obrotowych z zastosowaniem trygonometrii

10. Elementy statystyki, prawdopodobieństwo – uczeń potrafi:

- * stosować zasadę mnożenia i dodawania
- * określić zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego
- * zliczyć obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych
- * obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa
- * obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia za pomocą drzewka
- * wyznaczyć medianę, dominantę, średnią danych surowych
- * obliczyć i interpretować średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych
- * odczytać podstawowe informacje z wykresu, diagramu, histogramu
- * zaprezentować dane w postaci diagramu kołowego, diagramu słupkowego



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- * narysować histogram



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Propozycje metod sprawdzania osiągnięć ucznia

Osiągnięcia uczniów powinny być sprawdzane różnorodnymi metodami. Oceny wystawiane przez nauczycieli pełnią wiele funkcji. W programie zostaną wykorzystane dwie metody: kształtująca i sumująca.

Metoda oceniania: ocenianie kształtujące

Tej ocenie podlegają: praca domowa, praca w grupach, praca na lekcji, prezentacja rozwiązania zadania, dyskusja nad rozwiązaniem problemu, kartkówki.

Uczniowie potrzebują zachęty, wskazówek, czasu na poprawę, informacji indywidualnej, która wspiera, a nie karze, informacji o pracy ucznia, a nie o jego osobie. Wszystkie te elementy zawiera ocenianie kształtujące. Nauczyciel planując lekcje określa jej cele i precyzyjnie określa uczniom kryteria sukcesu (po czym mogą poznać, że już się nauczyli, tego czego mieli się nauczyć). Kryteria sukcesu podawane są w języku zrozumiałym dla ucznia, służą samoocenie i ocenie koleżeńskiej oraz są podstawą do oceny pracy ucznia. Ocenianie kształtujące pomaga wykształcić u uczniów systematyczność, odpowiedzialność i samokontrolę. Uczniom potrzebne są informacje i wskazówki, by mogli zaplanować kolejny etap uczenia się. Nauczyciel udzielając informacji zwrotnej wskazuje silne strony ucznia i daje wskazówki jak je rozwijać. Konstruktywnie informuje o stronach słabych i o tym jak można je eliminować. Stwarza uczniom możliwość poprawienia własnych błędów. Zwiększa się przez to poczucie bezpieczeństwa uczniów na lekcji, nie boją się popełniać błędów. Dzięki temu uczniowie mogą lepiej zrozumieć, jak się uczyć i mogą wypracować własną strategię „uczenia się jak się uczyć”, biorą większą odpowiedzialność za swój proces uczenia się.

Metoda oceniania: ocenianie sumujące

Wykorzystywanie oceniania kształtującego nie oznacza rezygnacji z oceniania sumującego. Uczniowie w szkole ponadgimnazjalnej przygotowują się do egzaminu maturalnego, którego wynik podawany jest w formie ocen podsumowujących (skala procentowa). Tradycyjne metody i narzędzia oceniania pełnią w dalszym ciągu swoją funkcję, dostarczając informacji o osiągnięciach w zakresie wiedzy i umiejętności ściśle matematycznych.



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Tej ocenie podlegają: prace klasowe, sprawdziany, testy z zadaniami otwartymi, zamkniętymi, diagnozy wstępne, diagnozy końcowe, prace długoterminowe, projekty, pilotaże maturalne, udział i sukcesy w konkursach przedmiotowych oraz wybrane kartkówki, odpowiedzi ustne i inne formy aktywności, po uprzednim poinformowaniu uczniów.

Oceniane sumująco formy aktywności ucznia oraz ocena końcowa powinna być zgodna z ustalonymi w szkole zasadami ujętymi w PZO i WZO.

Główną funkcją tego typu oceniania jest funkcja diagnostyczna. Pozwala ona nauczycielowi na określenie stopnia opanowania wiedzy i umiejętności. Ocenianie powinno być systematyczne, jawne, obiektywne, „świeże”, czyli dokonywane w krótkim czasie. Podobnie jak ocenianie kształtujące pełni także funkcję informującą i motywującą.

