



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry

Podsumowanie projektu „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”

Warszawa, 19-20.09.2015

Materiały pokonferencyjne

Redakcja: Katarzyna Pobiega

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Informacje ogólne o projekcie

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących

Katarzyna Pobiega

Czym jest Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących?

W 2015 roku SWPS Uniwersytet Humanistycznospołeczny zakończy realizację trwającego trzy lata projektu „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”, współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

Cel projektu

Głównym celem projektu jest zmiana podejścia do nauczania matematyki poprzez stworzenie, wdrożenie i upowszechnienie w liceach ogólnokształcących innowacyjnego programu nauczania w zakresie matematyki (poziom podstawowy) wraz z pakietem 434 materiałów dydaktycznych. Program nauczania wraz z opracowanymi materiałami dydaktycznymi opiera się na metodzie kształcenia wykorzystującej TIK i wiedzę o psychologicznych uwarunkowaniach uczenia się, co zapewnia korzyści dla uczniów, szkół oraz nauczycieli. Przykład nauczania matematyki może stać się dla szkół wzorem prowadzącym do dokonania zmian sposobu kształcenia na innych przedmiotach.

Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących, metoda i materiały stanowią dla nauczycieli narzędzie, które znacznie poprawia skuteczność i ułatwia im pracę z uczniami. Program przewidziany jest do realizacji w ciągu 300 godzin. Program przygotowany jest przez nauczycieli matematyki – praktyków, którzy równocześnie są certyfikowanymi Trenerami i Ekspertami GeoGebry. Program może być realizowany w oparciu o każdy dostępny na rynku podręcznik. Nauczyciel nie musi rezygnować z dotychczas

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

wybranego cyklu wydawniczego. Realizujący program powinien posiadać podstawowe umiejętności w zakresie obsługi komputera, ponieważ w programie nauczania wykorzystywane są elementy Technologii Informatyczno-Komunikacyjnych.

Innowacyjność programu polega na:

- Zastosowaniu oprogramowania GeoGebra,
- Aktywizacji uczniów poprzez eksperymentowanie, odkrywanie za pomocą apletów GeoGebry i pracę ze skryptami dla uczniów,
- Wykorzystaniu elementów oceniania kształtującego,
- Rozbudowanej obudowie dydaktycznej programu,
- Możliwości zastosowania GeoGebry na innych lekcjach niż wskazano w scenariuszach.

Projekt realizowany jest przez SWPS Uniwersytet Humanistycznospołeczny przy współpracy z Warszawskim Centrum GeoGebry. Koordynatorem merytorycznym projektu jest dr Katarzyna Winkowska-Nowak.

Program nauczania oraz wszystkie materiały udostępnione są na stronie <https://sites.google.com/site/programdlalo/home>

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Komponenty Innowacyjnego programu nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących



Innowacyjny program nauczania

Program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących przewidziany jest do realizacji w klasach, w których zaplanowano nauczanie matematyki w zakresie podstawowym podstawy programowej dla IV etapu edukacyjnego. Zawiera:

- o szczegółowe treści nauczania zgodne z treściami nauczania zawartymi w podstawie programowej dla IV etapu edukacyjnego,

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- szczegółowe cele kształcenia i wychowania,
- opis założonych osiągnięć ucznia,
- sposoby osiągania celów kształcenia i wychowania, z uwzględnieniem warunków, w jakich program będzie realizowany,
- propozycje metod sprawdzania osiągnięć ucznia oraz propozycje kryteriów oceny,
- ogólne i szczegółowe cele każdej lekcji, pozwalające wybrać najefektywniejsze metody i techniki pracy z uczniami, oraz wybrać właściwe materiały podstawowe i dodatkowe, potrzebne do nauczania matematyki.

Poradnik metodyczny

Poradnik metodyczny jest powiązany z innowacyjnym programem nauczaniem matematyki dla liceów ogólnokształcących. Ma na celu ułatwienie przygotowania i prowadzenia zajęć korzystającym z programu nauczycielom. Treść poradnika uwzględnia zalecane warunki i sposoby realizacji, zawarte w Rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej z 27.08.2012 w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dziennik Ustaw 2012, poz. 977, załącznik 4) z przedmiotu matematyka dla IV etapu edukacyjnego, zakres podstawowy. Poradnik zawiera następujące zagadnienia i tematy:

- Elementy Oceniania Kształtującego wykorzystane w programie,
- Aktywizujące metody nauczania matematyki,
- Wskazówki metodyczne do poszczególnych działów programu, z uwzględnieniem samodzielnego zastosowania GeoGebry przez nauczyciela na lekcjach oraz przez ucznia przy wykonywaniu prac domowych,
- Przykłady kartkówek, sprawdzianów z zastosowaniem Oceniania Kształtującego,
- Uwagi dotyczące dodatkowych możliwości wykorzystania apletów, o których nie wspomniano w skryptach dla uczniów,

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- Sposoby ewaluacji zajęć,

Nakładki na program nauczania dla uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi

Nakładki na program nauczania dla uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi są powiązane z innowacyjnym programem nauczaniem matematyki dla liceów ogólnokształcących. Są zgodne z podstawą programową wprowadzoną Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z 27.08.2012 w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dziennik Ustaw 2012, poz. 977, załącznik 4) z przedmiotu matematyka dla IV etapu edukacyjnego, zakres podstawowy. Uwzględniają wytyczne zawarte w Rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej z dnia 30.04.2013 r. w sprawie zasad udzielania i organizacji pomocy psychologiczno-pedagogicznej w publicznych przedszkolach, szkołach i placówkach (Dziennik Ustaw 2013 r., poz. 532).

Nakładka dla uczniów zdolnych

Zawiera ona:

- charakterystykę ucznia zdolnego,
- formy pracy z uczniem zdolnym,
- dodatkowe aktywności (projekty, WebQuesty),
- przykłady prac badawczych z wykorzystaniem GeoGebry,
- przykłady zadań o podwyższonym stopniu trudności, jednak niewykraczające poza podstawę programową zakresu podstawowego,

Nakładka dla uczniów mających trudności w uczeniu się matematyki

Zawiera ona:

- charakterystykę uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, ze szczególnym uwzględnieniem trudności w uczeniu się matematyki,

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- zalecenia ogólne dostosowywania metod pracy z uczniami z dysfunkcjami różnego rodzaju,
- wybór zadań mający na celu umożliwienie uczniowi osiągnięcie założonych szczegółowych celów nauczania, zgodnych z podstawą programową kształcenia ogólnego w zakresie podstawowym dla IV etapu edukacyjnego.

Scenariusze

Scenariusze każdej lekcji zawierające elementy oceniania kształtującego (cele lekcji, cele sformułowane w języku ucznia, powiązanie z wcześniejszą wiedzą, kryteria sukcesu - czyli zakładane osiągnięcia uczniów uzyskane po danej lekcji oraz pytanie kluczowe dla uczniów); Zawierają szczegółowe cele każdej lekcji, pozwalają zastosować najefektywniejsze metody i techniki pracy z uczniami, oraz wybrać właściwe materiały podstawowe i dodatkowe potrzebne do nauczania matematyki.

Aplety

Aplety wykonane w programie GeoGebra, do wykorzystania których można używać komputera nauczycielskiego, projektora multimedialnego, tablicy interaktywnej lub komputerów bądź tabletów uczniowskich. Stosując nasz program nauczania nie ma konieczności wykonywania samodzielnie pomocy do lekcji – przygotowaliśmy gotowy zestaw 100 apletów (interaktywnych kart pracy) gotowych do wykorzystania przez uczniów na lekcjach. Opisy ich zastosowania znajdują się w skryptach dla ucznia oraz wskazane są w scenariuszach lekcji. Aplety nastawione są głównie na odkrywanie związków, własności i zależności, samodzielne wyciąganie wniosków lub formułowanie odpowiedzi, a nie na pokazywanie gotowych rozwiązań. Dokumentowanie pracy z apletem następuje poprzez wykonanie zadań zawartych w skrypcie (forma notatki z lekcji, która ma znaczenie edukacyjne – „nie zapomniałem treści, bo mam notatkę” oraz psychologiczno-dyscyplinujące – lekcja z komputerem nie jest lekcją „ulgową”).

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Skrypty dla uczniów

Skrypty dla uczniów to materiały dydaktyczne w których zawarty jest opis samodzielnej pracy z apletami, a także ćwiczenia do poszczególnych tematów. Skrypty podzielone są na osobne części i obejmują poszczególne działy podstawy programowej. Jest to rodzaj kart pracy dla ucznia, bo są tam miejsca na zapisanie rozwiązań zadań lub wnioski z eksperymentowania. Zarówno aplety, jak i zadania w skrypcie nastawione są na samodzielne odkrywanie przez ucznia związków, własności i zależności.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Materiały wykładowe

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących zawierający elementy zastosowania TIK (Technologii Informacyjno-Komunikacyjnych, w tym darmowego oprogramowania GeoGebra do nauczania matematyki)

Edyta Pobiega

Charakterystyka programu

- Przeznaczony dla zakresu **podstawowego**
- Do realizacji w czasie 300 godzin lekcyjnych w cyklu nauczania
- Bez podziału na klasy
- Realizacja zgodnie z rozdziałami w podstawie programowej
- Może być realizowany w oparciu o każdy dostępny na rynku podręcznik, więc nauczyciel nie będzie musiał rezygnować z dotychczas wybranego cyklu wydawniczego
- Nauczyciel realizujący ten program będzie wykorzystywał TIK, powinien on zatem posiadać podstawowe umiejętności w zakresie obsługi komputera
- Program przygotowany jest przez nauczycieli matematyki - praktyków, którzy równocześnie są Międzynarodowymi Ekspertami i Trenerami GeoGebry.

Innowacyjność tego programu polega na:

- Zastosowaniu oprogramowania GeoGebra
- Aktywizacji uczniów poprzez eksperymentowanie, odkrywanie za pomocą apletów GeoGebry i pracę ze skryptami
- Wykorzystaniu elementów oceniania kształtującego

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- Rozbudowanej obudowie dydaktycznej programu
- Możliwości zastosowania GeoGebry na innych lekcjach niż wskazano w scenariuszach

Co zawiera program?

- zgodnie z obowiązującymi przepisami zawiera on:
 - szczegółowe cele kształcenia i wychowania,
 - szczegółowe treści nauczania zgodne z treściami nauczania zawartymi w podstawie programowej dla IV etapu edukacyjnego,
 - opis założonych osiągnięć ucznia,
 - sposoby osiągania celów kształcenia i wychowania, z uwzględnieniem warunków, w jakich program będzie realizowany,
 - propozycje metod sprawdzania osiągnięć ucznia oraz propozycje kryteriów oceny;

Szczegółowe cele kształcenia

Cele kształcenia

- Określone w programie dla każdego działu
- Szczegółowo zapisane w scenariuszach lekcji jako cele lekcji z odwołaniem do podstawy programowej
- Jako cele lekcji w języku ucznia

Cele wychowania

- kształtowanie postawy aktywnego i twórczego ucznia
- kształtowanie umiejętności rozpoznawania własnych potrzeb edukacyjnych

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- kształtowanie takich cech osobowości, jak: staranność, systematyczność, koleżeństwo, życzliwość, odpowiedzialność
- negowanie nieuczciwego postępowania, w szczególności „ściągnięcia” i podpowiadania
- kształcenie umiejętności:
 - argumentowania, wyciągania wniosków,
 - precyzyjnego formułowania myśli,
 - systematycznej pracy,
 - planowania pracy i starannego wykonania tego planu,
 - samokształcenia,
 - jasnego zapisu rozwiązania zadania (czytelny rysunek, spójny, uporządkowany zapis toku rozumowania)
 - dobrej organizacji pracy w grupie przy rozwiązywaniu problemów
- Nie przedstawiamy bardziej szczegółowego wykazu celów wychowania, bo muszą one wynikać z programu wychowawczego szkoły i zależy to od specyfiki danej placówki.
- Koncentrujemy się na specyficznych celach wychowawczych, które mogą być realizowane na lekcjach matematyki.

Treści zgodne z podstawą programową matematyki na poziomie podstawowym wraz z proponowanym rozkładem materiału

- Program zawiera wszystkie treści z podstawy programowej
- Nie rozszerza treści poza podstawę programową kształcenia w zakresie podstawowym (nie ma treści z zakresu rozszerzonego, ani wykraczających poza podstawę programową matematyki w IV etapie edukacyjnym)

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- Podzielony jest na dziesięć działów zgodnie z podstawą programową zakresu podstawowego
- Proponujemy realizację treści właśnie w takiej kolejności, z jednym wyjątkiem – nierówności kwadratowe z działu 3, zalecamy realizować po zapoznaniu z wykresem funkcji kwadratowej, czyli w dziale 4
- Program przeznaczony jest do realizacji w ciągu 300 godzin lekcyjnych, bez względu na to ile godzin w poszczególnych latach nauki przyjęto w ramowym planie nauczania w danym liceum.
- Nie proponujemy w związku z tym podziału na klasy, bo to zależy od konkretnej placówki, w której program będzie realizowany.
- Przy konkretnych tematach lekcji powołujemy się na numery z podstawy programowej (**PP**) (np. PP 1.8 oznacza: posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;)

Sposoby osiągnięcia celów

- Wykorzystanie GeoGebry
 - GeoGebra jest bezpłatnym oprogramowaniem do użytku edukacyjnego, które może być stosowane przy nauczaniu lub samodzielnym uczeniu się matematyki.
 - Łączy geometrię, algebrę i analizę matematyczną.
 - Obiekty, które oprogramowanie wykorzystuje (figury geometryczne, funkcje) mają w nim podwójną reprezentację – rysunki i wykresy oraz opisy za pomocą wzorów, współrzędnych.
 - GeoGebra ma intuicyjną obsługę i może być wykorzystywana zarówno przez nauczycieli (po zapoznaniu się z podstawowymi zasadami jego obsługi) jak i uczniów.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- Stosując nasz program nauczania nie ma konieczności wykonywania samodzielnie pomocy do lekcji – przygotowaliśmy gotowy zestaw **100 apletów** (interaktywnych kart pracy) gotowych do wykorzystania na lekcjach przez uczniów.
- Opisy ich zastosowania znajdują się w skryptach dla ucznia oraz wskazane są w scenariuszach lekcji.
- Istnieje możliwość wykorzystania GeoGebry na innych lekcjach niż przewidziane w scenariuszach oraz możliwość przygotowania własnych apletów przez nauczycieli znających podstawy obsługi GeoGebry.
- Możliwość wykorzystania GeoGebry przez uczniów do wizualizacji zadań lub wykonania prac badawczych.
- Aktywizacja uczniów poprzez eksperymentowanie, odkrywanie za pomocą apletów GeoGebry i pracę ze skryptami
- Aplety nastawione głównie na odkrywanie związków, własności i zależności, samodzielne wyciąganie wniosków lub formułowanie odpowiedzi a nie na pokazywanie gotowych rozwiązań
- Dokumentowanie pracy z apletem poprzez wykonanie zadań zawartych w skrypcie (forma notatki z lekcji, która ma znaczenie edukacyjne (nie zapomniałem treści, bo mam notatkę) oraz psychologiczno-dyscyplinujące (lekcja z komputerem nie jest lekcją „ulgową”)

