



---

Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”  
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

# Skrypt 24

## Geometria analityczna:

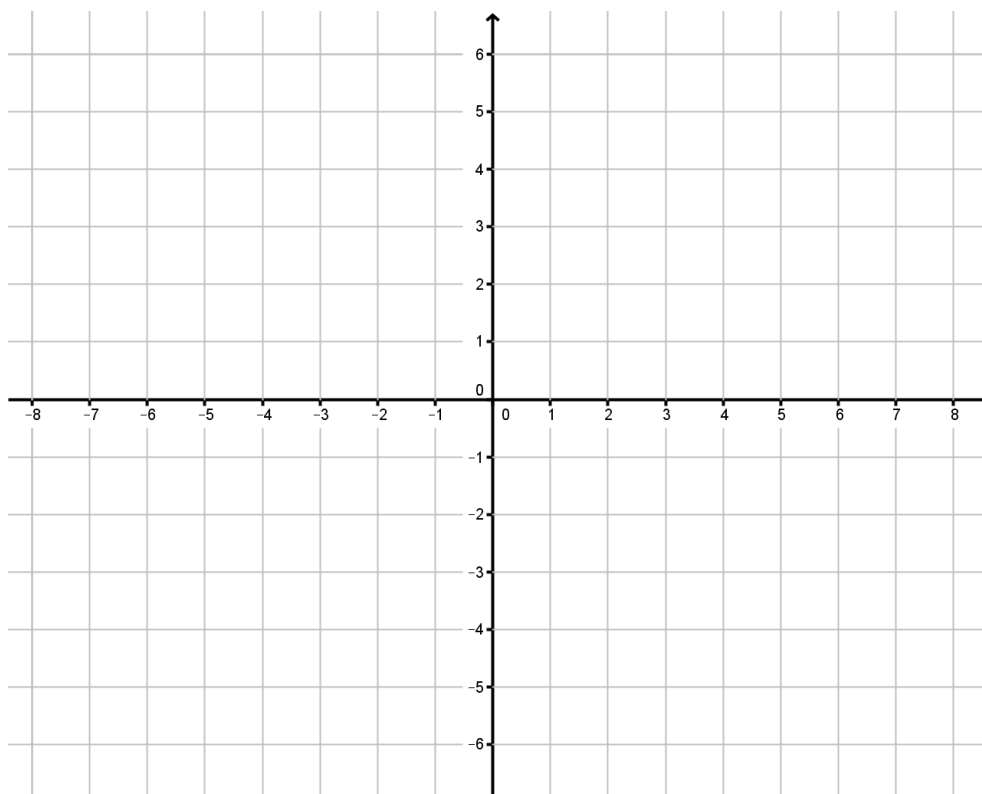
7. Obliczanie punktu przecięcia dwóch prostych
8. Współrzędne środka odcinka
9. Obliczanie odległości dwóch punktów na płaszczyźnie (1)
10. Obliczanie odległości dwóch punktów na płaszczyźnie (2)
11. Obliczanie odległości dwóch punktów na płaszczyźnie (3)

