



---

Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”  
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

# Skrypt 9

## Funkcja liniowa

1. Funkcja liniowa  $y = ax + b$  i jej wykres.
2. Wykres i własności funkcji liniowej.
3. Interpretacja współczynników we wzorze funkcji liniowej.
4. Współczynnik kierunkowy prostej.
5. Interpretacja współczynników we wzorze funkcji liniowej – prostopadłość prostych.
6. Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie wykresu lub informacji o punktach należących do wykresu funkcji.
7. Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji.
8. Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie informacji o położeniu wykresu funkcji.
9. Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie wykresu lub informacji o funkcji.

### Opracowanie L2

## Temat: Funkcja liniowa $y = ax + b$ i jej wykres.

### Instrukcja obsługi apletu:

- **Otwórz plik *liniowa01***

Masz przed sobą aplet ilustrujący wzór i szkicowanie wykresów funkcji liniowej

$$y = ax + b$$

- Pole wyboru **Współczynniki funkcji liniowej** wyświetla suwaki a i b, za pomocą których można ustalać wartości współczynnika kierunkowego a i wyrazu wolnego b
- Pole wyboru **Wzór funkcji** wyświetla przy zadanych wartościach a i b wzór funkcji liniowej
- Pole wyboru **Pokaż tabelę wartości funkcji** zawiera współrzędne wybranych punktów, które należą do wykresu funkcji. Wartości te zestawione są w postaci tabeli pod wykresem. Jest to tabela częściowa wartości funkcji.
- Pole wyboru **Pokaż punkty wykresu funkcji** zaznacza punkty z tabelki w układzie współrzędnych
- Pole wyboru **Pokaż wykres funkcji** wyświetla wykres funkcji o wybranym wzorze
- Pole wyboru **Pokaż punkt A** wyświetla punkt A (który można dowolnie ustawiać) w układzie współrzędnych, pole tekstowe, w które możemy wpisywać współrzędne punktu A oraz pole wyboru **A należy do wykresu funkcji f?**, które wyświetla algebraiczny sposób sprawdzenia czy dany punkt A należy do wykresu funkcji f
- Przycisk **Odśwież Widok** wyczyszcza ekran i wszystkie pola wyboru
- Ustal wartość suwaków: np.  $a = -2$  i  $b = 3$ 
  - Jaki jest wzór funkcji?
  - Wyznacz współrzędne kilku punktów należących do wykresu funkcji a następnie porównaj z wynikami zebranymi w tabelce
  - Podaj współrzędne punktu spoza tabelki częściowej, który należy do wykresu funkcji
  - Wyświetl punkty w układzie współrzędnych oraz wyświetl wykres funkcji
  - Zmieniaj wartości a, b przy pomocy suwaków, obserwuj zmianę położenia punktów.

**Wniosek:** Wykresem funkcji  $y = ax + b$  dla  $x \in R$  gdzie a i b są dowolnymi liczbami rzeczywistymi jest linia prosta.

Aby narysować wykres funkcji liniowej, wystarczy wyznaczyć współrzędne dwóch różnych punktów tego wykresu i poprowadzić przez nie linię prostą.

- Jak jest położony wykres gdy  $b = 0$ , jaki jest wzór funkcji?
- Jak jest położony wykres gdy  $a = 0$ , jaki jest wzór funkcji?
- Jak jest położony wykres gdy  $a = 0$  i  $b = 0$ , jaki jest wzór funkcji?
- Wyznacz wartość funkcji  $f(x) = ax + b$  gdzie  $x \in R$  i  $a, b \in R$  dla  $x = -1, x = 0, x = 1$  i uzupełnij zapisy:  
 $f(-1) = \dots\dots\dots$ ,  $f(0) = \dots\dots\dots$ ,  $f(1) = \dots\dots\dots$

**Zadanie 1.** Funkcja  $y = f(x)$  jest liniowa. Uzupełnij w tabeli brakujące współczynniki lub jej wzór.

Lp.	a	b	Wzór funkcji
1.	- 0.3	1.5	.....
2.	$1 - \sqrt{2}$	- 5	.....
3.	0	$\sqrt{3} - 2$	.....
4.	$\frac{4}{5}$	0	.....
5.	.....	.....	$y = 1.5$
6.	.....	.....	$y = -\frac{3}{4}x$
7.	.....	.....	$y = \sqrt{2}x - 3$
8.	.....	.....	$y = 4 + 2x$

**Zadanie 2.** Narysuj wykres funkcji  $y = 5x + 1$ .

- Sprawdź poprawność wykonania wykresu za pomocą apletu *liniowa01*.
- Zaznacz pola wyboru **Pokaż wykres funkcji** i **Pokaż punkt A** i staraj się ustawić punkt A, tak aby należał on do wykresu funkcji f a następnie zaznacz pole wyboru **A należy do wykresu funkcji f?**

Czy za każdym razem była odpowiedź, że punkt A należy do wykresu funkcji f?

**Zadanie 3.** Sprawdź czy punkty  $A = (0.3, \frac{3}{5})$ ,  $B = (-1, \frac{5}{2})$ , należą do wykresu funkcji liniowej określonej wzorem  $f(x) = -\frac{3}{2}x + 1$ .

Zadanie 4. Dane w tabeli dotyczą funkcji liniowej  $y = ax + b$ . Punkt A jest punktem należącym do wykresu funkcji. Uzupełnij brakujące wielkości w tabelce.

Lp.	a	b	Punkt A = (x, y)	Wzór funkcji
1.	-2	.....	A = (1, 3)	y = .....
2.	.....	3	A = (-2, 1)	y = .....
3.	$\frac{3}{2}$	-1	A = (4,...)	y = .....
4.	.....	.....	A = (..., 6)	y = -4 + 5x
5.	.....	.....	A = (-1, 4)	y = -3x + ...
6.	.....	.....	A = (4, 5)	y = ...x + 7

W tym zadaniu można wykorzystać aplet *liniowa01*?

- Otwórz plik *liniowa02*  
Aplet przedstawia rysowanie wykresu funkcji liniowej  $y = ax + b$  oraz jej własności
- Pole wyboru **Rysowanie wykresu funkcji** ilustruje kolejne etapy rysowania wykresu funkcji
- Przycisk **Odśwież Widok** wyczyszcza ekran i wszystkie pola wyboru
- Ustal wartość suwaków: np.  $a = 0.5$  i  $b = -3$
- Zaznacz pole wyboru **Rysowanie wykresu funkcji**
- W polach tekstowych  $x_A$ ,  $x_B$  możesz wpisać dowolną wartość (ustaw tak aby  $x_A \neq x_B$ ).  
Oblicz wartość  $y_A$ ,  $y_B$  a następnie sprawdź swoje obliczenia za pomocą pól wyboru **Pokaż  $y_A$** , **Pokaż  $y_B$**
- Pole wyboru **Pokaż tabelkę wartości funkcji** przedstawia argumenty i wartości funkcji zebrane w postaci tabeli
- Wyznacz punkty  $A = (x_A, y_A)$ ,  $B = (x_B, y_B)$  i zaznacz je w układzie współrzędnych a następnie sprawdź za pomocą pola wyboru **Pokaż punkty A, B**
- Kliknij przycisk **Rysuj prostą** a następnie zaznacz pole wyboru **Pokaż wykres**

Uwaga. Aby dokładnie narysować wykres funkcji liniowej staramy się dobrać tzw. "punkty kratowe"

## Temat: Wykres i własności funkcji liniowej.

Zadanie 1. Wykonaj wykres funkcji liniowej:

a)  $y = -2x + 3$

b)  $y = 4x - 1$

c)  $y = 2$

Określ jej monotoniczność.