Do każdej pracy pisemnej (praca klasowa, diagnoza końcowa, pilotaże maturalne) powinien zostać utworzony klucz odpowiedzi, który będzie zawierał model odpowiedzi i schemat punktowania, do którego każdy uczeń będzie miał dostęp na lekcji analizującej wyniki.



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Propozycje kryteriów oceny

- * ocenę niedostateczną otrzymuje uczeń, który nie spełnia kryteriów na ocenę dopuszczającą
- * ocenę dopuszczającą – otrzymuje uczeń, który:
 - samodzielnie lub z niewielką pomocą nauczyciela rozwiązuje zadania teoretyczne i praktyczne o niewielkim stopniu trudności
 - poprawnie wykonuje proste obliczenia matematyczne
 - zna i rozumie najprostsze pojęcia matematyczne
 - wykazuje chęć poprawy i uzupełnienia braków
- * ocenę dostateczną – otrzymuje uczeń, który:
 - samodzielnie lub z niewielką pomocą nauczyciela rozwiązuje zadania teoretyczne i praktyczne o średnim stopniu trudności
 - skutecznie wykonuje proste obliczenia (niekoniecznie sprawnie)
 - zna podstawowe pojęcia matematyczne i używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników
- * Ocenę dobrą – otrzymuje uczeń, który:
 - posiada wiedzę i umiejętności w zakresie ujętym w podstawie programowej
 - zna i rozumie podstawowe pojęcia
 - sprawnie wykonuje obliczenia
 - rozwiązuje samodzielnie typowe zadania teoretyczne i praktyczne
 - używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników
- * Ocenę bardzo dobrą – otrzymuje uczeń, który:
 - opanował pełny zakres wiedzy i umiejętności określony programem nauczania w danej klasie
 - sprawnie wykonuje obliczenia
 - sprawnie posługuje się językiem matematycznym
 - samodzielnie rozwiązuje problemy teoretyczne i praktyczne



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- buduje lub dobiera model matematyczny do danej sytuacji weryfikuje otrzymane wyniki
- * Ocenę celującą – otrzymuje uczeń, który:
 - potrafi zastosować posiadaną wiedzę do rozwiązywania zadań i problemów w nowych sytuacjach
 - twórczo i samodzielnie rozwija własne uzdolnienia i zainteresowania
 - proponuje rozwiązania nietypowe
 - bierze udział i osiąga sukcesy w konkursach i olimpiadach przedmiotowych



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Załącznik 1 – wykaz apletów wraz z opisami

1. Liczby rzeczywiste	
rzeczywiste01	Potęgi o wykładniku naturalnym i całkowitym - definicje, własności.
rzeczywiste02	Pierwiastki - definicja i własności. Wylączenie czynnika przed znak pierwiastka, włączanie czynnika pod znak pierwiastka, usuwanie niewymierności z mianownika. Konstrukcyjne zaznaczanie na osi liczb postaci: pierwiastek kwadratowy z n.
rzeczywiste03	Wartość liczbową prostych wyrażeń wymiernych. Określanie dziedziny wyrażeń wymiernych.
rzeczywiste04	Zapis pierwiastka arytmetycznego przy pomocy potęg o wykładniku wymiernym i odwrotnie
rzeczywiste05	Geometryczna interpretacja definicji logarytmu
rzeczywiste06	Zastosowania logarytmów na przykładach: poziomu głośności dźwięku i siły trzęsienia ziemi
rzeczywiste07	Obliczanie błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia
rzeczywiste08	Ilustracja przybliżenia pola koła metodą egipską
rzeczywiste09	Wizualizacja przedziałów liczbowych na osi
2. Wyrażenia algebraiczne	
wyrazenia01	Wzór skróconego mnożenia kwadrat sumy
wyrazenia02	Interpretacja geometryczna wzoru na kwadrat sumy oraz różnicy kwadratów
wyrazenia03	Wzór skróconego mnożenia kwadrat różnicy
wyrazenia04	Wzór skróconego mnożenia na różnicę kwadratów
4. Funkcje	
funkcje01	Czy to jest funkcja?
funkcje02	Dziedzina funkcji, zbiór wartości funkcji
funkcje03	Miejsca zerowe funkcji
funkcje04	Monotoniczność funkcji
funkcje05	Wartości dodatnie, wartości ujemne funkcji
funkcje06	Wartość najmniejsza i wartość największa funkcji
funkcje07	Przesuwanie wykresów funkcji wzdłuż osi OX i OY
funkcje08	Symetria wykresów funkcji względem osi OX i OY
funkcje09	Ilustracja zadań dotyczących przekształcania wykresów funkcji
liniowa01	Wykres funkcji liniowej
liniowa02	Wykres i własności funkcji liniowej
liniowa03	Interpretacja współczynników we wzorze funkcji liniowej
liniowa04	Interpretacja współczynnika a - nachylenie prostej



