



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Skrypt 6

Funkcje

1. Pojęcie funkcji. Różne sposoby opisywania funkcji
2. Pojęcie funkcji. Rozstrzygnięcie czy dane przyporządkowanie jest funkcją
6. Dziedzina funkcji – odczytywanie z wykresu
7. Zbiór wartości – odczytywanie z wykresu

Opracowanie: L1

Temat: Pojęcie funkcji. Różne sposoby opisywania funkcji

Zadanie

Oto zestaw punktów:

A(0, 2), B(0, 0), C(2, 2), D(4, 1), E(2, 1), F(0, 0), G(2, -1), H(1, -2), I(1, -1),

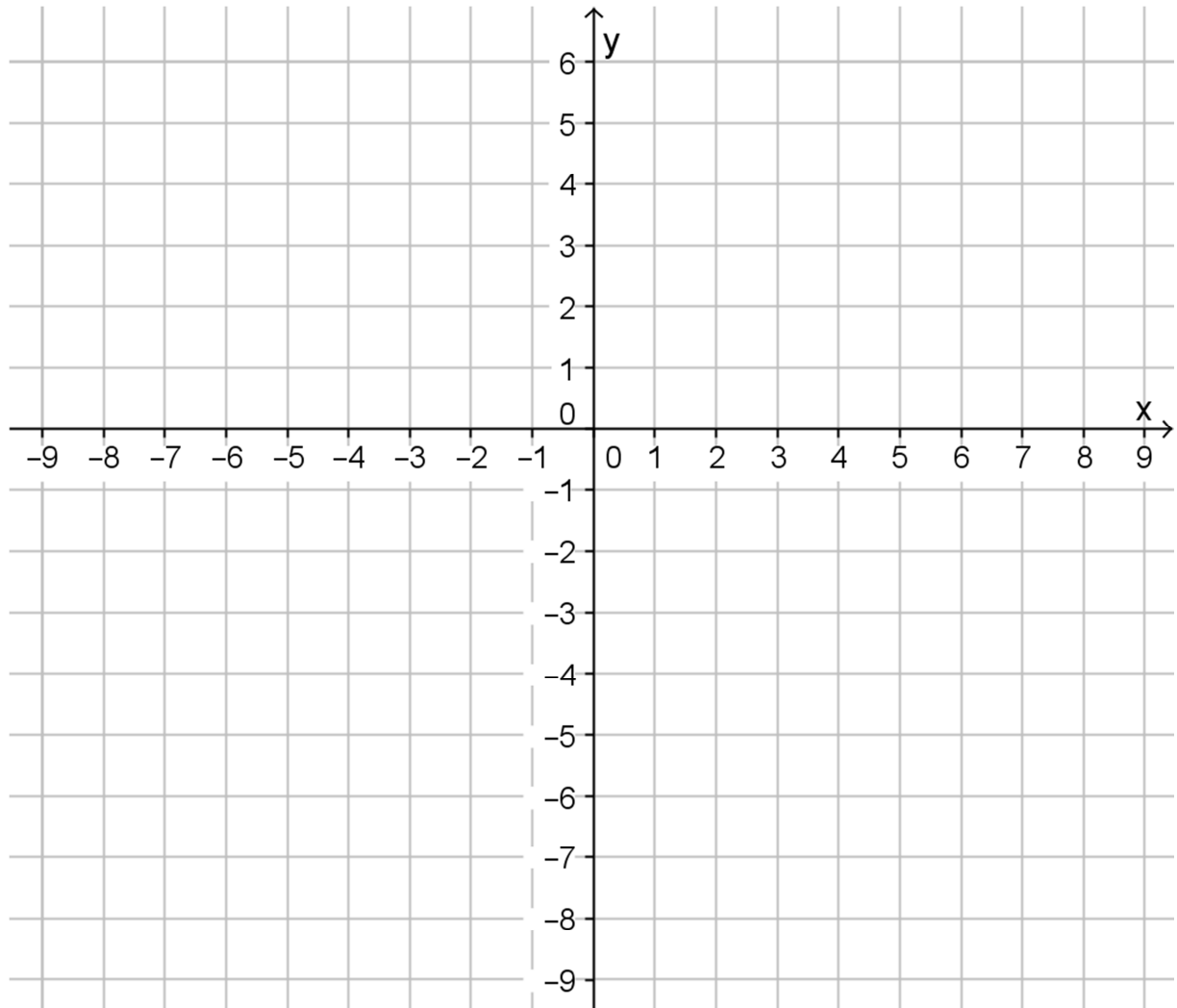
J(0, 0), K(0, -4), L(-1, -7), M(-2, -7), N(-1, -4), O(0, 0), P(-3, -1), Q(-4, -2),

R(-3, 0), S(0, 0), T(-3, 1), U(-6, 0), V(-3, 2), W(0, 0), Y(-1, 2), Z(-3, 4).

Zaznacz je wszystkie w prostokątnym układzie współrzędnych.

Połącz je odcinkami AB, BC, CD... . Czy to co powstało można nazwać wykresem funkcji?

Jaki warunek musiałyby spełniać odcięte wszystkich punktów, aby w wyniku wykonania zadania powstał wykres funkcji?



Temat: Pojęcie funkcji. Rozstrzygnięcie czy dane przyporządkowanie jest funkcją.