### Opracowanie L5

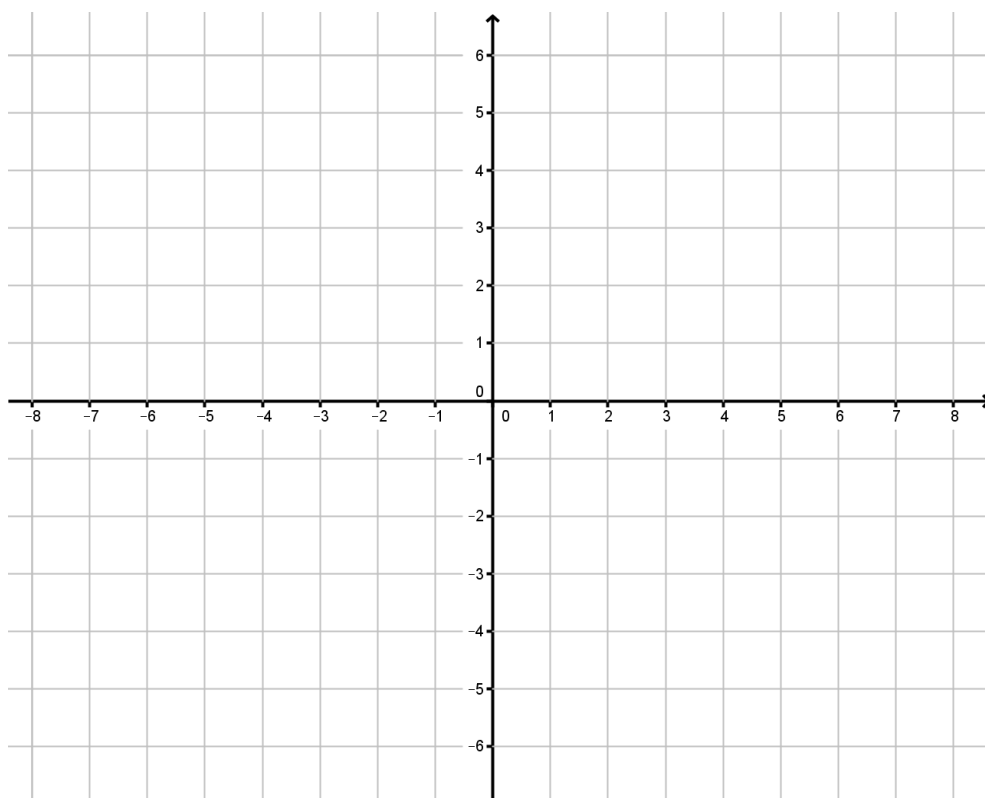
## Temat: Obliczanie punktu przecięcia dwóch prostych

**Zadanie 1:** Rozwiąż układ równań metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników. Wykonaj geometryczną interpretację tego układu

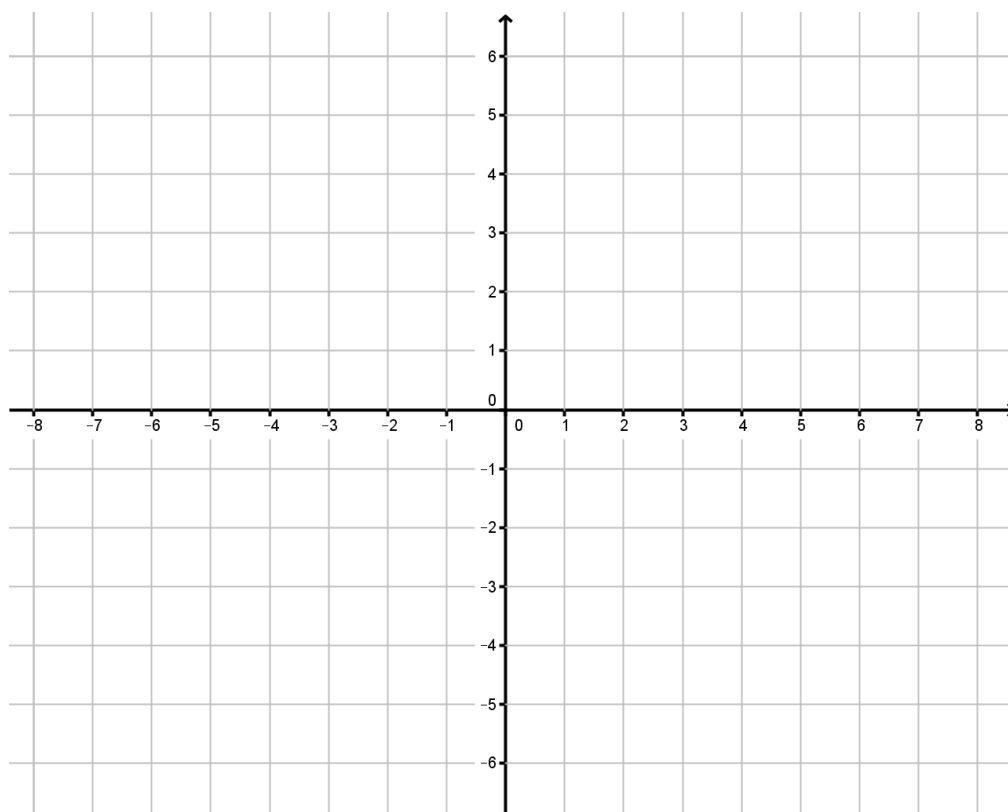
$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = 2x - 5 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ 4x - 2y + 2 = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -3x + 6 \end{cases}$$

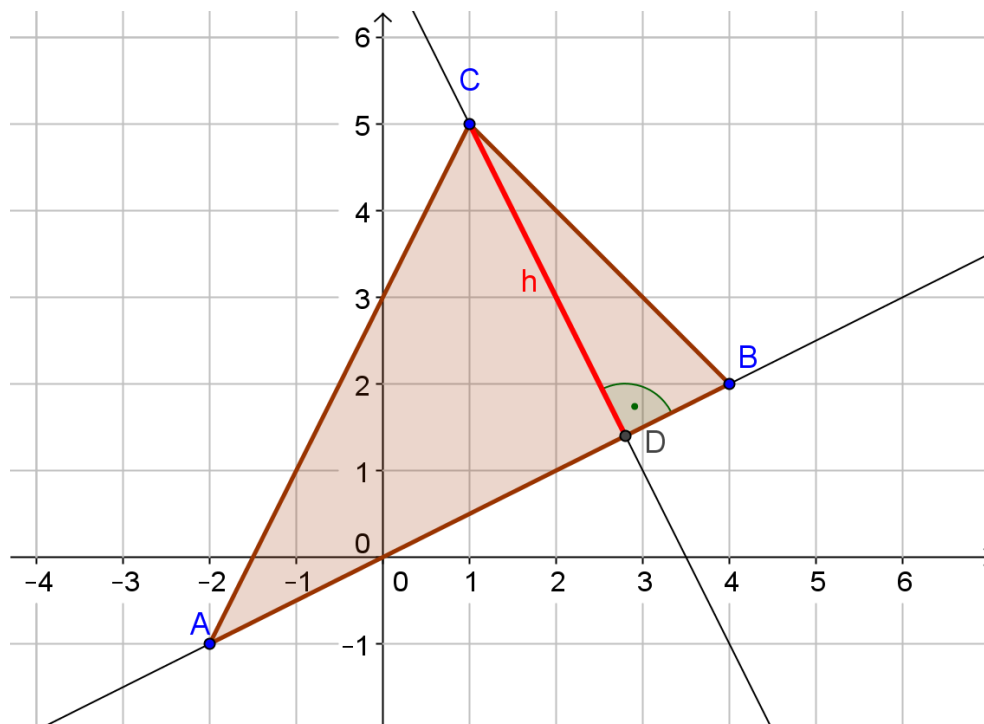


- Uruchom program GeoGebra. Rozwiąż zadania:

**Zadanie 2.** Dany jest trójkąt ABC o wierzchołkach  $A=(-2, -1)$ ,  $B=(4, 2)$ ,  $C=(1, 5)$ . Oblicz współrzędne punktu D – punktu wspólnego wysokości trójkąta poprowadzonej z wierzchołka C z bokiem AB.

Posługując się programem GeoGebra wykonaj rysunek do zadania:

1. Narysuj trójkąt ABC
2. Narysuj prostą AB
3. Narysuj prostą prostopadłą do AB, przechodzącą przez C
4. Wyznacz punkt przecięcia prostej AB i prostej zawierającej wysokość



- Wykonaj obliczenia

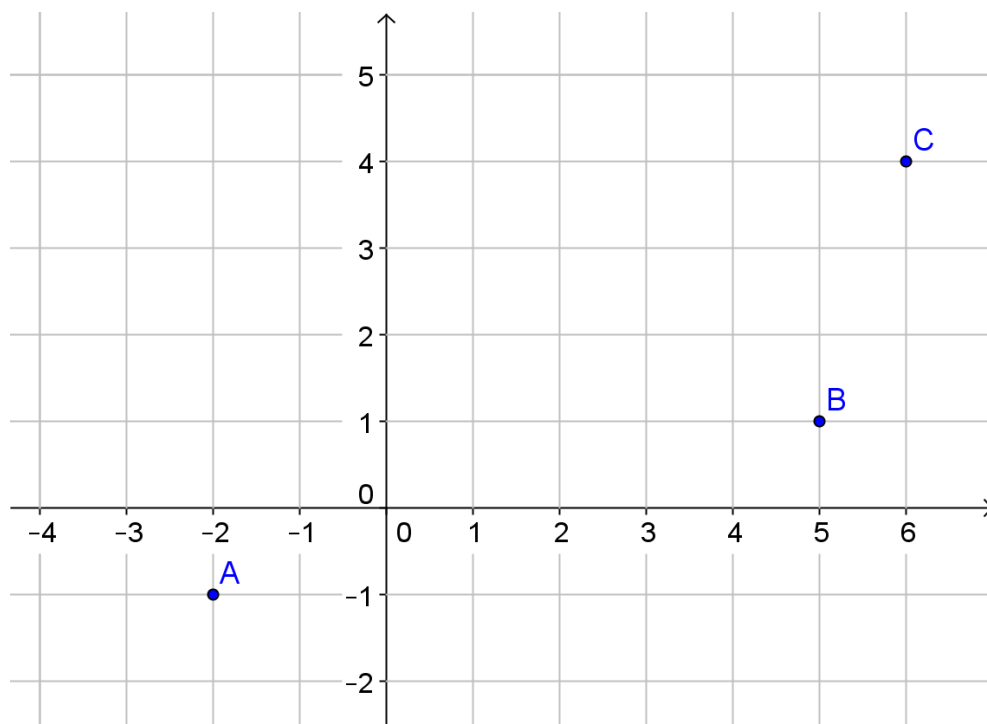
Równanie prostej AB:

Równanie prostej zawierającej wysokość CD:

Współrzędne punktu D:

Sprawdź, czy rysunek wykonany w programie GeoGebra potwierdza Twoje obliczenia.

**Zadanie 3:** Dane są trzy wierzchołki równoległoboku ABCD jak na rysunku. Wyznacz współrzędne punktu D - czwartego wierzchołka równoległoboku. Wykonaj rysunek w programie GeoGebra. Wykonaj potrzebne obliczenia i sprawdź przy pomocy GeoGebry, czy wykonałeś je poprawnie.



## Temat: Współrzędne środka odcinka

**Zadanie 1:** Otwórz aplet *analityczna04*. Kliknij przycisk Środek odcinka. Zmieniaj położenie końców odcinka i obserwuj jego środek. Uzupełnij tabelkę, w której punkty A i B to końce odcinka, a punkt S – środek odcinka AB.

A	S	B
(1, 0)		(4, 0)
(0, -2)		(0, 4)
(1, 3)		(5, 8)
(-2, -5)		(3, -3)
(-4, 1)		(4, 1)
(-5, 2,5)		(-3, 3)
(3, 5)	(2, 3)	
	(1, 2)	(6 -2)
$(x_A, y_A)$		$(x_B, y_B)$

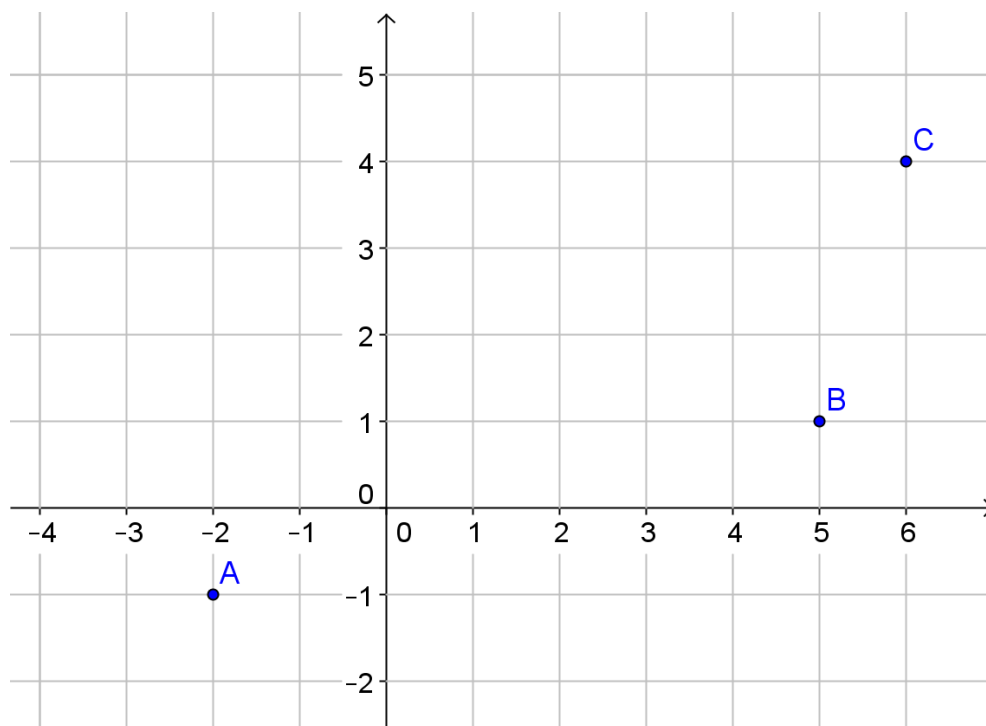
**Zadanie 2:** Wyznacz współrzędne środka odcinka o końcach  $A=(-2,5 ; 3)$  oraz  $B=(3 ; 6,5)$

**Zadanie 3:** Jednym z końców odcinka AB jest punkt  $A=(-4, 7)$ , a jego środkiem jest punkt  $S=(1, -3)$ . Jakie są współrzędne punktu B?

**Zadanie 4:** Napisz równanie symetralnej odcinka AB o końcach  $A=(-2, -1)$ ,  $B=(5, 1)$ .

**Zadanie 5:** Wyznacz współrzędne punktu wspólnego przekątnych równoległoboku ABCD, w którym  $A=(2, -1)$ ,  $B=(5, 4)$ ,  $C=(3, 6)$ ,  $D=(0, 1)$

**Zadanie 6:** Dane są trzy wierzchołki równoległoboku ABCD jak na rysunku. Wyznacz współrzędne punktu D - czwartego wierzchołka równoległoboku. (wykorzystaj własność przekątnych równoległoboku)





**Zadanie 7:** Wyznacz równanie prostej zawierającej środkową trójkąta ABC o wierzchołkach  $A=(-2, -1)$ ,  $B=(4, 2)$ ,  $C=(1, 5)$ , poprowadzoną z wierzchołka C.

**Zadanie 8:** Odcinek o końcach  $A=(-17, -9)$  oraz  $B=(123, 13)$  podzielono na cztery równe części. Jakie są współrzędne punktów podziału?

## Temat: Obliczanie odległości dwóch punktów na płaszczyźnie (1)

**Zadanie 1:** Otwórz aplet *analityczna04.ggb*. Kliknij przycisk Odległość punktów. Zmieniaj położenie końców odcinka i obserwuj zmianę długości. Uzupełnij tabelkę, w której punkty A i B to końce odcinka.

A	B	długość odcinka AB
(1, 0)	(4, 0)	
(0, -2)	(0, 4)	
(1, 3)	(5, 8)	
(-2, -5)	(3, -3)	
(-4, 1)	(4, 1)	
(-5, 2,5)	(-3, 3)	
(3, 5)		1
	(8, -2)	5
$(x_A, y_A)$	$(x_B, y_B)$	

**Zadanie 2:** Oblicz długość odcinka o końcach  $A=(-234, 1)$  oraz  $B=(66, 401)$

**Zadanie 3:** Czy trójkąt ABC o wierzchołkach  $A=(-2, -1)$ ,  $B=(4, 2)$ ,  $C=(1, 5)$  jest równoramienny? Oblicz obwód trójkąta.

**Zadanie 4:** Sprawdź, czy trójkąt ABC o wierzchołkach  $A=(2, -1)$ ,  $B=(5, 5)$ ,  $C=(3, 6)$  jest prostokątny.

**Zadanie 5:** Sprawdź, czy trójkąty ABC i DEF są przystające, jeśli wiadomo, że  $A=(2, 0)$ ,  $B=(4, 3)$ ,  $C=(0, 4)$ ,  $D=(-4, 2)$ ,  $E=(-2, -1)$ ,  $F=(0, 3)$ .

**Zadanie 6:** Oblicz długość środkowej trójkąta ABC o wierzchołkach  $A=(-2, -1)$ ,  $B=(4, 2)$ ,  $C=(1, 5)$ , poprowadzonej z wierzchołka C.

## Temat: Obliczanie odległości dwóch punktów na płaszczyźnie (2)

**Zadanie 1:** Oblicz obwód i pole trójkąta równobocznego ABC, którego wierzchołki A i B mają współrzędne  $A=(2, 3)$   $B=(7, 15)$ . Oblicz pole koła opisanego na tym trójkącie.

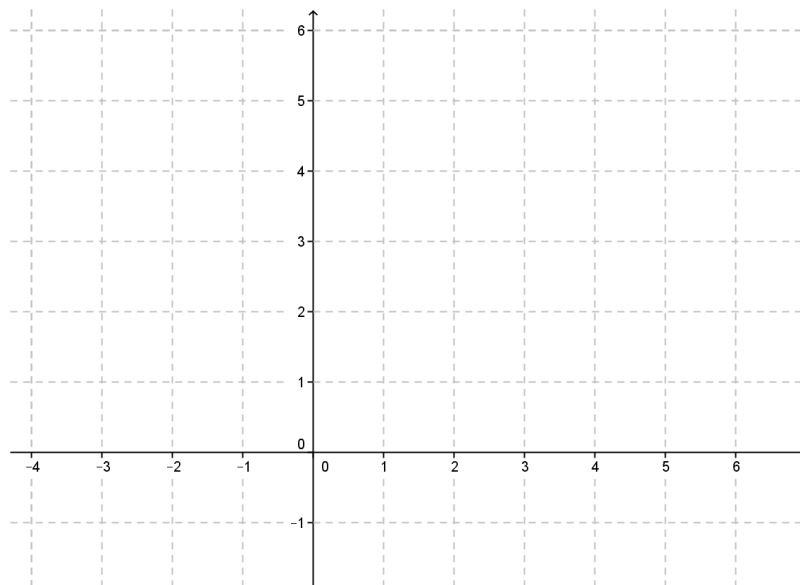
**Zadanie 2:** Trzy kolejne wierzchołki prostokąta ABCD mają współrzędne  $A=(2, -1)$ ,  $B=(5, 5)$ ,  $C=(3, 6)$ . Oblicz:

Obwód prostokąta

Pole prostokąta

Promień okręgu opisanego na nim

**Zadanie 2:** Romb ABCD ma wierzchołki  $A=(1, 2)$ ,  $B=(2, 5)$ ,  $C=(-1, 4)$ ,  $D=(-2, 1)$ . Wykonaj rysunek.



Oblicz:

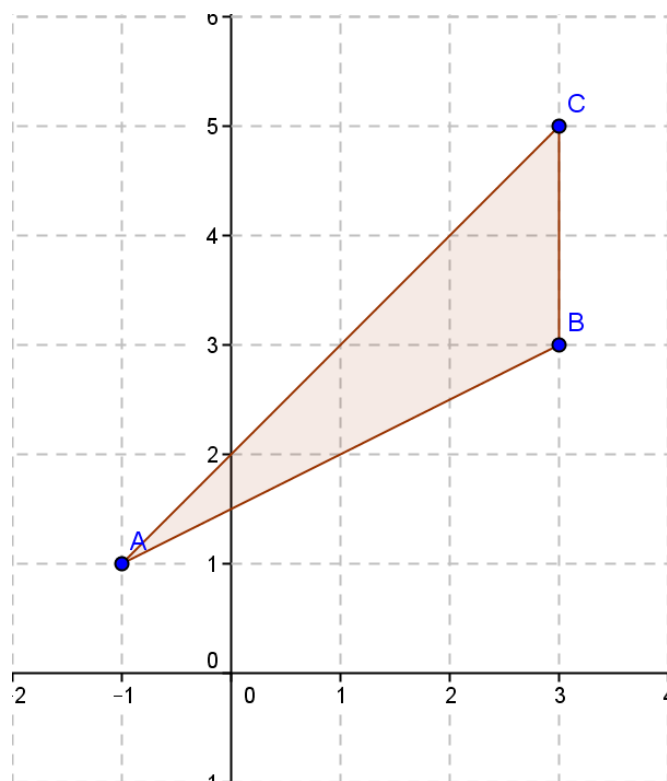
Długości jego przekątnych

Pole rombu

Długość boku rombu

Długość wysokości rombu

**Zadanie 3:** Środek ciężkości trójkąta to punkt przecięcia jego środkowych. Wyznacz współrzędne środka ciężkości trójkąta przedstawionego na rysunku graficznie i rachunkowo



### Temat: Obliczanie odległości dwóch punktów na płaszczyźnie (3)

**Zadanie 1:** Sprawdź jakim rodzajem trójkąta jest podany trójkąt ABC (w postawieniu hipotezy może Ci pomóc program GeoGebra, potem wykonaj potrzebne obliczenia). Oblicz jego pole

a)  $A=(-2, -1)$ ,  $B=(4, 5)$ ,  $C=(-3, 6)$

b)  $A=(6, 3)$ ,  $B=(-3, 11)$ ,  $C=(1,1)$

c)  $A=(1, 1)$ ,  $B=(5, 4)$ ,  $C=(-7, 9)$

**Zadanie 2:** Otwórz aplet *analityczna04*. Oblicz długości przedstawionych w aplecie: odcinków Współrzędne punktów A, B, C odczytaj z rysunku.