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

liniowa05	Losowanie zadań na określanie wzoru funkcji liniowej na podstawie wykresu lub informacji o funkcji liniowej
liniowa06	Interpretacja graficzna układów równań
liniowa07	Zadania na zastosowanie funkcji liniowej
kwadratowa01	Parabola jako wykres jednomianu stopnia drugiego
kwadratowa02	Własności jednomianu stopnia drugiego
kwadratowa03	Przesuwanie jednomianu stopnia drugiego, postać kanoniczna funkcji kwadratowej
kwadratowa04	Postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej
kwadratowa05	Postać iloczynowa funkcji kwadratowej, miejsca zerowe funkcji kwadratowej
kwadratowa06	Wartość najmniejsza i największa funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
kwadratowa07	Wartości dodatnie, niedodatnie, ujemne, nieujemne funkcji kwadratowej - wstęp do rozwiązywania nierówności kwadratowych
kwadratowa08	Zadanie optymalizacyjne- trójkąt o największym polu
kwadratowa09	Zadanie optymalizacyjne- prostokątna działka o największym polu
kwadratowa10	Zadanie optymalizacyjne największa suma pól kwadratów zbudowanych na bokach trójkąta
funkcje_inne01	Wykres i własności funkcji $f(x)=a/x$
funkcje_inne02	Przesuwanie hiperboli
funkcje_inne03	Zadania typu "prędkość, droga, czas" z informatora maturalnego
funkcje_inne04	Wykres i własności funkcji wykładniczej
funkcje_inne05	Przekształcanie wykresów funkcji wykładniczej (przesunięcie i symetrie)
5. Ciągi	
ciagi01	Ilustracja zadania typu "które wyrazy ciągu są większe/mniejsze niż..."
ciagi02	Wykres ciągu geometrycznego przy wybranym pierwszym wyrazie i ilorazie ciągu
ciagi03	Interpretacja sumy ciągu geometrycznego na przykładzie sumy pól kwadratów
6. Trygonometria	
trygonometria01	Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym - definicje i ćwiczenia
trygonometria02	Wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° .
trygonometria03	Obliczanie długości boku bądź miary kąta - odczytywanie wartości funkcji trygonometrycznych z tablic
trygonometria04	Zależności między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

trygonometria05	Wyznaczanie wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z nich
trygonometria06	Wyznaczanie funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego
7. Planimetria	
planimetria01	Kąty wpisane oparte na tym samym łuku i na łukach dopełniających się do okręgu
planimetria02	Kąty w kole - środkowy, wpisany
planimetria03	Wzajemnie położenie prostej i okręgu, kąt dopisany
planimetria04	Wzajemne położenie dwóch okręgów
planimetria05	Ilustracja zadania "koło styczne wewnętrznie i koło styczne zewnętrznie"
planimetria06	Proste i odcinki w trójkącie
planimetria07	Własności czworokątów
planimetria08	Trójkąty podobne - trójkąty prostokątne
planimetria09	Trójkąty podobne - trapez podzielony przekątnymi
planimetria10	Pole trójkąta o danych dwóch bokach i kącie między nimi
8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej	
analityczna01	Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty
analityczna02	Warunek równoległości i prostokątności prostych
analityczna03	Równanie prostej równoległej / prostopadłej do danej i przechodzącej przez dany punkt
analityczna04	Środek odcinka, odległość punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej
analityczna05	Wizualizacja środkowej, symetralnej i wysokości w trójkącie
analityczna06	Symetria punktu, prostej, odcinka, okręgu i trójkąta względem osi OX i OY
analityczna07	Symetria punktu, prostej, odcinka, okręgu i trójkąta względem punktu (0,0)
analityczna08	Równanie prostej zawierającej środkową, symetralną, wysokość w trójkącie
9. Stereometria	
stereometria01	Graniastosłupy prawidłowe
stereometria02	Graniastosłup o podstawie trójkąta
stereometria03	Graniastosłup o podstawie czworokąta wypukłego
stereometria04	Ostrosłupy prawidłowe
stereometria05	Ostrosłup o podstawie prostokąta w którym spodek wysokości leży na środku boku podstawy
stereometria06	Ostrosłup o podstawie prostokąta w którym spodek wysokości leży w wierzchołku podstawy



