



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Skrypt 8

Funkcje:

13. Przesuwanie wykresu funkcji wzdłuż osi OY
14. Przesuwanie wykresu funkcji wzdłuż osi OX
15. Symetrie wykresów funkcji względem osi OX i OY
16. Symetrie wykresów funkcji względem osi układu współrzędnych - zadania
17. Przekształcanie wykresów funkcji - zadania

Opracowanie L3

Temat: Przesuwanie wykresu funkcji wzdłuż osi OY

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz plik funkcje07
- Masz przed sobą aplet ilustrujący przesuwanie wykresów funkcji wzdłuż osi OX i wzdłuż osi OY – przy jego pomocy nauczysz się samodzielnie szkicować przesunięte wykresy funkcji
- Po zaznaczeniu pola wyboru *Przesuń wzdłuż osi OX* możesz na suwaku wybrać wartość p – dodatnią jeśli chcesz przesunąć wykres w prawo lub ujemną jeśli chcesz przesunąć wykres w lewo
- Po zaznaczeniu pola wyboru *Przesuń wzdłuż osi OY* możesz na suwaku wybrać wartość q – dodatnią jeśli chcesz przesunąć wykres w górę lub ujemną jeśli chcesz przesunąć wykres w dół
- Przyciskiem *PRZESUŃ* możesz uruchomić animację ilustrującą przesunięcie wykresu
- Przyciskiem *WYCZYŚĆ* możesz wyczyścić widok z obrazów funkcji w przesunięciach
- Zielone punkty na wykresie funkcji $y=f(x)$ możesz przesuwać i tworzyć nowe wykresy (pamiętaj aby utworzona przez siebie łamana była wykresem funkcji – każdemu argumentowi na osi OX musi być przyporządkowany dokładnie jedna wartość na osi OY)
- Przycisk *RESET* służy do przywrócenia wyjściowego stanu wykresu

Zadanie 1. Przyjrzyj się zielonym punktom na wykresie funkcji $y=f(x)$, a następnie uzupełnij tabelkę:

Współrzędne punktu	(-5,2)	(-3,2)	(-2,-2)	(1,2)	(4,2)	(6,-1)
Współrzędne obrazu punktu w przesunięciu o 4 jednostki w górę						
Współrzędne obrazu punktu w przesunięciu o 2 jednostki w dół						

Zadanie 2. W jaki sposób zmieniają się współrzędne punktu jeśli przesuwamy go wzdłuż osi OY?

Zadanie 3. Uzupełnij kolumnę 2 w tabeli odpowiednimi własnościami funkcji $y=f(x)$

1	2	3	4
Własność	$y = f(x)$	$g_1(x) = f(x) + 4$	$g_2(x) = f(x) - 2$
Dziedzina			
Zbiór wartości			
Miejsca zerowe			
Maksymalne przedziały, w których funkcja jest rosnąca			
Maksymalne przedziały, w których funkcja jest malejąca			
Maksymalne przedziały, w których funkcja jest stała			
Argumenty, dla których wartości funkcji są dodatnie			
Argumenty, dla których wartości funkcji są ujemne			
Wartość największa funkcji			
Wartość najmniejsza funkcji			

Zadanie 4. Zaznacz pole wyboru *Przesuń* wzdłuż osi *OY*, ustaw suwak na wartość $q=4$ a następnie uruchom animację przyciskiem *PRZESUŃ*. Uzasadnij, że powstała w tym przesunięciu funkcję g_1 możemy zapisać $g_1(x) = f(x) + 4$.

Zadanie 5. Uzupełnij kolumnę 3 w tabeli.

Zadanie 6. Przeanalizuj różnice i podobieństwa własności w komunach 2 i 3. Które własności funkcji nie zmieniły się? Które własności funkcji zmieniły się i w jaki sposób?

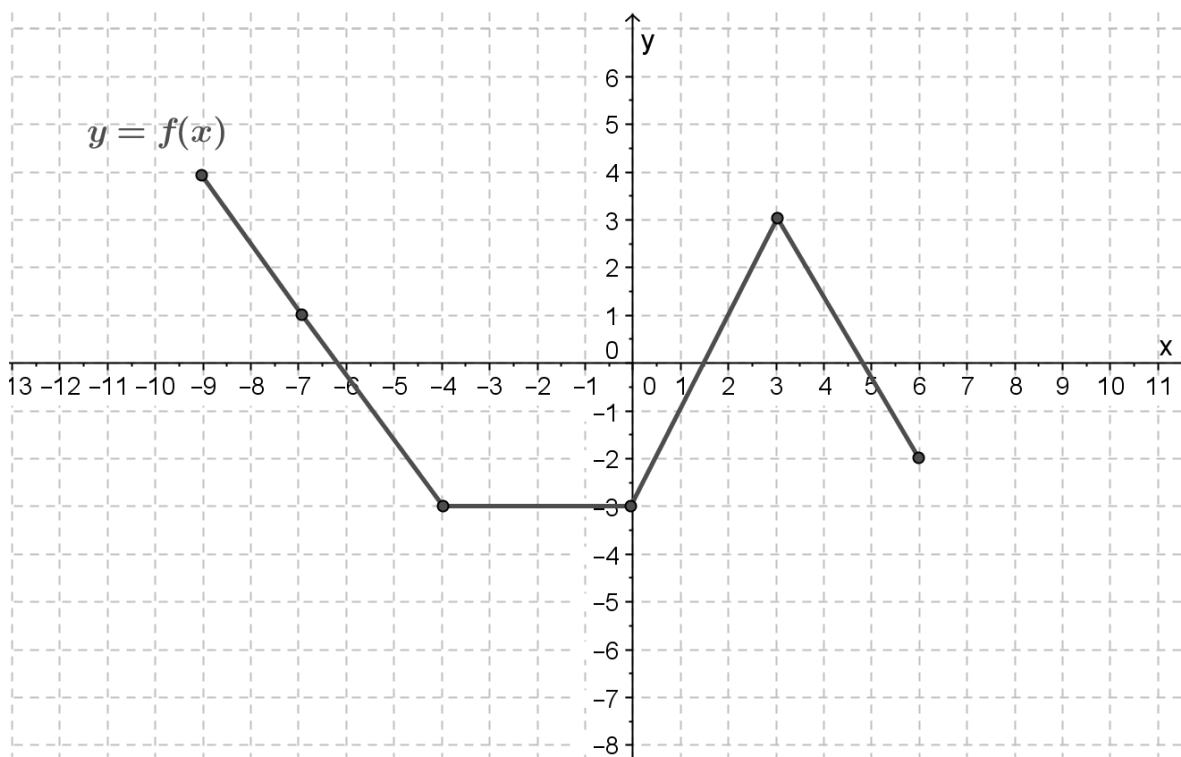
Zadanie 7. Wyczyść obraz i ustaw suwak na wartość $q = -2$ a następnie uruchom animację przyciskiem *PRZESUŃ*. Uzasadnij, że powstała w tym przesunięciu funkcję g_2 możemy zapisać $g_2(x) = f(x) - 2$.