- Otwórz plik *liniowa02*
- Zaznacz pole wyboru **Własności funkcji**

Sprawdź odpowiedzi wykorzystując odpowiednie pola wyboru.

- Ustal wartość współczynnika  $a$ , zaznacz pole wyboru **Pokaż wykres**, zmieniaj wartość współczynnika  $b$ . Co możesz powiedzieć na temat monotoniczności funkcji?
- Ustal wartość współczynnika  $b$ , zaznacz pole wyboru **Pokaż wykres**, zmieniaj wartość współczynnika  $a$ . Co możesz powiedzieć na temat monotoniczności funkcji?

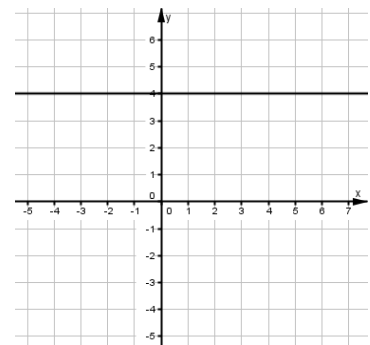
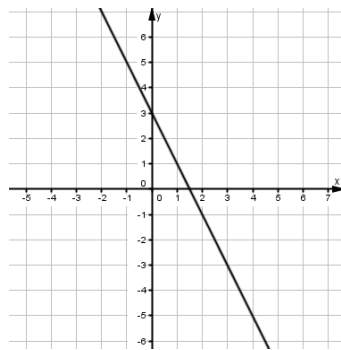
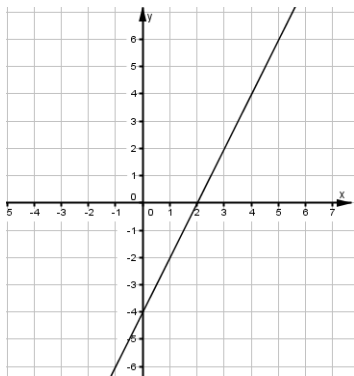
Uzupełnij wniosek 1.

**Wniosek 1:** Funkcja liniowa  $y = ax + b$ ,  $x \in R$  i  $a, b \in R$  jest:

rosnąca gdy .....

malejąca gdy .....

stała gdy .....



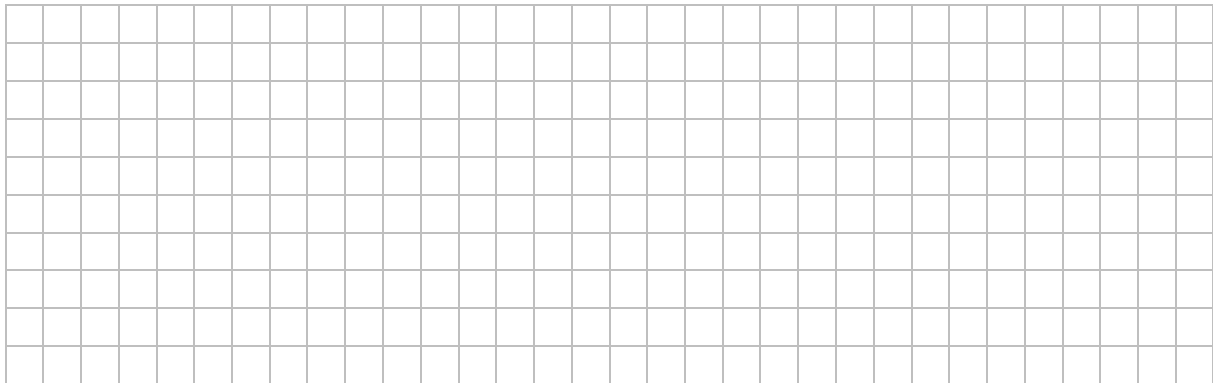
Zadanie 2. Określ monotoniczność podanych funkcji:

Lp.	Wzór funkcji	Monotoniczność
1.	$y = 1,2x + 4$	
2.	$y = (1 - \sqrt{3})x - 2$	
3.	$y = 2 - \sqrt{2}$	
4.	$y = 1 + (3 - \sqrt{5})x$	

5.	$y = -\frac{5}{3}x$	
6.	$y = -\frac{5}{3}$	

**Zadanie 3.** Dla podanych funkcji wyznacz jej miejsce zerowe oraz punkty przecięcia wykresu funkcji z osią OX oraz z osią OY.

- |                    |                 |
|--------------------|-----------------|
| a) $y = -1,6x + 2$ | c) $y = 4$      |
| b) $y = 3x - 5$    | d) $y = ax + b$ |



Uzupełnij poniższy wniosek.

**Wniosek 3:** Funkcja liniowa  $y = ax + b$ ,  $x \in R$ :

- posiada miejsce zerowe  $x_0$  ..... dla  $a$  .....
- nie posiada miejsca zerowego dla  $a$  ..... i  $b$  .....
- posiada nieskończenie wiele miejsc zerowych dla  $a$  ..... i  $b$  .....

**Zadanie 4.** Wyznacz dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości dodatnie a dla jakich ujemne.

- |                  |                 |            |
|------------------|-----------------|------------|
| a) $y = -4x + 5$ | b) $y = 2x + 1$ | c) $y = 3$ |
|------------------|-----------------|------------|



Rozwiązanie możesz sprawdzić zaznaczając odpowiednie pola wyboru za pomocą apletu *liniowa02*

## Temat: Interpretacja współczynników we wzorze funkcji liniowej

- Otwórz plik *liniowa03*  
Aplet zawiera interpretację współczynników we wzorze funkcji liniowej.
- Pole wyboru **Interpretacja - b** po uaktywnieniu wyświetla wykres funkcji  $y = ax$  i po przesunięciu wykres funkcji  $y = ax + b$
- Przycisk **Włącz animację** ilustruje w jaki sposób można otrzymać wykres funkcji  $y = ax + b$  oraz powiązanie współczynnika  $b$  z wykresem funkcji liniowej
- Pole wyboru **Interpretacja - a** po uaktywnieniu wyświetla:
  - pole wyboru **Monotoniczność**
  - pole wyboru **Pokaż nachylenie prostej k** po uaktywnieniu ilustruje interpretację współczynnika  $a$  w powiązaniu z wykresem funkcji
  - pole wyboru **Kąt między prostą k i osią OX** po uaktywnieniu ilustruje zależność współczynnika  $a$  i kąta jaki tworzy prosta z osią OX
  - pole wyboru **Pokaż ślad prostej** – po uaktywnieniu i zmianie wartości  $a$  lub  $b$  za pomocą suwaków można pokazać ślad prostej
  - pole wyboru **Prostopadła do k w punkcie A** po uaktywnieniu pokazuje prostą prostopadłą do prostej  $k$  przechodzącą przez punkt  $A$ , wzór tej prostej i jej współczynnik kierunkowy oraz nachylenie
  - Przycisk **Wyczyść ślad** usuwa ślad prostej
  - Przycisk **Odśwież widok** wyczyszcza ekran i wszystkie pola wyboru oraz ustawia  $a = 0$  i  $b = 0$