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

stereometria07	Ostrosłup o podstawie trójkąta prostokątnego w którym spodek wysokości leży w wierzchołku kąta prostego podstawy
stereometria08	Ostrosłup o podstawie trójkąta prostokątnego równoramienneego w którym spodek wysokości leży na środku przeciwprostokątnej podstawy
stereometria09	Ostrosłup o podstawie trójkąta równobocznego w którym spodek wysokości leży w wierzchołku podstawy
stereometria10	Ostrosłup o podstawie trójkąta równobocznego w którym spodek wysokości leży na środku boku podstawy
stereometria11	Przekroje sześcianu i prostopadłościanu
stereometria12	Walec z przekrojem osiowym
stereometria13	Stożek z przekrojem osiowym
10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka	
statystyka01	Definicje i ilustracja pojęć: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, moda, odchylenie standardowe
statystyka02	Losowanie wyników dziewięciokrotnego rzutu kostką. Przedstawienie wyników w postaci tabelki, wykresu kolumnowego, diagramu kołowego. Wyznaczenie średniej arytmetycznej, mediany, mody, odchylenia standardowego.
statystyka03	Oceny dla dwóch klas (określane losowo). Przedstawienie wyników obu klas na wykresie i za pomocą diagramu kolumnowego. Wyznaczenie średniej arytmetycznej, mediany, mody, odchylenia standardowego dla obu klas i porównywanie wyników.
prawdopodobieństwo01	Dwukrotny rzut kostką - drzewko i tabelka
prawdopodobieństwo02	Dwukrotny rzut kostką - obliczanie prawdopodobieństw
prawdopodobieństwo03	Dwukrotny i trzykrotny rzut monetą - drzewko
prawdopodobieństwo04	Dwukrotne losowanie kuli bez zwracania - drzewko
prawdopodobieństwo05	Dwukrotne losowanie kuli ze zwracaniem - drzewko
Powtórzenie do matury	
matura01	Ilustracja rozwiązań zadań typu: "wykaż, że" dotyczących liczb rzeczywistych
matura02	Równania: liniowe, wielomianowe, wymierne. Układ równań - zadania zamknięte
matura03	3 zadania rozwiązane nie tylko równaniami
matura04	Ilustracja zadania maturalnego dotyczącego rysowania wykresu funkcji w przedziałach
matura05	Zadania dotyczące funkcji liniowej.
matura06	Własności funkcji wykładniczej
matura07	Własności funkcji homograficznej (danej w postaci kanonicznej)



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

matura08	Szukanie zależności trygonometrycznych - planimetria i stereometria
----------	---



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Załącznik 2 – wykaz skryptów i opis ich zawartości

	1. Liczby rzeczywiste
skrypt01	Potęgi o wykładniku naturalnym i całkowitym - powtórzenie
	Pierwiastki stopnia drugiego i trzeciego - przypomnienie
	Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych)
	Obliczanie wartości wyrażeń wymiernych i określanie ich dziedziny
	Obliczanie wartości wyrażeń wymiernych
	Pierwiastki dowolnego stopnia
	Prawa działań na pierwiastkach
	Obliczenia z zastosowaniem pierwiastków dowolnego stopnia
skrypt02	Potęga o wykładniku wymiernym
	Prawa działań na potęgach
	Wykorzystywanie własności potęg w innych dziedzinach - fizyka i astronomia
	Wykorzystywanie własności potęg w innych dziedzinach - chemia
	Wykorzystywanie własności potęg w innych dziedzinach - informatyka
skrypt03	Pojęcie logarytmu
	Logarytm iloczynu i ilorazu
	Logarytm potęgi o wykładniku naturalnym
	Obliczenia z zastosowaniem logarytmów i ich własności
	Obliczenia z zastosowaniem logarytmów i ich własności cd.
	Błąd bezwzględny i błąd względny
skrypt04	Pojęcie przedziału liczbowego
	Przedziały liczbowe
	Obliczenia procentowe - co już wiemy o procentach?
	Obliczenia procentowe – o ile procent więcej, o ile procent mniej
	Zwiększanie lub zmniejszanie o dany procent
	Obliczenia procentowe - podatki, zysk z lokat