Zadanie 8. Uzupełnij kolumnę 4 w tabeli.

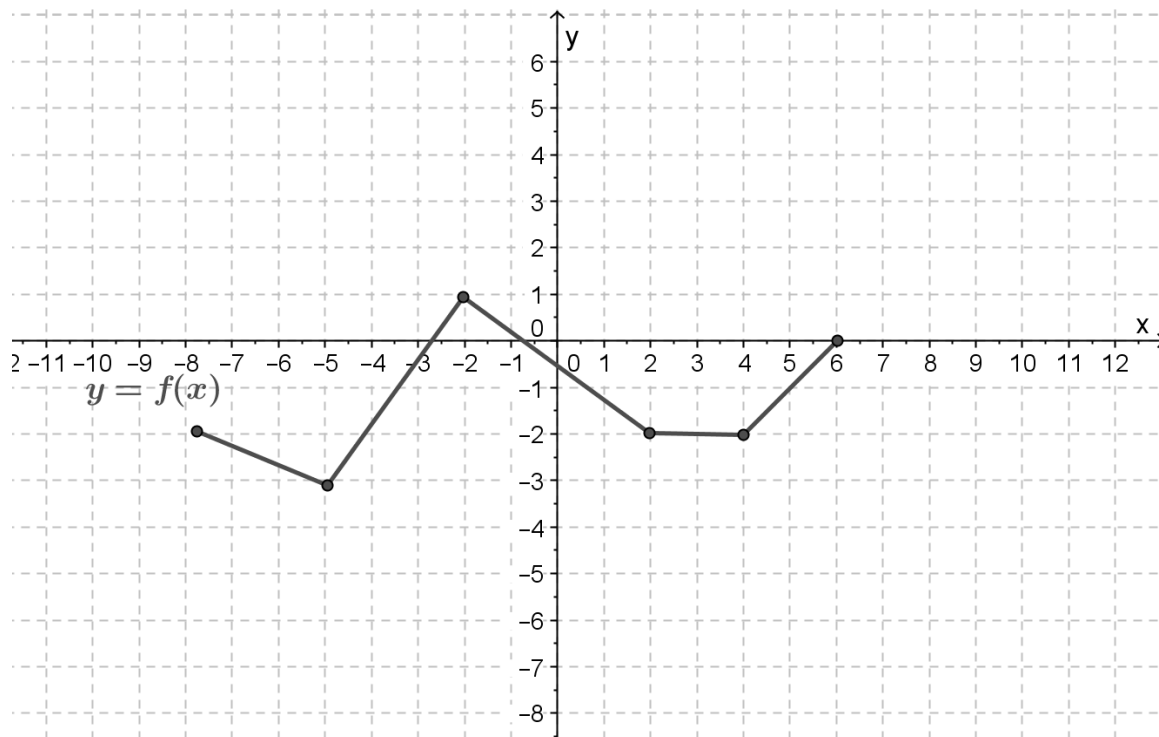
Zadanie 9. Przeanalizuj różnice i podobieństwa własności w komunach 2 i 4. Które własności funkcji nie zmieniły się? Które własności funkcji zmieniły się i w jaki sposób?

Zadanie 10. W poniższych układach współrzędnych naszkicuj wykresy funkcji g i h , jeśli:

a. $g(x) = f(x) + 2$ oraz $h(x) = f(x) - 1$



b. $g(x) = f(x) + 4$ oraz $h(x) = f(x) - 5$



Przy pomocy apletu sprawdź poprawność wykonanego zadania – ustaw zielone punkty wykresu $y=f(x)$ tak, aby wykres był identyczny z tym w zadaniu, ustaw odpowiednią wartość q a następnie uruchom animacje.

Temat: Przesuwanie wykresu funkcji wzdłuż osi OX

Otwórz plik funkcje07.