Zastosowanie elementów OK

- Cele lekcji w języku ucznia
- Kryteria sukcesu
- Pytania kluczowe
- Samoocena, ocena koleżeńska

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- Niezgłaszanie się do odpowiedzi („patyczki” – losowanie aplet wykonany w GeoGebraze)
- Informacja zwrotna dla ucznia
- Informacja zwrotna dla nauczyciela w postaci ewaluacji lekcji („tarcza” wykonana jako aplet GeoGebry)
- Metoda „małych kroków” – cele do osiągnięcia po każdej lekcji
- W scenariuszu każdej lekcji określono jej cele w języku nauczyciela z odwołaniem do konkretnych punktów podstawy programowej oraz cele w języku ucznia
- Przewaga aktywizujących metod nauczania nad podającymi

Uwzględnienie warunków w jakich program będzie realizowany

- Aby można było realizować w szkole niniejszy program, powinno być zapewnione odpowiednie wyposażenie sprzętowe sali lekcyjnej.
- Powinna być ona wyposażona co najmniej w komputer z dostępem do Internetu oraz projektor multimedialny.
- Jeszcze większe możliwości wykorzystania programu zapewni tablica multimedialna.
- W scenariuszach lekcji wskazujemy projektor multimedialny/tablicę multimedialną wymiennie jako środki dydaktyczne.
- O ile warunki lokalowe na to pozwalają można wykorzystać do pracy na lekcjach matematyki pracownię komputerową do pracy w małych 2-3 osobowych grupach uczniów lub z dostępem każdego ucznia do komputera (oczywiście w zależności od ilości uczniów w klasie i ilości stanowisk komputerowych w pracowni).
- Rozwiązaniem przyszłościowym jest wykorzystanie osobistego komputera lub tabletu uczniowskiego.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Uwzględnienie możliwości indywidualizacji pracy w zależności od potrzeb i możliwości uczniów

- Pracy z uczniem zdolnym poświęcona jest nakładka na program dla uczniów zdolnych.
- Pracy z uczniem mającym trudności służy nakładka na program dla uczniów mających trudności.

Opis założonych osiągnięć ucznia

- Osiągnięcia ucznia zapisane są w programie dla każdego działu
- Bardziej szczegółowo są one podane w scenariuszu każdej lekcji jako kryteria sukcesu, czyli co będzie uczeń umiał po lekcji, czyli NaCoBeZu

Propozycje metod sprawdzania osiągnięć ucznia

- Opisano ocenianie kształtujące oraz ocenianie sumujące
- Podano różnicę między nimi i wskazano w jakich sytuacjach który z wymienionych sposobów oceniania proponujemy wykorzystywać
- Propozycje kryteriów oceny
- Kryteria ogólne na poszczególne oceny
- Muszą być z godne z wewnętrznymi przepisami obowiązującymi w danej szkole, więc ich nie formułujemy w sposób szczegółowy

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry

Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zespół przygotowujący materiały w ramach projektu



dr Katarzyna Winkowska-Nowak - pracownik naukowy SWPS Uniwersytet Humanistycznospołeczny oraz Florida Atlantic University (Director of Teacher Professional Development, Department of Mathematical Sciences).

Prezes Warszawskiego Centrum GeoGebry. Organizatorka Ogólnopolskich i Międzynarodowych Konferencji GeoGebry, Konferencji EWCOME, Szkoła w dobie Internetu.

Koordynator merytoryczny projektu „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”



Janina Konieczna - dyplomowany nauczyciel matematyki w Zespole Szkół im. KEN w Tymbarku, egzaminator maturalny z matematyki.

Autorka wybranych apletów, scenariuszy i skryptów dla uczniów.



Joanna Leszek - od ponad dwudziestu lat uczy matematyki w Zespole Szkół Technicznych w Puławach. Jest nauczycielem dyplomowanym.

Współautorka Poradnika metodycznego, autorka wybranych apletów, scenariuszy i skryptów dla uczniów.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry

Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



Agata Matuszczak - jest nauczycielką dyplomowaną, egzaminatorem matematyki egzaminu gimnazjalnego i matury. Nauczycielka matematyki w Zespole Szkół nr 9 im. Bydgoskich Olimpijczyków w Bydgoszczy.

Autorka nakładki dla uczniów mających trudności w uczeniu się matematyki, autorka wybranych apletów, scenariuszy i skryptów dla uczniów.



Jerzy Mil - nauczyciel matematyki i informatyki w Gimnazjum Nr 1 im. biskupa Ignacego Krasickiego w Radymnie.

Autor wybranych apletów, scenariuszy i skryptów dla uczniów.



Edyta Pobiega – dyplomowana nauczycielka matematyki w Liceum Ogólnokształcącym Nr II im. Joachima Chreptowicza w Ostrowcu Świętokrzyskim.

Współautorka Programu nauczania oraz Nakładki dla uczniów zdolnych, autorka wybranych apletów, scenariuszy i skryptów dla uczniów.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



Daria Szalińska - nauczycielka matematyki i technologii informacyjnej w IV Liceum Ogólnokształcącym im. Fryderyka Chopina w Ostrowie Wielkopolskim, egzaminator maturalny.

Współautorka Poradnika metodycznego, autorka wybranych apletów, scenariuszy i skryptów dla uczniów.



Małgorzata Zbińkowska - dyplomowana nauczycielka matematyki w Liceum Ogólnokształcącym im. Tomasza Zana w Pruszkowie.

Współautorka Programu nauczania oraz Nakładki dla uczniów zdolnych, autorka wybranych apletów, scenariuszy i skryptów dla uczniów.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Obudowa dydaktyczna Innowacyjnego programu nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących zawierający elementy zastosowania TIK (Technologii Informacyjno-Komunikacyjnych, w tym darmowego oprogramowania GeoGebra do nauczania matematyki)- scenariusze lekcji, skrypty dla ucznia, aplety, nakładka na program dla uczniów zdolnych, nakładka na program dla uczniów mających trudności w uczeniu się matematyki

Małgorzata Zbińkowska

Program nauczania :

Został on szczegółowo omówiony na poprzednim wykładzie.

Poradnik metodyczny:

Autorkami poradnika są Joanna Leszek i Daria Szalińska. Poradnik metodyczny jest ściśle powiązany z innowacyjnym programem nauczaniem matematyki i całą jego obudową.

Ma na celu ułatwienie przygotowania i prowadzenia zajęć korzystającym z programu nauczycielom.

Zgodny z podstawą programową wprowadzoną *Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27.08.2012 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dziennik Ustaw 212, poz. 977, załącznik 4)*, z przedmiotu matematyka dla IV etapu edukacyjnego.

Poradnik zawiera następujące zagadnienia i tematy:

- Elementy Oceniania Kształtującego wykorzystane w programie.
- Opis aktywizujących metod nauczania matematyki.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- Wskazówki metodyczne do poszczególnych działów programu, odniesienia do przygotowanych apletów, scenariuszy oraz skryptów, jak z nich korzystać przez nauczyciela na lekcjach oraz przez ucznia przy wykonywaniu prac domowych
- Przykłady kartkówek, sprawdzianów, prac kontrolnych z zastosowaniem OK
- Przykłady prac badawczych.
- Uwagi dotyczące dodatkowych możliwości wykorzystania apletów, o których nie wspomniano w skryptach dla uczniów.
- Sposoby ewaluacji zajęć.

Interaktywne pomoce dydaktyczne - aplety

Aplety czyli interaktywne karty pracy. Program zawiera 100 gotowych zestawów. Mają one na celu, uczynić ucznia odkrywcą zależności między obiektami matematycznymi, wyjaśnić pojęcia oraz pomóc utrwalić i sprawdzić umiejętności z danego zakresu. Aplety są wykonane w programie GeoGebra, do wykorzystania których można używać komputera nauczycielskiego, projektora multimedialnego, tablicy interaktywnej lub komputerów bądź tabletów uczniowskich.

Jak korzystać z apletów?

- Wykaz apletów i ich przyporządkowanie do poszczególnych tematów lekcji znajduje się w załączniku do Programu Nauczania

	temat	aplet
Start		
O projekcie		
Program nauczania		
Liczby rzeczywiste	1 Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty - postać kierunkowa i ogólna	analityczna01
Wyrażenia algebraiczne	2 Postać kierunkowa i ogólna prostej- ćwiczenia w szkicowaniu prostych	
Równania	3 Równoległości i prostopadłość prostych na podstawie równań kierunkowych	analityczna02
Funkcje	4 Równoległości i prostopadłość prostych na podstawie równań kierunkowych-ćwiczenia	
Funkcja liniowa	5 Wyznaczanie równania prostej równoległej lub prostopadłej do danej, przechodzącej przez podany punkt	skrypt 23 analityczna03
Funkcja kwadratowa	6 Wyznaczanie równania prostej równoległej lub prostopadłej do danej, przechodzącej przez podany punkt - ćwiczenia	
Funkcje inne	7 Obliczanie punktu przecięcia dwóch prostych	
Ciągi	8 Współrzędne środka odcinka	analityczna04
Trygonometria		
Planimetria		
Geometria analityczna		

- Interaktywne karty pracy zamieszczone są na stronie programu:
VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

<https://sites.google.com/site/programdlalo/home>

- Są dwie metody korzystania z tych materiałów: w pracowni z dostępem do Internetu otwierać je bezpośrednio przez stronę programu, albo korzystać bez dostępu do internetu z pobranych (przed lekcją)
- Na komputerze powinna być zainstalowana GeoGebra (aktualna wersja to 5.0), można ją darmowo pobrać z oficjalnej strony programu <http://www.geogebra.org/download>.

Dostępne są wersje na wszystkie systemy operacyjne.

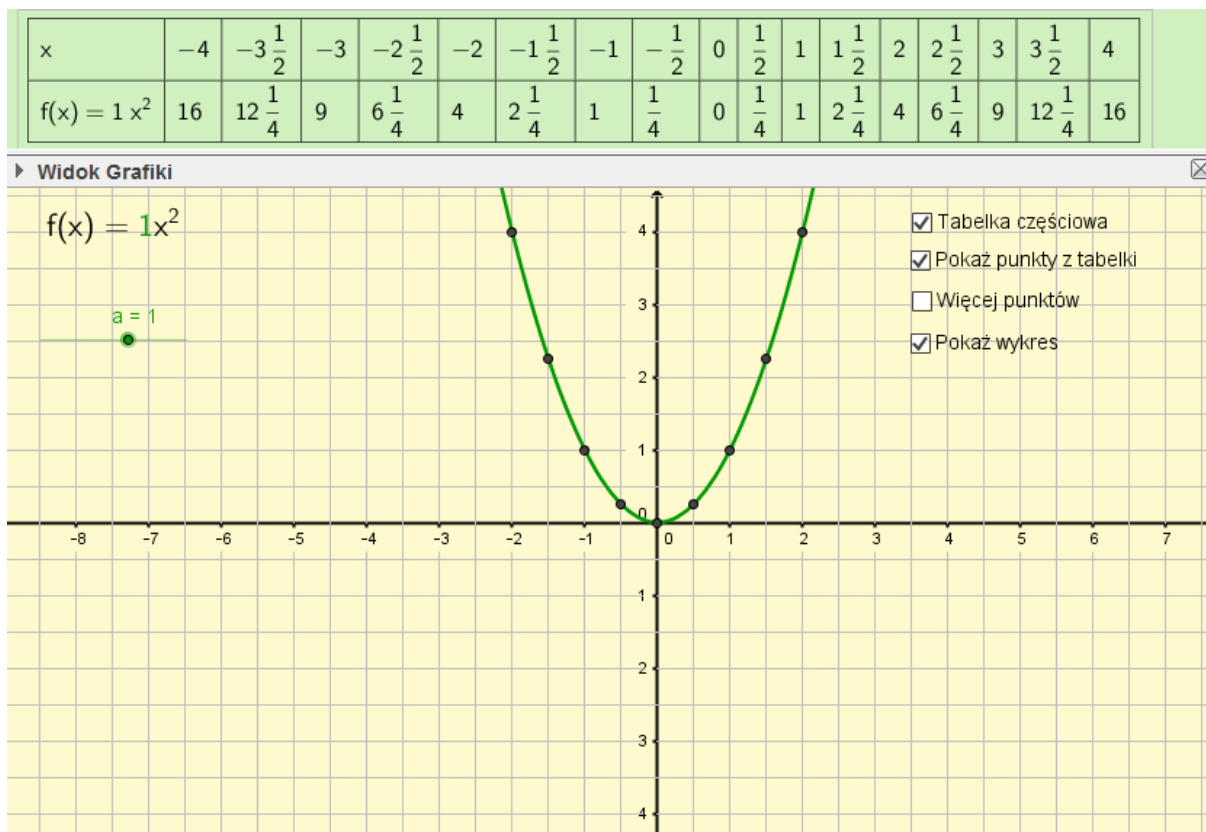
- Opis dla nauczyciela, jak wykorzystać aplet na lekcji znajduje w scenariuszu odpowiadającej mu lekcji.
- Wskazówki do pracy z apletem dla ucznia są tak przygotowane w skrypcie, aby umożliwić uczniowi samodzielną pracę z daną interaktywną kartą pracy.
- Uwagi odnośnie wykorzystania apletów od strony metodycznej zawiera Poradnik metodyczny.
- Wszystkie aplety są interaktywne i dynamicznie można zmieniać w nich parametry obiektów(położenie punktów, prostych, wielokątów, miary kątów, odległości itp.) Jedna konstrukcja zastępuje całą rodzinę pojedynczych rysunków.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Fragmenty wybranych apletów wykonanych w ramach projektu:



Dział: Funkcja kwadratowa

Temat: Funkcja $f(x)=x^2$.

Opis zastosowania apletu: Umożliwia on sporządzenie tabelki częściowej funkcji $f(x)=ax^2$ dla dowolnego a , którego wartość można ustalić za pomocą suwaka. Umożliwia zaznaczenie punktów o współrzędnych z tabelki w układzie współrzędnych. Pozwala również zaznaczyć inne punkty należące do wykresu, spoza tabelki częściowej. Służy przede wszystkim do skonstruowania wykresu jednomianu stopnia drugiego i pozwala uczniom zapoznać się z wykresem nowej funkcji, czyli parabolą. Na jednej lekcji można wykonać bardzo dużo wykresów funkcji tego typu przy zmieniającym się a oraz zauważyć, że przy dowolnym $a \neq 0$, wykresem jest parabola.