Kalendarz gregoriański i kalendarz juliański

Zapoznaj się z poniższą informacją. Na jej podstawie uzupełnij tabelę, w której porównane są kalendarz gregoriański i kalendarz juliański.

Kalendarz gregoriański. http://pl.wikipedia.org/wiki/Kalendarz_gregoria%C5%84ski

Kalendarz gregoriański, który w Polsce stosowany jest od roku 1582 to kalendarz juliański, do którego wprowadzono poprawkę w naliczaniu lat przestępnych mającą na celu zapobieżenie opóźnieniu się kalendarza względem roku zwrotnikowego. Zniwelowano także część różnicy narosłej od wprowadzenia kalendarza juliańskiego. Kalendarz juliański spóźnia się o 1 dzień na 128 lat, natomiast opóźnienie kalendarza gregoriańskiego wynosi 1 dzień na 3322 lata.

Różnice pomiędzy kalendarzami juliańskim a gregoriańskim:

- ominięcia 10 dat dziennych, od 5 do 14 października 1582 roku; miało to na celu skorygowanie powstałego opóźnienia,
- skorygowanie zasady obliczania lat przestępnych, lata o numerach podzielnych przez 100, ale niepodzielne przez 400, nie będą przestępne, przy zachowaniu przestępczości pozostałych lat o numerach podzielnych przez 4. Poprawka ta znalazła dotychczas zastosowanie trzykrotnie: lata 1700, 1800 i 1900 były w kalendarzu gregoriańskim latami zwyczajnymi (podczas gdy np. 1600 i 2000 pozostały przestępne).

Daty nowego i starego porządku.

http://pl.wikipedia.org/wiki/Daty_nowego_i_starego_porz%C4%85dku

**Różnice pomiędzy datami
juliańskimi i gregoriańskimi**

Zakres lat od 1.03. pierwszego roku do 28.02 ostatniego roku	Korekta (dni)
1500–1700	+10
1700–1800	+11
1800–1900	+12
1900–2100	+13
2100–2200	+14

gregoriański	juliański
3 październik 1582	3 październik 1582
4 październik 1582	4 październik 1582
15 październik 1582	5 październik 1582
.....
27 luty 1900	15 luty 1900
28 luty 1900	16 luty 1900
1 marzec 1900	17 luty 1900
.....
11 marzec 1900	27 luty 1900
12 marzec 1900	28 luty 1900
13 marzec 1900	29 luty 1900
14 marzec 1900	1 marzec 1900
.....
27 luty 2000	14 luty 2000
28 luty 2000	15 luty 2000
29 luty 2000	16 luty 2000
1 marzec 2000	17 luty 2000

Gregoriański	juliański
.....
11 marzec 2000	27 luty 2000
12 marzec 2000	28 luty 2000
13 marzec 2000	29 luty 2000
14 marzec 2000	1 marzec 2000
.....
27 luty 2100	14 luty 2100
28 luty 2100	15 luty 2100
?	16 luty 2100
?	17 luty 2100
.....
?	27 luty 2100
?	28 luty 2100
?	?
?	?
?	?
.....

Praca z wykorzystaniem apletu *funkcje01*.

1. Otwórz plik *funkcje01*.
2. Prezentowane są 4 przykłady przyporządkowań. Dostęp do kolejnych przykładów – nawigacja strzałkami.
3. Przeglądaj przykłady i rozstrzygaj czy dane przyporządkowanie jest funkcją. Definicja funkcji dostępna jest po naciśnięciu przycisku Definicja funkcji.
4. Po stwierdzeniu czy dane przyporządkowanie jest funkcją, sprawdź swoją odpowiedź: naciśnij przycisk Sprawdź i naciśnij przycisk Odpowiedź.

Posługiwanie się apletem:

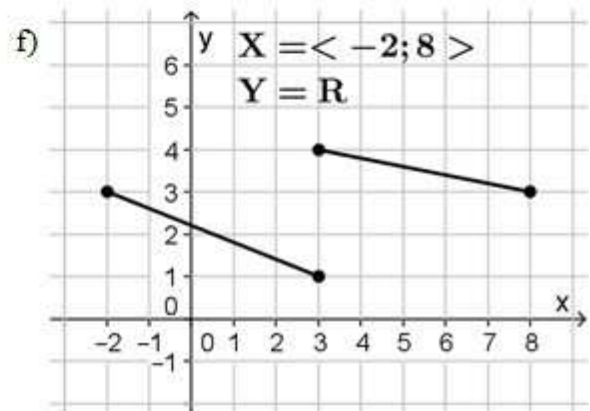
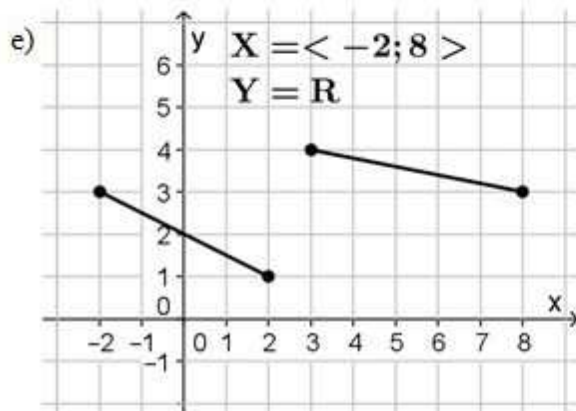
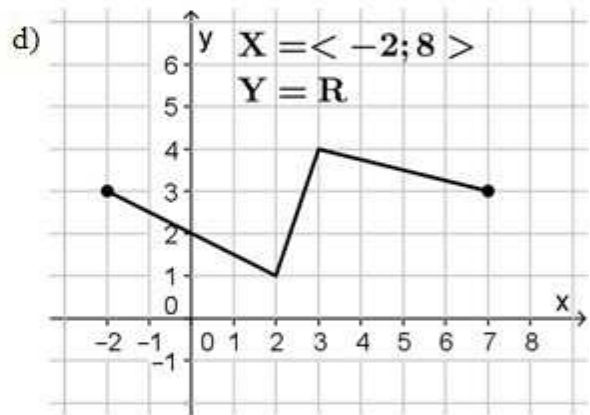
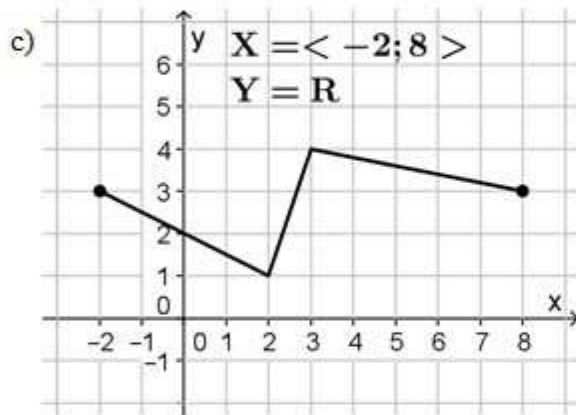
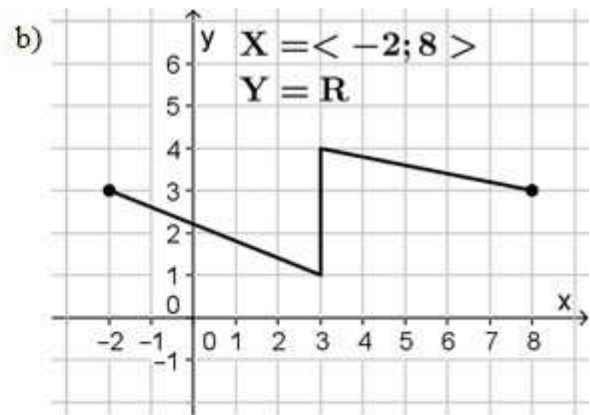
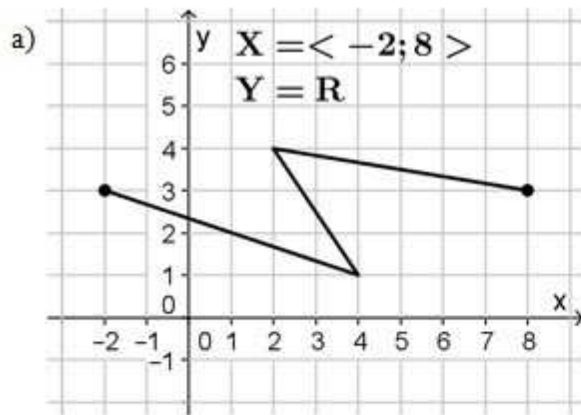
Po naciśnięciu przycisku Sprawdź, obok pojawią się standardowe przyciski STOP i START, a przez ekran zaczniesz przesuwac się prosta, którą można zatrzymać naciskając przycisk STOP. Po naciśnięciu przycisku STOP, można prostą przesunąć na zasadzie chwycić i przesunąć. Jeśli prosta ma znaleźć się w położeniu odpowiadającym odciętej

całkowitej, należy ustawić kursor na punkcie kratowym, wtedy program „przyciągnie” prostą. Ruch prostej można wznowić naciskając przycisk START.

W czasie przesuwania się prostej, z prawej strony ekranu pojawi się informacja, jakie elementy ze zbioru Y zostały przyporządkowane wskazywanym przez prostą elementom ze zbioru X.

Karta pracy


Zadanie 1: Rozstrzygnij czy poniższe przyporządkowania są funkcjami..



Zadanie 2: Rozstrzygnij, które z poniższych przyporządkowań jest funkcją.

Dla przyporządkowania, które jest funkcją zapisz wzór i wykonaj wykres.

- A. Każdej liczbie całkowitej x przyporządkowano obwód kwadratu, którego bok ma długość x .
- B. Każdej liczbie naturalnej x mniejszej od 10 przyporządkowano liczbę odwrotną do x .
- C. Każdej liczbie całkowitej x większej od -5 i mniejszej od 5 przyporządkowano pierwiastek kwadratowy z x .
- D. Każdej liczbie naturalnej x mniejszej od 8 przyporządkowano liczbę przeciwną do x .



Zadanie 3: Rozstrzygnij, które z poniższych przyporządkowań jest funkcją.

Dla przyporządkowania, które jest funkcją zapisz wzór i wykonaj wykres.