Zadanie 1. Przyjrzyj się zielonym punktom na wykresie funkcji $y=f(x)$, a następnie uzupełnij tabelkę:

Współrzędne punktu	(-5,2)	(-3,2)	(-2,-2)	(1,2)	(4,2)	(6,-1)
Współrzędne obrazu punktu w przesunięciu o 5 jednostki w prawo						
Współrzędne obrazu punktu w przesunięciu o 3 jednostki w lewo						

Zadanie 2. W jaki sposób zmieniają się współrzędne punktu jeśli przesuwamy go wzdłuż osi OX?

Zadanie 3. Uzupełnij kolumnę 2 w tabeli odpowiednimi własnościami funkcji $y=f(x)$

1	2	3	4
Własność	$y=f(x)$	$g_1 = f(x - 5)$	$g_2 = f(x + 3)$
Dziedzina			
Zbiór wartości			
Miejsca zerowe			
Maksymalne przedziały, w których funkcja jest rosnąca			

Maksymalne przedziały, w których funkcja jest malejąca			
Maksymalne przedziały, w których funkcja jest stała			
Argumenty, dla których wartości funkcji są dodatnie			
Argumenty, dla których wartości funkcji są ujemne			
Wartość największa funkcji			
Wartość najmniejsza funkcji			

Zadanie 4. Zaznacz pole wyboru *Przesuń wzdłuż osi OX*, ustaw suwak na wartość $p=5$ a następnie uruchom animację przyciskiem *PRZESUŃ*. Uzasadnij, że powstała w tym przesunięciu funkcję g_1 możemy zapisać $g_1 = f(x - 5)$.

Zadanie 5. Uzupełnij kolumnę 3 w tabeli.

Zadanie 6. Przeanalizuj różnice i podobieństwa własności w komunkach 2 i 3. Które własności funkcji nie zmieniły się? Które własności funkcji zmieniły się i w jaki sposób?

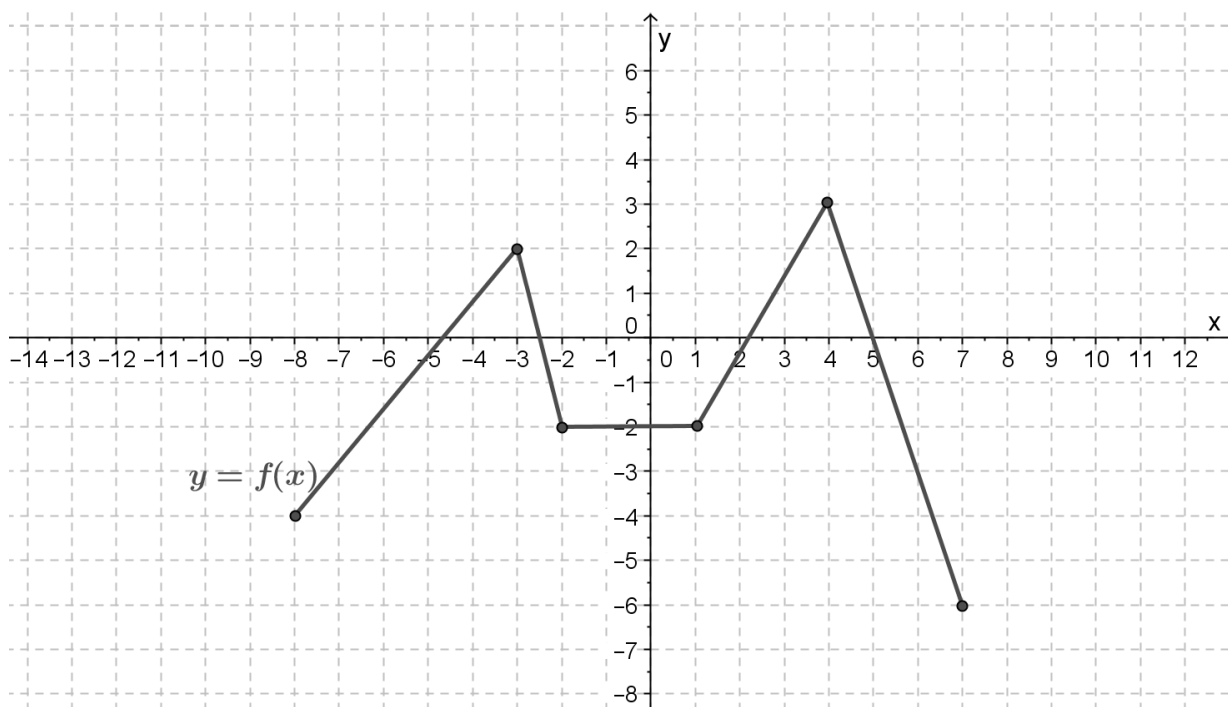
Zadanie 7. Wyczyść obraz i ustaw suwak na wartość $p = -3$ a następnie uruchom animację przyciskiem *PRZESUŃ*. Uzasadnij, że powstała w tym przesunięciu funkcję g_2 możemy zapisać $g_2 = f(x + 3)$.

Zadanie 8. Uzupełnij kolumnę 4 w tabeli.