Podobne aplety są przygotowane do sporządzania wykresów funkcji $f(x)=a/x$ oraz $f(x)=a^x$

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zbiór wartości funkcji

dziedzina funkcji

Odp.

zbiór wartości funkcji

Odp. $ZW = \langle -2; 0 \rangle \cup (0; 1] \cup \langle 2; 3 \rangle$

Pokaż

wykres os Y

1 Przykład 2 3

Dziedzina funkcji, to zbiór, na którym funkcja jest określona.

Zbiór wartości funkcji, to zbiór elementów przeciwdziedziny, które są przyporządkowane elementom dziedziny.

Punkt na wykresie, to punkt, którego pierwszą współrzędną jest element dziedziny, a drugą przyporządkowana mu wartość.

Dział: Funkcje

Temat: Dziedzina funkcji – odczytywanie z wykresu.

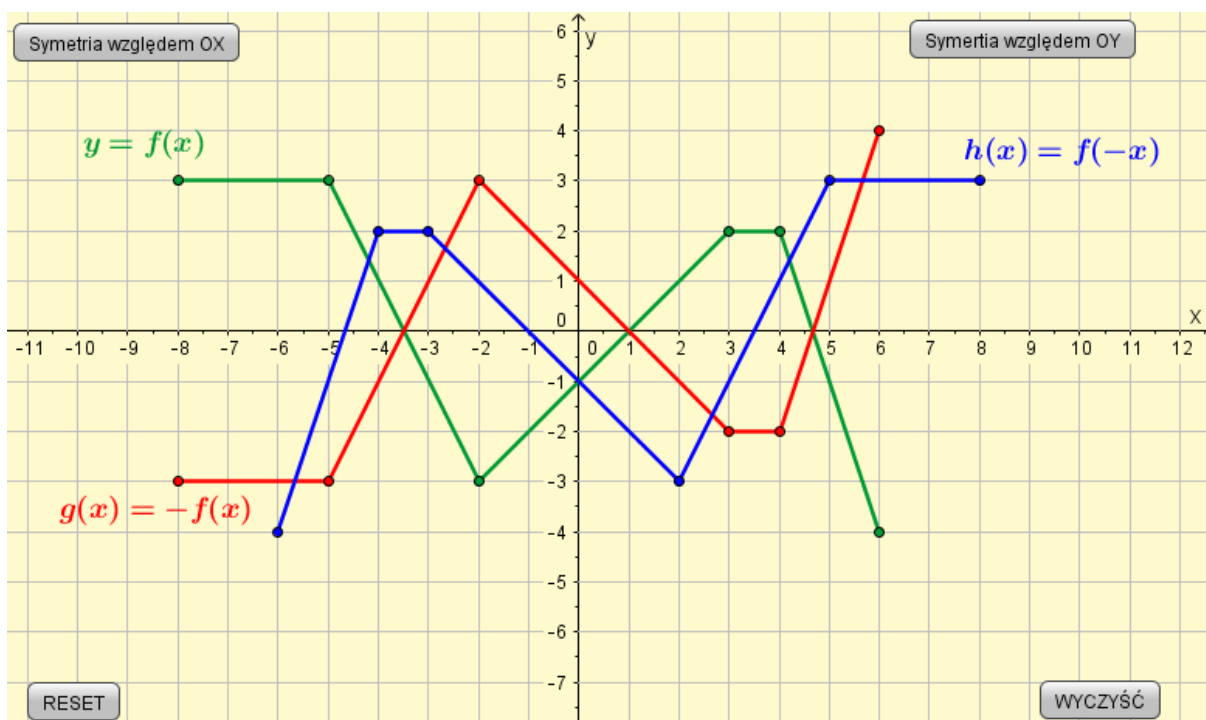
Temat: Zbiór wartości – odczytywanie z wykresu.

Opis zastosowania apletu: Aplet służy do prezentacji – jak odczytywać dziedzinę funkcji z wykresu oraz jak odczytywać wartości funkcji z wykresu. Zarówno do jednego, jak i drugiego zagadnienia przygotowanych jest kilka przykładów. Prezentacje odbywają się w sposób dynamiczny. Na oczach uczniów przesuwane są punkty lub proste, a na osiach zaznaczane są ślady rysujące dziedzinę czy też zbiór wartości odpowiednio.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



Dział: Funkcje

Temat: Symetrie wykresów funkcji względem osi OX i OY .

Temat: Symetrie wykresów funkcji względem osi układu współrzędnych.

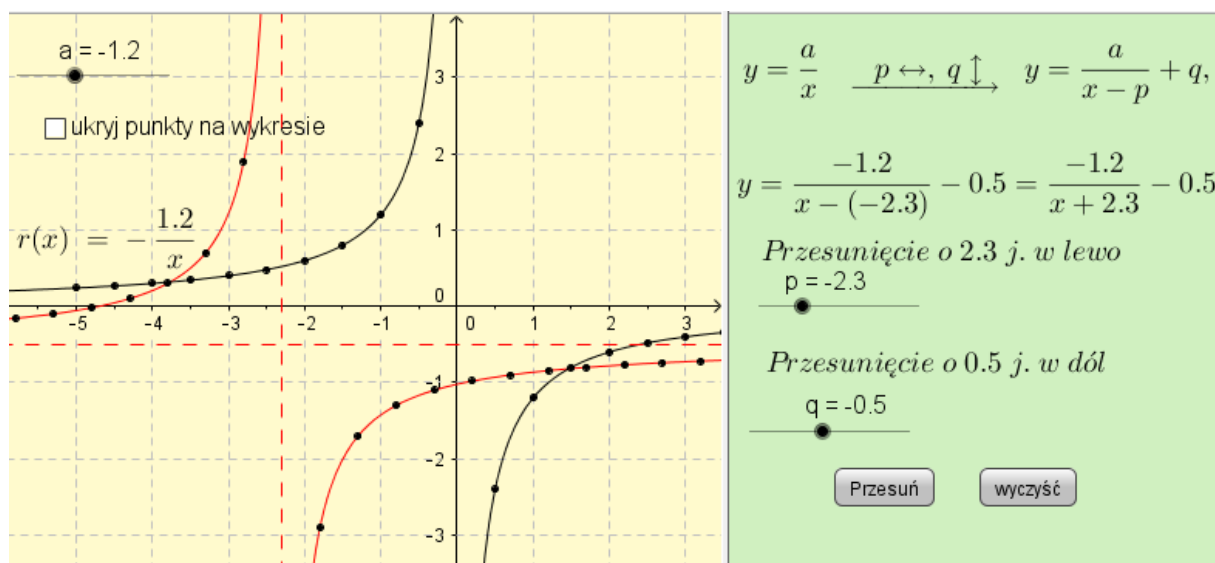
Opis zastosowania apletu: Aplet ilustrujący symetrie wykresów funkcji względem osi OX oraz względem osi OY – przy jego pomocy uczeń uczy się szkicować symetryczne wykresy funkcji. Przyciski *Symetria względem OX* oraz *Symetria względem OY* uruchamiają animację pokazującą symetrię wykresu funkcji $y=f(x)$ względem odpowiednich osi. Zielone punkty na wykresie funkcji $y=f(x)$ można przesuwać i tworzyć nowe wykresy. W skrypcie znajduje się wiele zadań, które należy rozwiązać w oparciu o aplet. Są też takie, których rozwiązanie można sprawdzić apletem po ich wykonaniu.

Podobny aplet przygotowany został do zilustrowania przesunięcia wykresu funkcji wzdłuż osi OX oraz osi OY .

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



Dział: Funkcje inne

Temat: Przesuwanie hiperboli.

Opis zastosowania apletu: Aplet służy do animowanego przesuwania hiperboli. Wybieramy (za pomocą suwaka) współczynnik a oraz określamy sposób przesunięcia (prawo/lewo i góra/dół). Po naciśnięciu przycisku „przesuń” na hiperboli pojawiają się punkty, które przesuwają się w zadany sposób. Następnie rysowany jest wykres i asymptoty nowej hiperboli. Można ukryć punkty tak, aby nie przeszkadzały w dostrzeganiu własności hiperboli po przesunięciu.



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Obliczanie długości boku bądź miary kąta

W trójkącie ABC dane są: $a = 4.3 \text{ cm}$, $\alpha = 29^\circ$
(jak na rysunku). Oblicz długość boku b .

Następny przykład

α [°]	$\sin \alpha$ $\cos \beta$	$\text{tg } \alpha$	β [°]
26	0.4384	0.4877	64
27	0.4540	0.5095	63
28	0.4695	0.5317	62
29	0.4848	0.5543	61
30	0.5000	0.5774	60
31	0.5150	0.6009	59
32	0.5299	0.6249	58
33	0.5446	0.6494	57
34	0.5592	0.6745	56
35	0.5736	0.7002	55
36	0.5878	0.7265	54
37	0.6018	0.7536	53
38	0.6157	0.7813	52

Rozwiązanie

$$\text{tg } \alpha = \frac{a}{b} \qquad b \approx \frac{4.3 \text{ cm}}{0.5543}$$

$$b = \frac{a}{\text{tg } 29^\circ} \qquad b \approx 7.8 \text{ cm}$$

Odczytaj
tablicę

Dział: Trygonometria

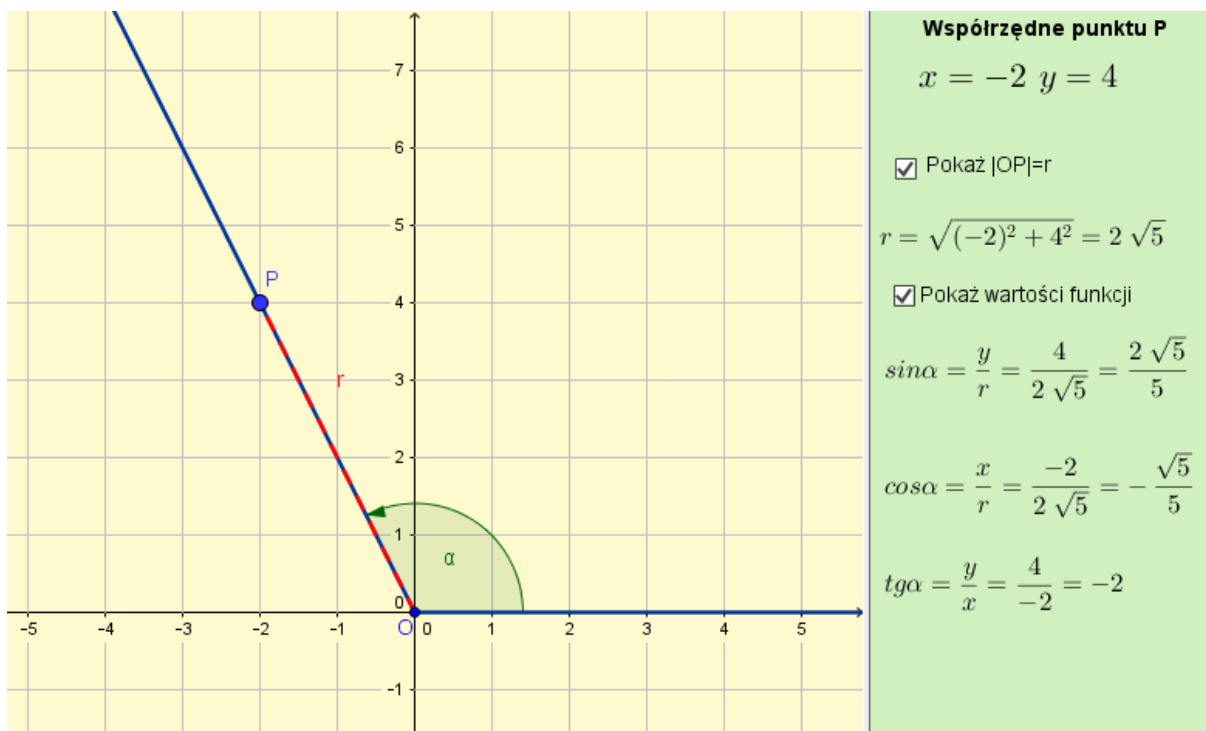
Temat: Definicje i wartości funkcji sinus, cosinus, tangens kątów ostrych w trójkącie prostokątnym – wykorzystanie w zadaniach.

Opis zastosowania apletu: Aplet służy do generowania zadań, w których należy obliczyć długość boku bądź miarę kąta w trójkącie prostokątnym. Do dyspozycji jest tablica wartości funkcji trygonometrycznych z możliwością wyróżnienia odpowiednich wartości oraz rozwiązania zadań.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



Dział: Trygonometria

Temat: Definicje i wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów od 0° do 180°

Opis zastosowania apletu: Aplet ilustrujący definicje i wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów od 0° do 180° . Punkt P można przesuwac tak, aby uzyskac wybrane współrzędne całkowite. Zaznaczając pola wyboru można zobaczyc sposób obliczania długości r i wartości funkcji trygonometrycznych kąta. W skrypcie znajdują się zadania, które należy rozwiązać w oparciu o aplet. Można go też zastosować do sprawdzenia poprawności rozwiązań uczniowskich. Aplet może również służyć jako „matematyczne laboratorium” np. przy badaniu znaków wartości funkcji trygonometrycznych lub wyboru punktu na końcowym ramieniu kąta.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Widok Grafiki

Widok Grafiki 2

Zadanie:
Które wyrazy ciągu a_n
są mniejsze od k
 większe od k

$k = 0$

wpisz wzór ciągu

$a_n = 10 + n^2 - 11n$

odpowiedź

Rozwiąż nierówność
 $10 + n^2 - 11n < 0$
i ze zbioru rozwiązań wybierz
liczby naturalne (oprócz zera).

