



---

Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”  
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

# Skrypt 30

## Prawdopodobieństwo

5. Zliczanie obiektów - reguła mnożenia
6. Zliczanie obiektów - reguła dodawania
7. Zliczanie obiektów - reguła mnożenia i reguła dodawania
8. Jak obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia?
9. Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń (1)
10. Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń (2)
11. Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń (3)
12. Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń z wykorzystaniem poznanych metod

**Opracowanie L5**

## Elementy statystyki opisowej i prawdopodobieństwo 05

### Temat: Zliczanie obiektów – reguła mnożenia

Zadanie 1: Ile jest możliwych wyników poniższego doświadczenia losowego? Wypisz je:

- 1) Rzut monetą
- 2) Rzut kostką sześcienną do gry
- 3) Losowanie jednej liczby spośród wszystkich liczb dwucyfrowych podzielnych przez 5
- 4) Losowanie jednej liczby dwucyfrowej spośród liczb dwucyfrowych o jednakowych cyfrach

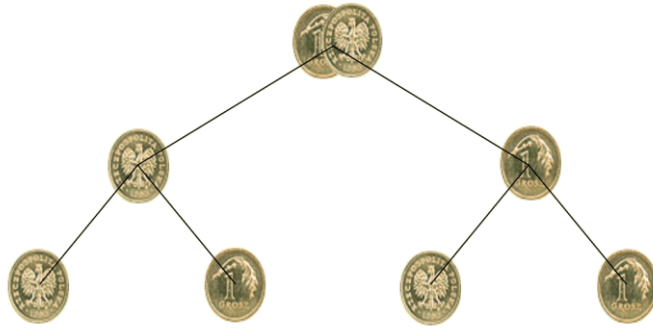
Zadanie 2: Ile jest możliwych wyników

- 1) W dwukrotnym rzucie monetą
- 2) W dwukrotnym rzucie sześcienną kostką do gry
- 3) Losowania **bez zwracania** jednej liczby spośród liczb od 1 do 10
- 4) Losowaniu **ze zwracaniem** jednej liczby spośród liczb od 1 do 10

Zadanie 3: Przedstaw wyniki doświadczeń z zadania 2 w postaci tabelki oraz drzewka posługując się zamieszczonym przykładem związanym z dwukrotnym rzutem monetą

- 1) dwukrotny rzut monetą

	O	R
O	OO	RO
R	OR	RR



2) W dwukrotnym rzucie sześcienną kostką do gry


3) Losowanie **bez zwracania** jednej liczby spośród liczb od 1 do 10


4) Losowaniu **ze zwracaniem** jednej liczby spośród liczb od 1 do 10


Zadanie 4: Ile będzie możliwych wyników, gdy powyższe doświadczenia będą trzyetapowe:

- a) Trzykrotny rzut monetą
- b) Trzykrotny rzut kostką sześcienną
- c) Trzykrotne losowanie bez zwracania spośród liczb  $1 \dots 10$
- d) Trzykrotne losowanie ze zwracaniem spośród liczb  $1 \dots 10$

Zadanie 5: Ile jest sposobów wyboru trzyosobowego Samorządu klasowego z klasy 1a do której uczęszczają 32 osoby?

Zadanie 5: Ania poszła do lodziarni i chciała kupić sobie letni deser. Na ile sposobów może go wybrać mając do dyspozycji 10 rodzajów lodów, 3 polewy i 2 posypki? Każdego składnika może użyć dokładnie raz.

Zadanie 6: Ile jest sposobów utworzenia liczby trzycyfrowej z wykorzystaniem cyfr z pięcioelementowego zbioru  $\{1,2,3,4,5\}$ ? Cyfry nie mogą się powtarzać.

Zadanie 7: Na ile sposobów można zbudować liczbę trzycyfrową, w której cyfry mogą się powtarzać, ze zbioru  $\{1,2,3,4,5\}$ ?

## Elementy statystyki opisowej i prawdopodobieństwo 06

### Temat: Zliczanie obiektów – reguła dodawania

Zadanie 1: Ile jest możliwości utworzenia liczby trzycyfrowej ze zbioru cyfr  $\{0,1,2,3,4,5\}$ , jeśli

- a) może ona być dowolna
- b) ma ona być nieparzysta
- c) ma ona być parzysta
- d) ma ona być podzielna przez 5

Zadanie 2: Ania ma w szafie 2 spódniczki czarne i jedną zieloną oraz 3 sweterki czarne, 2 zielone i jeden biały. Jeśli jej strój składa się ze spódniczki i sweterka, to ile ma możliwości