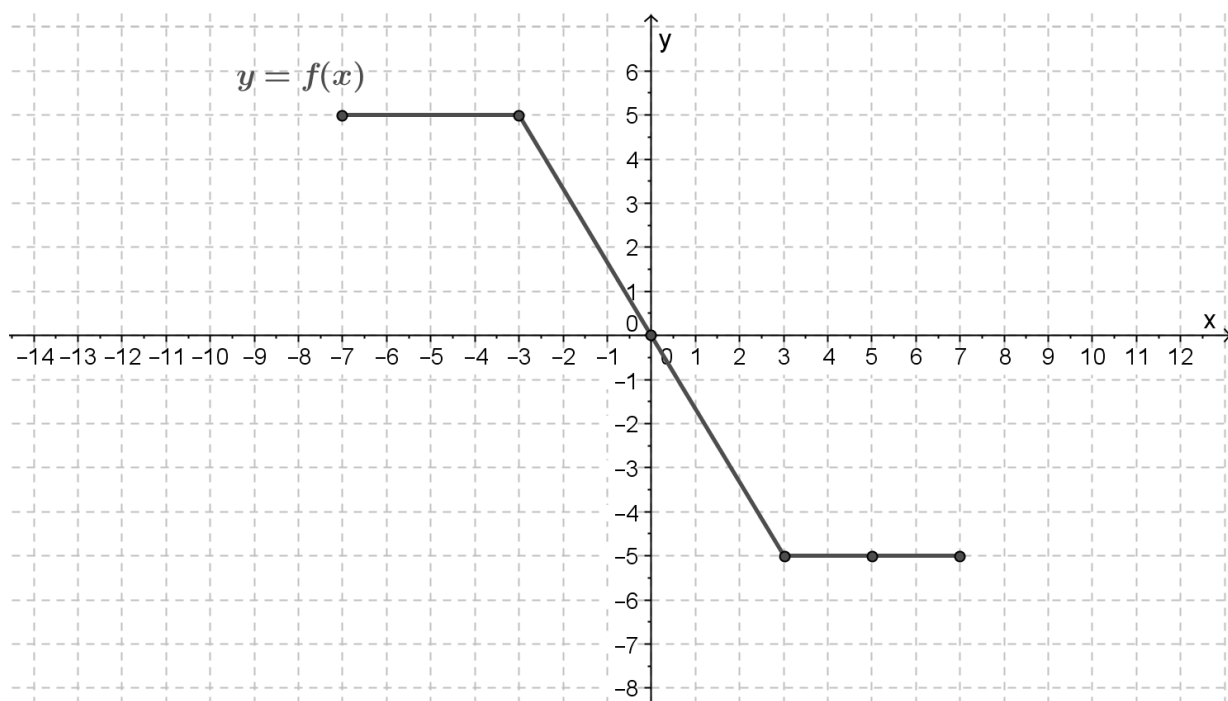
Zadanie 9. Przeanalizuj różnice i podobieństwa własności w komunkach 2 i 4. Które własności funkcji nie zmieniły się? Które własności funkcji zmieniły się i w jaki sposób?

Zadanie 10. W poniższych układach współrzędnych naszkicuj wykresy funkcji g i h , jeśli:

a. $g(x) = f(x - 2)$ oraz $h(x) = f(x + 4)$



b. $g(x) = f(x - 3)$ oraz $h(x) = f(x + 5)$



Przy pomocy apletu sprawdź poprawność wykonanego zadania – ustaw zielone punkty wykresu $y=f(x)$ tak, aby wykres był identyczny z tym w zadaniu, ustaw odpowiednią wartość p a następnie uruchom animacje.

Temat: Symetrie wykresów funkcji względem osi OX i OY

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz plik funkcje08.
- Masz przed sobą aplet ilustrujący symetrie wykresów funkcji względem osi OX oraz względem osi OY – przy jego pomocy nauczysz się samodzielnie szkicować symetryczne wykresy funkcji
- Przyciskiem *Symetria względem OX* możesz uruchomić animację ilustrującą symetrię wykresu funkcji $y=f(x)$ względem osi OX
- Przyciskiem *Symetria względem OY* możesz uruchomić animację ilustrującą symetrię wykresu funkcji $y=f(x)$ względem osi OY
- Przyciskiem *WYCZYŚĆ* możesz wyczyścić widok z obrazów funkcji w symetriach
- Zielone punkty na wykresie funkcji $y=f(x)$ możesz przesuwać i tworzyć nowe wykresy (pamiętaj aby utworzona przez siebie łamana była wykresem funkcji – każdemu argumentowi na osi OX musi być przyporządkowany dokładnie jedna wartość na osi OY)
- Przycisk *RESET* służy do przywrócenia wyjściowego stanu wykresu

Zadanie 1. Przyjrzyj się zielonym punktom na wykresie funkcji $y=f(x)$, a następnie uzupełnij tabelkę:

Współrzędne punktu	(-8,3)	(-5,3)	(-2,-3)	(3,2)	(4,2)	(7,-4)
Współrzędne obrazu punktu w symetrii względem OX						
Współrzędne obrazu punktu w symetrii względem OY						

Zadanie 2. W jaki sposób zmieniają się współrzędne punktu jeśli odbijemy go symetrycznie względem osi OX?

Zadanie 3. W jaki sposób zmieniają się współrzędne punktu jeśli odbijemy go symetrycznie względem osi OY?

Zadanie 4. Uzupełnij kolumnę 2 w tabeli odpowiednimi własnościami funkcji $y=f(x)$

1	2	3	4
Własność	$y=f(x)$	$g(x)=-f(x)$	$h(x)=f(-x)$
Dziedzina			
Zbiór wartości			
Miejsca zerowe			
Maksymalne przedziały, w których funkcja jest rosnąca			
Maksymalne przedziały, w których funkcja jest malejąca			
Maksymalne przedziały, w których funkcja jest stała			
Argumenty, dla których wartości funkcji są dodatnie			
Argumenty, dla których wartości funkcji są ujemne			
Wartość największa funkcji			
Wartość najmniejsza funkcji			

Zadanie 5. Uruchom animację *Symetria względem OX*. Uzasadnij, że powstała w symetrii funkcję g możemy zapisać $g(x)=-f(x)$.