Widok Arkusza

$f(x)$	P	K				
	A	B				
1	n	$a(n)$				
2	1	0				
3	2	-8				
4	3	-14				
5	4	-18				
6	5	-20				
7	6	-20				
8	7	-18				
9	8	-14				
10	9	-8				
11	10	0				
12	11	10				
13	12	22				
14	13	36				
15	14	52				

Dział: Ciągi

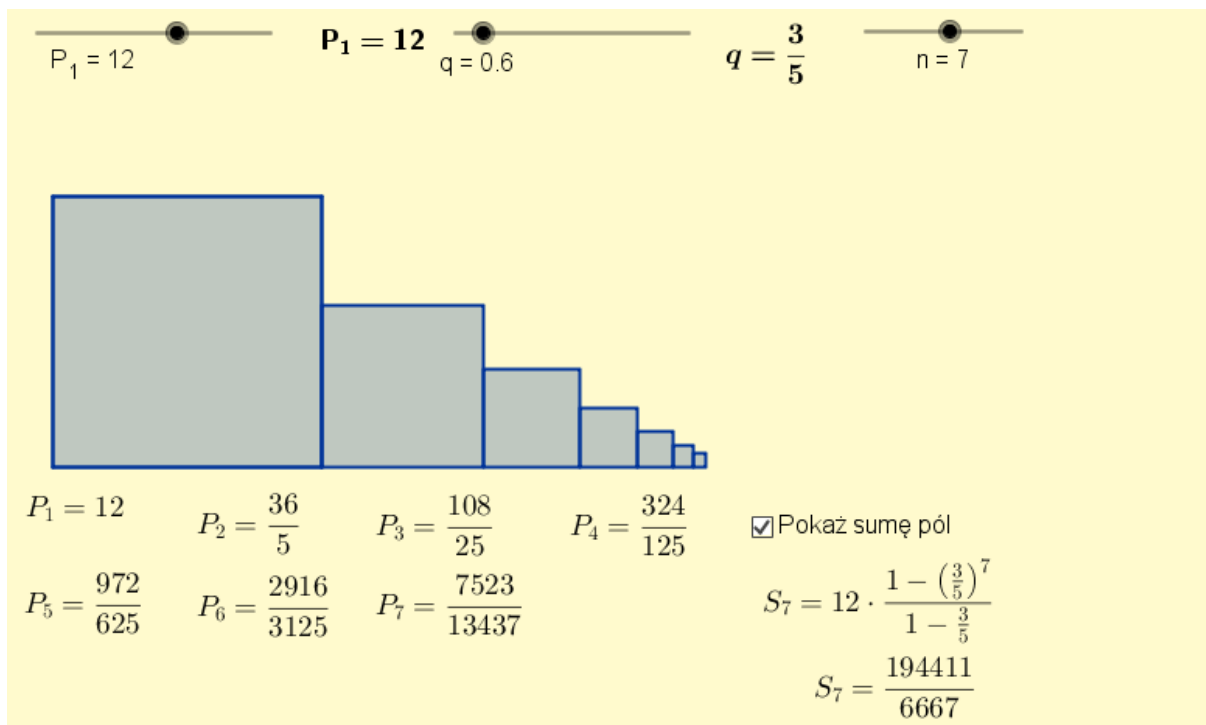
Temat: Ciągi liczbowe. Sposoby opisywania ciągów.

Opis zastosowania apletu: Aplet, za pomocą którego uzyskujemy wykres dowolnego ciągu (wzór ciągu wpisujemy w polu tekstowym). Pozwala również na zobrazowanie zagadnienia, które wyrazy ciągu są mniejsze (większe) od zadanej liczby. Można wybrać jeden z warunków lub obydwa jednocześnie. Wyrazy, spełniające kryterium są w odpowiednim kolorze (czerwone lub zielone) zarówno w widoku grafiki jak i w widoku arkusza.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



Dział: Ciągi

Temat: Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.

Opis zastosowania apletu: Aplet ilustrujący sumę pól n kwadratów tworzących ciąg geometryczny. Suwakami można ustawiać wartości wyrazu pierwszego ciągu, czyli pola pierwszego kwadratu oraz ilorazu ciągu q . Można również ustawić suwakiem liczbę n – czyli liczbę kwadratów. W skrypcie dla ucznia zamieszczone są dwa zadania, które należy zilustrować tym apletem. Pozwala on jednak na różne modyfikacje, a w rezultacie dokonywanie obserwacji i wyciąganie wniosków dotyczących ciągu geometrycznego.



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Kwadrat sumy Różnica kwadratów

pokaż wzór

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(7 + 3)^2 = 7^2 + 2 \cdot 7 \cdot 3 + 3^2$$
$$(7 + 3)^2 = 100$$

pokaż pola

$a = 7$ $b = 3$

$ab = 7 \cdot 3$ $b^2 = 3^2$ $b = 3$

$a^2 = 7^2$ $ab = 7 \cdot 3$

$a = 7$ P

Dział: Wyrażenia algebraiczne

Temat: Wzory skróconego mnożenia-Kwadrat sumy.

Opis zastosowania apletu: Wizualizacja wzorów skróconego mnożenia. Po zaznaczeniu pola wyboru Kwadrat sumy pokazuje się ilustracja graficzna wzoru skróconego mnożenia kwadrat sumy. Zmieniając położenie punktu P zmieniamy długości boków kwadratów i prostokątów. Po zaznaczeniu pola wyboru pokaż pola widoczne są oznaczone symbolicznie i dynamicznie dla danej długości boków pola powstałych czworokątów. Po zaznaczeniu pola wyboru pokaż wzór uczeń weryfikuje swoje obserwacje ze wzorem na kwadrat sumy.

Podobny aplet przygotowany został do zilustrowania wzoru różnica kwadratów.

Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

□ Kwadrat sumy

☑ Różnica kwadratów

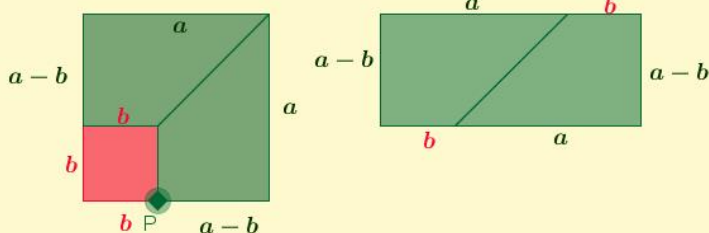
Suma pól zielonych wielokątów P_z to różnica pola kwadratu o boku a i kwadratu o boku b

$$P_z = a^2 - b^2$$

To także pole prostokąta o bokach $(a - b)$ oraz $(a + b)$ czyli

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

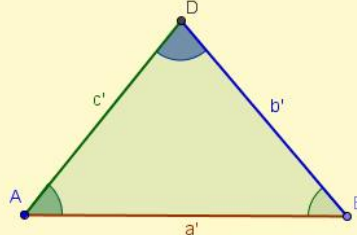
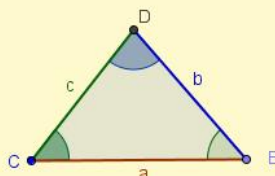
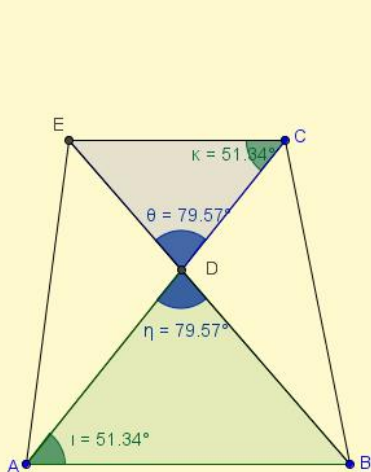
$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) = (5 - 2)(5 + 2) = 5^2 - 2^2 = 21$$



zadania

teoria

nowy przykład



$\triangle DAB \sim \triangle DCE$ cecha KK

$\theta = \eta = 79.57^\circ$ kąty wierzchołkowe

$\iota = \kappa = 51.34^\circ$ kąty naprzemianległe

$$\text{skala podobieństwa: } k = \frac{a'}{a} = \frac{5}{3.33} = \frac{3}{2}$$

$$k = \frac{b'}{b} = \frac{3.97}{2.65} = \frac{3}{2}$$

$$k = \frac{c'}{c} = \frac{2.56}{3.84} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{\text{Obwód}_{DAB}}{\text{Obwód}_{DCE}} = \frac{12.81}{8.54} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{P_{DAB}}{P_{DCE}} = \frac{7.5}{3.33} = \frac{9}{4}$$

Dział: Planimetria.

Temat: Cechy podobieństwa trójkątów -zastosowanie wiadomości –planimetria.

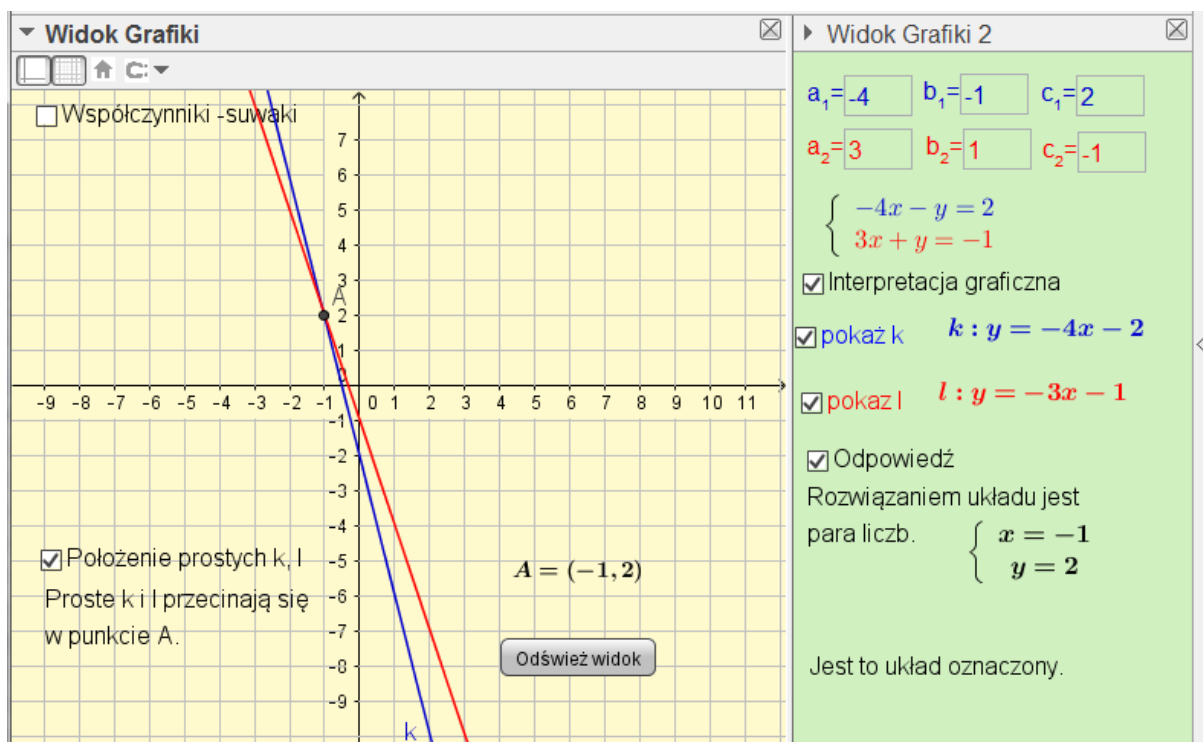
Opis zastosowania apletu: Aplet służy do generowania zadań, w których uczeń ma rozpoznać trójkąty podobne, dla których podane są dynamicznie stosunki ich długości boków, pól i obwodów. Ta część lekcji ma za zadanie utrwalić teorię dotyczącą podobieństwa trójkątów. Potem przechodzimy

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

do części praktycznej. Generowane są trzy typy zadań, które wybieramy z listy rozwijalnej, ilustrowane graficznie. Do każdego zadania możemy pokazać pełne rozwiązanie.



Dział: Funkcja liniowa.

Temat: Geometryczna interpretacja układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi.

Opis zastosowania apletu: Aplet służy do interpretacji geometrycznej układu dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi. Umożliwia zilustrowanie, różnych układów równań poprzez odpowiedni dobór współczynników. Współczynniki można wpisywać w odpowiednie pola tekstowe w oknie Widok Grafiki 2 lub zmieniać za pomocą suwaków w oknie Widok Grafiki. Przy pomocy apletu można przeanalizować różnorodne przykłady i przeprowadzać dyskusję kiedy układ jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny oraz można wykorzystać na przykład do zadań typu:

- Podaj przykłady układów równań, których rozwiązaniem jest para liczb $(-1, 2)$.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry

Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- Jakie warunki muszą spełniać współczynniki układu, którego rozwiązaniem jest para liczb (1,0).
- Podaj przykład układu równań, który jest sprzeczny, oznaczony.

Propozycja wykorzystania apletu do analizy innych zadań znajdują się w skrypcie.

Z pojemnika, w którym znajdują się kule zielone – 5 i czerwone – 1 wylosowano kolejno bez zwracania dwie kule. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania kul

a) różnych kolorów,
b) takiego samego koloru.

Wynik podaj w postaci ułamka zwykłego.

Podaj ilość kul Zielonych 5

Podaj ilość kul Czerwonych 1

Odpowiedź a) Sprawdź

Odpowiedź b) Sprawdź

Dział: Statystyka i prawdopodobieństwo

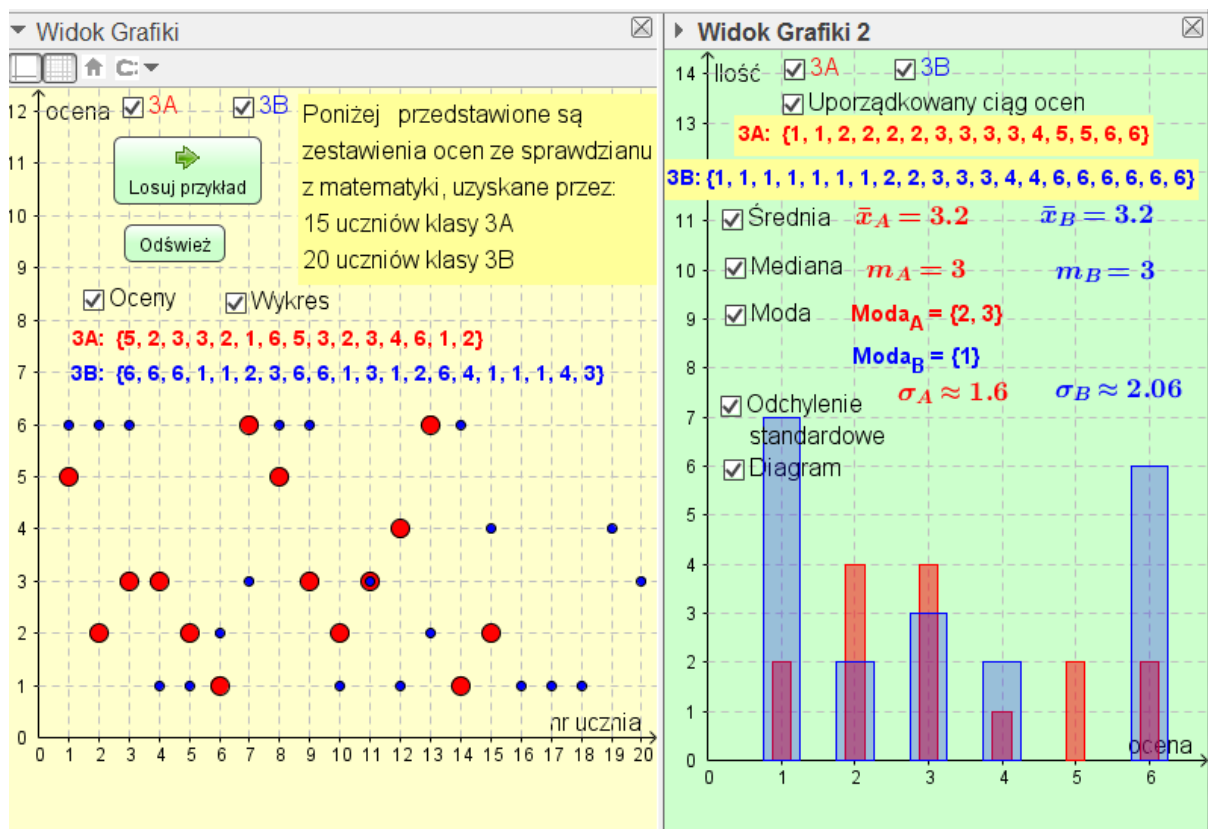
Temat: Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń.