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

2. Wyrażenia algebraiczne	
skrypt05	Wzory skróconego mnożenia - kwadrat sumy.
	Wzory skróconego mnożenia - kwadrat różnicy
	Wzory skróconego mnożenia - różnica kwadratów
	Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia do rozkładu wyrażeń algebraicznych na czynniki
	Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia

4. Funkcje	
-------------------	--

Funkcje i przekształcanie wykresów funkcji

skrypt06	Pojęcie funkcji, różne sposoby opisywania funkcji
	Pojęcie funkcji, rozstrzygnięcie czy dane przyporządkowanie jest funkcją
	Obliczanie wartości funkcji dla danego argumentu
	Obliczanie dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje podaną wartość
	Szkicowanie wykresów funkcji ($y= x $, $y=x^2$, $y=x^3$, $y=a/x$, $y=\sqrt{x}$)
	Dziedzina funkcji - odczytywanie z wykresu
	Zbiór wartości - odczytywanie z wykresu
skrypt07	Miejsce zerowe funkcji
	Monotoniczność funkcji
	Wartości dodatnie i ujemne funkcji
	Wartość najmniejsza i największa funkcji
	Odczytywanie własności funkcji z wykresu
skrypt08	Przesuwanie wykresów funkcji wzdłuż osi OY
	Przesuwanie wykresów funkcji wzdłuż osi OX
	Symetrie wykresów funkcji względem osi OX i OY
	Symetrie wykresów funkcji względem osi układu współrzędnych - zadania
	Przekształcanie wykresów funkcji - zadania



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Funkcja liniowa

skrypt09	Funkcja liniowa $f(x)=ax+b$ i jej wykres
	Wykres i własności funkcji liniowej
	Interpretacja współczynników we wzorze funkcji liniowej
	Współczynnik kierunkowy prostej
	Interpretacja współczynników we wzorze funkcji liniowej - prostopadłość prostych
	Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie wykresu lub informacji o punktach należących do wykresu funkcji
	Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji
	Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie informacji o położeniu wykresu funkcji
	Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie wykresu lub informacji o funkcji
skrypt10	Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi
	Geometryczna interpretacja układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi
	Geometryczna interpretacja układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi
	Wykorzystanie własności funkcji liniowej do interpretacji zagadnień geometrycznych.
	Zastosowanie własności funkcji liniowej do opisywania zjawisk życia codziennego.



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Funkcja kwadratowa

skrypt11	Funkcja $f(x)=ax^2$
	Przesuwanie wykresów funkcji $f(x)=ax^2$
	Postać kanoniczna funkcji kwadratowej
	Postać kanoniczna i ogólna funkcji kwadratowej
	Postać ogólna funkcji kwadratowej
	Miejsca zerowe funkcji kwadratowej
	Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.
skrypt12	Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej wykresu
	Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie informacji o funkcji
	Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie informacji o funkcji lub jej wykresie
	Wyznaczanie wartości największej i najmniejszej funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym na podstawie wykresu
	Wyznaczanie wartości największej i najmniejszej funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
	Wartości dodatnie i ujemne funkcji kwadratowej
	Nierówności kwadratowe
skrypt13	Wykorzystanie własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, ekonomicznych, fizycznych itp.
	Zastosowania funkcji kwadratowej
	Zadania optymalizacyjne
	Zadania optymalizacyjne- wyznaczanie wartości największej lub najmniejszej funkcji