Zadanie 6. Uzupełnij kolumnę 3 w tabeli.

Zadanie 7. Przeanalizuj różnice i podobieństwa własności w komunach 2 i 3. Które własności funkcji nie zmieniły się? Które własności funkcji zmieniły się i w jaki sposób?

Zadanie 8. Wyczyść obraz a następnie uruchom animację *Symetria względem OY*. Uzasadnij, że powstała w symetrii funkcję h możemy zapisać $h(x)=f(-x)$.

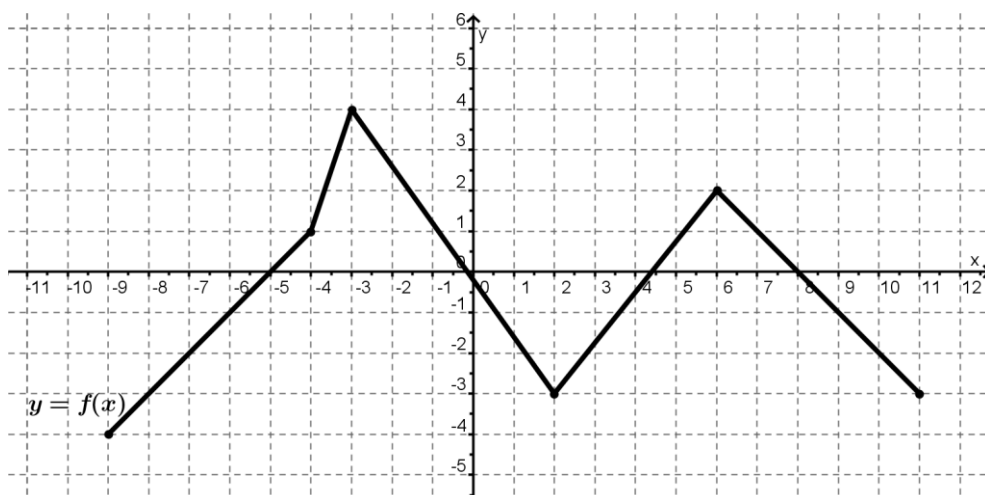
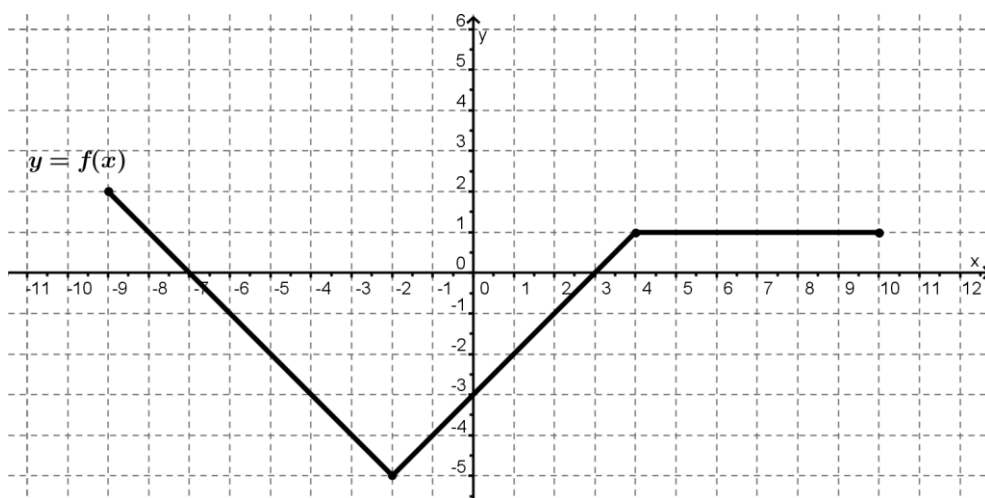
Zadanie 9. Uzupełnij kolumnę 4 w tabeli.