Opis zastosowania apletu: Służy do prezentacji obliczania prawdopodobieństw zdarzeń metodą drzewka na przykładzie losowania kul w dwóch kolorach bez zwracania. Pozwala na pokazanie, że można podobny model wykorzystać w dowolnym dwukrotnym losowaniu bez zwracania elementów ze zbioru składającego się z dwóch rodzajów elementów.

Analogiczny aplet przygotowano dla losowania ze zwracaniem.



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



Dział: Statystyka i prawdopodobieństwo

Temat: Odchylenie standardowe .

Opis zastosowania apletu: Aplet , w którym za pomocą przycisku Losuj przykład generowane są zadania ze zmienionymi danymi. Ponadto można otrzymać dane przedstawione w postaci diagramów i odpowiedzi dotyczące określonej wielkości statystycznej. Wyniki można dla każdej klasy przedstawiać osobno lub zestawić je razem i dokonać analizy porównawczej.

Wygenerowane zadanie można odsłonić w postaci wykresu lub nieuporządkowanego ciągu. Na podstawie tak przedstawionych danych uczniowie obliczają odchylenie standardowe oraz mogą wyznaczać pozostałe wielkości statystyczne oraz dokonać weryfikacji wyników i podać ich interpretację.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Wymiary ostrosłupa

$a = 5$
 $b = 3$
 $h = 4$

Sterowanie przestrzeni

zoom = 2
 $s\alpha = 0$
 $\alpha = 12^\circ$
 $s\beta = 0$
 $\beta = 219^\circ$

Siatka

Wysokość ostrosłupa

Kąt między wysokością i krawędzią boczną:

AW BW CW DW

Kąt między płaszczyzną podstawy a płaszczyzną ściany bocznej:

ABW BCW CDW DAW

Kąt między płaszczyzną podstawy i krawędzią boczną:


AW BW CW DW

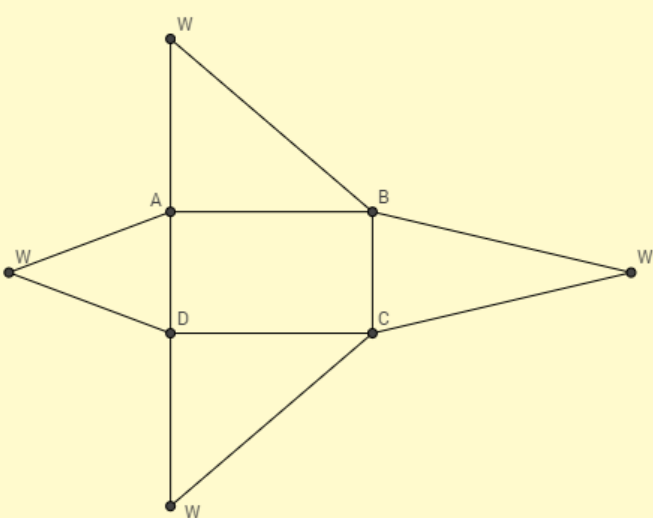
VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry

Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Wymiary ostrosłupa

$a = 5$
 $b = 3$
 $h = 4$





Wysokość ostrosłupa

Kąt między krawędziami bocznymi:
 $AWiBW$
 $BWiCW$
 $CWiDW$
 $DWiAW$

Kąt między krawędzią boczną i krawędzią podstawy:
 $AWiAB$
 $BWiAB$
 $BWiBC$
 $CWiBC$
 $CWiCD$
 $DWiCD$
 $DWiDA$
 $AWiDA$

Dział: Stereometria.

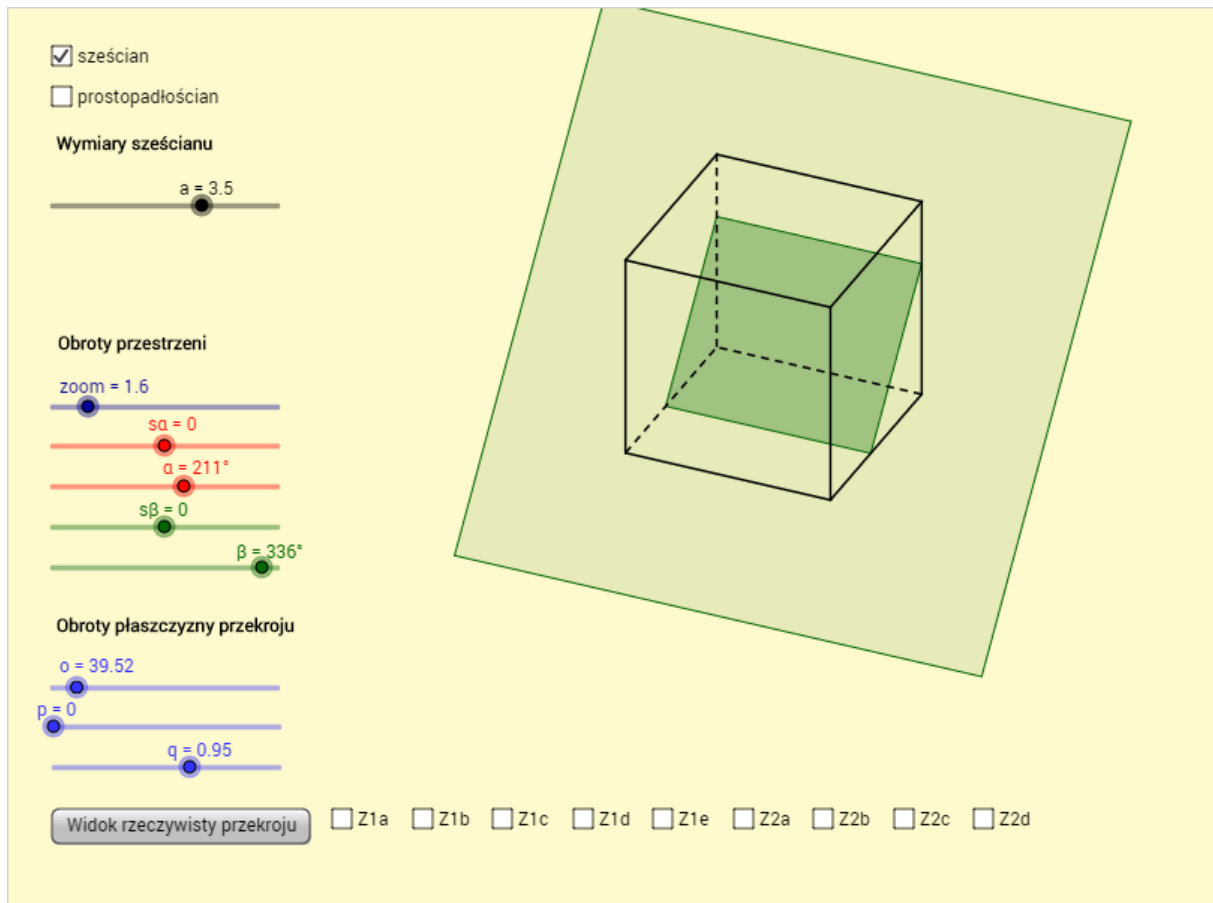
Temat: Kąty między odcinkami w ostrosłupach.

Opis zastosowania apletu: Aplet przedstawia ostrosłup o podstawie prostokąta, w którym spodek wysokości leży na środku boku podstawy. Za pomocą suwaków a , b i h możemy zmieniać długości krawędzi podstawy i wysokość ostrosłupa. W aplecie dostępne są dwa widoki: Rysunek i Siatka. W widoku Rysunek bryłę można obracać za pomocą suwaków α i β . Aplet pozwala przedstawić kąty między odcinkami, kąty między odcinkami i płaszczyznami oraz kąty między ścianami w ostrosłupie.

Podobne aplety są przygotowane dla graniastosłupów prawidłowych i prostych, ostrosłupów prawidłowych i nieprawidłowych.



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



Dział: Stereometria.

Temat: Przekroje sześcianu.

Opis zastosowania apletu: Aplet pozwala na prezentację przekrojów sześcianu i prostopadłościanu. Rysunek bryły wraz z przekrojem można obracać za pomocą suwaków α i β . Suwaki o , p i q pozwalają zmieniać położenie płaszczyzny przekroju. Klikając przycisk Widok rzeczywisty przekroju obracamy bryłę tak, by płaszczyzna przekroju była równoległa do płaszczyzny przekroju.



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Wymiary walca

$r = 2$

$h = 3$

Obroty przestrzeni

zoom = 2.5

$s\alpha = 0$

$\alpha = 24^\circ$

$s\beta = 0$

$\beta = 115.2^\circ$

- Przekrój osiowy
- Wysokość walca O_1O_2
- Tworząca walca BC
- Promień walca
- Średnica walca
- Przekątna przekroju
- Odcinek łączący brzeg podstawy ze środkiem drugiej podstawy
- Kąt nachylenia przekątnej przekroju do płaszczyzny podstawy
- Kąt między przekątną przekroju i tworzącą walca
- Kąt między odcinkiem łączącym brzeg podstawy ze środkiem drugiej podstawy i płaszczyzną podstawy
- Kąt między odcinkiem łączącym brzeg podstawy ze środkiem drugiej podstawy i wysokością walca

Dział: Stereometria.

Temat: Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków i miar kątów walców i stożków.

Opis zastosowania apletu: Aplet przedstawia walec, którego wymiary można zmieniać za pomocą suwaków r i h . Suwaki α i β pozwalają na obracanie bryły. W aplecie możemy na rysunku bryły zaznaczyć charakterystyczne dla walca odcinki oraz kąty między odcinkami oraz między odcinkami i płaszczyzną podstawy.

Podobny aplet został przygotowany dla stożka.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- § 14. Ocenianie bieżące z zajęć edukacyjnych ma na celu monitorowanie pracy ucznia oraz przekazywanie uczniowi informacji o jego osiągnięciach edukacyjnych pomagających, temu służą cele oraz kryteria a także sposoby ewaluacji lekcji, jak również samodzielna praca z apletami, podczas której uczeń, w większości otrzymuje informację zwrotną na temat swojej pracy w uczeniu się, poprzez wskazanie, co uczeń robi dobrze, co i jak wymaga poprawy oraz jak powinien dalej się uczyć.

Skrypty dla ucznia

Skrypty, w których zawarty jest opis samodzielnej pracy z apletami, a także ćwiczenia do poszczególnych tematów; skrypty podzielone są na osobne części i obejmują poszczególne działy.

- 33 skrypty, podobnie jak resztę materiałów pobiera się ze strony programu: <https://sites.google.com/site/programdlalo/home>
- Dostępne są w formie pdf

Nakładka do pracy z uczniem zdolnym

Nakładka dla uczniów zdolnych jest powiązana z innowacyjnym programem nauczaniem matematyki w liceach. Zawiera ona elementy (30% wymiaru programu) zastosowania TIK (Technologii Informacyjno-Komunikacyjnych) do nauczania matematyki. Jest zgodna z podstawą programową wprowadzoną Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z 27 VIII 2012 w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dziennik Ustaw 2012, poz.977, załącznik 4). z przedmiotu matematyka dla IV etapu edukacyjnego, zakres podstawowy.

Zawiera ona:

- charakterystykę ucznia zdolnego
- formy pracy z uczniem zdolnym

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- dodatkowe aktywności (projekty, WebQuesty WebQuest – rodzaj metody projektów zorientowanej na uczniowskie badania w oparciu o instrukcję umieszczoną na stronie internetowej. Wyjściowym źródłem informacji w badaniach uczestników projektu jest Internet. Źródła online mogą być uzupełnione materiałami podręcznymi - <http://pl.wikipedia.org/wiki/WebQuest> [ostatni dostęp 20.07.2015]. Piotr Peszko: Jak korzystać z WebQuestu? [ostatni dostęp 20.07.2015] edunews.pl. <http://zunal.com/webquest.php?w=70050> [ostatni dostęp 20.07.2015] – przykład WebQuestu przygotowanego przy pomocy narzędzia wspierającego ich tworzenie - zunal)
- przykłady prace badawczych z wykorzystaniem GeoGebry
- przykłady zadań o podwyższonym stopniu trudności, jednak niewykraczające poza podstawę programową zakresu podstawowego
- aplety do nakładki dla uczniów zdolnych

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

1	Równania i nierówności – zadanie 5	zdolni_rownania01
2	Funkcja kwadratowa – zadanie 5	zdolni_kwadratowa01
3	Funkcja kwadratowa – zadanie 6	zdolni_kwadratowa02
4	Funkcja kwadratowa – zadanie 7	zdolni_kwadratowa03
5	Funkcja kwadratowa – praca badawcza 3	zdolni_kwadratowa04
6	Funkcja kwadratowa – praca badawcza 4	zdolni_kwadratowa05
7	Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej - zadanie 5 - ilustracja rzutu młotem	zdolni_analityczna01
8	Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej - zadanie 7 - pole trójkąta	zdolni_analityczna02
9	Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej - zadanie 8 - praca badawcza odcinek łączący środki boków w trójkącie	zdolni_analityczna03
10	Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej - zadanie 9 - odcinek łączący środki boków w trójkącie	zdolni_analityczna04
11	Stereometria - zadanie 11 - wylewanie wody z walca	zdolni_stereometria01

Nakładka w formie elektronicznej - również pdf, jest dostępna na stronie programu:

<https://sites.google.com/site/programdlalo/nakladka-dla-uczniow-zdolnych>

Nakładka dla uczniów mających trudności w uczeniu się matematyki

Nakładka dla uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi jest powiązana z innowacyjnym programem nauczaniem matematyki w liceach. Zawiera ona elementy (30% wymiaru programu) zastosowania TIK (Technologii Informacyjno-Komunikacyjnych) do nauczania matematyki. Jest zgodna z podstawą programową wprowadzoną Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z 27 VIII 2012 w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dziennik Ustaw 2012, poz.977, załącznik 4). z przedmiotu matematyka dla IV etapu edukacyjnego, zakres podstawowy. Uwzględnia wytyczne zawarte w Rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej z dnia 30 kwietnia 2013 r. w sprawie zasad udzielania i

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

organizacji pomocy psychologiczno-pedagogicznej w publicznych przedszkolach, szkołach i placówkach (Dziennik Ustaw 2013r., poz. 532). Nakładka zawiera:

- charakterystykę uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, ze szczególnym uwzględnieniem trudności w uczeniu się matematyki;
- zalecenia ogólne dostosowywania metod pracy z uczniami z dysfunkcjami różnego rodzaju;
- wybór zadań mający na celu umożliwienie uczniowi osiągnięcie założonych szczegółowych celów nauczania zgodnych z podstawą programową kształcenia ogólnego w zakresie podstawowym dla IV etapu edukacyjnego.