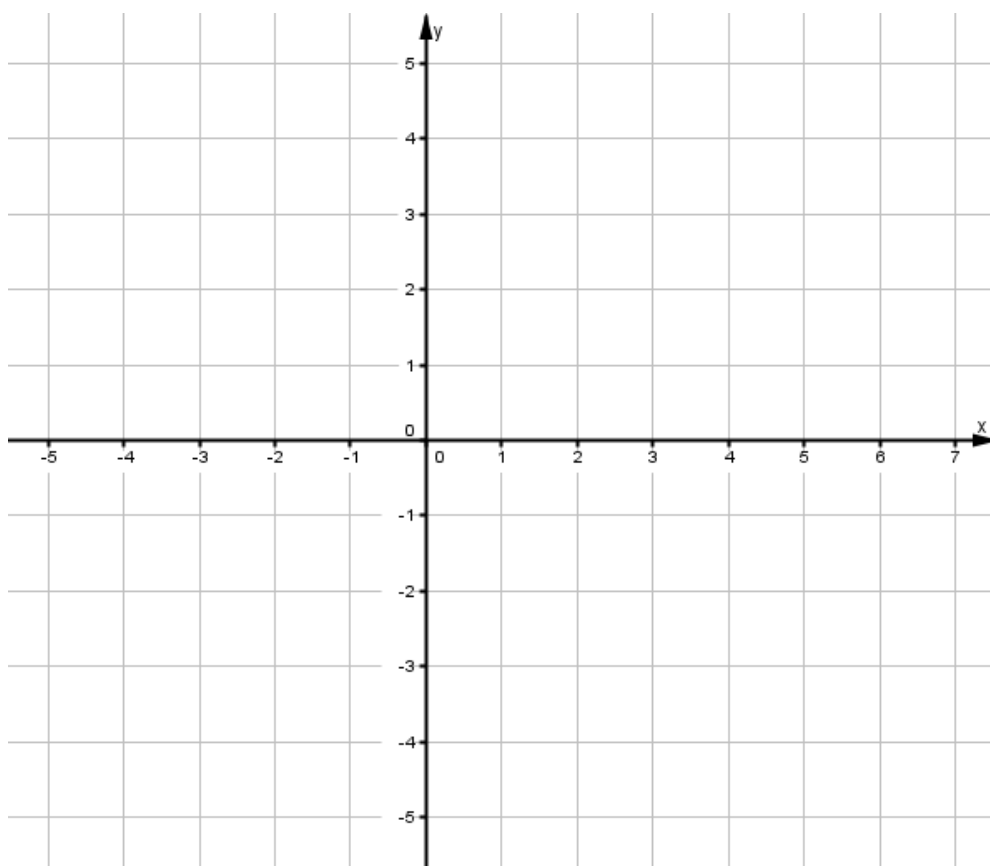
W jaki sposób możesz narysować wykres funkcji  $y = -x + 4$  gdy dany jest wykres funkcji  $y = -x$  ?

- Ustaw wartości suwaków  $a = -1$ ,  $b = 4$ .
- Zaznacz pole wyboru **Interpretacja - b**.
- Kliknij Przycisk **Włącz animację**
- Ustal wartość współczynnika  $a$  i zmieniaj wartość współczynnika  $b$ .
- Zaznacz pole wyboru **Interpretacja - a** i następnie zaznacz pole wyboru **Pokaż ślad prostej**.

Ustal współczynnik  $a$  i zmieniaj wartość współczynnika  $b$ . Co możesz powiedzieć o prostych będących wykresami tych funkcji liniowych?

Zadanie 1. Narysuj w jednym układzie współrzędnych wykresy funkcji liniowych:

$$y = 3x, \quad y = 3x + 2, \quad y = 3x - 4$$



Jaką wspólną cechę mają te funkcje? Jak są położone wykresy funkcji?

Uzupełnij poniższy wniosek.

**Wniosek:** Wykresy funkcji liniowej o tym samym współczynniku kierunkowym są prostymi .....

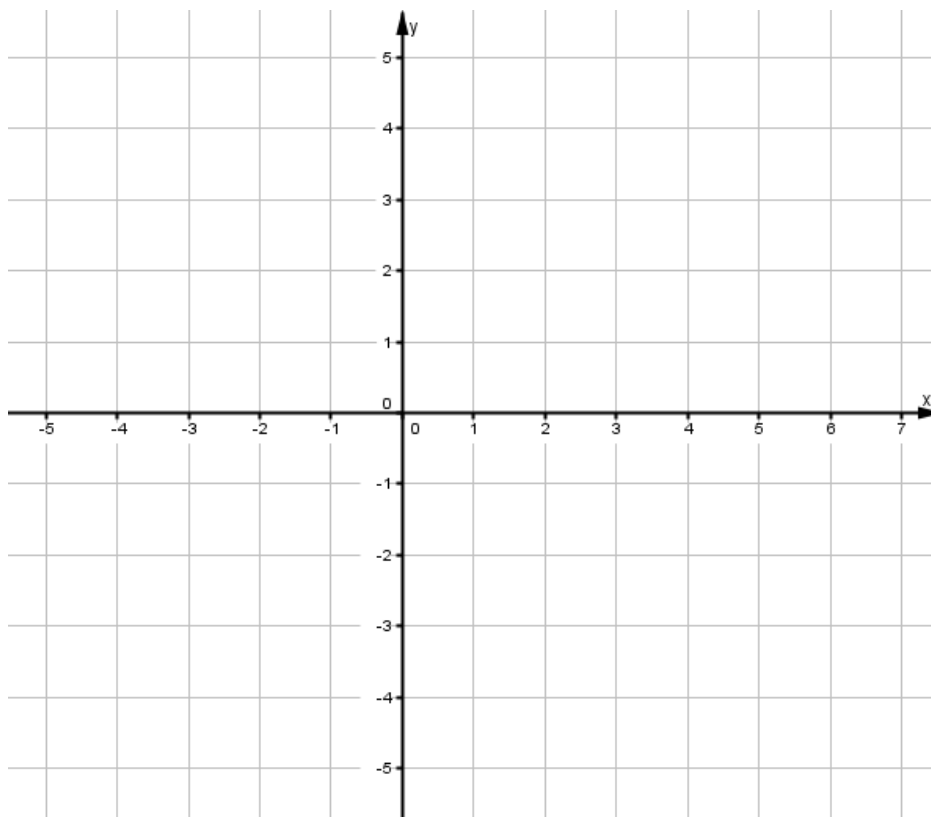
Zadanie 2. Prosta  $l$  jest wykresem funkcji  $y = -2x + 1$ . Napisz równanie prostej  $k$  przechodzącej przez punkt  $P = (-2, 2)$  i równoległej do prostej  $l$ . Naszkicuj w układzie współrzędnych proste  $k$ ,  $l$  oraz zaznacz punkt  $P$ .

- Zaznacz pole wyboru **Interpretacja - a** i potem pole wyboru **Pokaż ślad prostej**. Ustal współczynnik  $b$  i zmieniaj wartość współczynnika  $a$ . Co możesz powiedzieć na temat otrzymanych wykresów funkcji?



Zadanie 3. Wykonaj w jednym układzie współrzędnych wykresy funkcji:

$$y = -4x + 3, y = 2x + 3, y = 3$$



Uzupełnij poniższy wniosek.

**Wniosek 2:** Prosta będąca wykresem funkcji liniowej  $y = ax + b$ ,  $x \in R$  przecina oś OY w punkcie  $P = ( \dots , \dots )$ .

Zadanie 4. Podaj przykłady funkcji, których wykresy przecinają oś OY w punkcie:

- a)  $A = (0, -4)$
- b)  $A = (0, 5)$
- c)  $A = (0, 0)$

- Zaznacz pola wyboru **Kąt między prostą k a osią OX, Monotoniczność**  
Kąt  $\alpha$  jest to kąt jaki tworzy prosta k będąca wykresem funkcji liniowej z osią OX.
- Ustal wartość a i zmieniaj wartość współczynnika b. Co możesz powiedzieć na temat kąta  $\alpha$ ?
- Ustal wartość b i zmieniaj wartość współczynnika a.

Kiedy kąt między prostą, która jest wykresem funkcji liniowej a osią OX jest:

- rozwarty

- ostry

Czy ten kąt może być prosty?