A.

x	1	1	1	1	1	1
y	3	4	5	6	7	8

B.

x	1	2	3	4	5	5
y	2	3	4	5	6	7

C.

x	1	2	3	4	5	6
y	3	4	5	6	7	8

D.

x	1	2	3	2	5	8
y	-2	-1	0	1	2	3



Temat: Dziedzina funkcji – odczytywanie z wykresu

Praca z wykorzystaniem apletu *funkcje02*.

1. Otwórz plik *funkcje02*.
2. Do dyspozycji jest 8 przykładów. Dostęp do kolejnych przykładów – po naciśnięciu strzałek i zaznaczeniu opcji dziedzina funkcji (bądź nie dla pierwszych 4 przykładów).
3. Pierwsze 4 przykłady (wspólne dla opcji dziedzina funkcji i zbiór wartości funkcji) prezentowane są w 3 widokach. Przejście między widokami po zaznaczeniu opcji dziedzina funkcji [df] lub zbiór wartości funkcji [zw], albo pozostawienie tych opcji niezaznaczonych. Dla tych przykładów, z prawej strony ekranu, dostępne są określenia: Dziedzina funkcji, Zbiór wartości funkcji, Punkt na wykresie.

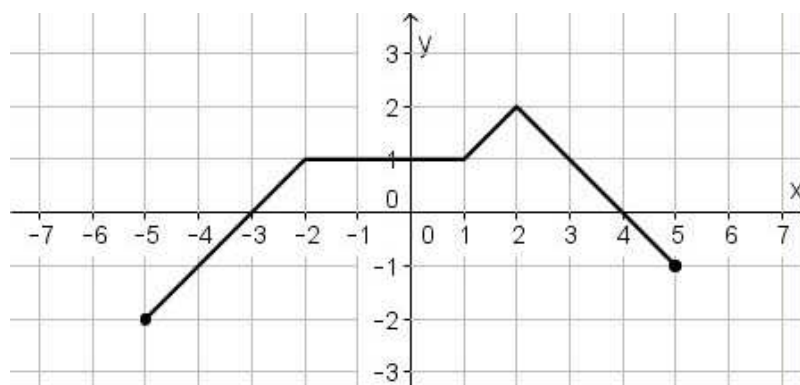
Karta pracy

Zadanie 1

Metoda 1: Pozostaw niezaznaczone opcje [df] i [zw]. „Chwyć” punkt na wykresie i przesuwać nim. (Jakie odczyte wyznaczane są przez punkt przesuwany się po osi X?)

Metoda 2: Zaznacz opcję dziedzina funkcji [df]. Naciśnij Pokaż. (Jakie odczyte wyznaczane są przez punkt przesuwany się po osi X?)

- a) Wyznacz dziedzinę funkcji prezentowanej w Przykładzie 1 i odpowiedz na pytania.

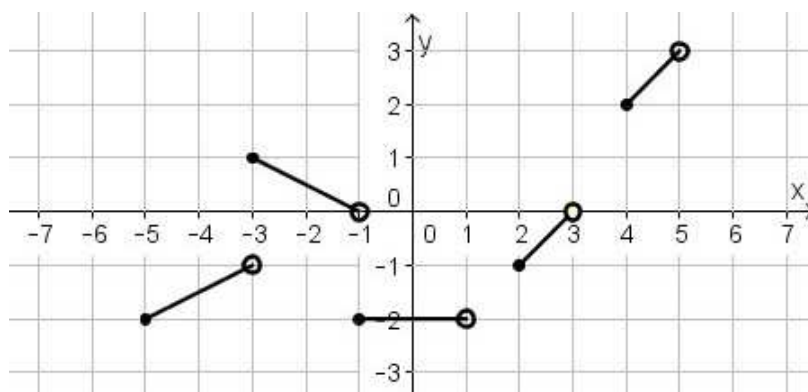


Odp: _____

Pytania:

- Czy liczba $3\frac{1}{2}$ należy do dziedziny funkcji? Odp: _____
- Czy liczba 5 należy do dziedziny funkcji? Odp: _____
- Czy liczba 6 należy do dziedziny funkcji? Odp: _____

b) Wyznacz dziedzinę funkcji prezentowanej w Przykładzie 2 i odpowiedz na pytania.

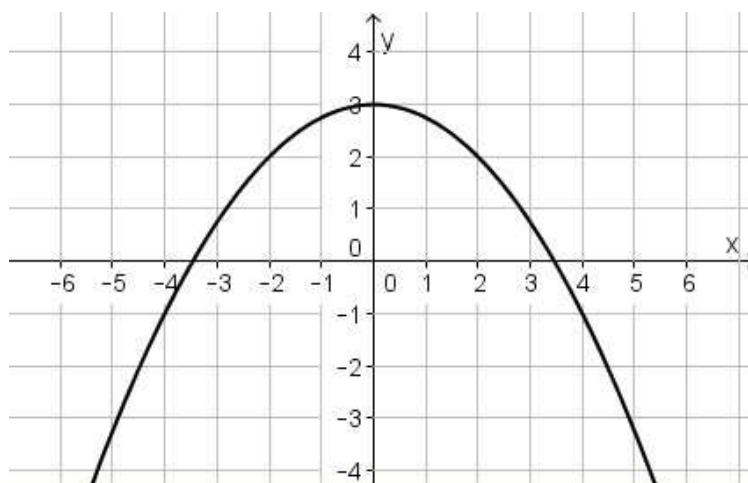


Odp: _____

Pytania:

- Czy liczba -3 należy do dziedziny funkcji? Odp: _____
- Czy liczba $1\frac{1}{2}$ należy do dziedziny funkcji? Odp: _____
- Czy liczba 3 należy do dziedziny funkcji? Odp: _____

c) Wyznacz dziedzinę funkcji prezentowanej w Przykładzie 3 i odpowiedz na pytania.