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Funkcje inne

skrypt14	Wielkości odwrotnie proporcjonalne
	Funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ i jej wykres
	Przesuwanie hiperboli
	Zastosowanie wykresów funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi
skrypt15	Wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw
	Przekształcanie wykresów funkcji wykładniczych
	Zastosowanie funkcji wykładniczej do opisu zjawisk fizycznych i chemicznych
	Zastosowanie funkcji wykładniczej do opisu innych zjawisk z życia codziennego



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

	5. Ciągi
skrypt16	Ciągi liczbowe. Sposoby opisywania ciągów.
	Własności ciągów liczbowych
	Ciąg arytmetyczny
	Własności ciągu arytmetycznego
	Suma n wyrazów ciągu arytmetycznego
	Ciąg arytmetyczny - rozwiązywanie zadań
	Zastosowanie własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych
skrypt17	Pojęcie ciągu geometrycznego. Wzór na wyraz ogólny ciągu geometrycznego
	Własności ciągu geometrycznego
	Własności ciągu geometrycznego - zadania
	Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
	Rozwiązywanie zadań dotyczących ciągu geometrycznego
	Procent składany
	Procent składany - zadania



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

6. Trygonometria	
skrypt 18	Definicje i wartości funkcji sinus, cosinus, tangens kątów ostrych w trójkącie prostokątnym
	Definicje i wartości funkcji sinus, cosinus, tangens kątów ostrych w trójkącie prostokątnym - wykorzystanie w zadaniach (1)
	Definicje i wartości funkcji sinus, cosinus, tangens kątów ostrych w trójkącie prostokątnym - wykorzystanie w zadaniach (2)
	Wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30° , 45° i 60°
	Obliczanie długości odcinków w trójkącie prostokątnym - wykorzystanie tablic lub kalkulatora
	Obliczanie długości odcinków w trójkącie prostokątnym - wykorzystanie tablic lub kalkulatora - zadania
	Obliczanie miary kąta ostrego, gdy znana jest wartość jego funkcji trygonometrycznych
	Obliczanie miary kąta ostrego, gdy znana jest wartość jego funkcji trygonometrycznych - zadania
skrypt19	Proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi
	Zastosowanie zależności między funkcjami trygonometrycznymi
	Wyznaczanie wartości pozostałych funkcji kąta ostrego, gdy dany jest sinus lub cosinus
	Wyznaczanie wartości pozostałych funkcji kąta ostrego, gdy dany jest sinus lub cosinus - zastosowanie w zadaniach
	Definicje i wartości funkcji sinus, cosinus, tangens kątów od 0° do 180°
	Zastosowanie definicji i wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów od 0° do 180°



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

	7. Planimetria
skrypt20	Kąty w kole - kąt środkowy i kąt wpisany
	Kąty w kole - rozwiązywanie zadań
	Wzajemne położenie prostej i okręgu
	Własności stycznej do okręgu
skrypt21	Wzajemne położenie dwóch okręgów. Okręgi styczne
	Rozwiązywanie zadań z wykorzystaniem warunków styczności okręgów
	Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości o trójkątach
	Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości o czworokątach
skrypt22	Wielokąty - rozwiązywanie zadań
	Trójkąty podobne. Przypomnienie i usystematyzowanie wiadomości.
	Trójkąty podobne. Stosunek pól figur podobnych.
	Trójkąty podobne- zastosowanie wiadomości-planimetria
	Zastosowanie trygonometrii - pole trójkąta, pole czworokąta.
	Zastosowanie trygonometrii w obliczeniach z planimetrii
	Obliczeniach w planimetrii z wykorzystaniem zależności trygonometrycznych
	Zastosowanie trygonometrii w obliczeniach użytkowych - geodezja, architektura, geografia
Zastosowanie trygonometrii w zadaniach z kontekstem realistycznym	
Zastosowanie trygonometrii w obliczeniach praktycznych	