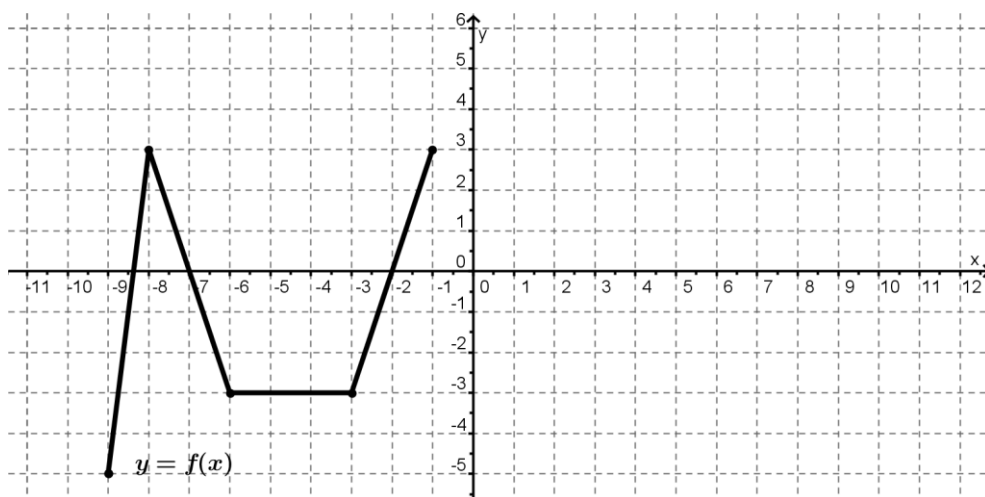
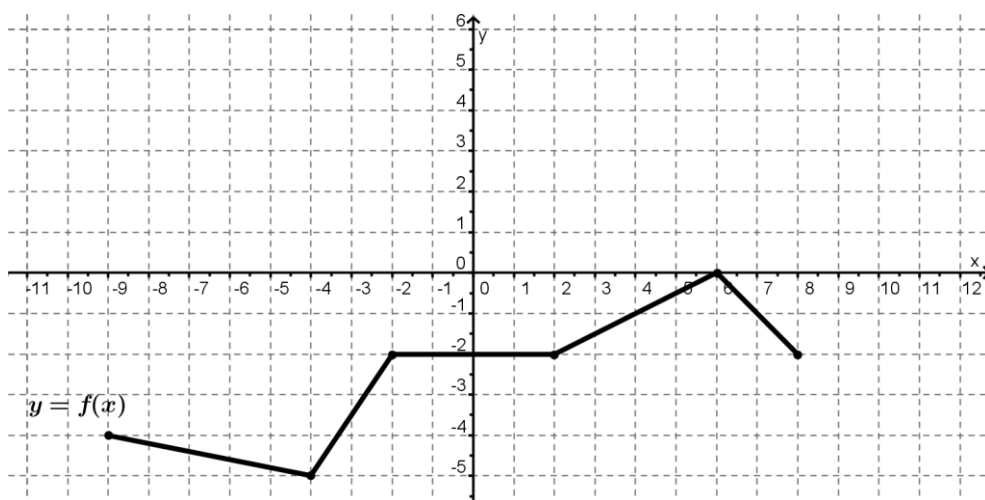
Zadanie 10. Przeanalizuj różnice i podobieństwa własności w komunach 2 i 4. Które własności funkcji nie zmieniły się? Które własności funkcji zmieniły się i w jaki sposób?

Temat: Symetrie wykresów funkcji względem osi układu współrzędnych – zadania

Zadanie 1. Narysuj w zeszycie wykres funkcji $y = x - 2$. Naszkicuj wykresy funkcji w symetrii względem osi OX i OY. Podaj wzory tych funkcji.

Zadanie 2. W poniższych układach współrzędnych naszkicuj wykresy symetryczne do wykresu funkcji f względem osi OX i OY.





Otwórz plik funkcje08.

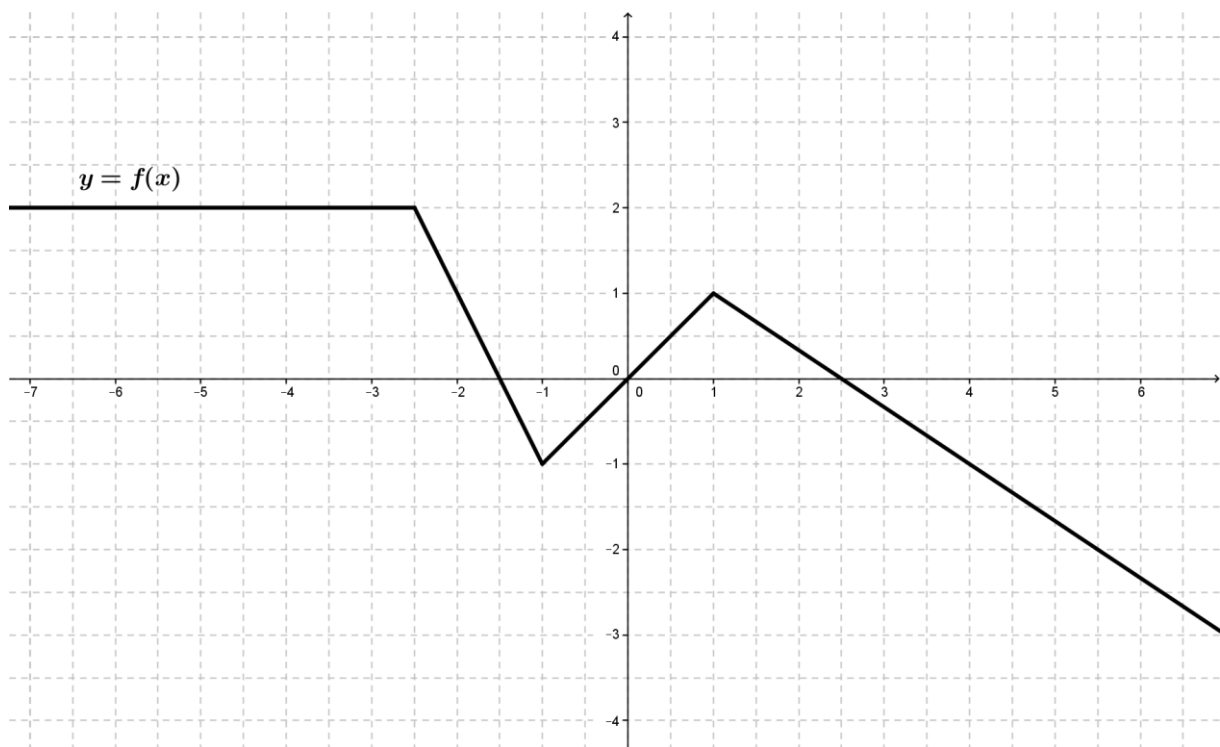
Przy pomocy apletu sprawdź poprawność wykonanego zadania – ustaw zielone punkty wykresu $y=f(x)$ tak, aby wykres był identyczny z tym w zadaniu, a następnie uruchom animację.