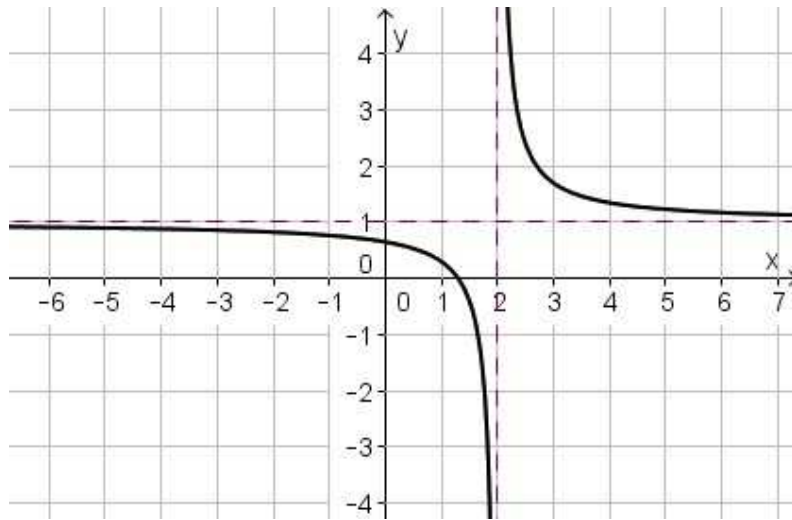


Odp: _____

Pytania:

- Czy liczba 0 należy do dziedziny funkcji? Odp: _____
- Czy liczba 5 należy do dziedziny funkcji? Odp: _____
- Czy liczba 6 należy do dziedziny funkcji? Odp: _____
- Czy liczba 10 należy do dziedziny funkcji? Odp: _____

d) Wyznacz dziedzinę funkcji prezentowanej w Przykładzie 4 i odpowiedz na pytania.



Odp: -----

Pytania:

- Czy liczba 1 należy do dziedziny funkcji? Odp: -----
- Czy liczba 2 należy do dziedziny funkcji? Odp: -----
- Czy liczba 600 należy do dziedziny funkcji? Odp: -----

Zadanie 2:

Zaznacz opcję dziedzina funkcji.

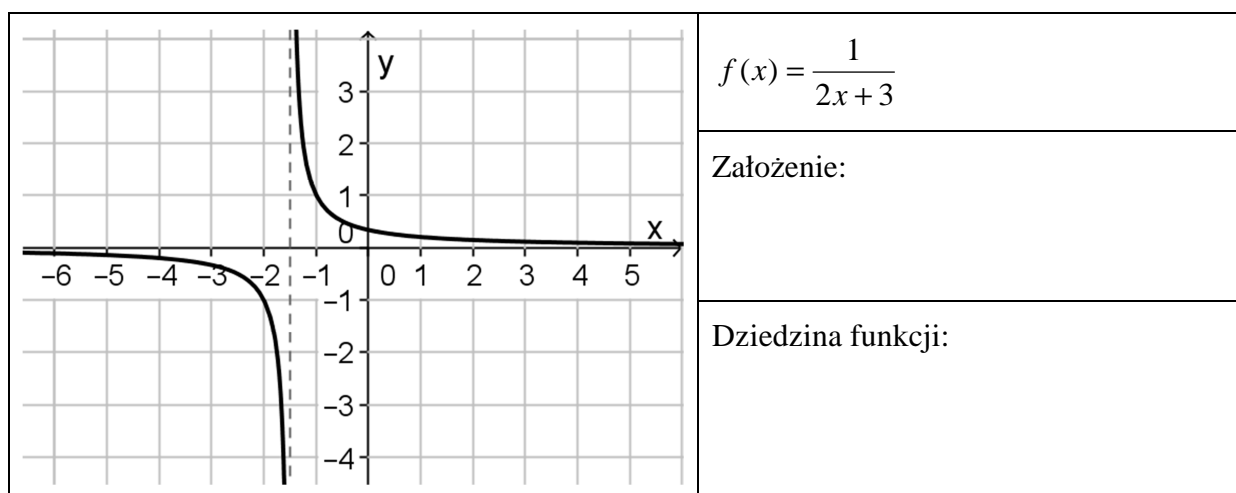
Metoda 1: „Chwyć” punkt na wykresie i przesuwać nim. (Jakie odcięte wyznaczane są przez punkt przesuwaną się po osi X?)

Metoda 2: Wyznacz dziedzinę funkcji na podstawie podanego wzoru.