Zadanie 5. Dla podanych funkcji określ punkty przecięcia wykresu tych funkcji z osiami układu współrzędnych. Kąt  $\alpha$  jest to kąt jaki tworzy prosta będąca wykresem funkcji z osią  $OX$ . Określ rodzaj kąta.

Lp.	Wzór funkcji liniowej	<b>P</b> - punkt przecięcia wykresu funkcji z osią <b>OY</b>	<b>K</b> - punkt przecięcia wykresu funkcji z osią <b>OX</b>	$\alpha$
1.	$y = \frac{3}{5}x - 4$			
2.	$y = 1,2 - 0,4x$			
3.	$y = (\sqrt{2} - 3)x - 2$			
4.	$y = 5$			
5.	$y = -\frac{2}{5}x$			

## Temat: Współczynnik kierunkowy prostej.

- Otwórz plik *liniowa03*
- Zaznacz Pole wyboru **Interpretacja - a**, a następnie pole wyboru **Pokaż nachylenie prostej**

Zadanie 1. Wyznacz nachylenie prostej, która jest wykresem funkcji liniowej

a)  $y = 3x - 2$

c)  $y = 4$

b)  $y = -1,5x + 3$

d)  $y = -x + b$

Zastosuj rozumowanie analogiczne do ilustracji zagadnienia w aplecie.

Zwróć uwagę, że w przykładzie d) współczynnik b możesz dobrać dowolnie. Co zauważasz?

- Otwórz plik *liniowa04*
- Zaznacz Pole wyboru **a - interpretacja**, kliknij przycisk **przyrost argumentu funkcji**, następnie po ukazaniu się kliknij **przycisk zmiana wartości funkcji**
- Przy pomocy tych przycisków uruchamiamy animację zmiany argumentu i wartości funkcji oraz pokazane jest nachylenie prostej.
- Zaznacz Pole wyboru **Pokaż prostą**
- Za pomocą suwaków m, k można zmieniać wartość współczynnika a oraz obserwować zmianę nachylenia prostej.

Zwróć uwagę, że program podaje interpretację a dla wartości ułamka  $\frac{m}{k}$  po skróceniu.

Wykonaj w zeszycie rysunki wykorzystując interpretację współczynnika kierunkowego a przy dowolnych wartościach m, k oraz po skróceniu. Co zauważasz?

Zadanie 2. Wykonaj rysunek przedstawiający interpretację współczynników a, b podanych prostych:

a)  $y = 2x - 3$

d)  $y = \frac{-3}{4}x + 2$

b)  $y = -x + 1$

e)  $y = 4$

c)  $y = \frac{1}{3}x - 2$

f)  $y = \frac{5}{2}x$

Zadanie 3. Oblicz współczynnik kierunkowy oraz wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkty :

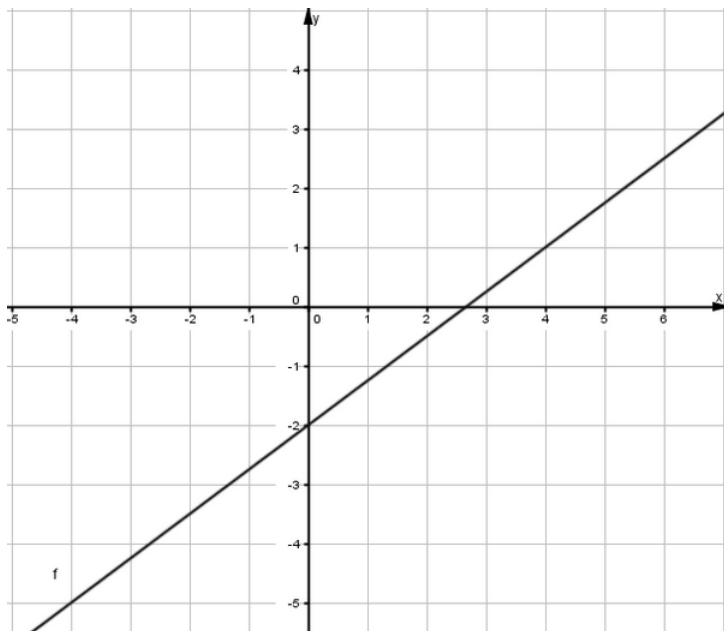
a)  $A=(0, 4), B=(2, 1)$

b)  $A=(0,-2), B=(3, 3)$

c)  $C=(-2,3), D=(1,-1)$

Zadanie 4. Dany jest wykres funkcji liniowej  $y = ax + b$ . Wyznacz współczynniki:  $a$  oraz  $b$  wykorzystując ich interpretację. Podaj wzór funkcji.

a)

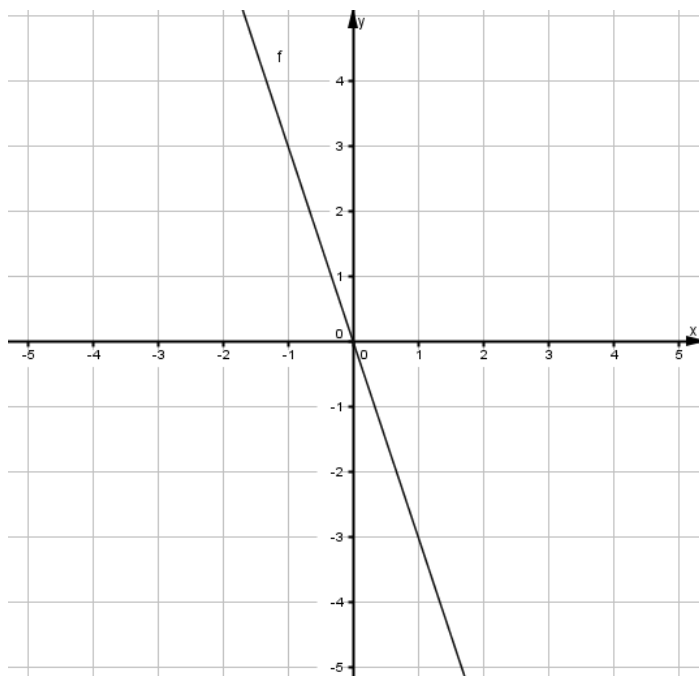


$a = \dots\dots\dots$

$b = \dots\dots\dots$

wzór funkcji:  $\dots\dots\dots$

b)

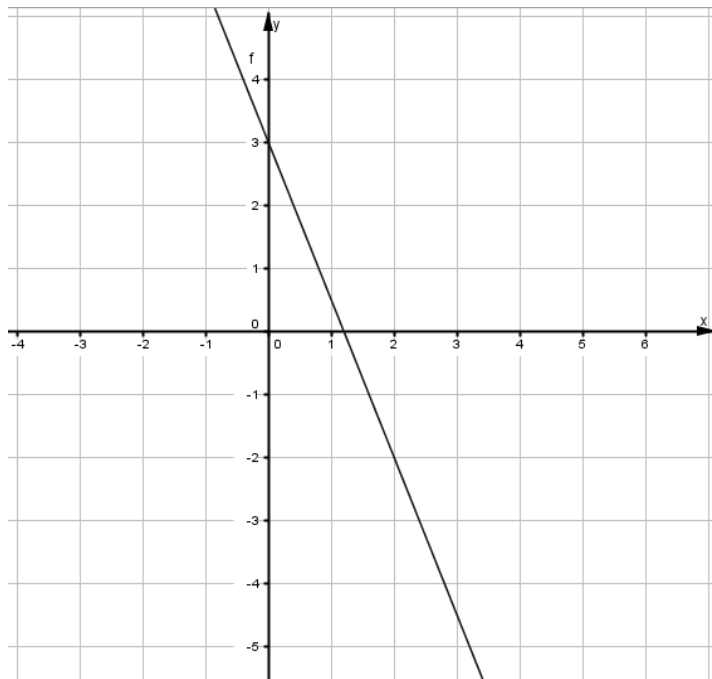


$a = \dots\dots\dots$

$b = \dots\dots\dots$

wzór funkcji:  $\dots\dots\dots$

c)