Temat: Przekształcanie wykresów funkcji – zadania

Instrukcja obsługi apletu:

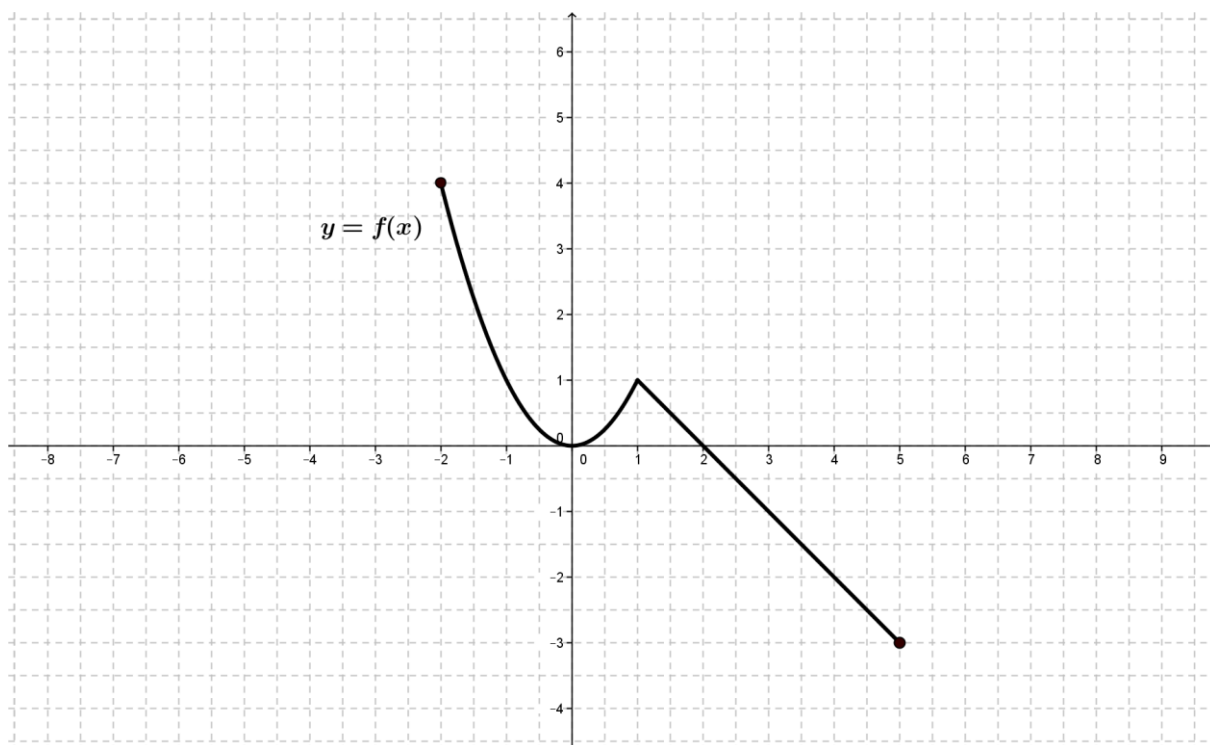
- Otwórz plik funkcje09. Aplet zawiera ilustracje rozwiązań zadań zamieszczonych poniżej. Rozwiąż zadania a następnie sprawdź poprawność ich wykonania włączając odpowiednie pola wyboru w aplecie.

Zadanie 1. Na wykresie przedstawiony jest wykres funkcji $y=f(x)$. W tym samym układzie współrzędnych naszkicuj wykresy funkcji: $y = f(x) - 3$, $y = f(x + 5)$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$



Zadanie 2. Dany jest wykres funkcji f . Naszkicuj wykres funkcji g po określeniu, dla jakiej wartości parametru a punkt P należy do wykresu funkcji g , jeśli:

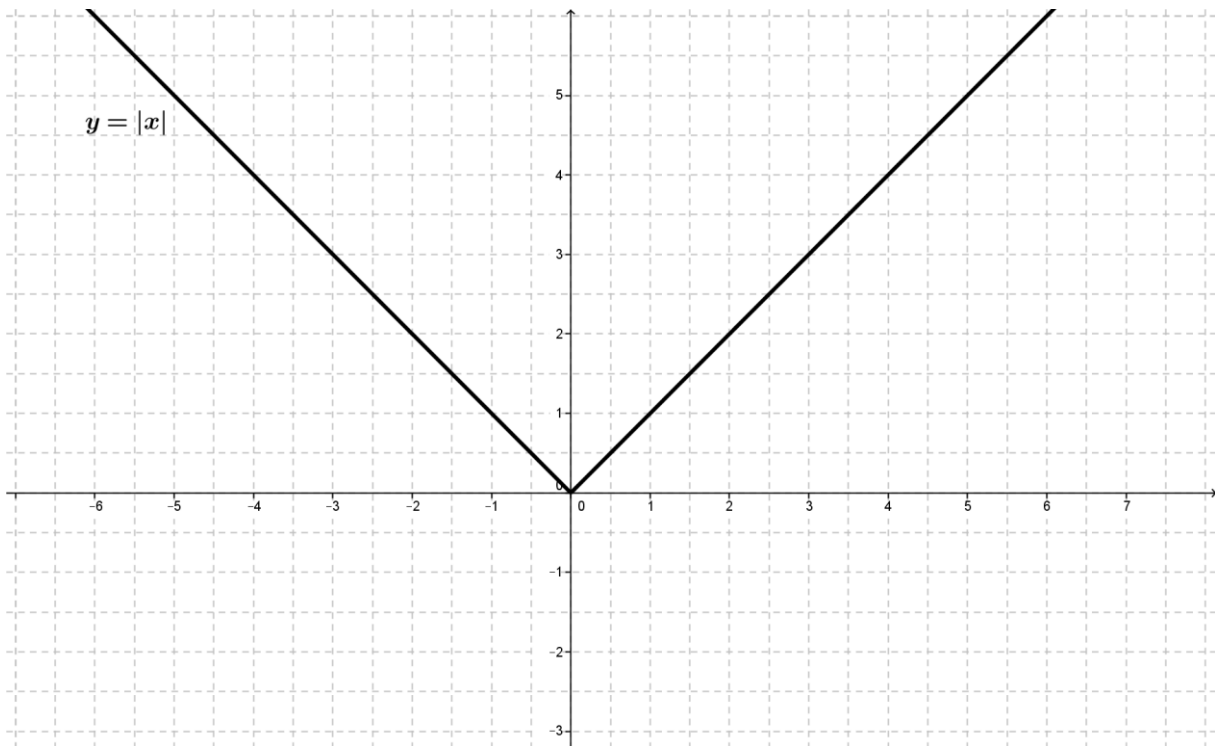
- $g_1(x) = f(x) + a$ i $P = (1, 3)$
- $g_2(x) = f(x) + a$ i $P = (0, -1)$
- $g_3(x) = f(x - a)$ i $P = (6, -1)$
- $g_4(x) = f(x - a)$ i $P = (-7, 4)$



Uzupełnij tabelę

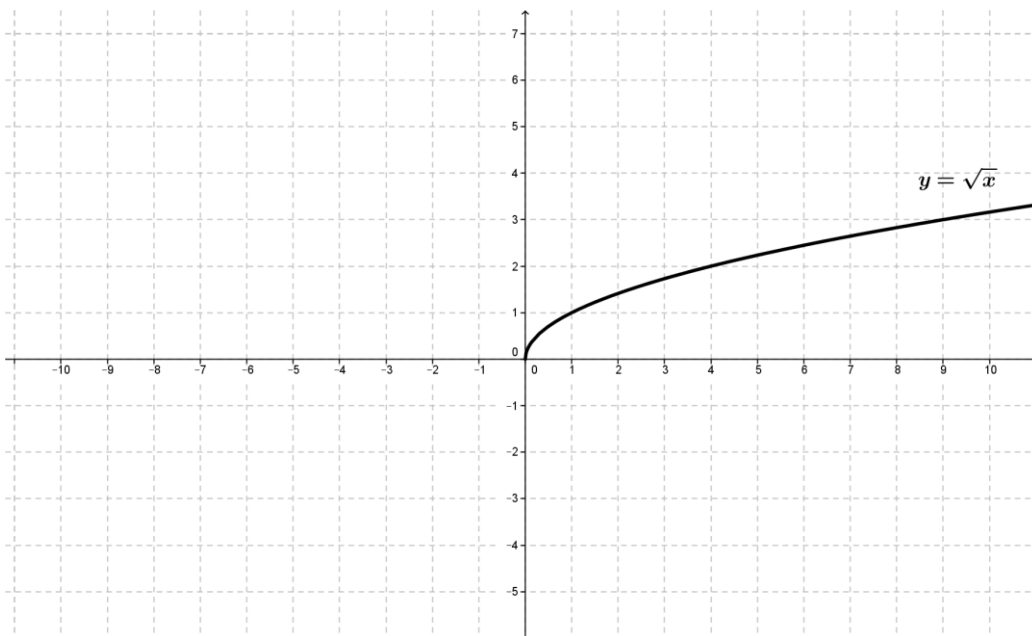
wzór funkcji f	
wzór funkcji g_1	
wzór funkcji g_2	
wzór funkcji g_3	
wzór funkcji g_4	

Zadanie 3. Na wykresie przedstawiony jest wykres funkcji $f(x) = |x|$. Wykres funkcji $g(x) = |x - 3| - 2$ powstaje poprzez przesunięcie wykresu funkcji f najpierw o 3 jednostki w prawo, a następnie o 2 jednostki w dół. Wykres funkcji $h(x) = -|x| + 5$ powstaje poprzez odbicie symetryczne wykresu funkcji f względem osi OX a następnie przesunięcie o 5 jednostek w górę. Naskicuj wykresy funkcji g oraz h i oblicz pole obszaru ograniczonego wykresami tych funkcji.



Pole obszaru:

Zadanie 4. Na wykresie przedstawiony jest wykres funkcji $f(x) = \sqrt{x}$. Wykres funkcji $g(x) = \sqrt{-x} - 2$ powstaje poprzez odbicie symetryczne wykresu funkcji f względem osi OY a następnie przesunięcie o 2 jednostki w dół. Naszkicuj wykres funkcji g .



Dla jakich x spełnione jest równanie $g(x) = 1$?

Dla jakich x spełniona jest nierówność $g(x) < -1$?