



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Skrypt 12

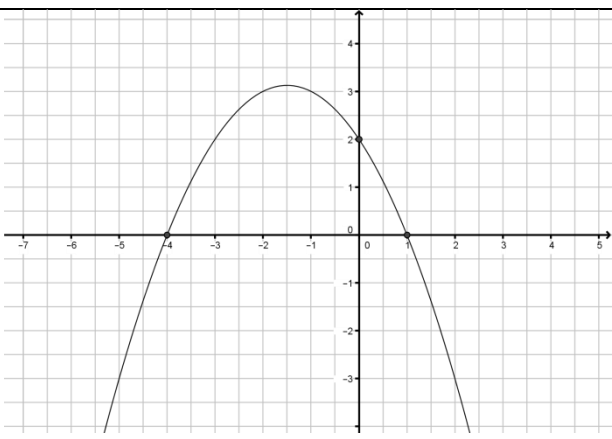
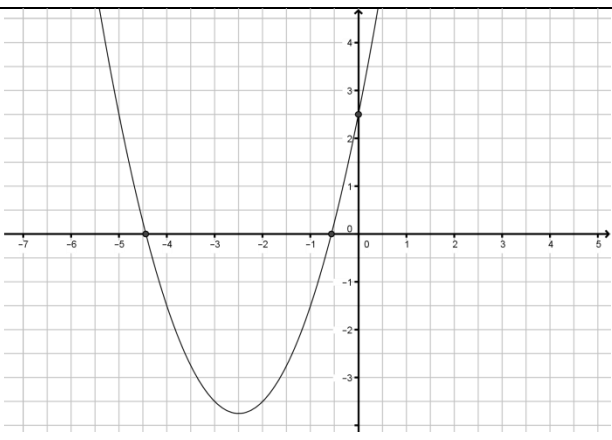
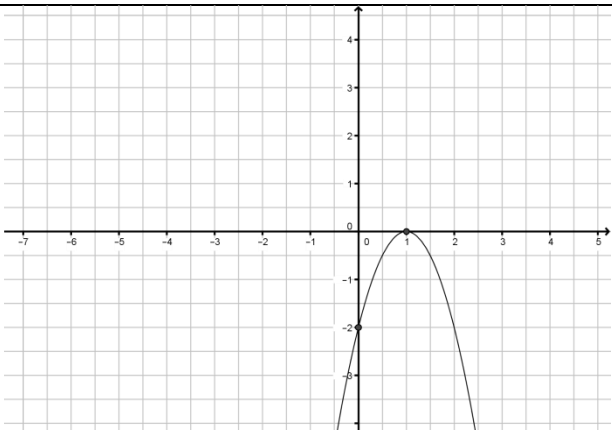
Funkcja kwadratowa:

8. Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej wykresu
9. Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie informacji o funkcji
10. Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie informacji o funkcji lub jej wykresie
11. Wyznaczanie wartości największej i najmniejszej funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym na podstawie wykresu
12. Wyznaczanie wartości największej i najmniejszej funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
13. Wartości dodatnie i ujemne funkcji kwadratowej
14. Nierówności kwadratowe

Opracowanie L5

Temat: Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej wykresu.

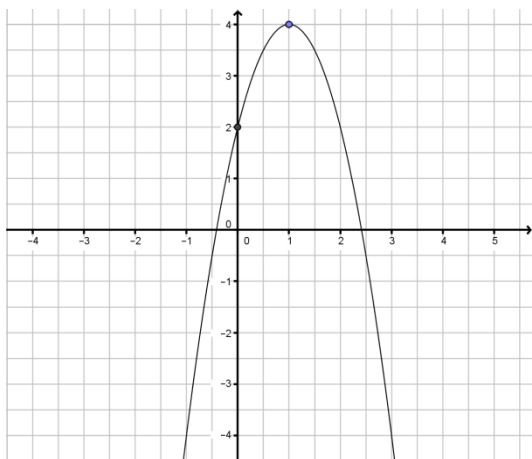
Zadanie 1 Na podstawie wykresu funkcji kwadratowej ustal znaki: a, b, c, p, q, Δ .

	a	b	c	p	q	Δ
						
						
						

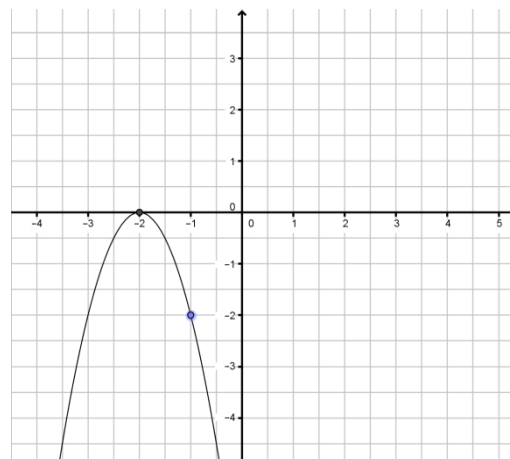
	a	b	c	p	q	Δ

Zadanie 2 Dopasuj wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej do jej wykresu.

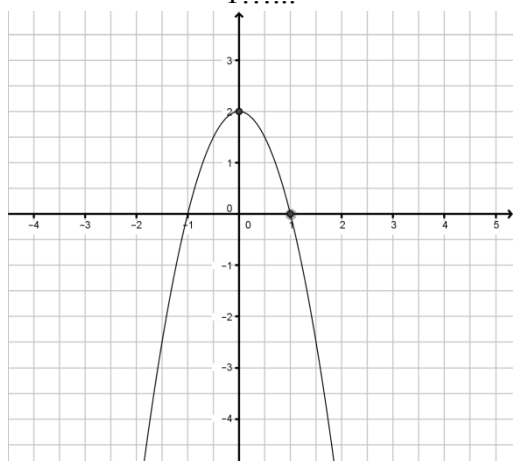
- a. $f(x) = 2(x - 1)^2 - 4$
- b. $f(x) = -2(x - 1)^2 + 4$
- c. $f(x) = -2(x + 2)^2$
- d. $f(x) = -2(x - 2)^2$
- e. $f(x) = -2x^2 + 2$
- f. $f(x) = -2x^2 - 2$



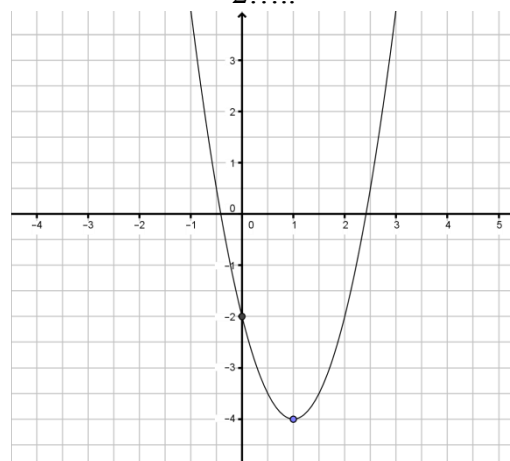
1.....



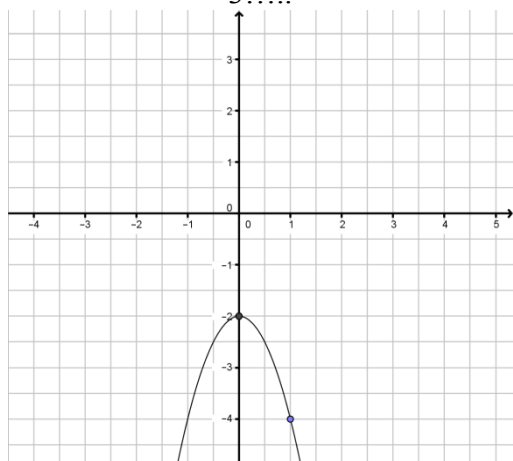
2.....



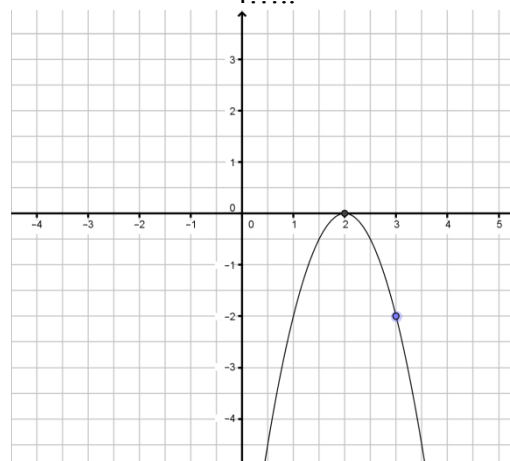
3.....



4.....

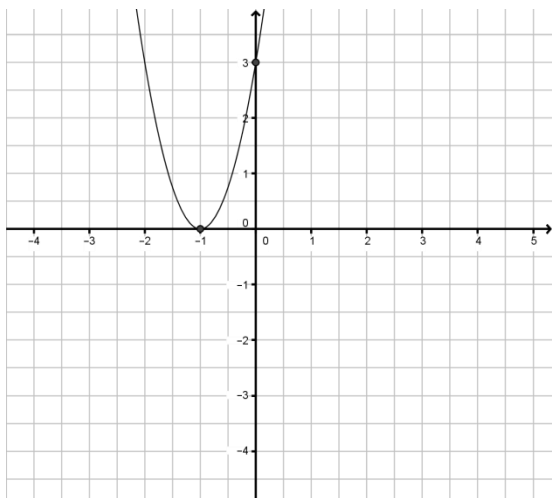


5.....

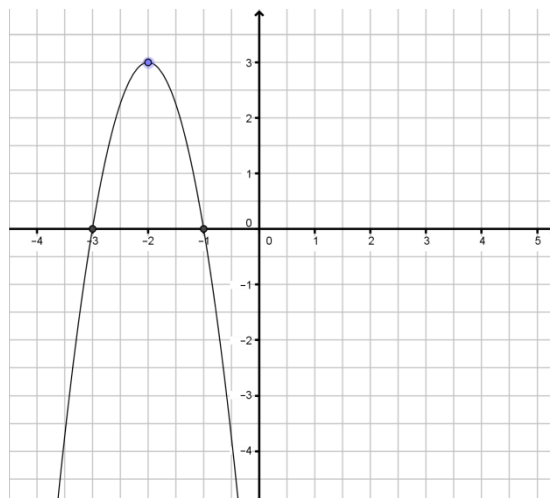


6.....

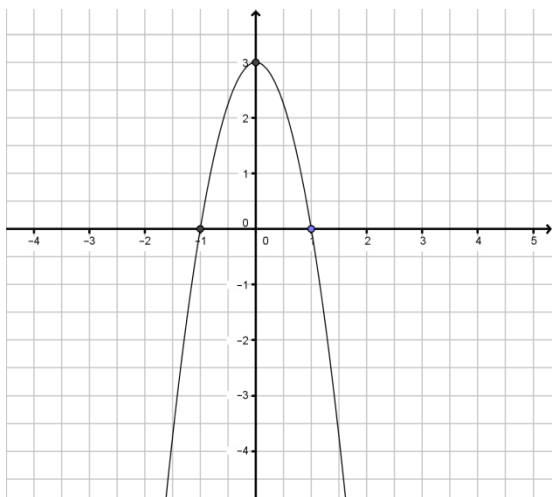
Zadanie 3 Dopasuj wykres funkcji kwadratowej do jej wzoru w postaci iloczynowej. Dopisz do każdego wzoru literę, którą oznaczony jest wykres funkcji.



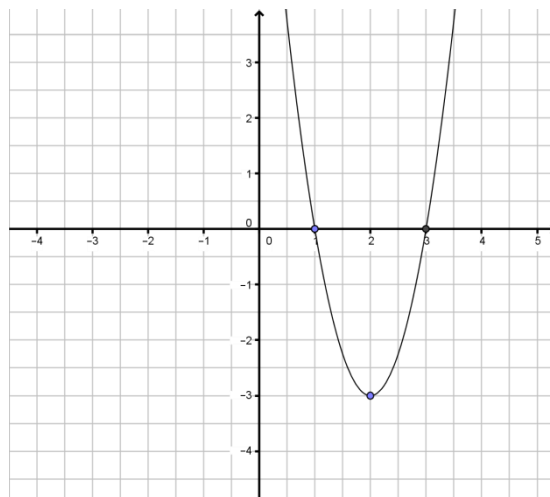
a



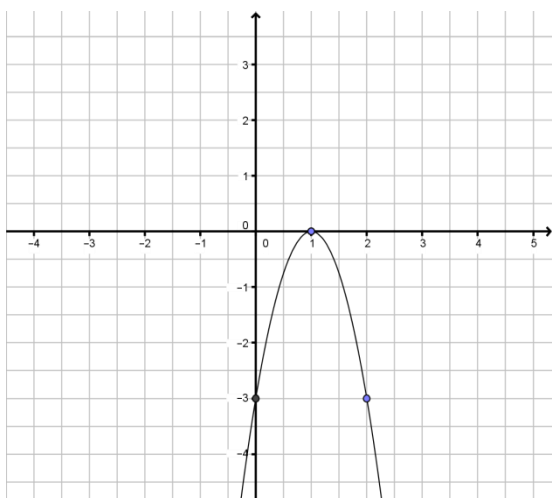
b



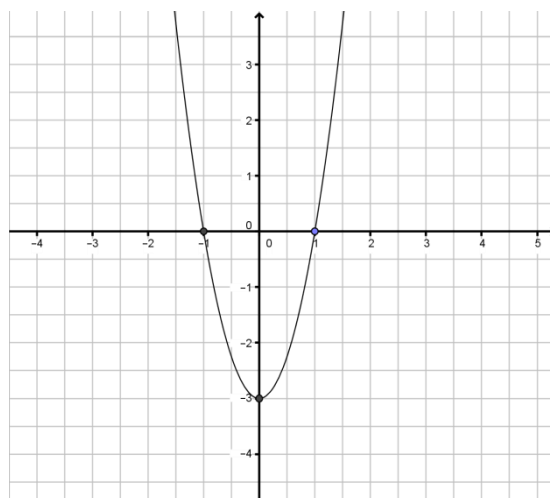
c



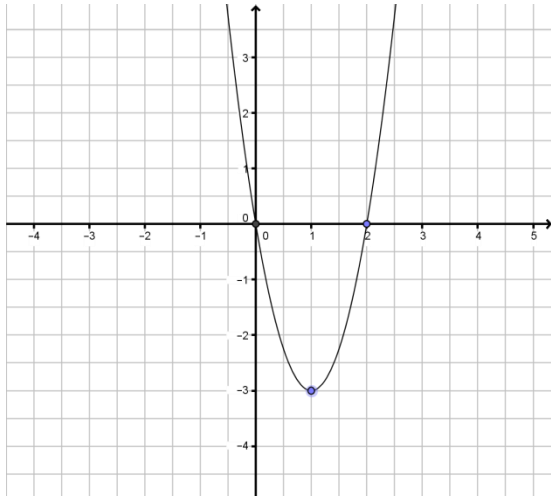
d



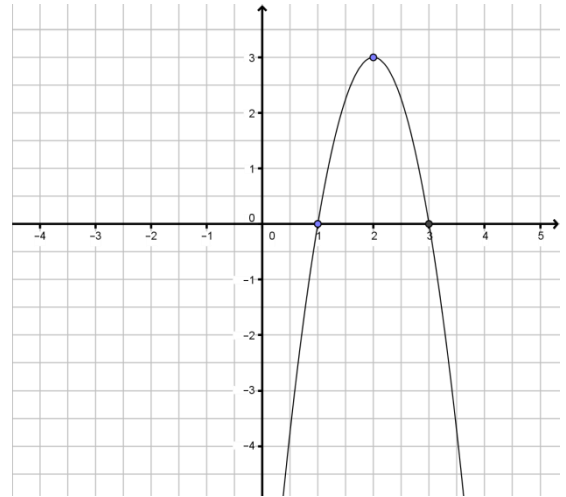
e



f



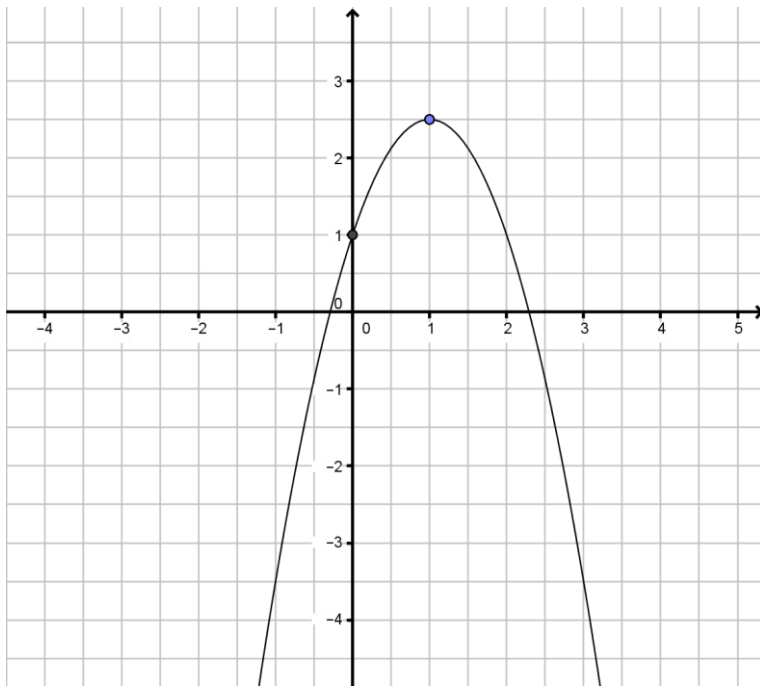
g



h

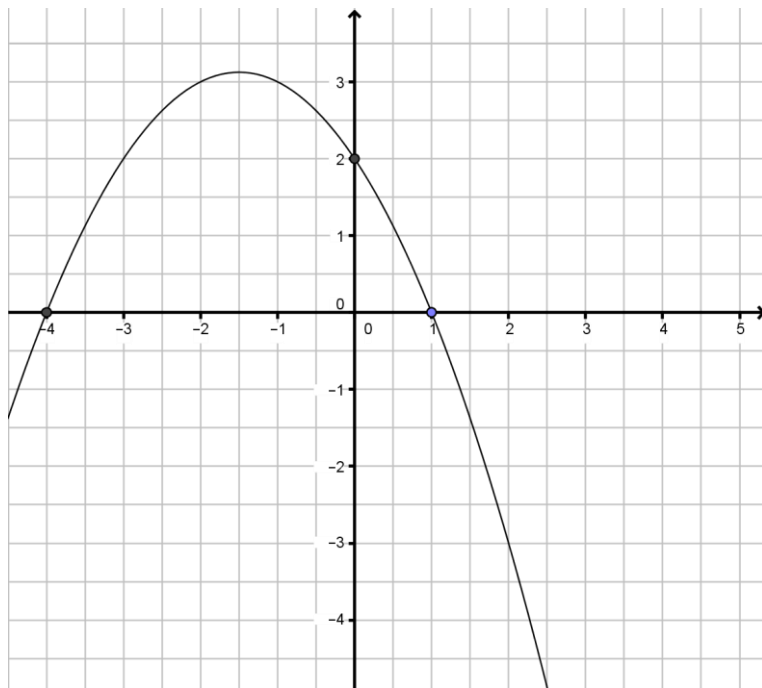
1. $f(x) = -3(x + 3)(x + 1)$
2. $f(x) = -3(x - 1)(x - 3)$
3. $f(x) = -3(x - 1)^2$
4. $f(x) = -3(x + 1)(x - 1)$
5. $f(x) = 3(x + 1)(x - 1)$
6. $f(x) = 3(x + 1)^2$
7. $f(x) = 3(x - 1)(x - 3)$
8. $f(x) = 3x(x - 2)$

Zadanie 4 Rysunek przedstawia wykres funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$. Ustal jej wzór.



Odp:

Zadanie 5 Rysunek przedstawia wykres funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$. Ustal wartości a , b , c .



Odp:

Temat: Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie wiadomości o funkcji.

Zadanie 1. Napisz wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, jeśli wiadomo, że przyjmuje ona wartości ujemne dla argumentów $x \in (-2, 4)$, a jej najmniejsza wartość wynosi -5.

Rozwiązanie:

Jakie są miejsca zerowe tej funkcji?

$$x_1 = \dots, x_2 = \dots$$

Napisz jej postać iloczynową

$$y = a(x - \dots)(x - \dots)$$

Jaka jest pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli, która jest wykresem tej funkcji?

$$p =$$

Jakie są współrzędne wierzchołka paraboli?

$$W = (\dots, \dots)$$

Korzystając z tego, że punkt W leży na paraboli, ustal wartość a

Napisz wzór w postaci iloczynowej

Przekształć wzór funkcji kwadratowej do postaci ogólnej

Odp:

Temat: Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie wiadomości o funkcji lub jej wykresie.

Zadanie 1. Napisz wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, wiedząc, że jest ona malejąca w przedziale $(-\infty, 1)$, rosnąca w przedziale $\langle 1, +\infty)$, zbiorem wartości tej funkcji jest przedział $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$, a do jej wykresu należy punkt $P = \left(3; 2\frac{1}{2}\right)$

Rozwiązanie:

Jakie są współrzędne wierzchołka paraboli, która jest wykresem tej funkcji?

Podstaw współrzędne wierzchołka paraboli do postaci kanonicznej $f(x) = a(x - p)^2 + q$

Jaka jest wartość tej funkcji dla argumentu $x=3$?

Podstaw współrzędne punktu P do wzoru w postaci kanonicznej

Wyznacz wartość a

Napisz wzór w postaci kanonicznej

Zapisz wzór funkcji w postaci ogólnej

Odp:

Temat: Wyznaczanie najmniejszej i największej wartości funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym na podstawie wykresu

Zadanie 1. Uruchom aplet *kwadratowa06*. Narysuj wykresy funkcji kwadratowych w podanych przedziałach i odczytaj z wykresów ich wartości najmniejsze i największe.

- $f(x) = x^2 + 2x$

przedział	wartość najmniejsza	wartość największa
$\langle -1, 3 \rangle$		
$\langle -1, 2 \rangle$		
$\langle -1, 1 \rangle$		
$\langle -1, 0 \rangle$		
$\langle -2, 2 \rangle$		
$\langle 0, \frac{1}{2} \rangle$		

Ustal jaka jest najmniejsza, a jaka największa wartość tej funkcji w przedziale $\langle -7, 1 \rangle$?

- $f(x) = -(x - 1)^2 + 3$

przedział	wartość najmniejsza	wartość największa
$\langle 0, 3 \rangle$		
$\langle 1, 3 \rangle$		
$\langle 2, 3 \rangle$		
$\langle 0, 2 \rangle$		
$\langle -1, 2 \rangle$		
$\langle -1, 2\frac{1}{2} \rangle$		
$\langle -1, 3 \rangle$		

Ustal jaka jest najmniejsza, a jaka największa wartość tej funkcji w przedziale $\langle 5, 10 \rangle$?

- $f(x) = (x - 2)(x + 3)$

przedział	wartość najmniejsza	wartość największa
$\langle -3, 3 \rangle$		
$\langle -3, 2 \rangle$		
$\langle -3, 1 \rangle$		
$\langle -1, 2 \rangle$		
$\langle -\frac{1}{2}, 2 \rangle$		
$\langle 0, 3 \rangle$		

Ustal jaka jest najmniejsza, a jaka największa wartość tej funkcji w przedziale $\langle 5, 10 \rangle$?

Temat: Wyznaczanie najmniejszej i największej wartości funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym

Zadanie 1. Dana jest funkcja $f(x) = x^2 - 5x + 6$. Oblicz współrzędne jej wierzchołka, oblicz wartości na końcach podanego przedziału i ustal jej wartość największą i najmniejszą w tym przedziale.

p	q	początek przedziału	wartość funkcji w początku przedziału	koniec przedziału	wartość funkcji w końcu przedziału	wartość najmniejsza funkcji	wartość największa
		0		3			
		1		3			
		1		2			
		2,5		4			
		3		4			

Czy zawsze potrzebne jest obliczanie wszystkich wielkości w tabeli?

Zadanie 2. Dana jest funkcja $f(x) = (x - 3)(x - 4)$. Ustal jej wartość najmniejszą i największą w przedziale

- $\langle -1, 4 \rangle$

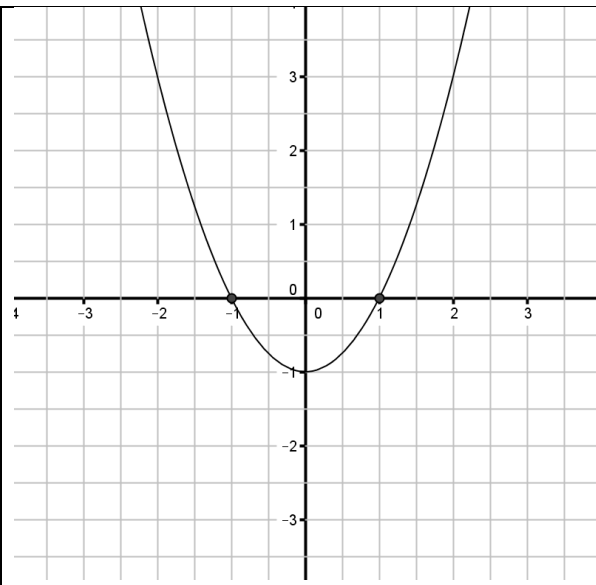
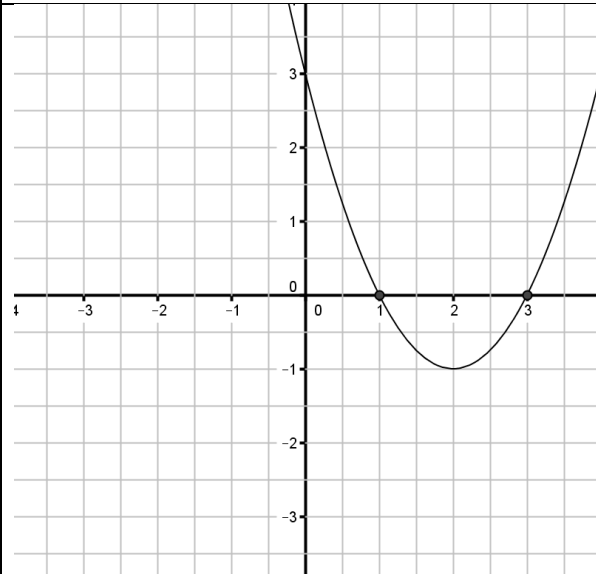
- $\langle -1, 3 \rangle$

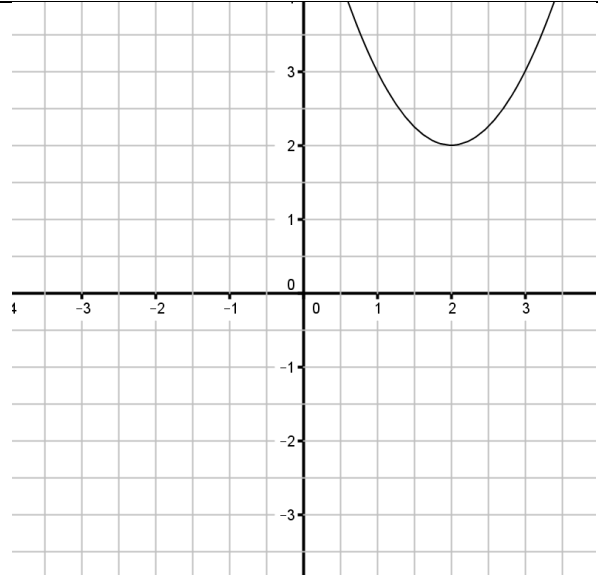
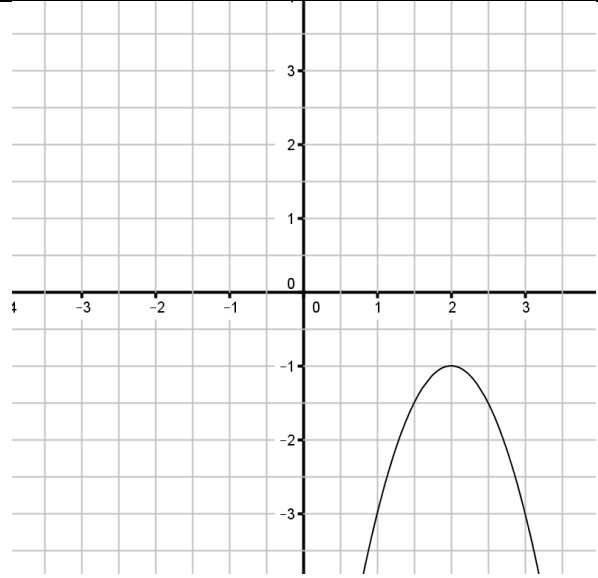
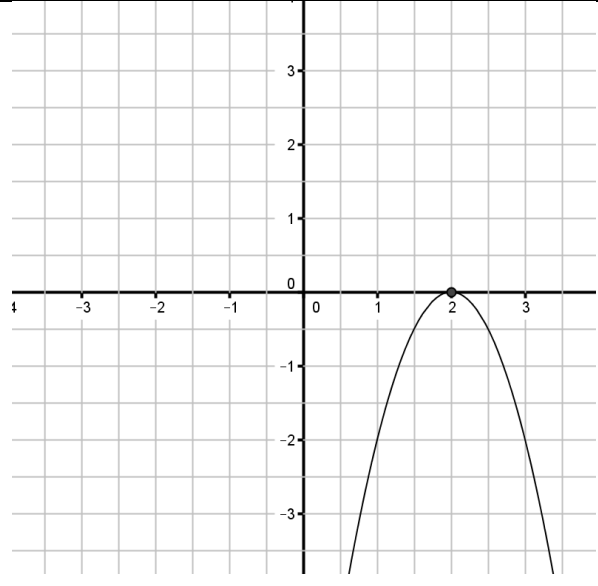
Temat: Wartości dodatnie i ujemne funkcji kwadratowej

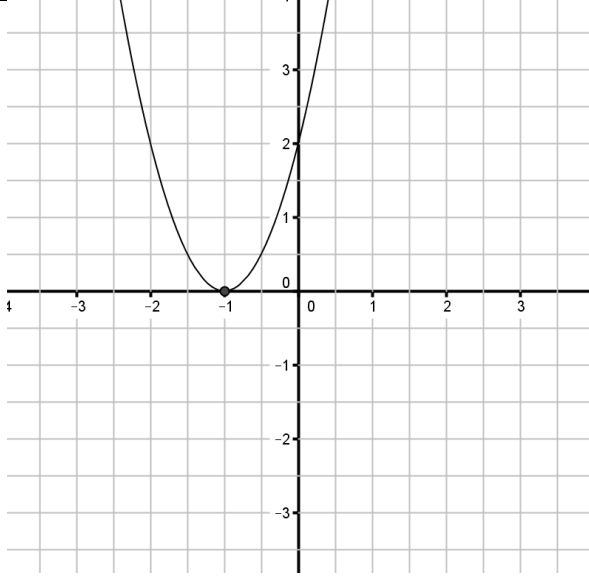
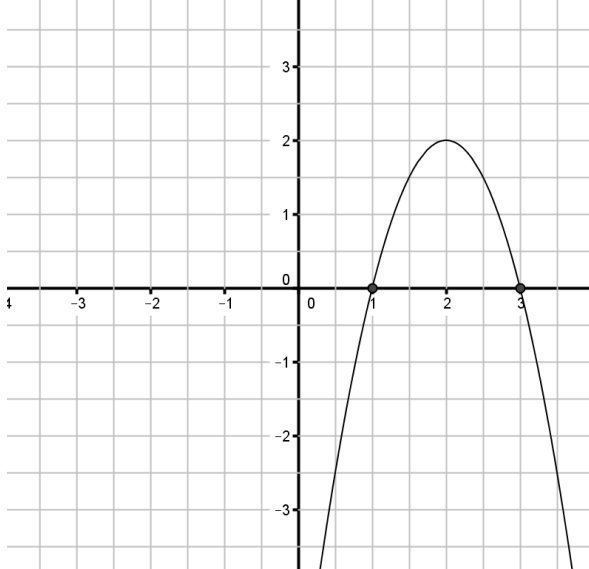
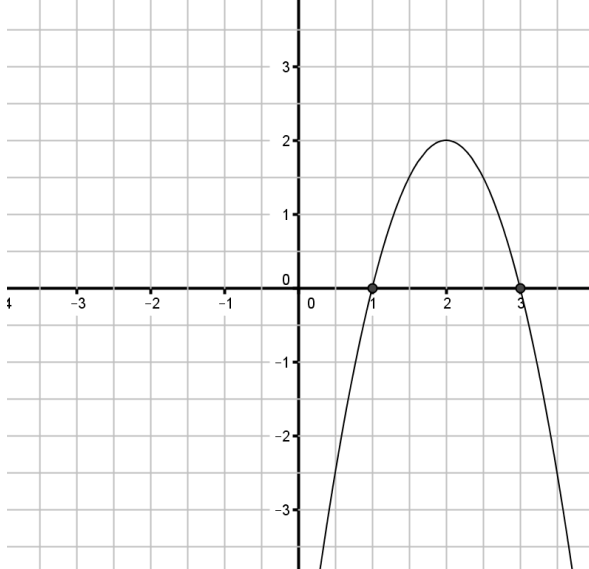
Zadanie 1. Uruchom aplet *kwadratowa07*. Narysuj wykresy funkcji i odczytaj, kiedy przyjmują one wartości dodatnie oraz ujemne

	wartości dodatnie	wartości ujemne
$f(x) = x^2 - 4$		
$f(x) = -(x - 2)(x + 5)$		
$f(x) = x^2 - 5x + 6$		
$f(x) = x^2 + 2$		
$f(x) = -x^2 + x + 2$		
$f(x) = (x - 3)^2 - 1$		
$f(x) = -2x^2 + 3x - 4$		

Zadanie 2. Odczytaj z wykresów funkcji kwadratowych, dla jakich argumentów x , przyjmują one wartości dodatnie, niedodatnie, ujemne, nieujemne

	wartości dodatnie	wartości nieujemne
	wartości niedodatnie	wartości ujemne
	wartości dodatnie	wartości nieujemne
	wartości niedodatnie	wartości ujemne

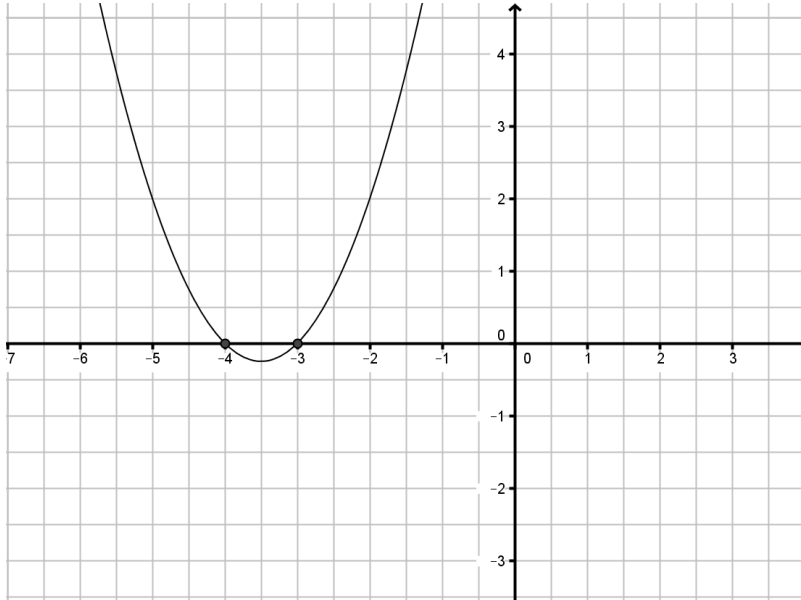
	wartości dodatnie	wartości nieujemne
	wartości niedodatnie	wartości ujemne
	wartości dodatnie	wartości nieujemne
	wartości niedodatnie	wartości ujemne

	wartości dodatnie	wartości nieujemne
	wartości niedodatnie	wartości ujemne
	wartości dodatnie	wartości nieujemne
	wartości niedodatnie	wartości ujemne

Temat: Nierówności kwadratowe

Zadanie 1. Odczytaj na podstawie zamieszczonego poniżej wykresu funkcji

$f(x) = x^2 + 7x + 12$ rozwiązania nierówności



$$x^2 + 7x + 12 > 0$$

$$x^2 + 7x + 12 \geq 0$$

$$x^2 + 7x + 12 < 0$$

$$x^2 + 7x + 12 \leq 0$$

Które elementy wykresu funkcji kwadratowej są potrzebne, aby odczytać rozwiązanie nierówności kwadratowej?

Zadanie 2. Zapoznaj się z poniższym algorytmem rozwiązywania nierówności kwadratowych:

1. Doprowadź nierówność kwadratową do jednej z postaci:

a. $ax^2 + bx + c > 0$

b. $ax^2 + bx + c \geq 0$

c. $ax^2 + bx + c < 0$

d. $ax^2 + bx + c \leq 0$

2. Ustal, ile miejsc zerowych ma funkcja kwadratowa o wzorze, który jest po lewej stronie nierówności. W przypadku braku miejsc zerowych przejdź od razu do punktu 5

3. O ile funkcja ma miejsca zerowe, wyznacz je
4. Zaznacz miejsca zerowe na osi liczbowej (o ile istnieją)
5. Narysuj przybliżony wykres funkcji kwadratowej (zwróć szczególną uwagę na to, jak skierowane są ramiona paraboli)
6. Odczytaj z wykresu zbiór rozwiązań nierówności

Zastosuj ten algorytm, aby rozwiązać nierówność $x^2 + 9x \leq -18$

1. Doprowadź nierówność kwadratową do odpowiedniej postaci:

2. Ustal, ile miejsc zerowych ma funkcja kwadratowa o wzorze, który jest po lewej stronie nierówności, czyli $f(x) = \dots \dots \dots$. W przypadku braku miejsc zerowych przejdź od razu do punktu 5

3. O ile funkcja ma miejsca zerowe, wyznacz je

4. Narysuj przybliżony wykres funkcji kwadratowej (zwróć szczególną uwagę na to, jak skierowane są ramiona paraboli)

5. Odczytaj z wykresu zbiór rozwiązań nierówności

Zastosuj go, aby rozwiązać nierówność $x^2 > 4$