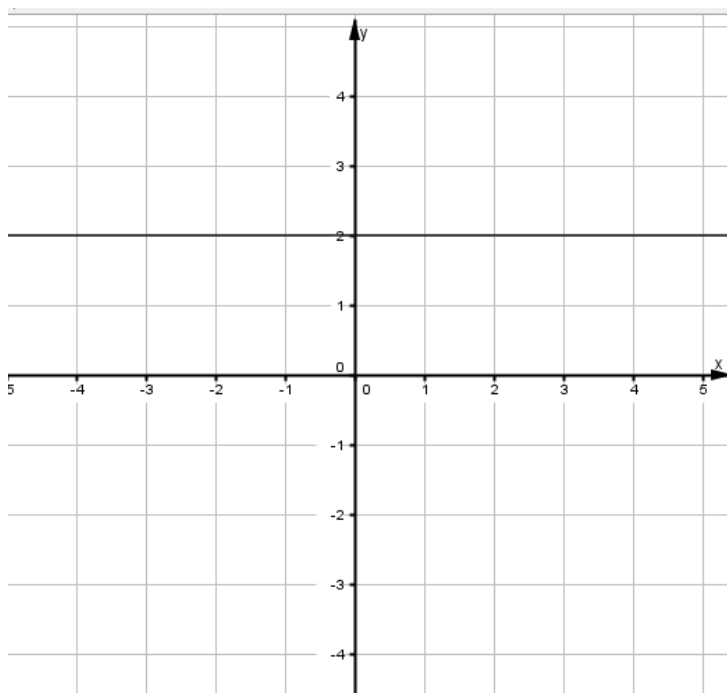


a = .....

b = .....

wzór funkcji: .....

d)



a = .....

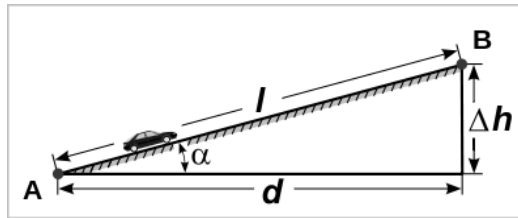
b = .....

wzór funkcji: .....

## Nachylenie drogi, stoku

Współczynnik kierunkowy prostej mówi o jej nachyleniu do poziomu. Pojęcie to wiąże się także ze stromizną drogi i stoku narciarskiego. Nachylenie trasy często podaje się w procentach. Wyraża się wzorem:

$$n = \frac{\Delta h}{d} \cdot 100\%$$











rys. Źródło: [http://pl.wikipedia.org/wiki/Pochylenie\\_pozioame\\_trasy](http://pl.wikipedia.org/wiki/Pochylenie_pozioame_trasy)



fol. J. Konieczny

System (trzech kolorów – trzech stopni trudności) obowiązuje w Polsce od 31 grudnia 2011 roku.

Stopień trudności	Trasy	Oznakowanie kolorem	Nachylenie w profilu podłużnym	
			średnie	maksymalne
A	bardzo łatwe	 lub  (zielona)	do 15% (9°)	21% (12°)
B	łatwe	 lub  (niebieska)	17-21% (10-12°)	30% (17°)
C	trudne	 lub  (czerwona)	21-29% (12-16°)	40% (22°)
D	bardzo trudne	 lub  (czarna)	ponad 29% (16°)	53% (28°)

Źródło: [http://pl.wikipedia.org/wiki/Skala\\_trudności\\_tras\\_narciarskich](http://pl.wikipedia.org/wiki/Skala_trudności_tras_narciarskich)

## Temat: Interpretacja współczynników we wzorze funkcji liniowej - prostopadłość prostych

Zadanie 1. Narysuj wykres funkcji:

a)  $y = \frac{4}{3}x - 1$

b)  $y = -2x + 3$

Narysuj prostopadłą do wykresu tej funkcji w punkcie przecięcia z osią OY. Wyznacz współczynnik kierunkowy prostej prostopadłej i napisz jej równanie. W zadaniu tym wykorzystaj interpretację współczynników.

- Otwórz plik *liniowa03*
- Zaznacz Pole wyboru **Interpretacja - a**, a następnie pole wyboru **Prostopadła do k w punkcie A**, pole wyboru **Pokaż nachylenie prostej k**
- Zmieniaj wartość a przy ustalonym b. Co można powiedzieć o współczynnikach kierunkowych tych prostych?

Uzupełnij wniosek.

**Wniosek:** Proste l i k o niezerowych współczynnikach kierunkowych są prostopadłe wtedy i tylko wtedy, gdy.....

Zadanie 2. Wyznacz współczynnik kierunkowy prostej prostopadłej do prostej:

a)  $y = -2x + 4$

c)  $y = -0,4x + 1$

b)  $y = \frac{3}{4}x - 2$

d)  $y = \sqrt{2}x$

Zadanie 3. Dla jakiej wartości m proste określone równaniami  $y = 3x - m$

i  $y = (2m - 1)x + 2$  są prostopadłe?

Zadanie 4. Napisz równanie prostej prostopadłej do prostej  $y = -0,5x + 3$  i przechodzącej przez punkt  $P = (3,2)$ .

Zadanie 5. Określ czy podane proste są prostopadłe

a)  $y = -\frac{3}{4}x + 1$  i  $y = 1\frac{1}{3}x - 5$

b)  $y = 1,4x - 2$  i  $y = -1,4x + 3$

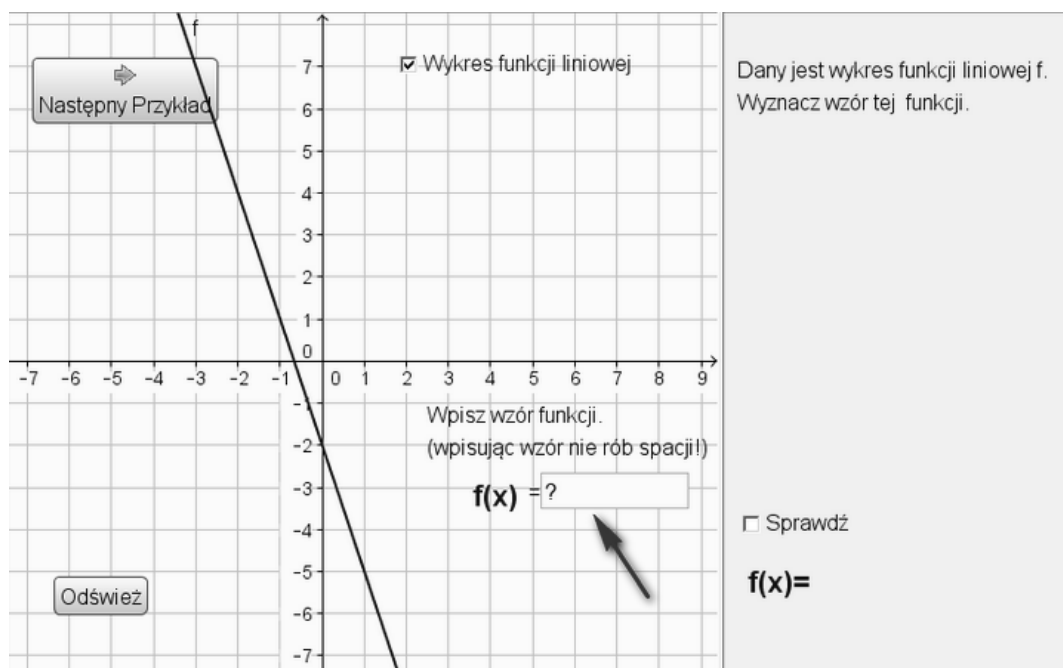
## Temat: Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie wykresu lub informacji o punktach należących do wykresu funkcji.

- Otwórz plik *liniowa05*

Masz przed sobą aplet zawierający zadania na wyznaczanie wzoru funkcji liniowej gdy dany jest jej wykres lub dane są informacje o funkcji.

- Pole wyboru **Wykres funkcji** wyświetla wykres funkcji
  - Pole wyboru **Warunek określający funkcję** wyświetla zadania zawierające warunki opisujące funkcję liniową. Typy zadań można wybierać za pomocą suwaka
  - **zadanie = k** gdzie  $k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
  - Przycisk **Następny Przykład** losuje przykłady
  - Przycisk **Odśwież** wyczyszcza ekran i wszystkie pola wyboru
  - W pole tekstowe wpisuje się wyznaczony wzór funkcji. Zanim wpiszesz wzór funkcji skasuj znak „?”
  - Pole wyboru **Sprawdź** umożliwia sprawdzenie poprawności rozwiązania
- Zaznacz pole wyboru **Wykres funkcji liniowej**
  - Za pomocą przycisku **Następny Przykład** wylosuj zadanie, w którym zmieniono dane .

Zadanie 1. Dany jest wykres funkcji liniowej  $f$ . Wyznacz wzór tej funkcji .



Wzór funkcji można wyznaczyć wykorzystując interpretację współczynników lub rozwiązując odpowiedni układ równań.



- Zaznacz pole wyboru **Warunek określający funkcję**.
- Ustaw suwak na **zadanie = 1**.

Zadanie 2. Do wykresu funkcji liniowej należą punkty  $A = (-5, -1)$ ,  $B = (-3, -1)$ . Wyznacz wzór funkcji.

- Ustaw suwak na **zadanie = 6**.

Zadanie 3. Dana jest częściowa tabela wartości funkcji liniowej. Wyznacz wzór tej funkcji.

x	-3	-5
y	-1	1

Te zadania rozwiązujemy układając odpowiedni układ równań. Przypominamy algebraiczne metody rozwiązywania układu równań.

## Temat: Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji.

- Otwórz plik *liniowa05*
- Zaznacz pole wyboru **Warunek określający funkcję**.
- Suwak ustaw na zadanie = k gdzie  $k \in \{2, 3, 4, 5\}$
- Przy pomocy przycisku **Następny Przykład** można tworzyć analogiczne zadania do każdego typu zadań z tabeli.

Ustawienie suwaka	Przykłady zadań	
	Zadanie I	Zadanie II
zadanie =2	Miejscem zerowym funkcji liniowej jest $x_0 = -\frac{1}{4}$ . Do wykresu funkcji należy punkt $P = (-5, -19)$ . Wyznacz wzór funkcji liniowej.	Funkcja liniowa nie posiada miejsca zerowego. Do wykresu funkcji należy punkt $P = (-4, 2)$ . Wyznacz wzór funkcji liniowej.
zadanie =3	Funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie dla $x \in (-\infty, 2)$ i przecina oś OY w punkcie $K = (0, 3)$ . Wyznacz wzór funkcji liniowej.	Zbiorem wartości funkcji liniowej jest zbiór $ZW = \{-4\}$ . Wyznacz wzór funkcji liniowej.
zadanie =4	Funkcja liniowa przyjmuje wartości ujemne dla $x \in R$ . Do wykresu funkcji należy punkt $P = (-4, -4)$ . Wyznacz wzór funkcji liniowej.	Funkcja liniowa przyjmuje wartości ujemne dla $x \in (-\infty, -\frac{1}{2})$ . Do wykresu funkcji należy punkt $P = (1, 6)$ . Wyznacz wzór funkcji liniowej.
zadanie =5	Współczynnikiem kierunkowym funkcji liniowej jest liczba -2. Ponadto wiadomo, że do wykresu funkcji należy punkt $B = (-5, 12)$ . Wyznacz wzór funkcji liniowej.	Współczynnikiem kierunkowym funkcji liniowej jest liczba 0. Ponadto wiadomo, że do wykresu funkcji należy punkt $B = (-2, -4)$ . Wyznacz wzór funkcji liniowej.

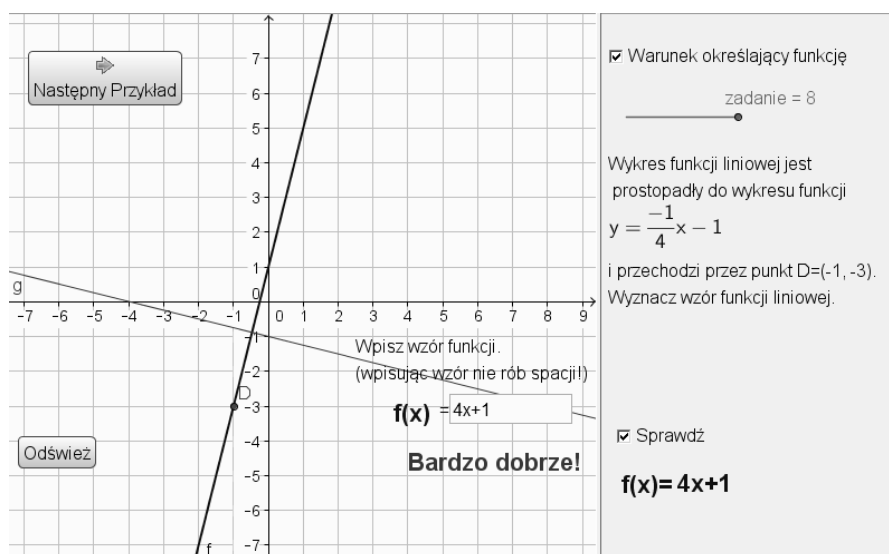
- Przy pomocy przycisku **Sprawdź** można uzyskać odpowiedź o poprawności rozwiązania oraz pokazany jest wykres funkcji liniowej spełniającej warunki zadania.

## Temat: Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie informacji o położeniu wykresu funkcji.

- Otwórz plik *liniowa05*
- Zaznacz pole wyboru **Warunek określający funkcję** .
- Suwak ustaw na zadanie = k gdzie  $k \in \{7, 8\}$
- Przy pomocy przycisku **Następny Przykład** można tworzyć analogiczne zadania do każdego typu zadań z tabeli. Zadania można zilustrować wykonując rysunek.

Ustawienie suwaka	Przykłady zadań	
	Zadanie I	Zadanie II
zadanie = 7	Wykres funkcji liniowej jest równoległy do wykresu funkcji $y = -3x - 5$ i przechodzi przez punkt $C = (-2, 5)$ . Wyznacz wzór funkcji liniowej.	Wykres funkcji liniowej jest równoległy do wykresu funkcji $y = -2$ i przechodzi przez punkt $C = (0, -3)$ . Wyznacz wzór funkcji liniowej.
zadanie = 8	Wykres funkcji liniowej jest prostopadły do wykresu funkcji $y = -\frac{1}{4}x - 1$ i przechodzi przez punkt $D = (-1, -3)$ . Wyznacz wzór funkcji liniowej.	Wykres funkcji liniowej jest prostopadły do osi OY i przechodzi przez punkt $D = (-2, 5)$ . Wyznacz wzór funkcji liniowej.

- Przy pomocy przycisku **Sprawdź** otrzymujesz odpowiedź i ilustrację graficzną

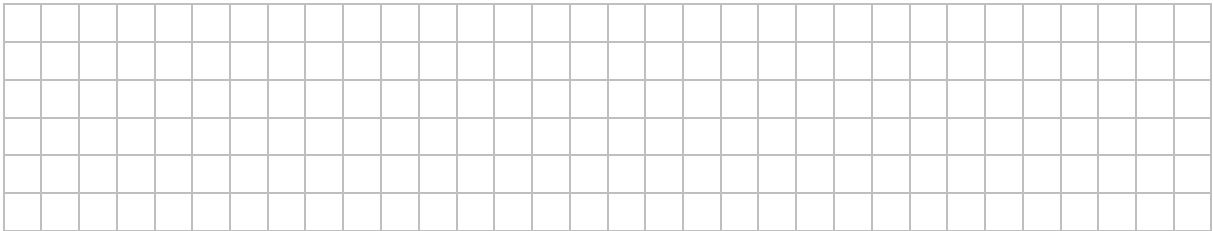


Zadanie A. W podanej tabeli podaj odpowiednie przykłady funkcji liniowych  $g(x)$ ,  $h(x)$ :

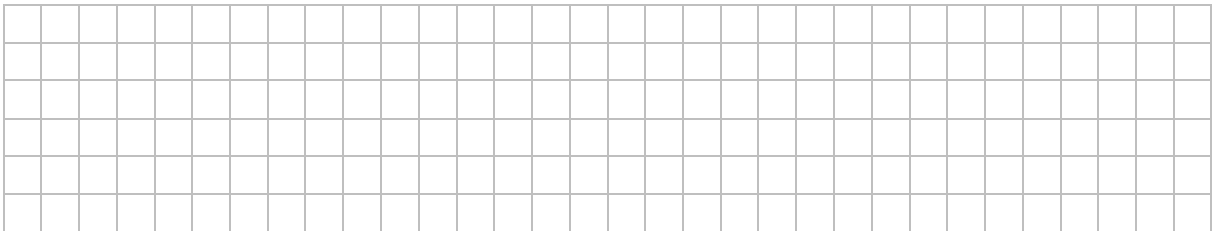
Lp.	Dana funkcja $f(x)$	Funkcja $g(x)$ (wykresy funkcji $f$ i $g$ są równoległe)	Funkcja $h(x)$ (wykresy funkcji $f$ i $h$ są prostopadłe)
1.	$f(x) = -\frac{3}{5}x - 1$		
2.	$f(x) = 4 + 2x$		
3.	$f(x) = \sqrt{3}x + 2$		
4.	$f(x) = \frac{3}{5} - 1.5x$		
5.	$f(x) = -5$		

Zadanie B. Dane są dwie funkcje liniowe  $f(x) = (4 - 3m)x + 2$  i  $g(x) = \frac{1}{2}x - k$ . Wyznacz warunki określające  $m$  oraz  $k$  wiedząc, że wykresy tych funkcji:

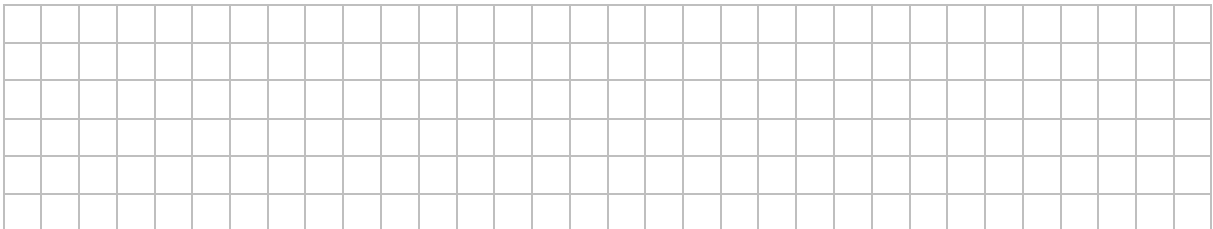
a) są prostopadłe



b) nie mają punktów wspólnych



c) przecinają się w punkcie  $A = (2, k - 3)$

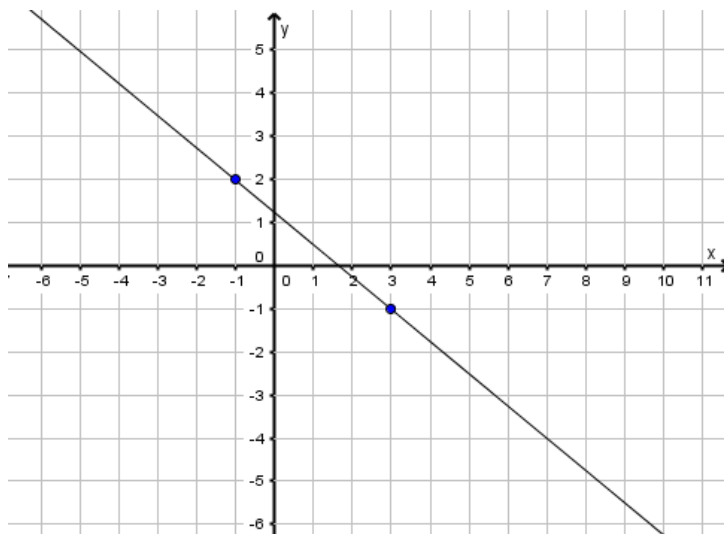


**Temat: Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie wykresu lub informacji o funkcji.**

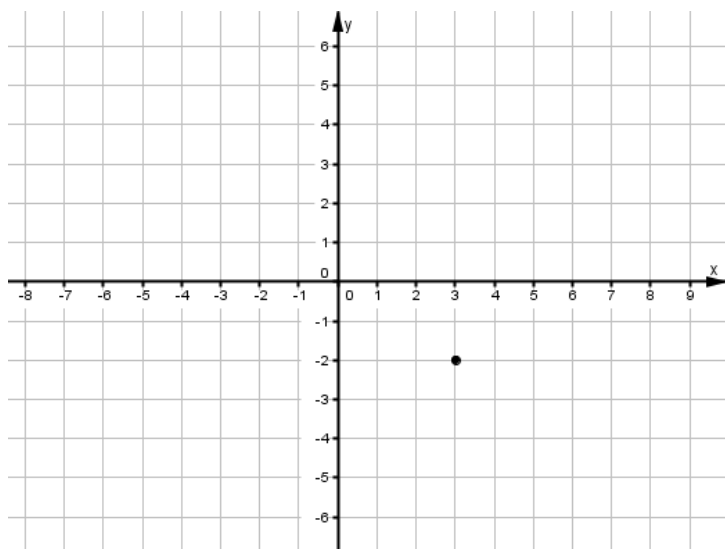
Zadanie 1. Uzupełnij tabelkę. Narysuj odpowiednie wykresy funkcji.

Przykład	a)	b)	c)	d)	e)
Punkt przecięcia z osią OY	(0, 4)	(0, 1)	.....	.....	.....
Punkt przecięcia z osią OX	(-2, 0)	.....	.....	nie ma	.....
Miejsce zerowe funkcji	.....	.....	$x = -6$	.....	.....
Wartość funkcji dla $x = -1$	.....	.....	.....	$y = 5$	.....
Argumenty dla których $y > 0$	.....	$x > -4$	.....	.....	.....
Współczynnik kierunkowy	.....	.....	$-\frac{2}{3}$	.....	.....
<b>Wzór funkcji liniowej</b>	.....	.....	.....	.....	.....

ad. e) Na podstawie wykresu funkcji uzupełnij tabelę w kolumnie e)

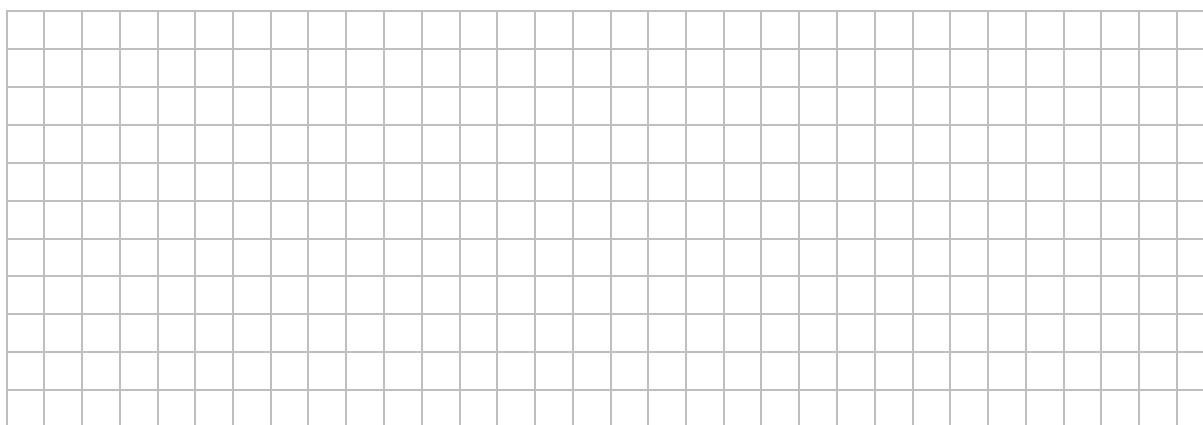


**Zadanie 2.** Na rysunku zaznaczono punkt należący do wykresu funkcji liniowej, której współczynnik kierunkowy wynosi  $\frac{2}{3}$ . Narysuj wykres funkcji i napisz jej równanie.



**Zadanie 3.** Sprawdź, czy punkty A, B, C należą do wykresu tej samej funkcji liniowej, jeżeli:

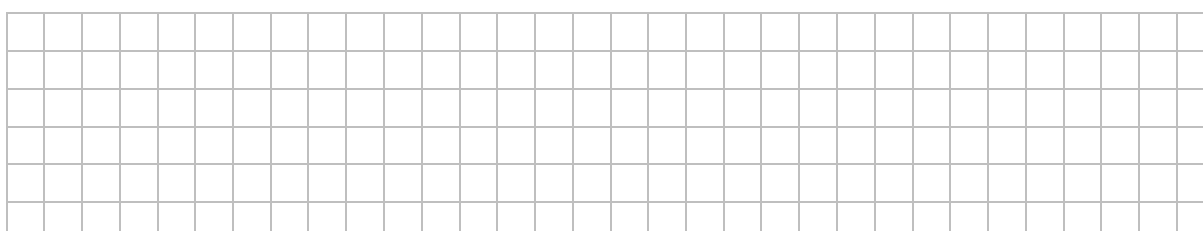
- a)  $A = (-2, 1)$ ,  $B = (1, -2)$ ,  $C = (-3, 3)$
- b)  $A = (-1, 1)$ ,  $B = (1, -3)$ ,  $C = (-\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3} - 1)$

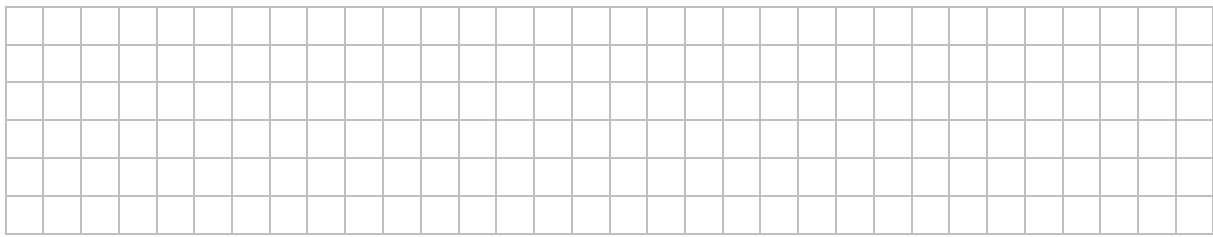


**Zadanie 4.** Wyznacz równania prostych AB, AC, BC, jeżeli :

- a)  $A = (-1, -5)$ ,  $B = (1, 1)$ ,  $C = (2, 5)$
- b)  $A = (1, 1)$ ,  $B = (3, -1)$ ,  $C = (5, -3)$ .

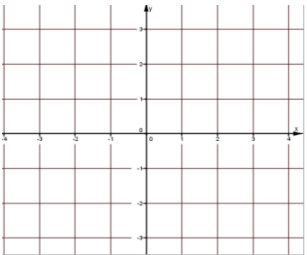
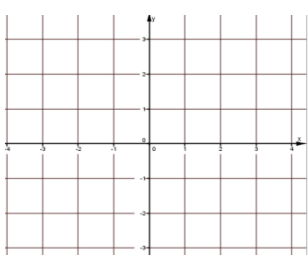
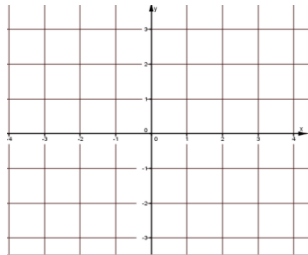
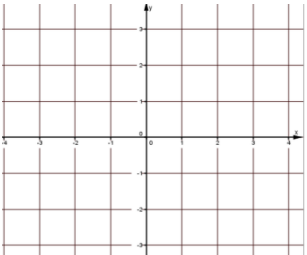
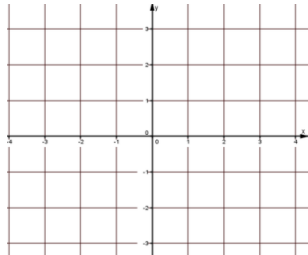
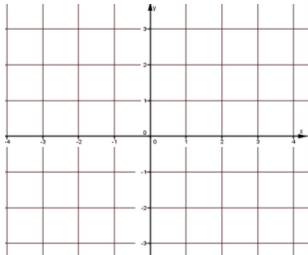
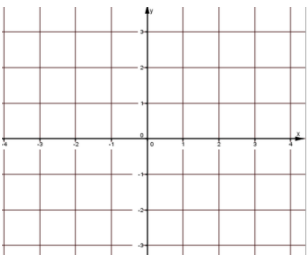
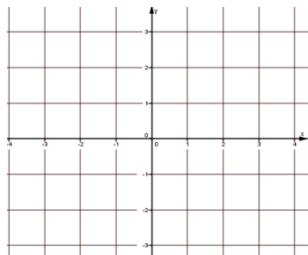
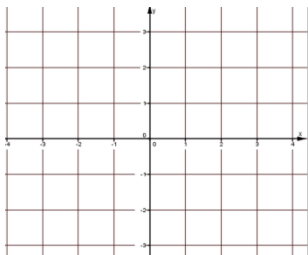
Czy trójkąt ABC jest prostokątny? Odpowiedź uzasadnij.





**Karta Pracy.**

Naszkicuj przykładowe wykresy funkcji liniowych przy zadanych warunkach i określ ich wzory.

	<b>a &gt; 0</b>	<b>a &lt; 0</b>	<b>a = 0</b>
<b>b &gt; 0</b>	 <p>wzór: .....</p>	 <p>wzór: .....</p>	 <p>wzór: .....</p>
<b>b &lt; 0</b>	 <p>wzór: .....</p>	 <p>wzór: .....</p>	 <p>wzór: .....</p>
<b>b = 0</b>	 <p>wzór: .....</p>	 <p>wzór: .....</p>	 <p>wzór: .....</p>