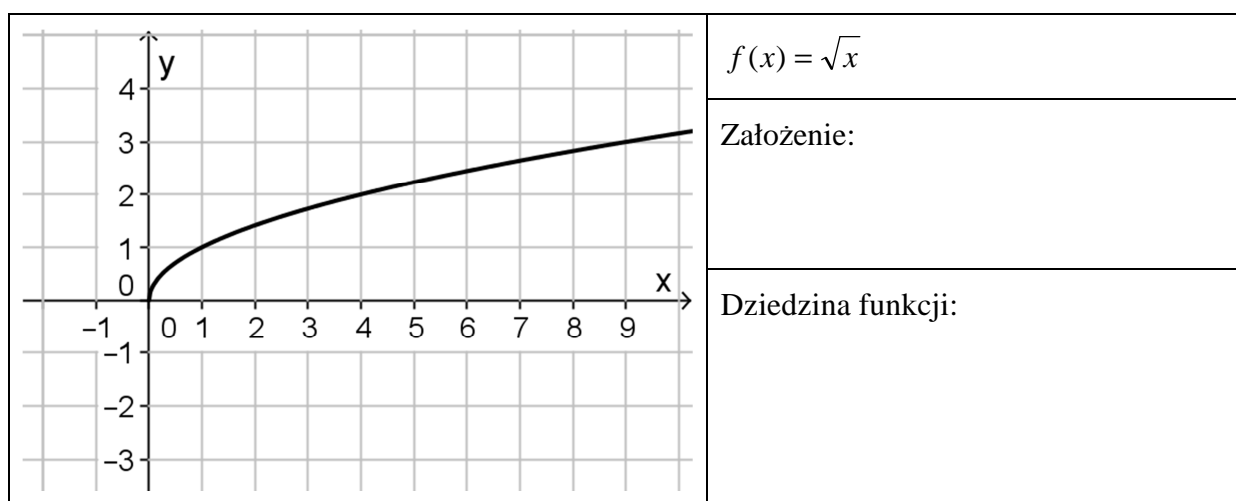
a) Wyznacz dziedzinę funkcji prezentowanej w Przykładzie 5.

	$f(x) = \frac{1}{x}$
	Założenie:
	Dziedzina funkcji:

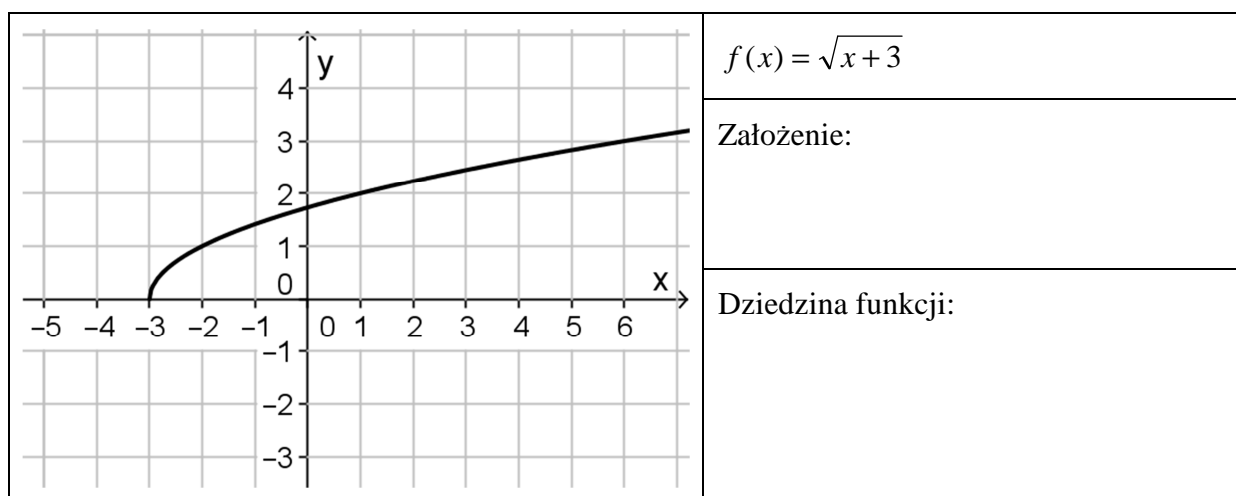
b) Wyznacz dziedzinę funkcji prezentowanej w Przykładzie 6.



c) Wyznacz dziedzinę funkcji prezentowanej w Przykładzie 7.



d) Wyznacz dziedzinę funkcji prezentowanej w Przykładzie 8.



Temat: Zbiór wartości – odczytywanie z wykresu

Praca z wykorzystaniem apletu *funkcje02*.

1. Otwórz plik *funkcje02*.
2. Do dyspozycji jest 8 przykładów. Dostęp do kolejnych przykładów – po naciśnięciu strzałek i zaznaczeniu opcji zbiór wartości funkcji (bądź nie dla pierwszych 4 przykładów – poruszanie punktem na wykresie).
3. Dla pierwszych 4 przykładów, przy zaznaczonej opcji zbiór wartości funkcji – możliwość wyznaczania zbioru wartości funkcji na dwa sposoby. Przełączanie między tymi sposobami – ustawianie suwaka w pozycji wykres bądź w pozycji oś Y.
4. Dla kolejnych 4 przykładów – wyznaczanie zbioru wartości poprzez poruszanie punktem na wykresie bądź przesuwanie suwaka.