Nakładka w formie elektronicznej - również pdf, jest dostępna na stronie programu:

<https://sites.google.com/site/programdlalo/nakladka-dla-uczniow-ze-spe>



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Ocenianie kształtujące

Joanna Leszek

Ustawa o systemie oświaty z dn. 9 marca 2015.

Rozdział 3a

Ocenianie, klasyfikowanie i promowanie uczniów w szkołach publicznych

Art. 44b.

5. Ocenianie osiągnięć edukacyjnych i zachowania ucznia odbywa się w ramach oceniania wewnątrzszkolnego, które ma na celu:

- 1) informowanie ucznia o poziomie jego osiągnięć edukacyjnych i jego zachowaniu oraz o postępach w tym zakresie;
- 2) udzielanie uczniowi pomocy w nauce poprzez przekazanie uczniowi informacji o tym, co zrobił dobrze i jak powinien się dalej uczyć;
- 3) udzielanie wskazówek do samodzielnego planowania własnego rozwoju;
- 4) motywowanie ucznia do dalszych postępów w nauce i zachowaniu;
- 5) dostarczanie rodzicom i nauczycielom informacji o postępach i trudnościach w nauce i zachowaniu ucznia oraz o szczególnych uzdolnieniach ucznia;
- 6) umożliwienie nauczycielom doskonalenia organizacji i metod pracy dydaktyczno-wychowawczej.

Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 10 czerwca 2015 r.

**w sprawie szczegółowych warunków i sposobu oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów
i słuchaczy w szkołach publicznych**

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

§ 14. Ocenianie bieżące z zajęć edukacyjnych ma na celu monitorowanie pracy ucznia oraz przekazywanie uczniowi informacji o jego osiągnięciach edukacyjnych pomagających w uczeniu się, poprzez wskazanie, co uczeń robi dobrze, co i jak wymaga poprawy oraz jak powinien dalej się uczyć.

Te dwa dokumenty zobowiązują wielu nauczycieli do zmodyfikowania sposobów komunikowania się z uczniami. Informowanie ucznia o poziomie jego osiągnięć edukacyjnych oraz o postępach w tym zakresie nie może ograniczyć się do wystawiania stopni szkolnych. Powinno sięgać głębiej. Aby można było określić poziom bądź postępy, musimy mieć punkt odniesienia. Należy zatem najpierw określić cele i kryteria ich spełnienia. Dopiero potem można określić, gdzie na tej skali znajduje się uczeń. Odrębnym zagadnieniem jest sposób komunikowania tego uczniowi.

Jesteśmy również zobligowani do udzielania uczniowi wskazówek do planowania własnego rozwoju. Uczeń powinien nauczyć się w szkole, jak się uczyć skutecznie i jak planować własną naukę. To trochę przenosi na ucznia odpowiedzialność za efekty własnej pracy, za to na nauczycieli nakłada obowiązek nadzoru i kierowania tą pracą.

W ideę tych dokumentów wpisuje się ocenianie kształtujące. Istnieje kilka jego definicji. Według raportu OECD ocenianie kształtujące to częste, interaktywne ocenianie postępów ucznia i uzyskanego przez niego zrozumienia materiału, tak by móc określić, jak uczeń ma się dalej uczyć i jak najlepiej go nauczać. Fisher & Frey w 2007 zdefiniowali ocenianie kształtujące jako bieżące obserwowanie, podsumowywanie i przekazywanie uczniom informacji, które pozwolą im na określenie poziomu swoich wiadomości i umiejętności oraz pomogą w zaplanowaniu dalszej pracy. Zatem ocenianie kształtujące to ocenianie, które nie jest wyrażone stopniem szkolnym lecz właściwie skonstruowaną informacją zwrotną. Oczywiście szkolna praktyka nie pozwala na stosowanie wyłącznie oceniania kształtującego. Nie ma zresztą takiej potrzeby. Nauczyciel musi umiejętnie łączyć informację zwrotną kierowaną na bieżąco do ucznia oraz ocenę sumującą (wyrażoną cyfrą, procentowo lub w inny sposób), która ma na celu podsumowanie pewnego etapu (działu, semestru, roku).

Skuteczne stosowanie OK wymaga precyzyjnie zaplanowanego procesu kształcenia oraz konsekwentnego realizowania tego planu, uwzględniającego oczywiście podstawowe założenia OK:

Powiązanie z wcześniejszą wiedzą.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Temat: Ciągi liczbowe. Sposoby opisywania ciągów.

Powiązanie z wcześniejszą wiedzą:

- Pojęcie funkcji, dziedzina funkcji, wykres funkcji, monotoniczność funkcji. PP 4.1
- Umiejętność rozwiązywania równań (liniowych, kwadratowych, wielomianowych, wymiernych – w zależności od tego, w którym momencie procesu kształcenia realizujemy ten temat) PP. gimnazjum, 3.1, 3.4, 3.6,3.8
- Umiejętność rozwiązywania nierówności liniowych i kwadratowych. PP. gimnazjum, 3.3, 3.5

Jasno określone cele lekcji, sformułowane w sposób zrozumiały dla ucznia i w taki sposób mu przekazane.

Cele lekcji:

- Zapoznanie się z definicją ciągu i sposobami jego opisywania. PP 5.1
- Ćwiczenie umiejętności odczytywania własności ciągu danego wykresem i określania własności ciągu danego wzorem. PP 5.1

Cele sformułowane w języku ucznia:

- Dowiesz się, co to jest ciąg i jak określać jego własności.

Precyzyjne kryteria sukcesu, czyli „na co będziemy zwracać uwagę - NaCoBezU”.

Na co będziemy zwracać uwagę (co uczniowie będą potrafili po lekcji):

- Będziesz stosować definicję ciągu i obliczać jego wyrazy.
- Będziesz określać monotoniczność ciągów danych wykresem i badać monotoniczność ciągów danych wzorem.
- Będziesz wyznaczać wyrazy ciągu spełniające zadane warunki.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Pytania kluczowe.

Pytanie kluczowe

Liczba gości, odwiedzających n -tego dnia wesołe miasteczko wyraża się wzorem

$L_n = -3n^2 + 68n - 45$. Właściciel oszacował, że aby pobyt był opłacalny, miasteczko musi odwiedzić przynajmniej 100 gości dziennie. Jeśli przez 3 kolejne dni pobyt się nie opłaci, artyści zmieniają miejsce pobytu.

- Wyznacz liczbę wyrazów ciągu L_n
- Jak długo miasteczko powinno pozostać w jednym miejscu?

Zadawanie precyzyjnych pytań i umożliwienie uczniom zastanowienia się nad udzieleniem na nie odpowiedzi.

Często nauczyciel nie pozostawia uczniom dostatecznej ilości czasu, aby mogli zastanowić się nad rozwiązaniem (a nawet przedyskutować je między sobą). Brytyjskie badania pokazują, że średni czas pomiędzy zadaniem przez nauczyciela pytania i udzieleniem na nie odpowiedzi to ok. 0,9s. Nie mamy cierpliwości - często sami udzielamy odpowiedzi na zadane wcześniej pytanie, nie czekając na głos z sali.

Aktywizacja procesu nauczania – uczenia się.

Nauczyciele matematyki na ogół dość sceptycznie podchodzą do stosowania na swoich zajęciach metod aktywizujących uczniów. Kojarzą się one bardziej z zabawą niż nauką i z efektywną a nie efektywną lekcją. Rzeczywiście, na matematyce jest wiele takich zagadnień, które wymagają dobrego przećwiczenia i żadne dyskusje, plakaty czy aplety z GeoGebry tego nie zastąpią. Są jednak bardzo pomocne w zrozumieniu istoty problemu. Jeśli uczeń rozumie zagadnienie, to wie, co ćwiczyć i robi to chętniej niż po prostu opanowując schemat. Dlatego metody aktywizujące mogą być z powodzeniem stosowane, również w szkole ponadgimnazjalnej.

Informacja zwrotna, jaką otrzymuje uczeń (IZ).

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Informacja zwrotna ma kluczowe znaczenie w procesie nauczania – uczenia się. Prawidłowo skonstruowana pełna informacja zwrotna powinna odnosić się wyłącznie do kryteriów. Musi być napisana językiem zrozumiałym dla ucznia i nie może być za długa. Ma składać się z czterech elementów:

1. Wskazywać dobre elementy w pracy ucznia.

W prawie każdej pracy można wskazać jakieś pozytywne elementy. Szczególnie słaby uczeń potrzebuje wzmocnienia – świadomości, że coś potrafi i na tym może rozwijać dalsze umiejętności. Często informacja o tym, że jego praca ma jakiegokolwiek dobre strony jest dla niego miłym zaskoczeniem – nikt nigdy mu nie napisał, stawiając jedynekę, że coś umie.

2. Określać to, co powinien poprawić.

Odnosimy się do kryteriów („na co będziemy zwracać uwagę”). Wybieramy te, które jeszcze nie w pełni zostały spełnione i informujemy o tym ucznia. Informacja powinna być konstruktywna i spersonalizowana, w żadnym razie jednak nie może określać osoby („jak zwykle się nie nauczyłeś”).

3. Dawać wskazówki, jak należy to poprawić.

Określamy warunki zaliczenia materiału. Dajemy uczniowi czas na uzupełnienie brakujących umiejętności i precyzujemy formę i termin, w jakich będziemy to sprawdzać. I tu powstaje pytanie: ile razy pozwolić uczniowi na zaliczanie? Każdy nauczyciel musi sam sobie na nie odpowiedzieć. Zależy to od jego warunków pracy (liczebność klasy, ilość prac do poprawy itp.). Najczęściej spotykana jest zasada, że pracę można poprawić jeden raz. Czasem taką poprawę uczeń wykonuje w domu. Ważne jest, żebyśmy ją sprawdzili i ocenili ponownie – kształtując bądź sumując.

4. Dawać wskazówki, w jakim kierunku uczeń powinien pracować dalej.

Wskazówki są ważne zarówno dla słabych bądź przeciętnych uczniów jak i dla tych dobrych. Ponieważ nigdy nie jest tak dobrze, żeby nie mogło być jeszcze lepiej, zawsze możemy je sformułować. Muszą się odnosić do kryteriów – czasem przydają się wcześniej sformułowane kryteria „dla chętnych”.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przemyślane zbudowanie takiej informacji jest czynnością pracochłonną i z pewnością nie możemy tego robić za każdym razem. Praktycy OK twierdzą, że stosują ją dla kształtowania umiejętności, które są najważniejsze. Wybierają je, a potem oceniają kształtująco poprzez udzielanie informacji zwrotnej. Często wyodrębniają etapy i te oceniają kształtująco, a potem całość umieszczają na sprawdzianie, ocenianym już sumująco. Taką filozofię prezentuje też nasz program. Kartkówki, prace domowe, odpowiedzi ustne proponujemy oceniać kształtująco, a sprawdziany (prace klasowe na zakończenie np. działu) – sumująco.

Ocenianie kształtujące nie jest procesem prostym. Wymaga wiele pracy oraz radykalnej zmiany podejścia nauczyciela do procesu oceniania. Potrzeba też czasu na zaimplementowanie go wśród uczniów. Doświadczenie praktyków OK oraz badania naukowe potwierdzają celowość i głęboki sens stosowania go (a przynajmniej jego najważniejszych elementów) w życiu szkolnym. Wpływa to pozytywnie zarówno na atmosferę pracy (uczeń odpowiedzialny za swoje efekty), jak i na jej wyniki: „Ocenianie kształtujące znajduje swoje uzasadnienie nie tylko w teorii pedagogiki współczesnej, socjologii i teorii systemów, ale także w twardych danych empirycznych oksfordzkiego psychologa Kurta Fischera. Najnowsze badania naukowe wykonane kosztowną i niepozostawiającą wątpliwości metodą neuroobrazowania mózgu wskazują na fakt, że obecność nauczyciela wspierającego ucznia na zasadzie jednostkowo skierowanej informacji zwrotnej zwiększają efektywność kształcenia z początkowego poziomu 30% do poziomu 88%.”(za: Piotr Ślusarczyk <http://www.ocenianie-kszaltujace.pl/ocenie-kszaltujace.html>, - dostęp dnia 25. 08. 2015r).

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Spostrzeżenia i wrażenia z wdrażania projektu w wybranych liceach ogólnokształcących

Edyta Pobiega

Etapy projektu

1. Opracowanie innowacyjnego programu nauczania, metody kształcenia oraz materiałów dydaktycznych:
 - przygotowanie materiałów: scenariuszy, apletów oraz skryptów dla ucznia, programu nauczania, poradnika metodycznego, nakładki do pracy z uczniem zdolnym i z uczniem mającym trudności w nauce;
 - wzajemne sprawdzanie i opiniowanie materiałów;
 - akceptacja merytoryczna przez koordynatora merytorycznego projektu dr Katarzynę Winkowską-Nowak.
2. Pilotażowe wdrożenie programu i jego obudowy w 8 gimnazjach
 - wyłonienie szkół do projektu;
 - konferencja informacyjna oraz spotkanie z wdrażającymi (czerwiec 2014r.);
 - wdrażanie materiałów w szkołach, zbieranie informacji zwrotnych oraz poprawa i modyfikacja materiałów (wrzesień 2014r. - czerwiec 2015r.).
3. Upowszechnienie innowacyjnego programu, metody i materiałów dydaktycznych powstałych w ramach projektu.
 - rozsyłanie informacji o projekcie do szkół
 - konferencja upowszechniająca projekt (19 - 20 września 2015r.);

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- udostępnienie na stronie i popularyzacja materiałów.