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

	8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej
skrypt 23	Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty - postać kierunkowa i ogólna
	Postać kierunkowa i ogólna prostej - ćwiczenia w szkicowaniu prostych
	Równoległości i prostopadłość prostych na podstawie równań kierunkowych
	Równoległości i prostopadłość prostych na podstawie równań kierunkowych - ćwiczenia
	Wyznaczanie równania prostej równoległej lub prostopadłej do danej, przechodzącej przez podany punkt
	Wyznaczanie równania prostej równoległej lub prostopadłej do danej, przechodzącej przez podany punkt - ćwiczenia
skrypt24	Obliczanie punktu przecięcia dwóch prostych
	Współrzędne środka odcinka
	Obliczanie odległości dwóch punktów na płaszczyźnie (1)
	Obliczanie odległości dwóch punktów na płaszczyźnie (2)
	Obliczanie odległości dwóch punktów na płaszczyźnie (3)
skrypt25	Symetrie figur geometrycznych względem osi układu współrzędnych
	Symetrie figur geometrycznych względem początku układu współrzędnych
	Symetrie figur geometrycznych względem osi i początku układu współrzędnych - zadania



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

	9. Stereometria
skrypt26	Przypomnienie wiadomości o graniastopach
	Kąty między odcinkami w graniastopach
	Kąty między odcinkami i płaszczyznami w graniastopach (1)
	Kąty między odcinkami i płaszczyznami w graniastopach (2)
	Kąty między ścianami w graniastopach
	Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków, miar kątów, pól i objętości graniastopów (1)
	Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków, miar kątów, pól i objętości graniastopów (2)
	Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków, miar kątów, pól i objętości graniastopów (3)
skrypt27	Przypomnienie wiadomości o ostrostopach
	Kąty między odcinkami w ostrostopach
	Kąty między odcinkami i płaszczyznami w ostrostopach prawidłowych
	Kąty między odcinkami i płaszczyznami w ostrostopach nieprawidłowych
	Kąty między ścianami w ostrostopach prawidłowych
	Kąty między ścianami w ostrostopach nieprawidłowych
	Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków w ostrostopach
	Zastosowanie trygonometrii do obliczania miar kątów w ostrostopach
	Zastosowanie trygonometrii do obliczania pól i objętości ostrostopów
skrypt28	Przekroje sześciangu
	Przekroje prostopadłościangu
	Kąty między odcinkami i między odcinkami i płaszczyznami w walcach
	Kąty między odcinkami i między odcinkami i płaszczyznami w stożkach
	Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków i miar kątów w walcach i stożkach
	Zastosowanie trygonometrii do obliczania pól walców i stożków
	Zastosowanie trygonometrii do obliczania objętości walców i stożków



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

	10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka
skrypt29	Przypomnienie wiadomości ze statystyki
	Średnia ważona
	Odchylenie standardowe
	Odchylenie standardowe - rozwiązywanie zadań
skrypt30	Zliczanie obiektów - reguła mnożenia
	Zliczanie obiektów - reguła dodawania
	Zliczanie obiektów - reguła mnożenia i reguła dodawania
	Jak obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia?
	Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń (1)
	Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń (2)
	Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń (3)
Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń z wykorzystaniem poznanych metod	



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

	Powtórzenie do matury
skrypt31	Powtórzenie do matury-Liczby rzeczywiste: Przedstawianie liczb rzeczywistych w różnych postaciach
	Powtórzenie do matury - Liczby rzeczywiste: Porównywanie liczb i przedziały liczbowe
	Powtórzenie do matury- Liczby rzeczywiste: Zadania na dowodzenie (1)
	Powtórzenie do matury- Liczby rzeczywiste: Zadania na dowodzenie (2)
skrypt32	Powtórzenie do matury: Równania i nierówności
	Powtórzenie do matury: Rozwiązywanie równań i nierówności – zadania z treścią
	Rozwiązywanie równań i nierówności – proste zasady
skrypt33	Kąty w kole, styczne do okręgu - powtórzenie
	Podobieństwo trójkątów - powtórzenie
	Zastosowanie trygonometrii do obliczania pól i obwodów figur - powtórzenie
	Gnaniastostupy i ostrosłupy - powtórzenie wiadomości
	Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków i miar kątów w gnaniastostupach i ostrosłupach
	Zastosowanie trygonometrii do obliczania objętości i pola powierzchni gnaniastostupów
	Zastosowanie trygonometrii do obliczania objętości i pola powierzchni ostrosłupów
	Walec i stożek – przypomnienie wiadomości
Zastosowanie trygonometrii do obliczania objętości i pola powierzchni walców i stożków	