- a) Skompletowania takiego zestawu
- b) Ubrania się na czarno lub zielono
- c) Ubrania się w ten sposób, aby tylko jedna część jej stroju była czarna
- d) Jej strój składał się z ubrań różnych kolorów

Zadanie 3: Wśród wybranej partii 40 wyprodukowanych laptopów 4 są wadliwe. Wybieramy losowo 3 z nich. Ile jest możliwości takiego ich wyboru, tak aby

- a) Żaden nie był wadliwy
- b) Jeden był wadliwy

Zadanie 4: Dane są dwa pojemniki. W pierwszym z nich znajduje się 9 kul: 4 białe, 3 czarne i 2 zielone. W drugim pojemniku jest 6 kul: 2 białe, 3 czarne i 1 zielona. Z każdego pojemnika losujemy po jednej kuli.

- a) Ile jest sposobów wylosowania dwóch kul?
- b) Na ile sposobów można wylosować kule tego samego koloru?
- c) Ile jest sposobów wylosowania kul różnych kolorów?

## **Elementy statystyki opisowej i prawdopodobieństwo 07**

### **Temat: Zliczanie obiektów – reguła mnożenia i reguła dodawania**

Zadanie1: Uruchom aplet *prawdopodobieństwo01*. Zapoznaj się ze przedstawionym sposobem prezentacji i obliczania ilości wyników spełniających podane warunki. Posługując się jednym z pokazanych tam sposobów, zilustruj wszystkie wyniki dwukrotnego rzutu kostką, które spełniają warunki:

- a) Suma liczb oczek w obu rzutach jest podzielna przez 3
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- b) Suma liczb oczek w obu rzutach NIE jest podzielna przez 3
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- c) Iloczyn liczby oczek w obu rzutach jest parzysty
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- d) Iloczyn liczby oczek w obu rzutach NIE jest parzysty
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- e) Liczba oczek w pierwszym rzucie jest większa niż w drugim



Zadanie 2: Wyobraź sobie rzut czworościenną kostką, na ścianach której są cyfry  $\{1,2,3,4\}$ . Ile jest możliwości dwukrotnego rzutu taką kostką, tak aby suma cyfr na ściankach była większa od 4. Wykonaj ilustrację w postaci drzewa lub tabelki.

Zadanie 3: Jednocześnie rzucasz kostką do gry i monetą. Narysuj drzewko lub tabelkę tego doświadczenia. Ile jest możliwości otrzymania orła i parzystej liczby oczek w tym doświadczeniu?

Zadanie 3: W pudełku jest 5 kolejno ponumerowanych kul począwszy od 1. Losujesz dwie z nich. Oblicz ile jest sposobów:

- a) Otrzymania kul z numerami nieparzystymi w losowaniu bez zwracania?
- b) Otrzymania kul z numerami parzystymi w losowaniu, w którym kule są zwracane do pudełka?
- c) Otrzymania kul, których suma numerów jest parzysta
- d) Otrzymania kul, których suma numerów jest nieparzysta
- e) Otrzymania kul, których iloczyn numerów jest parzysty
- f) Otrzymania kul, których iloczyn numerów jest nieparzysty

Zadanie 4: W urnie znajdują się kule ponumerowane od 10 do 99.

Ile jest wśród nich kul o numerach parzystych, a ile nieparzystych?

Oblicz ile jest możliwości losowania dwóch kul, których suma numerów jest parzysta/nieparzysta

	<b>suma parzysta</b>	<b>suma nieparzysta</b>
Losowanie bez zwracania		
Losowanie ze zwracaniem		

## Elementy statystyki opisowej i prawdopodobieństwo 08

### Temat: Jak obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia?

Zadanie 1: W urnie znajdują się kolejno ponumerowane kule od 10-99. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania kuli, której numer jest:

- a) podzielny przez 10
- b) NIE podzielny przez 10
- c) podzielny przez 13
- d) NIE podzielny przez 13
- e) o jednakowych cyfrach
- f) o różnych cyfrach

Zadanie 2: Rzucasz sześcienną kostką, której jedna ściana jest biała, dwie ściany czerwone oraz trzy ściany zielone. Oblicz prawdopodobieństwo wyrzucenia ściany:

- a) Białej
- b) Czerwonej
- c) Zielonej

Zadanie 3: Organizatorzy loterii fantowej przygotowali 1000 losów. Prawdopodobieństwo wygranej wynosi 0,02. Ile jest losów wygrywających?

## Elementy statystyki opisowej i prawdopodobieństwo 09

### Temat: Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń (1)

Zadanie 1: Jakie jest prawdopodobieństwo otrzymania w dwukrotnym rzucie kostką

Nieparzystej sumy oczek

Parzystego iloczynu oczek

Iloczynu oczek mniejszego niż 10

Zadanie 2: Losujemy z pudełka kolejno ze zwracaniem dwie kule spośród kul oznaczonych liczbami od 1 do 9. Uzupełnij tabelkę tego losowania:


Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń:

Pierwsza z wylosowanych liczb jest większa niż 2

Suma wylosowanych liczb jest parzysta

Iloczyn wylosowanych liczb jest podzielny przez 3

Zadanie 3: Losujemy z pudełka kolejno **bez zwracania** dwie kule spośród kul oznaczonych liczbami od 1 do 9. Uzupełnij tabelkę tego losowania:


Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń:

Pierwsza z wylosowanych liczb jest większa niż 2

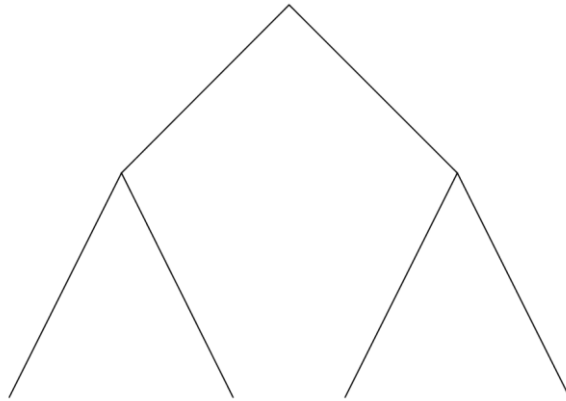
Suma wylosowanych liczb jest parzysta

Iloczyn wylosowanych liczb jest podzielny przez 3

## Elementy statystyki opisowej i prawdopodobieństwo 10

### Temat: Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń (2)

Zadanie 1: W pewnej klasie jest 20 dziewcząt i 10 chłopców. Na pytanie „czy lubisz matematykę?” twierdząco odpowiedziało 50% dziewcząt i 70% chłopców. Oblicz prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba z tej klasy lubi matematykę. Narysuj drzewko.



Zadanie 2: W loterii jest 100 losów, w tym 2 wygrywające i 3 uprawniające do kolejnego losowania. Pozostałe losy są przegrywające. Oblicz prawdopodobieństwo wygranej, gdy kupimy jeden los. Narysuj drzewko ilustrujące to losowanie.

## Elementy statystyki opisowej i prawdopodobieństwo 11

### Temat: Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń (3)

Zadanie 1: Uruchom aplet *prawdopodobieństwo04*. Oblicz prawdopodobieństwo podanych w nim zdarzeń, gdy:

- 1)  $Z=5, C=5$
- 2)  $Z=1, C=5$
- 3)  $Z=10, C=20$
- 4)  $Z=3, C=7$

Sprawdź wyniki.

Zadanie 2: Uruchom aplet *prawdopodobieństwo05*. Oblicz prawdopodobieństwo podanych w nim zdarzeń, gdy:

- 1)  $Z=5, C=5$
- 2)  $Z=1, C=5$
- 3)  $Z=10, C=20$
- 4)  $Z=3, C=7$

Sprawdź wyniki.

Zadanie 3: W urnie znajduje się 13 kul z których losujemy 3. Wśród nich 7 jest w kolorze czarnym, a pozostałe są białe. Narysuj drzewko tego doświadczenia. Oblicz prawdopodobieństwo, w przypadku losowania ze zwracaniem oraz bez zwracania, otrzymania:

- a) 2 kul białych i jednej czarnej
- b) Kul takiego samego koloru
- c) Kul różnych kolorów

Zadanie 4: W pudełku jest  $n$  kul, w tym 3 zielone a pozostałe czerwone. Losujemy dwie kule bez zwracania. Ile jest kul czerwonych, jeśli prawdopodobieństwo wylosowania dwóch zielonych wynosi  $\frac{1}{15}$ ?

## Elementy kombinatoryki opisowej i prawdopodobieństwo 12

### Temat: Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń z wykorzystaniem poznanych metod.

Zadanie 1: Dane są dwa pojemniki. W pierwszym z nich znajduje się 9 kul: 4 białe, 3 czarne i 2 zielone. W drugim pojemniku jest 6 kul: 2 białe, 3 czarne i 1 zielona. Z każdego pojemnika losujemy po jednej kuli. Oblicz posługując się poznanymi metodami obliczania prawdopodobieństw, prawdopodobieństwo otrzymania kul:

1. jednakowego koloru
2. różnych kolorów