Karta pracy

Zadanie 1:

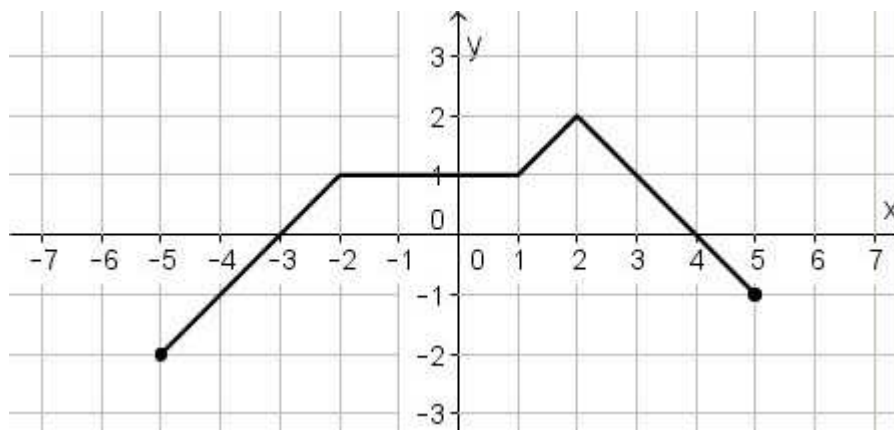
Wyznacz zbiór wartości funkcji prezentowanych w Przykładach 1 – 4.

Metoda 1: Pozostaw niezaznaczone opcje [df] i [zw]. „Chwyć” punkt na wykresie i przesuwać nim. (Jakie rzędne wyznaczane są przez punkt przesuwany się po osi Y?)

Metoda 2: Zaznacz opcję zbiór wartości funkcji [zw]. Ustaw suwak w pozycji wykres. Naciśnij Pokaż. (Jakie rzędne wyznaczane są przez punkt przesuwany się po osi Y?)

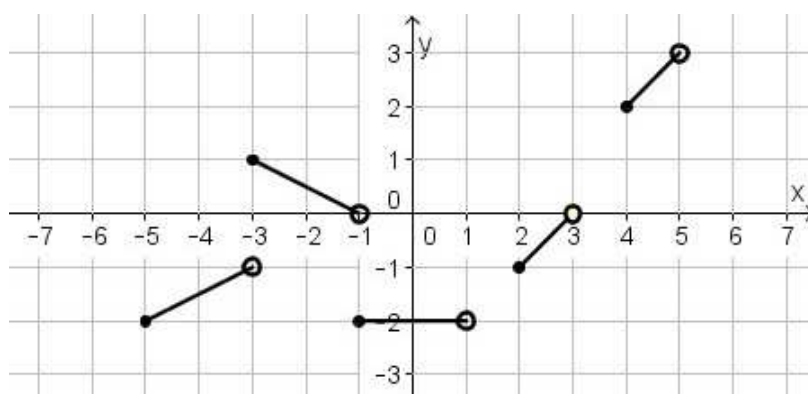
Metoda 3: Zaznacz opcję zbiór wartości funkcji [zw]. Ustaw suwak w pozycji oś Y. Naciśnij Pokaż. (Jakie rzędne wyznaczane są przez punkt przesuwany się po osi Y?)

Przykład 1



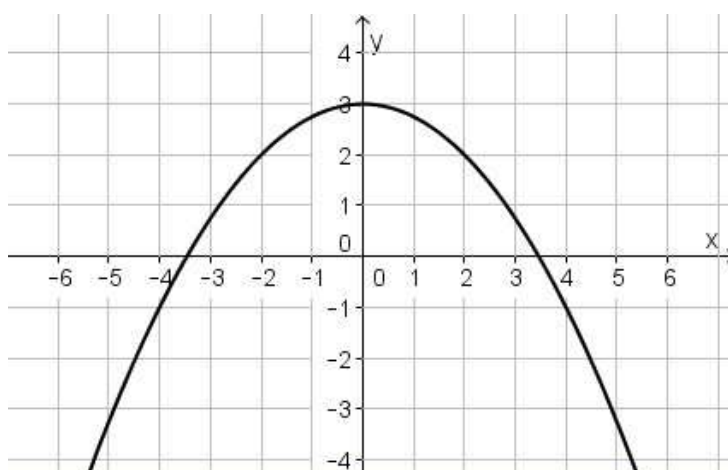
Odp: _____

Przykład 2



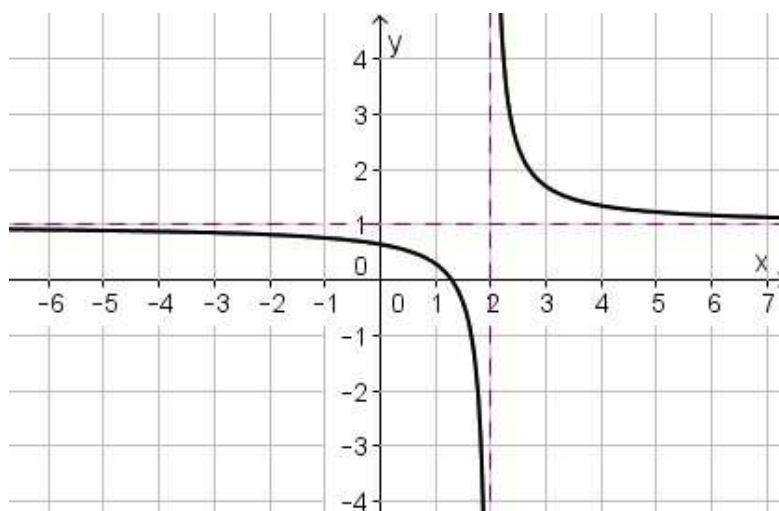
Odp:

Przykład 3



Odp:

Przykład 4



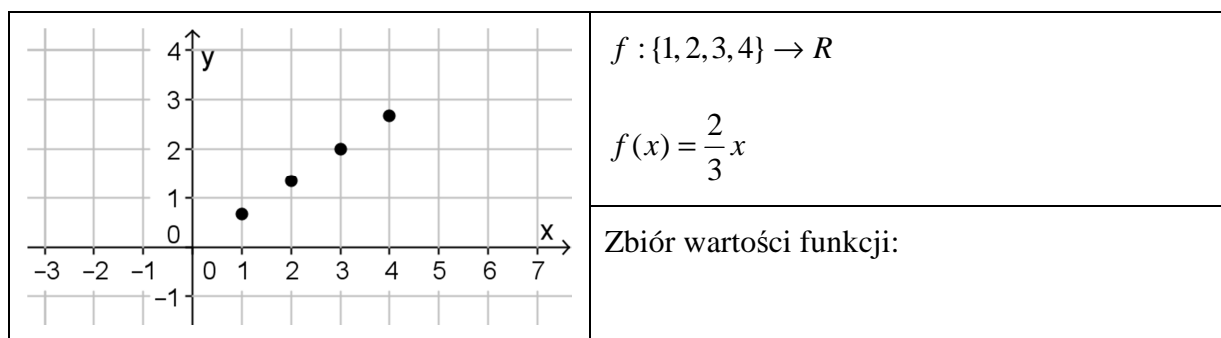
Odp:

Zaznacz opcję zbiór wartości funkcji.

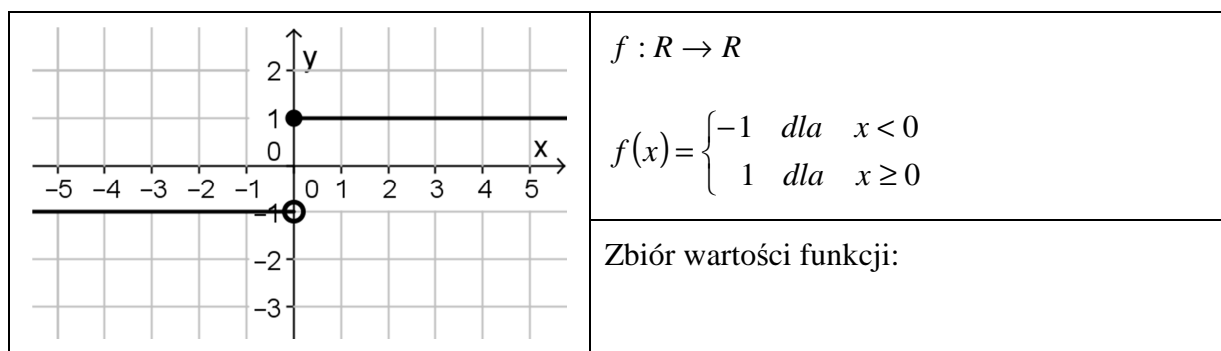
Zadanie 2:

Wyznacz zbiór wartości funkcji prezentowanych w Przykładach 5 – 8.

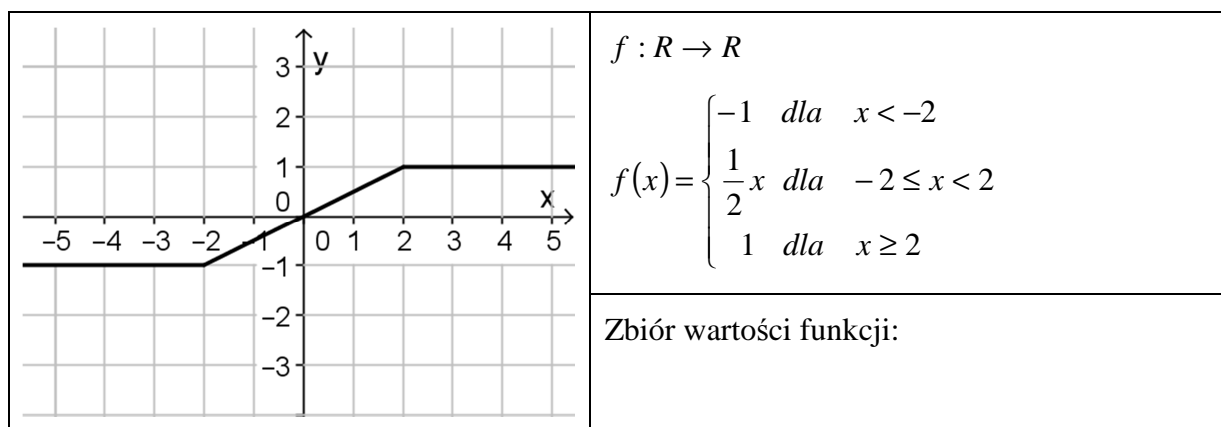
Przykład 5



Przykład 6



Przykład 7



Przykład 8

Każdej liczbie nieujemnej przyporządkowujemy jej zaokrąglenie do jedności.

Zbiór wartości funkcji: