



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Skrypt 27

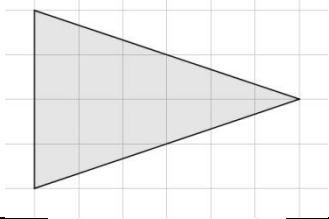
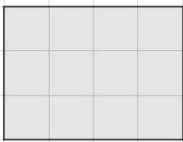
Stereometria:

9. Przypomnienie wiadomości o ostrosłupach
10. Kąty między odcinkami w ostrosłupach
11. Kąty między odcinkami i płaszczyznami w ostrosłupach prawidłowych
12. Kąty między odcinkami i płaszczyznami w ostrosłupach nieprawidłowych
13. Kąty między ścianami w ostrosłupach prawidłowych
14. Kąty między ścianami w ostrosłupach nieprawidłowych
15. Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków w ostrosłupach
16. Zastosowanie trygonometrii do obliczania miar kątów w ostrosłupach
17. Zastosowanie trygonometrii do obliczania pól i objętości ostrosłupów

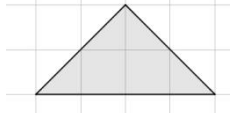
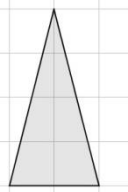
Opracowanie Jerzy Mil

Temat: Przypomnienie wiadomości o ostrosłupach

Zadanie 1. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej graniastosłupów o danej na rysunku podstawie i wysokości. Przyjmij 1 kratka = 1cm.

Podstawa	Wysokość	Objętość
	12cm	
	7cm	

Zadanie 2. Oblicz pole powierzchni bocznej ostrosłupa o danej podstawie i ścianie bocznej. Przyjmij 1 kratka = 1cm.

Podstawa	Ściana boczna	Pole powierzchni bocznej
Trójkąt równoboczny		
Sześciokąt foremny		

Zadanie 3. Uzupełnij tabelę.

Pole podstawy ostrosłupa	Pole powierzchni bocznej ostrosłupa	Pole powierzchni całkowitej ostrosłupa
12 cm ²	22 cm ²	
8 cm ²		36 cm ²
	28 cm ²	40 cm ²

Zadanie 4. Uzupełnij tabelę.

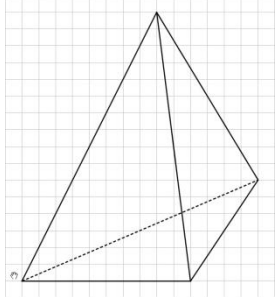
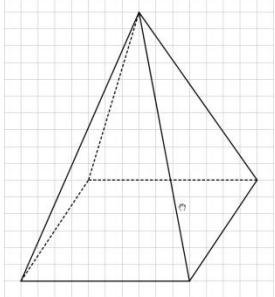
Pole podstawy ostrosłupa	Wysokość ostrosłupa	Objętość ostrosłupa
9 cm ²	8 cm	
4 cm ²		12 cm ³
	6 cm	14 cm ³

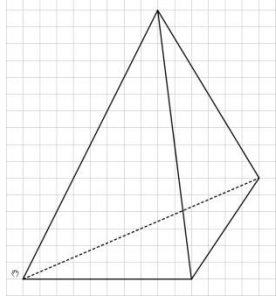
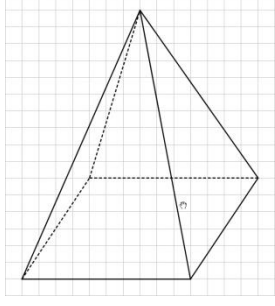
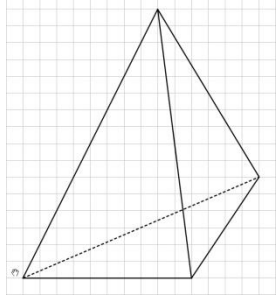
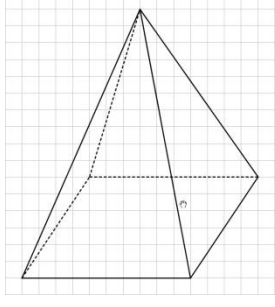
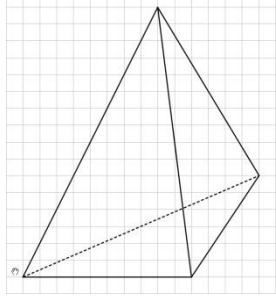
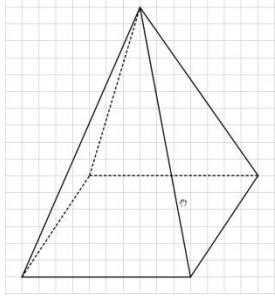
Temat: Kąty między odcinkami w ostrosłupach

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria04*.
- Suwakiem n zmienisz kolejne widoki:
 - $n=1$ – rysunek ostrosłupa prawidłowego trójkątnego,
 - $n=2$ – siatka ostrosłupa prawidłowego trójkątnego,
 - $n=3$ – rysunek ostrosłupa prawidłowego czworokątnego,
 - $n=4$ – siatka ostrosłupa prawidłowego czworokątnego,
 - $n=5$ – rysunek ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego,
 - $n=6$ – siatka ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego.
- Suwakiem a ustawisz długość krawędzi podstawy, a suwakiem h wysokość ostrosłupa
- Na rysunkach ostrosłupów ($n=1, 3, 5$) możesz obracać bryłę za pomocą suwaków:
 - α – wokół osi poziomej,
 - β – wokół osi pionowej,
 - suwaki $s\alpha$ i $s\beta$ pozwalają na ustawienie szybkości automatycznej zmiany wartości suwaków α i β .
- Przykładowe położenie kątów między odcinkami w ostrosłupach obejrzysz włączając kolejno pola wyboru:
 - kąt między krawędziami podstawy,
 - kąt między krawędzią boczną i krawędzią podstawy,
 - kąt między sąsiednimi krawędziami bocznymi,
 - kąt między wysokością i krawędzią boczną,
 - kąt między przeciwległymi krawędziami bocznymi (dla ostrosłupa czworokątnego i sześciokątnego).

Zadanie 1. Uzupełnij rysunki zaznaczając podane kąty.

	ostrosłup prawidłowy trójkątny	ostrosłup prawidłowy czworokątny
kąt między krawędziami podstawy		

<p>kąt między krawędzią podstawy i krawędzią boczną</p>		
<p>kąt między sąsiednimi krawędziami bocznymi</p>		
<p>kąt między krawędzią boczną i wysokością ostrosłupa</p>		

Instrukcja obsługi apletów:

- Otwórz kolejno aplety
 - *Stereometria05,*
 - *Stereometria06,*
 - *Stereometria08,*
 - *Stereometria10.*
- W każdym z apletów kliknij przycisk Siatka, by przełączyć się na widok siatki ostrosłupa.
- Włącz pola wyboru odpowiadające kątom między krawędzią boczną i krawędzią podstawy (kolor błękitny).
- Za pomocą suwaka a zmień długość krawędzi bocznej, a za pomocą suwaka h wysokość ostrosłupa.

Zadanie 2. Uzupełnij zdania.

W ostrosłupie o podstawie prostokąta, w którym spodek wysokości leży na środku jednego z boków podstawy równe miary mają następujące pary kątów między krawędziami bocznymi i krawędziami podstawy: i, i, i oraz i

W ostrosłupie o podstawie prostokąta, w którym spodek wysokości leży na jednym z wierzchołków podstawy równe miary mają następujące kąty między krawędziami bocznymi i krawędziami podstawy:,,,, bo są to

W ostrosłupie o podstawie trójkąta prostokątnego równoramiennego, w którym spodek wysokości leży na środku przeciwprostokątnej podstawy, ściany boczne są trójkątami, trójkątami przystającymi są ściany boczne i Równa miary mają następujące kąty między krawędziami bocznymi i krawędziami podstawy:,, i oraz i

W ostrosłupie o podstawie trójkąta równobocznego, w którym spodek wysokości leży na wierzchołku podstawy równe miary mają następujące kąty między krawędziami bocznymi i krawędziami podstawy: i, i oraz i

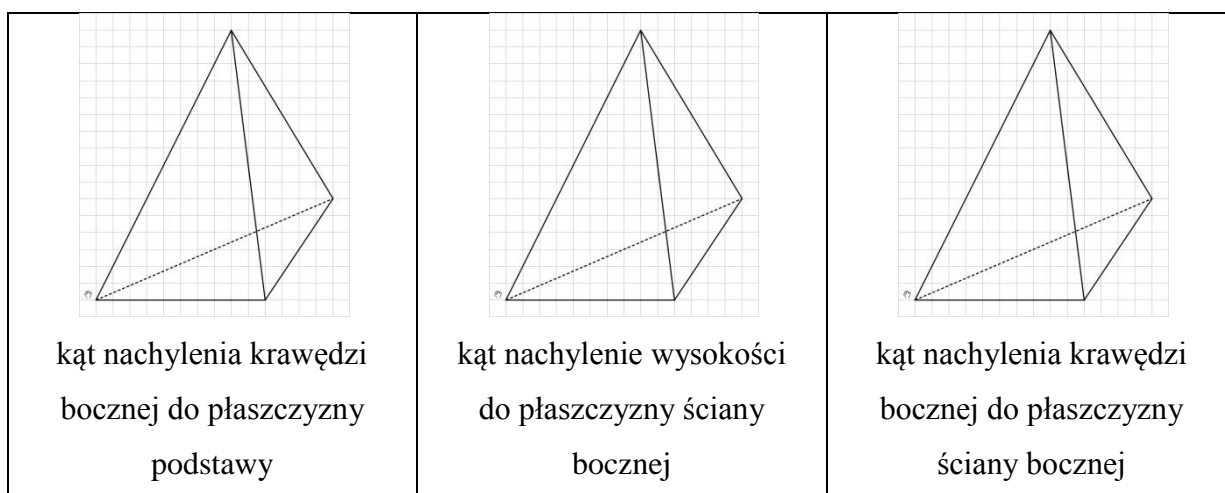
Temat: Kąty między odcinkami i płaszczyznami w ostrosłupach prawidłowych

Instrukcja obsługi apletu:

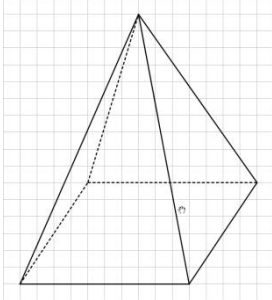
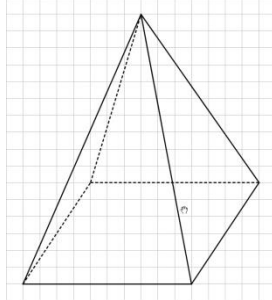
- Otwórz aplet *Stereometria04*.
- Ustaw wartość suwaka $n=1$.
- Włącz kolejno pola wyboru:
 - kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy,
 - kąt nachylenia wysokości do płaszczyzny ściany bocznej,
 - kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny ściany bocznej.
- Zaznacz na rysunkach ostrosłupa prawidłowego trójkątnego o podane kąty.
- Ustaw wartość suwaka $n=3$.
- Włącz kolejno pola wyboru:
 - kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy,
 - kąt nachylenia wysokości do płaszczyzny ściany bocznej.
- Zaznacz na rysunkach ostrosłupa prawidłowego czworokątnego podane kąty.
- Ustaw wartość suwaka $n=5$.
- Włącz kolejno pola wyboru:
 - kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy,
 - kąt nachylenia wysokości do płaszczyzny ściany bocznej,
- Zaznacz na rysunkach ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego o podane kąty.

Zadanie 1. Zaznacz na rysunkach podane kąty.

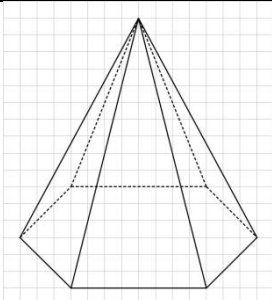
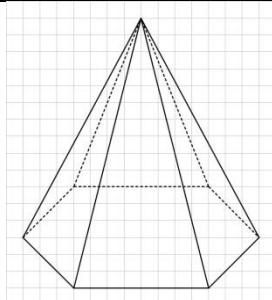
Ostrosłup prawidłowy trójkątny.



Ostrosłup prawidłowy czworokątny.

	
kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy	kąt nachylenie wysokości do płaszczyzny ściany bocznej

Ostrosłup prawidłowy sześciokątny.

	
kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy	kąt nachylenie wysokości do płaszczyzny ściany bocznej

Zadanie 2. Uzupełnij zdania.

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy to kąt pomiędzy krawędzią boczną i

W ostrosłupach prawidłowych czworokątnym i sześciokątnym kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy to kąt pomiędzy krawędzią boczną i

W ostrosłupach prawidłowych kąt nachylenia wysokości ostrosłupa do płaszczyzny ściany bocznej to kąt między wysokością ostrosłupa i

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria04*.
- Ustaw wartość suwaka $n=1$.
- Ustaw wartości suwaków $\alpha=0^\circ$ i $\beta=180^\circ$.
- Włącz pola wyboru kąt między wysokością ostrosłupa i krawędzią boczną oraz kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy.

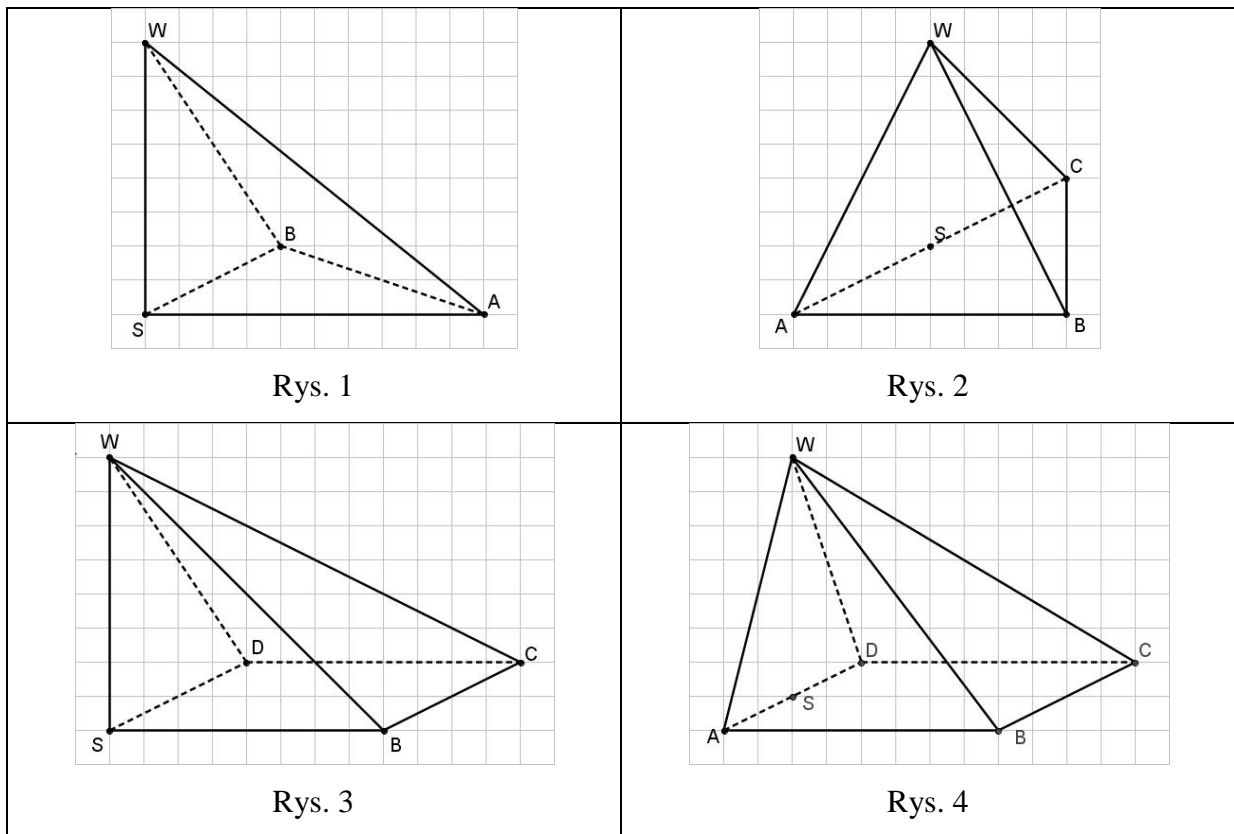
- Jakim trójkątem jest trójkąt ASW? Jaki związek łączy miary zaznaczonych kątów?
- Ustaw wartość suwaka $n=3$ i $n=5$ i sprawdź czy związek między miarami kątów jest też prawdziwy dla ostrosłupa prawidłowego czworokątnego i sześciokątnego.
- Ustaw wartość suwaka $n=3$.
- Wyłącz pole wyboru kąt między wysokością ostrosłupa i krawędzią boczną, a włącz pole wyboru kąt między przeciwległymi krawędziami bocznymi.
- Jakim trójkątem jest trójkąt AWC? Które kąty mają w nim równe miary? Jaki związek łączy miary zaznaczonych kątów?
- Ustaw wartość suwaka $n=5$.
- Jakim trójkątem jest trójkąt AWD? Które kąty mają w nim równe miary? Jaki związek łączy miary zaznaczonych kątów?

Temat: Kąty między odcinkami i płaszczyznami w ostrosłupach nieprawidłowych

Instrukcja obsługi apletów:

- Otwórz aplet *Stereometria07*.
- Ustaw w przybliżeniu wartość suwaków $\alpha=350^\circ$ oraz $\beta=160^\circ$.
- Włącz kolejno pola wyboru Kąt między płaszczyzną podstawy i krawędzią boczną (zielone).
- Zaznacz na rysunku 1 w zadaniu 1 wyświetlane kąty.
- Otwórz aplet *Stereometria09*.
- Ustaw w przybliżeniu wartość suwaków $\alpha=45^\circ$ oraz $\beta=305^\circ$.
- Włącz kolejno pola wyboru Kąt między płaszczyzną podstawy i krawędzią boczną (zielone).
- Zaznacz na rysunku 2 w zadaniu 1 wyświetlane kąty.
- Otwórz aplet *Stereometria06*.
- Ustaw w przybliżeniu wartość suwaków $\alpha=20^\circ$ oraz $\beta=120^\circ$.
- Włącz kolejno pola wyboru Kąt między płaszczyzną podstawy i krawędzią boczną (zielone).
- Zaznacz na rysunku 3 w zadaniu 1 wyświetlane kąty.
- Ustaw wartości suwaków $a=2$ i $b=4$.
- Ustaw wartość suwaka $\alpha=0^\circ$ a suwaka $\beta=1$.
- Włącz wszystkie pola wyboru z grupy Kąt między płaszczyzną podstawy i krawędzią boczną (zielone).
- Uzupełnij tekst w zadaniu 2 a).
- Otwórz aplet *Stereometria05*.
- Ustaw w przybliżeniu wartość suwaków $\alpha=20^\circ$ oraz $\beta=210^\circ$.
- Włącz kolejno pola wyboru Kąt między płaszczyzną podstawy i krawędzią boczną (zielone).
- Zaznacz na rysunku 4 w zadaniu 1 wyświetlane kąty.
- Ustaw wartości suwaków $a=2$ i $b=4$.
- Ustaw wartość suwaka $\alpha=0^\circ$ a suwaka $\beta=1$.
- Włącz wszystkie pola wyboru z grupy Kąt między płaszczyzną podstawy i krawędzią boczną (zielone).
- Uzupełnij tekst w zadaniu 2 b).

Zadanie 1. Zaznacz kąty między płaszczyzną podstawy i krawędzią boczną.



Zadanie 2. Uzupełnij zdania.

a) W ostrosłupie o podstawie prostokąta o bokach $a=2$ i $b=4$, w którym spodek wysokości znajduje się na wierzchołku podstawy najmniejszą miarę ma kąt nachylenia do płaszczyzny podstawy krawędzi, następnie, potem, a pod największym kątem nachylona do płaszczyzny podstawy jest krawędź

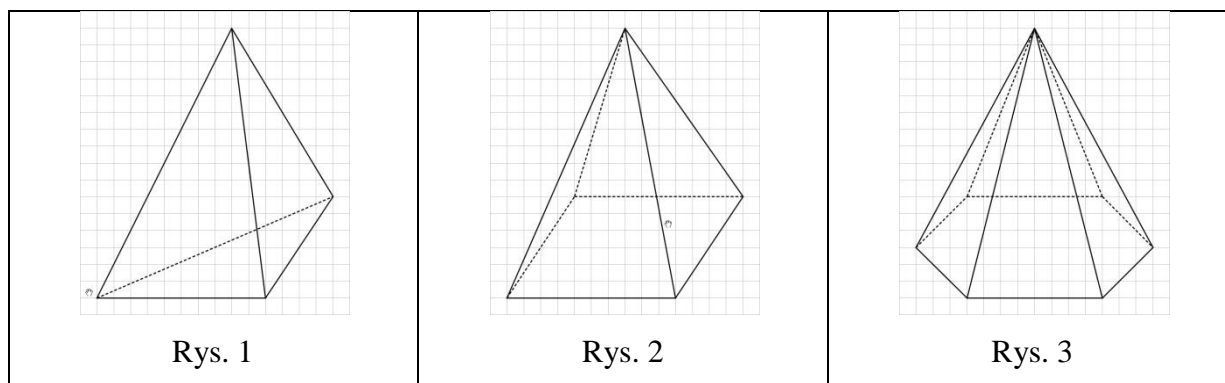
b) W ostrosłupie o podstawie prostokąta, w którym spodek wysokości znajduje się na środku boku podstawy, pod tym samym kątem do płaszczyzny podstawy nachylone są krawędzie boczne i oraz i

Temat: Kąty między ścianami w ostrosłupach prawidłowych

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria04*.
- Ustaw wartość suwaka $n=1$.
- Włącz pole wyboru kąt pomiędzy płaszczyzny podstawy i płaszczyzną ściany bocznej.
- Uzupełnij rysunek 1 w zadaniu 1 w karcie pracy i uzupełnij tekst w zadaniu 2a).
- Ustaw wartość suwaka $n=3$.
- Uzupełnij rysunek 2 w zadaniu 1 w karcie pracy i uzupełnij tekst w zadaniu 2b).
- Ustaw wartość suwaka $n=5$.
- Uzupełnij rysunek 3 w zadaniu 1 w karcie pracy i uzupełnij tekst w zadaniu 2c).

Zadanie 1. Zaznacz na rysunkach ostrosłupów prawidłowych kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy.



Zadanie 2. Uzupełnij zdania.

- W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy to kąt pomiędzy
i wysokością podstawy.
- W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy to kąt pomiędzy wysokością ściany bocznej i
.....
- W ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy to kąt pomiędzy
i

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria04*.
- Ustaw wartość suwaka $n=1$.
- Włącz pole wyboru kąt pomiędzy płaszczyzny podstawą i płaszczyzną ściany bocznej oraz pole wyboru kąt nachylenia wysokości ostrosłupa do płaszczyzny ściany bocznej.

- Jakim trójkątem jest trójkąt DSW? Ułatwisz sobie odpowiedź na pytanie ustawiając wartość suwaków $\alpha=0^\circ$ i $\beta=0^\circ$.
- Ile równa jest suma miar zaznaczonych kątów?
- Ustaw wartość suwaka $n=3$.
- Jakim trójkątem jest trójkąt ESW? Ułatwisz sobie odpowiedź na pytanie ustawiając wartość suwaków $\alpha=0^\circ$ i $\beta=135^\circ$.
- Ile równa jest suma miar zaznaczonych kątów?
- Ustaw wartość suwaka $n=5$.
- Jakim trójkątem jest trójkąt GSW? Ułatwisz sobie odpowiedź na pytanie ustawiając wartość suwaków $\alpha=0^\circ$ i $\beta=90^\circ$.
- Ile równa jest suma miar zaznaczonych kątów?
- Jaki związek łączy miarę kąta nachylenia wysokości ostrosłupa do płaszczyzny ściany bocznej i miarę kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy?
- Ustaw wartość suwaka $n=1$.
- Włącz pola wyboru kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy i kąt pomiędzy płaszczyzną podstawy i płaszczyzną ściany bocznej.
- Który z zaznaczonych kątów jest większy? Ułatwisz sobie odpowiedź na pytanie ustawiając wartość suwaków $\alpha=0^\circ$ i $\beta=0^\circ$.
- Ustaw wartość suwaka $n=3$.
- Ustaw w przybliżeniu suwaki $\alpha=30^\circ$ i $\beta=160^\circ$.
- Przyjrzyj się trójkątom ASW i ESW? Jaki są trójkąty? Który z boków jest taki sam?
- Czemu równe są odcinki AS i ES? Który z nich jest dłuższy?
- Który z zaznaczonych kątów jest większy?
- Który z kątów jest większy? Kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy czy kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy?

Temat: Kąty między ścianami w ostrosłupach nieprawidłowych

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria05*.
- Włącz kolejno pola wyboru odpowiadające kątom między płaszczyzną podstawy a płaszczyzną ściany bocznej (kolor błękitny).
- Uzupełnij zadanie 1a) - d).
- Włącz pole wyboru kąt między płaszczyzną podstawy i płaszczyzną ściany bocznej BCW
- Możesz ustawić wartość suwaków $\alpha=0^\circ$ i $\beta=0^\circ$.
- Uzupełnij zadanie 1e).
- Wyłącz pole wyboru BCW, a włącz pole ABW.
- Możesz ustawić wartość suwaków $\alpha=0^\circ$ i $\beta=90^\circ$.
- Uzupełnij zadanie 1f).

Zadanie 1. Uzupełnij zdania.

- a) W ostrosłupie o podstawie prostokąta ABCD, w którym spodek wysokości leży na środku boku AD prostopadła do płaszczyzny podstawy jest ściana
- b) Kąt między płaszczyzną podstawy i płaszczyzną ściany ABW to kąt pomiędzy
- c) Kąt między płaszczyzną podstawy i płaszczyzną ściany BCW to kąt pomiędzy
- d) Kąt między płaszczyzną podstawy i płaszczyzną ściany CDW to kąt pomiędzy
- e) Jeżeli ściana BCW tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 45° , to wysokość ostrosłupa jest równa
- f) Jeżeli ściana ABW tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 45° , to wysokość ostrosłupa jest równa

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria08*.
- Włącz kolejno pola wyboru odpowiadające kątom między płaszczyzną podstawy a płaszczyzną ściany bocznej (kolor błękitny).
- Uzupełnij zadanie 2a).
- Możesz ustawić wartość suwaków $\alpha=0^\circ$ i $\beta=45^\circ$.
- Uzupełnij zadanie 2b) – c).

Zadanie 2. Uzupełnij zdania.

- a) W ostrosłupie o podstawie trójkąta prostokątnego równoramiennego, w którym spodek wysokości ostrosłupa leży na środku przeciwprostokątnej AB prostopadła do płaszczyzny podstawy jest ściana boczna
- b) Jeżeli ściana boczna BCW tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 45° to wysokość ostrosłupa jest równa
- c) Jeżeli ściana boczna BCW tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 60° to wysokość ostrosłupa jest równa

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria10*.
- Włącz kolejno pola wyboru odpowiadające kątom między płaszczyzną podstawy a płaszczyzną ściany bocznej (kolor błękitny).
- Uzupełnij zadanie 3a)-b).
- Włącz pole wyboru odpowiadające kątowi między płaszczyzną podstawy i płaszczyzną ściany.
- Możesz ustawić wartość suwaków $\alpha=0^\circ$ i $\beta=180^\circ$
- Uzupełnij zadanie 3c)-d)

Zadanie 3. Uzupełnij zdania.

- a) W ostrosłupie o podstawie trójkąta równobocznego, w którym spodek wysokości leży na środku boku podstawy prostopadłe do płaszczyzny podstawy są ściany boczne i
- b) Jeżeli ściana boczna BCW tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 45° to wysokość ostrosłupa jest równa
- c) Jeżeli ściana boczna BCW tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 60° to wysokość ostrosłupa jest równa
- d) Jeżeli ściana boczna BCW tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 30° to wysokość ostrosłupa jest równa

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria06*.
- Włącz kolejno pola wyboru odpowiadające kątom między płaszczyzną podstawy a płaszczyzną ściany bocznej (kolor błękitny).
- Uzupełnij zadanie 4a).
- Zaznacz pole wyboru BCW. Możesz ustawić wartość suwaków $\alpha=0^\circ$ i $\beta=0^\circ$.
- Zmieniaj wartość suwaka h.

- Uzupełnij zadanie 4b).
- Zaznacz pole wyboru CDW. Możesz ustawić wartość suwaków $\alpha=0^\circ$ i $\beta=90^\circ$.
- Zmieniaj wartość suwaka h.
- Uzupełnij zadanie 4c).

Zadanie 4. Uzupełnij zdania

- W ostrosłupie o podstawie prostokąta ABCD , którym spodek wysokości leży w punkcie A prostopadłe do płaszczyzny podstawy są ściany boczne: i
- Jeżeli ściana boczna BCW tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 45° , to wysokość ostrosłupa jest równa
- Jeżeli ściana boczna BCW tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 45° , to wysokość ostrosłupa jest równa

Temat: Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków w ostrosłupach

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria04*.
- Ustaw wartości suwaka $n=3$.
- Włącz pole wyboru kąt między płaszczyzną podstawy i płaszczyzną ściany bocznej.
- Wykorzystaj powyższą ilustrację do rozwiązania problemu z pytania kluczowego.

Zadanie 1. W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź podstawy ma długość 2cm. Ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 75° . Oblicz wysokość ostrosłupa.

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria04*.
- Ustaw wartość suwaka $n=1$.
- Włącz pole wyboru kąt między płaszczyzną podstawy i płaszczyzną ściany bocznej.
- Oblicz długość odcinka DS.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor błękitny), która pozwoli obliczyć wysokość ostrosłupa na podstawie długości odcinka DS. Możesz w tym celu ustawić wartości suwaków $\alpha=0^\circ$ i $\beta=0^\circ$.
- Oblicz wysokość ostrosłupa.

Zadanie 2. Podstawą ostrosłupa jest trójkąt prostokątny, a spodek wysokości leży na wierzchołu kąta prostego podstawy. Wysokość ostrosłupa jest równa 3cm, a pozostałe krawędzie boczne tworzą z płaszczyzną podstawy kąty 15° i 55° . Oblicz długość przyprostokątnych podstawy.

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria07*.
- Ustaw wartość suwaka $h=3$.
- Włącz pole wyboru kąt między płaszczyzną podstawy i krawędzią boczną BW.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor zielony), która pozwoli ci obliczyć długość krawędzi BW. Możesz w tym celu ustawić wartości suwaków $\alpha=0^\circ$ i $\beta=0^\circ$.
- Oblicz długość krawędzi BW.
- Wyłącz pole wyboru kąt między płaszczyzną podstawy i krawędzią boczną BW.
- Włącz pole wyboru kąt między płaszczyzną podstawy i krawędzią boczną CW.

- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor zielony), która pozwoli ci obliczyć długość krawędzi CW. Możesz w tym celu ustawić wartości suwaków $\alpha=0^\circ$ i $\beta=90^\circ$.
- Oblicz długość krawędzi CW.

Zadanie 3. Podstawą ostrosłupa jest prostokąt o bokach 3cm i 4cm. Spodek wysokości ostrosłupa znajduje się na jednym z wierzchołków ostrosłupa. Najdłuższa krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 10° . Oblicz długość krawędzi bocznych tego ostrosłupa.

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria07*.
- Ustaw wartości suwaków $a=3$ i $b=4$.
- Określ która krawędź boczna jest najdłuższa.
- Włącz pole wyboru odpowiadające kątowi między płaszczyzną podstawy a wybraną wcześniej krawędzią.
- Oblicz przekątną podstawy.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor zielony), która pozwoli ci obliczyć długość krawędzi CW. Możesz w tym celu ustawić wartość suwaka $\alpha=0^\circ$.
- Oblicz długość krawędzi CW.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor zielony), która pozwoli ci obliczyć długość krawędzi AW.
- Oblicz długość krawędzi AW.
- Korzystając z twierdzenia Pitagorasa oblicz długości krawędzi BW i DW.

Temat: Zastosowanie trygonometrii do obliczania miar kątów w ostrosłupach

Zadanie 1. Wiedząc, że wszystkie ostrosłupy są prawidłowe i mają krawędź podstawy równą 4cm oraz wysokość równą 12cm uzupełnij poniższą tabelę.

Podstawa ostrosłupa	Miara kąta nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy	Miara kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy
trójkąt równoboczny		
kwadrat		

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria04*.
- Ustaw wartość suwaka $n=1$.
- Włącz pole wyboru kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy.
- Oblicz długość odcinka AS.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor brązowy), która jest stosunkiem długości odcinka AS i wysokości ostrosłupa. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$ i $\beta=180^\circ$.
- Oblicz miarę zaznaczonego kąta i wpisz do tabeli.
- Wyłącz pole wyboru kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy, a włącz kąt pomiędzy płaszczyzną podstawy i płaszczyzną ściany bocznej.
- Oblicz długość odcinka DS.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor błękitny), która jest stosunkiem długości odcinka DS i wysokości ostrosłupa. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$ i $\beta=180^\circ$.
- Oblicz miarę zaznaczonego kąta i wpisz do tabeli.
- Ustaw wartość suwaka $n=3$.
- Włącz pole wyboru kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy.
- Oblicz długość odcinka AS.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor brązowy), która jest stosunkiem długości odcinka AS i wysokości ostrosłupa. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$ i $\beta=180^\circ$.
- Oblicz miarę zaznaczonego kąta i wpisz do tabeli.
- Wyłącz pole wyboru kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy, a włącz kąt pomiędzy płaszczyzną podstawy i płaszczyzną ściany bocznej.

- Oblicz długość odcinka ES.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor błękitny), która jest stosunkiem długości odcinka ES i wysokości ostrosłupa. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$ i $\beta=180^\circ$.
- Oblicz miarę zaznaczonego kąta i wpisz do tabeli.

Zadanie 2. W ostrosłupie o podstawie prostokąta o bokach $a=4$ i $b=3$ spodek wysokości leży na jednym z wierzchołków podstawy. Jeżeli najkrótsza krawędź boczna ma długość 2cm, oblicz miary kątów nachylenia do płaszczyzny podstawy pozostałych krawędzi bocznych ostrosłupa.

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria07*.
- Ustaw wartość suwaków $a=4$ i $b=3$.
- Która krawędź jest najkrótsza? Czym jest ona dla ostrosłupa?
- Ustaw wartość suwaka $h=2$.
- Włącz pole wyboru kąt między płaszczyzną podstawy i krawędzią BW.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor brązowy), która jest stosunkiem długości odcinka AB i wysokości ostrosłupa. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$ i $\beta=180^\circ$.
- Oblicz miarę zaznaczonego kąta.
- Włącz pole wyboru kąt między płaszczyzną podstawy i krawędzią CW.
- Oblicz długość odcinka AC.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor brązowy), która jest stosunkiem długości odcinka AC i wysokości ostrosłupa. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$.
- Oblicz miarę zaznaczonego kąta.
- Włącz pole wyboru kąt między płaszczyzną podstawy i krawędzią DW.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor brązowy), która jest stosunkiem długości odcinka AD i wysokości ostrosłupa. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$ i $\beta=90^\circ$.
- Oblicz miarę zaznaczonego kąta.

Zadanie 3. W ostrosłupie o podstawie trójkąta równobocznego o boku 3cm spodek wysokości leży na środku jednego z boków. Wysokość ostrosłupa jest równa 4cm. Oblicz miary kątów nachylenia krawędzi bocznych do płaszczyzny podstawy.

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria09*.
- Włącz pole wyboru kąt między płaszczyzną podstawy i krawędzią AW.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor zielony), która jest stosunkiem długości odcinka AD i wysokości ostrosłupa. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$ i $\beta=0^\circ$.
- Oblicz miarę zaznaczonego kąta.
- Kąt nachylenia której krawędzi do płaszczyzny podstawy jest ma taką samą miarę.
- Włącz pole wyboru kąt między płaszczyzną podstawy i krawędzią CW.
- Oblicz długość odcinka CS.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor zielony), która jest stosunkiem długości odcinka CS i wysokości ostrosłupa. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$ i $\beta=60^\circ$.
- Oblicz miarę zaznaczonego kąta.

Zadanie 4. W ostrosłupie o podstawie trójkąta równobocznego o boku 2cm spodek wysokości leży na jednym z wierzchołków podstawy. Wysokość ostrosłupa jest równa 5cm. Jaki kąt z płaszczyzną podstawy tworzy ściana, która nie jest do niej prostopadła?

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria10*.
- Włącz pole wyboru kąt między płaszczyzną podstawy i płaszczyzną ściany bocznej BCW.
- Oblicz długość odcinka AD.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor zielony), która jest stosunkiem długości odcinka AD i wysokości ostrosłupa. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$ i $\beta=180^\circ$.
- Oblicz miarę zaznaczonego kąta.

Zadanie 5. W ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym krawędź podstawy na długość 3cm, a wysokość jest równa 10cm. Oblicz miary kątów nachylenia krawędzi bocznej i ściany bocznej do płaszczyzny podstawy.

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria04*.
- Ustaw wartość suwaka $n=5$.
- Włącz pole wyboru kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy.
- Oblicz długość odcinka AS.

- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor brązowy), która jest stosunkiem długości odcinka AS i wysokości ostrosłupa. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$ i $\beta=180^\circ$.
- Oblicz miarę zaznaczonego kąta.
- Wyłącz pole wyboru kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy, a włącz kąt pomiędzy płaszczyzną podstawy i płaszczyzną ściany bocznej.
- Oblicz długość odcinka GS.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor błękitny), która jest stosunkiem długości odcinka GS i wysokości ostrosłupa. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$ i $\beta=90^\circ$.
- Oblicz miarę zaznaczonego kąta.

Temat: Zastosowanie trygonometrii do obliczania pól i objętości ostrosłupów

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria04*.
- Ustaw wartość suwaka $n=1$.
- Włącz pole wyboru kąt pomiędzy płaszczyzną podstawy i płaszczyzną ściany bocznej.
- Oblicz pole podstawy ostrosłupa.
- Oblicz długość odcinka DS.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor błękitny), która jest stosunkiem długości odcinka DS i wysokości ostrosłupa. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$ i $\beta=0^\circ$.
- Oblicz wysokość ostrosłupa i jego objętość.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor błękitny), która jest stosunkiem długości odcinka DS i wysokości ściany bocznej. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$ i $\beta=0^\circ$.
- Oblicz wysokość ściany bocznej, następnie pole ściany bocznej, i pole powierzchni bocznej ostrosłupa.

Zadanie 1. Podstawą ostrosłupa jest trójkąt prostokątny równoramienny o ramieniu 3cm. Spodek wysokości ostrosłupa leży na wierzchołku kąta prostego, a jedna ze ścian bocznych tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 40° . Oblicz pole powierzchni całkowitej ostrosłupa.

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria07*.
- Ustaw jednakowe wartości suwaków a i b.
- Włączając kolejno pola wyboru z grupy kąt między płaszczyzną podstawy a płaszczyzną ściany bocznej ustal, która ściana nie jest prostopadła do płaszczyzny podstawy.
- Oblicz długość odcinka AD.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor błękitny), która jest stosunkiem długości odcinka AD i wysokości ściany bocznej. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$ i $\beta=135^\circ$.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor błękitny), która jest stosunkiem długości odcinka AD i wysokości ostrosłupa. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$ i $\beta=135^\circ$.

- Oblicz pole powierzchni całkowitej ostrosłupa. Możesz kliknąć przycisk Siatka by obejrzeć siatkę ostrosłupa.

Zadanie 2. Podstawą ostrosłupa jest prostokąt, w którym jeden z boków jest dwa razy dłuższy od drugiego. Spodek wysokości leży na środku dłuższego boku. Krótsze z krawędzi bocznych mają długość 20cm i tworzą z płaszczyzną podstawy kąt 75° . Oblicz objętość ostrosłupa.

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria05*.
- Ustaw wartość suwaka b dwa razy większą niż wartość suwaka a.
- Wybierz jedną z krótszych krawędzi bocznych. Możesz w tym celu kliknąć przycisk Siatka by obejrzeć siatkę ostrosłupa, a następnie przycisk Rysunek, by powrócić do rysunku.
- Włącz pole wyboru kąt między płaszczyzną podstawy i krawędzią AW.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor zielony), która jest stosunkiem wysokości ostrosłupa i odcinka AW. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$ i $\beta=90^\circ$.
- Oblicz wysokość ostrosłupa.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor zielony), która jest stosunkiem odcinka AS i odcinka AW. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$ i $\beta=90^\circ$.
- Oblicz długości krawędzi podstawy, jej pole, a następnie objętość ostrosłupa.

Zadanie 3. Oblicz pole powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego o krawędzi podstawy 4cm, w którym wysokość ostrosłupa tworzy ze ścianą boczną kąt 20° .

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria04*.
- Ustaw wartość suwaka n=5.
- Włącz pole wyboru kąt nachylenia wysokości do płaszczyzny ściany bocznej.
- Oblicz długość odcinka GS.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor jasnozielony), która jest stosunkiem odcinka GS i wysokości ściany bocznej. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$ i $\beta=90^\circ$.
- Oblicz wysokość ściany bocznej, pole jednej ze ścian i pole powierzchni bocznej ostrosłupa.

Zadanie 4. Oblicz objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego o krawędzi podstawy 12cm, w którym krawędź boczna tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 50° .

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz aplet *Stereometria04*.
- Ustaw wartość suwaka $n=3$.
- Włącz pole wyboru kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy.
- Oblicz pole podstawy ostrosłupa.
- Oblicz długość odcinka AS.
- Wybierz funkcję trygonometryczną zaznaczonego kąta (kolor brązowy), która jest stosunkiem długości odcinka AS i wysokości ostrosłupa. Możesz w tym celu ustawić $\alpha=0^\circ$ i $\beta=180^\circ$.
- Oblicz wysokość ostrosłupa i jego objętość.