Szkoły, w których pilotażowo był wdrażany projekt

W roku szkolnym 2014/2015 trwał II etap projektu – jego pilotażowe wdrożenie w ośmiu szkołach ponadgimnazjalnych z różnych regionów Polski:

- Liceum Ogólnokształcące im. Marii Skłodowskiej - Curie w Kołaczycach, wdrażający nauczyciel – Wioletta Buba
- Zespół Szkół NR 3 IV LO im. gen. bryg. pil. Witolda Urbanowicza w Suwałkach – wdrażający – Dorota Skowrońska/ Marzena Bizoń
- ZSO NR 1 W Raciborzu- I Liceum Ogólnokształcące, wdrażający nauczyciel – Marzena Kacprowicz
- Zespół Szkół Ponadgimnazjalnych w Lipsku Liceum Ogólnokształcące, wdrażający nauczyciel – Katarzyna Lidak
- Liceum Ogólnokształcące w Zespole Szkół w Biskupcu, wdrażający nauczyciel – Lidia Korzeniecka
- I Liceum Ogólnokształcące z Oddziałami Dwujęzycznymi w Kłodzku, wdrażający nauczyciel – Mirosław Gil
- Zespół Szkół Technicznych im. Kardynała Stefana Wyszyńskiego w Kolnie, wdrażający nauczyciel – Marcin Wolanowski
- Zespół Szkół Ogólnokształcących Nr 1, I Liceum Ogólnokształcące im. ppor. Emilii Gierczak w Nowogardzie, wdrażający nauczyciel – Zbigniew Michalak

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Opinie użytkowników o komponentach Innowacyjnego programu nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących:

- Przy moim długim stażu pracy mogłoby się wydawać, że scenariusze nie są mi potrzebne do prowadzenia zajęć. A jednak nic bardziej mylnego. Korzystałam z nich na każdej lekcji, a szczególnie z pytań kluczowych, kolejno w każdym miesiącu odkrywałam ich większą atrakcyjność.
- Scenariusze bardzo przemyślane, stanowią nieocenioną pomoc dla nauczyciela - planują przebieg całej lekcji, określają cele lekcji. Ja bardzo sobie cenię pytania kluczowe.
- Scenariusze lekcji były chyba najbardziej przydatne w realizacji tego działu materiału. Pierwszy raz robię różne typy równań w jednym dziale. Ale stwierdzam, że mi się to bardzo podoba. Scenariusze są moim przewodnikiem. Każdy scenariusz wraz z zadaniami to olbrzymia pomoc w realizacji danej jednostki lekcyjnej.
- Lekcja bardzo "dynamiczna" i nasycona wieloma przykładami dzięki apletowi trygonometria06. Szybko zmienialiśmy położenia punktu P w układzie współrzędnych i widzieliśmy natychmiast wartości wszystkich funkcji trygonometrycznych. Uważam, że dzięki takiej wizualizacji uczniowie nie będą mieli żadnych problemów z wyobrażeniem sobie, gdzie znajduje się ramie końcowe kąta, jaki tworzy wybrany punkt P.
- Bardzo fajna lekcja, bardzo spójna, zaplanowane przykłady czytelne. Część dotycząca odczytywania z wykresu bardzo fajna. Zadania przeznaczone do rozwiązywania samodzielnie ze stopniowaniem trudności. Uczniowie dostali na zadanie zarówno przykłady z odczytywania dziedzin z wykresu jak i z określania dziedzin z podanego wzoru.
- Bardzo ciekawa propozycja zadań, którą wykorzystałam na lekcji. Uczniowie pracowali w parach. Po rozwiązaniu zadań, omówiliśmy wątpliwości.
- Na lekcji połączyłam temat wykres funkcji $f(x) = ax^2$ i Przesuwanie wykresów funkcji $f(x)=ax^2$ dzięki zastosowaniu apletów kwadratowa01, kwadratow02 i kwadratowa03 uczniowie sprawnie oglądali wykresy funkcji kwadratowych, przesuwali ich wykresy i przypomnieli sobie przekształcenia wykresów funkcji względem osi OX i OY na przykładzie funkcji kwadratowej. Po lekcji uczniowie powiedzieli, "fajnie, że mogli zobaczyć te wykresy na komputerze"
- Lekcja odbyła się zgodnie ze scenariuszem Funkcja kwadratowa " Postać kanoniczna i ogólna funkcji kwadratowej". Aplet kwadratowa04, to wspaniała pomoc do lekcji. Umożliwia on

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

sprawdzenie poprawności obliczeń, które wykona uczeń - wizualizacja wykresu, to kolejny atut tego apletu.

- Oby więcej takich scenariuszy w których skupiamy się na co najwyżej 2;3 umiejętnościach i je kształcimy a jednocześnie wykorzystujemy już poznane wiadomości i umiejętności- patrz postać kanoniczna funkcji kwadratowej
- Zajęcia zrealizowałam zgodnie ze scenariuszem "Planimetria01" do punktu 5. Punkt 6,7,8 przeniesiony zostanie na lekcję następną. Moim zdaniem aplet planimetria01 okazał się bardzo pomocny do zobrazowania pojęcia kąta wpisany i środkowy. Uczniowie pracowali w parach przy jednym komputerze. Z wykorzystaniem tego apletu, wnioski dotyczące własności kątów (które zapisaliśmy w skrypcie 20) okazały się łatwe i do zaobserwowania i do wyciągnięcia. Była to lekcja, która "zmuszała" uczniów do samodzielnego myślenia.

Wrażenia nauczycieli wdrażających program pilotażowo w roku szkolnym 2015/2016

Wioletta Buba:

O naborze do projektu „Innowacyjny Program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących” dowiedziałam się ze strony Kuratorium Oświaty w Rzeszowie. Przeanalizowałam kryteria naboru do projektu i zdecydowałam się „poważyć” o możliwość brania w nim udziału. Dodatkową motywację stanowił krótki czas na podjęcie działań i przygotowanie odpowiednich dokumentów ze strony mojej szkoły.

Jestem nauczycielką matematyki w Liceum Ogólnokształcącym w Kołaczycach od 18 lat i ostatnio czułam już „zmęczenie materiału” i popadanie w rutynę. Ponieważ technologia informacyjna nie jest mi obca, bo uczyłam także informatyki, a wszelkie nowości w nauczaniu i wykorzystaniu komputera na zajęciach przyciągają moją uwagę. Realizowałam już projekt „Matematyka – Reaktywacja”, uczestniczyłam w szkoleniach o wykorzystaniu Moodle do dodatkowej pracy z młodzieżą, przygotowywałam prezentacje, a także wykorzystywałam na zajęciach CABRI i CABRI II Plus. Ten projekt miał mi dać szansę nauczenia się GeoGebry, o której dużo słyszałam, ale nie umiałam z niej korzystać.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Już pierwsze kontakty z SWPS przekonały mnie o tym, że dobrze postąpiłam. Czerwcowe spotkanie rozpoczynające projekt, było bardzo dobrze przygotowane od strony informacyjnej i warsztatowej. Świetni, kontaktowi, kompetentni i praktykujący w GeoGebrze prowadzący, więc czego można chcieć więcej?! Tak naprawdę czekałam na obiecane szkołom „prezenty”. Rzutnik i komputer miałam już w swojej sali więc rozpoczęcie realizacji projektu nie stanowiło problemu. Ja jednak, tak jak i młodzież, czekałam na tablicę interaktywną – pierwszą w szkole no i zgłębianie jej możliwości.

Uczniowie klasy pierwszej oraz klas drugich, w których wykorzystywałam przesłane materiały, są z udziału w projekcie zadowoleni. Widzą same plusy takiego prowadzenia zajęć. Podkreślają znaczenie wizualizacji problemów jakie pojawiają się na zajęciach, cieszą się, że komputer czasami ich zastępuje przy rysowaniu funkcji, że wiele apletów ma animacje, są zadowoleni ze sposobu chodzenia do tablicy (program do losowania osób), a także z tego, że pojawiło się na zajęciach więcej pracy w grupach i pracy metodami aktywizującymi. Młodzież podkreśla znaczenie prezentowania tematu lekcji na tablicy, odczytywania celów lekcji i tego, czego się nauczą. Podobają się im niektóre pytania kluczowe podsumowujące lekcję – choć jest to opinia zdolniejszej części klasy. W klasie pierwszej uczniowie są zaskoczeni wypisanymi w scenariuszach informacjami, do jakich znanych im wiadomości z gimnazjum dana lekcja nawiązuje.

O zadaniach w skryptach mówią różnie: jedni uważają, że zadania są dobrze dobrane i na ich poziomie, inni mówią, że do większości tematów ćwiczeń jest ich zbyt mało i że brak zróżnicowania stopnia trudności, że pojawia się dużo zadań tego samego typu i że niektóre lekcje są mało wymagające dla zdolnego ucznia. Młodzież widziałaby w skryptach dodatkowo zadania domowe i koniecznie powinny być odpowiedzi do wszystkiego. Uczniowie uważają, że rozdrobnienie skryptów jest niezrozumiałe – 3 skrypty o funkcjach, dużo pustych stron, duże marginesy – jednym słowem – marnowanie papieru (w tych kwestiach się z nimi zgadzam).

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zwraca uwagę sposób opisu działania wielu apletów. Czasami po zapoznaniu się z przygotowaną instrukcją mamy wrażenie, że lekcja przeznaczona jest dla ucznia, który posiada samodzielne stanowisko komputerowe na lekcji matematyki – a u nas, niestety tak nie ma.

Jeżeli chodzi o mnie, to można powiedzieć, że od początku zachwycałam się projektem. Chciałam wszystkie zajęcia prowadzić z wykorzystaniem apletów, skryptów i przygotowanych scenariuszy. Pomimo, że część lekcji zupełnie odbiegała od moich dotychczasowych doświadczeń, to realizowałam je tak, jak autorzy materiałów zaproponowali, ponieważ się do tego zobowiązałam. Przyznaję, że wiele pomysłów ze scenariuszy zostanie u mnie na stałe, a z niektórych będę korzystać selektywnie. 90% apletów, na których do tej pory pracowałam jest świetnych. Widać, że przygotowywane były przez osoby, którym zależy na uatrakcyjnieniu zajęć szkolnych. Cieszy mnie fakt, że mam możliwość dokonywania zmian w apletach. Moje poprawki są najczęściej kosmetyczne, ale powodują jeszcze lepsze wykorzystanie oprogramowania GeoGebra na lekcji.

Wdrażanie projektu zmusiło mnie do głębszego przeanalizowania podstawy programowej dla liceum. Przyznaję, że program, który wybrałam sporo poszerza podstawę programową na poziomie podstawowym i być może dla słabszego ucznia był zbyt wymagający. Przygotowywanie się do każdej lekcji, przeglądanie skryptu, scenariusza i rozwiązywanie zadań z apletów wymaga na pewno czasu, ale to się opłaca. Uczniowie doceniają starania tych nauczycieli, którzy podejmują wyzwania i ubarwiają lekcje, realizując nowe pomysły. Otrzymane przez szkołę rzutnik, komputer i tablica służą nowoczesnemu nauczaniu i nie są „prezenterem na rok”, ale na kilka najbliższych lat. Już teraz jestem wyposażona w nową wiedzę i nowe umiejętności z zakresu GeoGebry. Poradnik metodyczny pomógł mi przyjrzeć się zastosowaniu aktywizujących metod nauczania w matematyce, a do tej pory metody te kojarzyły mi się bardziej z przedmiotami humanistycznymi. Na pewno będę także wykorzystywać ocenianie kształtujące tak, aby ocenianie uczniom nie kojarzyło się jedynie z

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

oceną szkolną, ale z sugestią, jakie działania podjąć, aby uzupełnić braki w wiadomościach i umiejętnościach.

Marzena Bizoń:

Uczestnictwo w projekcie, uważam za ciekawe doświadczenie zarówno dla mnie jak i uczniów. Miałam możliwość, ale też większą motywację do częstszego sięgania po programy komputerowe. Program komputerowy GeoGebra to świetne narzędzie edukacyjne. Pozwala zwizualizować problem matematyczny, a następnie znaleźć jego rozwiązanie. Daje możliwość poznawania nowych pojęć matematycznych, ale także powtórzenia i utrwalenia już poznanych wiadomości. Lekcje matematyki prowadzone z wykorzystaniem programu GeoGebra są ciekawsze, nowocześniejsze, a co za tym idzie, lepiej trafiają do ucznia. Wspólne poznawanie nowych rozwiązań z wykorzystaniem urządzeń TIK wpłynęło pozytywnie na relację nauczyciel-ucznio, dzięki czemu byli bardziej otwarci i chętni do współpracy. Ponadto, dzięki odpowiedniemu ukierunkowaniu zainteresowań uczniów, lekcje z wykorzystaniem nowoczesnej technologii mogły wesprzeć ich rozwój. Stąd też uczniowie – poza standardowymi lekcjami – mieli możliwość stosowania programu w domu. Proponowane scenariusze lekcji zdecydowanie ułatwiały mi przygotowanie się do każdego zajęcia. Praca z apletem pozwalała na szybsze wprowadzanie nowych zagadnień, jak również była ułatwieniem podczas lekcji powtórzeniowych. Możliwość prezentacji zadań na tablicy interaktywnej pozwalała na lepszą organizację lekcji. Uczniowie chętnie rozwiązywali zadania ze skryptów po analizie i objaśnieniach przykładów z apletu. Większość uczniów poprawnie rozwiązała zadania. Możliwość szybkiego sprawdzenia rozwiązań motywowała uczniów do bardziej wyężonej pracy. Podczas prezentacji przykładów uczniowie z zainteresowaniem słuchali tego co się do nich mówiło – przy niezrozumiałych dla nich zagadnieniach zadawali pytania w celu wyjaśnienia. Ze względu na to, że klasa w której był wdrażany projekt jest klasą integracyjną uczą się dzieci z różnymi dysfunkcjami. Z tego też względu bardzo dobrą pomocą okazała się również nakładka dla uczniów mających trudności w uczeniu się matematyki. Nakładkę tę wykorzystywałam na zajęciach rewalidacyjnych i dydaktyczno-

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

wyrównawczych. Niestety nie skorzystałam z nakładki dla ucznia zdolnego, gdyż specyfika klasy na to nie pozwoliła. Często też korzystałam z poradnika metodycznego z którego czerpałam pomysły oceniając prace uczniów, w szczególności sprawdziany. Ocenianie kształtujące jak również metody aktywizujące motywowały uczniów do pracy. Jednak najbardziej uczniowie lubili samodzielnie rozwiązywać zadania, a następnie sprawdzali swoje rozwiązania w parach. Dawało to im poczucie rywalizacji i satysfakcję z prawidłowego rozwiązania zadań. Udział w projekcie dał mi możliwość prowadzenia interesujących lekcji. W ten sposób udało mi się zachęcić większość uczestników projektu do większego wysiłku i wkładu własnej pracy. Uczniowie mieli możliwość zobaczenia, że matematyka nie musi być nudna. Na pewno w przyszłym roku będę wykorzystywać te materiały na lekcjach matematyki.

Marzena Kacprowicz:

Z programem GeoGebra zapoznałam się kilka lat temu, lecz ciągły „pęd” za realizacją zmieniających się treści podstawy programowej spowodował, że odkładałam wciąż na później wgłębienie się w ten program. Praca z podręcznikiem Oficyny Edukacyjnej * Krzysztof Pazdro spowodowała, że zaczęłam korzystać z bardzo niewielu apletów, które znalazły się jako dodatkowy materiał dla nauczyciela na stronie wydawnictwa. Będąc na szkoleniu dla zastępców dyrektorów dotyczącym Matury 2014 (marzec 2014 roku w Rybniku) usłyszałam o „Innowacyjnym programie nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”. Jeszcze tego samego dnia zarejestrowałam moje Liceum do tego programu. Wypełniłam wszystkie niezbędne „papiery” i... wysłałam do Warszawy. W niedługim czasie odebrałam telefon, że moja szkoła zakwalifikowała się do dalszego etapu – udało się – otrzymaliśmy zaproszenie na spotkanie inauguracyjne, które odbyło się 7-8 czerwca 2014 roku w Warszawie.

Wróciłam pełna obaw, czy dam radę to wszystko zrealizować, nie wiedziałam jak młodzież i ich rodzice podejść do tego programu, lecz wierzyłam, że będzie to coś innego, coś co rozbudzi zainteresowania matematyką, nie tylko u tych uczniów, którzy lubią ten przedmiot.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

We wrześniu 2014 roku rozpoczęła się prawdziwa przygoda z GeoGebra i „Innowacyjnym programem nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”. Przeanalizowałam szczegółowo program, skrypty dla ucznia, materiały do poszczególnych lekcji, aplety i... rozpoczęłam nauczanie matematyki, trochę inaczej niż dotychczas.

Dziś (po 8 miesiącach) mogę powiedzieć, że dzięki programowi inaczej spojrzę na własną pracę. Myślę, że uczniowie również inaczej postrzegają matematykę. Moje lekcje, na których wykorzystuję aplety są bardziej zrozumiałe dla uczniów, dzięki wizualizacji wiele zagadnień staje się „łatwa” już na lekcji – tak mówi młodzież. Myślę, że gdyby wszyscy nauczyciele mieli dostęp do tych materiałów to nauczanie matematyki byłoby łatwiejsze zarówno dla nauczyciela doświadczonego, jak i dla tego, który będzie rozpoczynał swoją karierę zawodową. Uważam, że dla uczniów posiadających trudności w nauce to bardzo dobra pomoc. Ja pracuję w ten sposób, że uczniowie samodzielnie w pracowni komputerowej wykonują zadania zawarte w apletach, ale również udostępniam im te aplety, by mogli w domu przeanalizować zagadnienia. Niektórzy uczniowie zainteresowali się GeoGebra na tyle, że sami poszukują gotowych apletów do różnych zagadnień. To bardzo mnie cieszy, ale i „słabsi” uczniowie poczuli, że mają wsparcie, mogą w domu przeanalizować coś, co sprawia im kłopot.

Skrypty zawierają wiele zadań łatwych, uczniowie trochę zniechęcają się do ich robienia, bo jest ich dużo. Klasa, z którą pracuję nie ma (tak oceniam) większych problemów z matematyką i chętnie analizujemy aplety, zadania ze skryptów często rozwiązujemy jako „trening pamięciowy”. Moi uczniowie są chętni do nauki i realizacja tych wszystkich dodatkowych zadań nie jest dla nich obciążeniem.

Katarzyna Lidak:

Na wstępie przedstawiania wrażeń z realizacji projektu „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących” chciałabym opowiedzieć o tym, jaka była moja reakcja na „zaproszenie” mnie do realizacji tegoż programu w naszym Liceum

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

przez dyrektora mojej szkoły. No cóż - mówiąc oględnie - przyjąłm to działanie ze spokojem, ale bez entuzjazmu (właśnie zakończyłam realizację innego trzyletniego projektu).

Z perspektywy roku realizacji projektu, który właśnie kończymy, muszę stwierdzić, że nie żałuję, że podjęłam się tego zadania. Mówiąc językiem uczniów „wkręciło” mnie to, zaangażowałam się i polubiłam zajęcia z wykorzystaniem GeoGebry. Chociaż na początku bałam się trochę, zwłaszcza tego, że wszystkie kontakty z opiekunami, wszystkie zadania będę musiała wykonywać przez Internet. Okazało się jednak, że ze wszystkim dałam sobie radę, ba - polubiłam działania związane z realizacją projektu. Myślę, że to dobry moment, żeby podziękować za cierpliwość, życzliwość i całą postawę opiekunom kierującym realizacją projektu.

No, a teraz konkrety. Myślę, że należy podkreślić fakt, że bardzo cenne i pomocne dla nas nauczycieli były scenariusze przygotowane do każdej lekcji w trzyletnim cyklu nauczania matematyki w Liceum Ogólnokształcącym. Miałam podany „na tacy” przebieg całej lekcji, wraz z celami, pytaniami kluczowymi. Wielkie słowa uznania za rozkłady materiału do każdego działu. Tak naprawdę ktoś wykonał za mnie kawał dobrej roboty. Niektóre scenariusze nieco zmieniałam, dostosowując do możliwości klasy, ale były to zmiany niewielkie i niewielkiej liczby scenariuszy dotyczyły.

Niewątpliwie, dzięki projektowi, szkoła wzbogaciła się o nowe pomoce dydaktyczne w postaci laptopa, tablicy interaktywnej oraz projektora. Dla mnie była to wielka wygoda korzystać z tych rzeczy na każdej lekcji, na której zachodziła taka potrzeba. Mam je w swojej pracowni, zawsze pod ręką.

Bardzo wysoko oceniam aplety przygotowane do realizacji treści kształcenia na lekcjach matematyki. Uczniowie zgodnie twierdzili, że zobrazowanie niektórych zagadnień pozwoliło im lepiej je zrozumieć (pisali o tym w ankietach ewaluacyjnych). Co prawda nieliczne aplety nie działały zgodnie z moim oczekiwaniem, ale było ich naprawdę niewiele.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Kolejny plus przystąpienia szkoły do projektu to skrypty dla uczniów - stanowiły one dobry dodatek do zbioru zadań wykorzystywanego na lekcjach. Na niektórych lekcjach wystarczał sam skrypt. Chociaż uczciwie muszę stwierdzić, że do niektórych tematów zadania były zbyt łatwe, wręcz banalne i ograniczenie się tylko do skryptu byłoby, z mojego punktu widzenia, ryzykowne.

Muszę przyznać, że dzięki poradnikowi dla nauczyciela przekonałam się trochę do oceniania kształtującego - w większym stopniu wykorzystuję ten typ oceniania. Pomogły mi w tym przykłady zawarte w poradniku.

Dzięki realizacji projektu z pewnością będę dalej wykorzystywać GeoGebra w pracy z uczniami (nie tylko w klasie, w której realizuję obecnie projekt, ale i w innych). Wcześniej (przed realizacją projektu) nie wykorzystywałam GeoGebry wcale, chociaż o niej słyszałam.

Reasumując - realizując projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących” zyskali uczniowie, zyskała szkoła oraz zyskałam ja osobiście. Poszerzyłam swoją wiedzę, wzbogaciłam się o nowe umiejętności i możliwości w pracy z uczniami i myślę, że właśnie te trzy aspekty są najcenniejsze.

Na zakończenie swoich refleksji chciałabym jeszcze raz podkreślić, że należą się wielkie słowa uznania i wielki szacunek dla twórców tego projektu - podziwiam ich wielką pracę i wysiłek. Daliście nam Państwo wspaniałe i gotowe narzędzia do pracy. Zatem stwierdzam (robię to po raz pierwszy), że z przyjemnością realizowałam oraz dalej będę realizować ten projekt.

Lidia Korzeniecka:

Informację o rozpoczęciu projektu „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących” otrzymałam od dyrektora szkoły. Bardzo chciałam przystąpić do tego projektu, ale jak to zwykle bywa początki były trudne. Namawianie dyrektora do tego, żeby

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

nasz szkoła też wypłynęła na szerokie wody zajęło kilka dni. Ale za to dyrektor napisał dobra motywację i zostaliśmy zaproszeni do współpracy.

Czerwcowy wyjazd do Warszawy rozświetlił nam drogę działania do sukcesu. I wreszcie rozpoczął się nowy rok szkolny 2014/2015. Otrzymałam jedną klasę pierwszą, w której miałam przydzielone prowadzenie matematyki.

Rozpoczęłam wdrażanie nowego programu: zapoznawałam się ze scenariuszami lekcji, przeglądałam skrypty dla uczniów, analizowałam działanie apletów, zaznajomiłam się z poradnikiem metodycznym a w dalszym czasie wertowałam nakładki dla uczniów ze specyficznymi trudnościami w nauce oraz nakładki dla uczniów zdolnych. Pracy była co niemiara a najtrudniejszym okresem był miesiąc wrzesień. Dotyczy to szczególnie raportowania i tej całej pracy dodatkowej.

Po kilku miesiącach pracy w tym projekcie jestem zadowolona, że do niego przystąpiłam. Lekcje matematyki są atrakcyjniejsze.

Zastosowanie apletów na początku było nie lada zabawą. Uczniowie chętnie korzystali z tego dobrodziejstwa. Im dłużej aplety nam towarzyszą, tym bardziej są nieodzowne na zajęciach i uczniowie bez obaw je obsługują. Wizualizacja wiedzy matematycznej rozświetla pewne zagadnienia. Młodzież łatwiej przyswaja określone pojęcia z zakresu matematyki. Uczniom mającym specyficzne trudności w uczeniu się matematyki apletu służyły jako ćwiczenie do nieustannego powtarzania pewnych partii materiału.

Dla mnie bardzo pomocną sprawą są scenariusze lekcji. Jestem nauczycielką matematyki z ponad trzydziestoletnim stażem pracy przy tablicy i nie wstydzę się przyznać, że czerpałam z nich dużo inspiracji do prowadzenia lekcji. Podobały mi się pytania kluczowe jak również przykładowe zadania do pracy na lekcji.

Nowością są skrypty dla uczniów. Oni chętnie po nie sięgają. Robią niektóre zadania z wyprzedzeniem. Zadania są proste, ciekawe i mocna osadzone w podstawie programowej

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

nauczania matematyki w szkole ponadgimnazjalnej. Plusem skryptów jest to że są cienkie, kilkunastostronicowe i nie są balastem dla uczniów.

Z projektu nasza szkoła, a dokładniej moja sala lekcyjna została wyposażona w niezbędny sprzęt taki jak: tablica interaktywna, rzutnik i komputer przenośny. Sprzęt wykorzystywany jest bardzo intensywnie, niemal na każdej lekcji. Internet w połączeniu z tablicą interaktywną jest narzędziem, które trudno przecenić zwłaszcza na lekcjach. Narzędzie to pozwala na bieżąco obrazować pojęcia i teorie przedstawiane na lekcjach. Narzędzia, jakie kryje w sobie oprogramowanie do tablicy interaktywnej pozwalają w bardzo precyzyjny i szybki sposób zwracać uwagę na szczegóły omawianego materiału i prowadzić uwagę młodzieży wzdłuż wybranego toru. Dzięki obrazowaniu, niezbyt ciekawy wykład może stać się bardzo ciekawą opowieścią. Materiały, jakie otrzymałam na samym początku do pracy z młodzieżą okazały się bardzo trafione. Lekcje były bardziej atrakcyjne a co za tym idzie bardziej ciekawe.

Projekt ten jest godny rozpowszechnienia. Uważam, że tak jak brzmi jego nazwa jest to innowacja w nauczaniu matematyki. Dzięki temu projektowi bardziej trzymam się podstawy programowej w nauczaniu matematyki w zakresie podstawowym. Dziękuję za umożliwienie mi uczestniczenia w tym projekcie.

Mirosław Gil:

Od kilku lat korzystam z GG w trakcie lekcji, to możliwość skorzystania z gotowych apletów i uczestniczenia w powstawaniu czegoś nowego bardzo mnie motywowała do zgłoszenia się do projektu. Byłem ciekawy, jak będzie wyglądała praca na lekcji ze skryptami. Powiem tak, niektórym uczniom to się nie za bardzo podobało, ale większość była zadowolona. Na zakończenie roku zdałem uczniom pytanie o wrażenia. Kilkoro z nich stwierdziło, że za mało używałem podręcznika, bo większość pracy na lekcji była realizowana w oparciu o skrypty. Dużo osób stwierdziło, że wykorzystanie apletów w domu było dla nich ciekawe i przydatne. Nawet pytali, czy będą mogli z nich korzystać po zakończeniu roku szkolnego. Ogólnie mogę

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

powiedzieć, że uczniowie byli zadowoleni. Jakie to da efekty? Będę mógł porównać podczas próbnego sprawdzianu klas drugich.

Jeżeli chodzi o moje wrażenia, to są one pozytywne. Ponieważ w naszej szkole klasy drugie pracują w grupach międzyoddziałowych rozszerzeń, to byłem zmuszony trzymać się programu obowiązującego w pozostałych klasach. Oczywiście każdy z tematów był realizowany w oparciu o scenariusze i apletu innowacyjnego programu, co ułatwiało mi przygotowanie się do lekcji. Czasami starałem się część zadań ze skryptów pozostawić uczniom jako zadanie domowe, ale w większości lekcji zadania ze skryptów były rozwiązywane na lekcji, wtedy zadanie domowe było z podręcznika. Uważam, że udział w projekcie dał mi inne spojrzenie na połączenie kilku narzędzi. Ja byłem przeciwnikiem stosowania tzw. zeszytów ćwiczeń – u nas skryptów, ale teraz przekonałem się, że bardzo dobrze pracuje się z taką pomocą. Myślę, że pozostałe skrypty będą przeze mnie wykorzystane w edukacji klasy, w której prowadziłem nauczanie w oparciu o innowacyjny program nauczania. Problemem w popularyzacji tego programu może być brak tablicy interaktywnej lub choćby rzutnika w gabinecie matematyki. Ciężko jest mi sobie wyobrazić, że nauczyciel biega po innych gabinetach, gdzie takie narzędzia się znajdują.

Marcin Wolanowski:

Udział w projekcie dostarczył mi wielu inspirujących materiałów, które mogę wykorzystać do pracy z uczniami. Oprócz podstawowych pomocy w postaci skryptów, apletów miałem możliwość udziału w nowym i ciekawym przedsięwzięciu. Uczestnictwo w programie pokazało mi możliwości szerokiego zastosowania GeoGebry w matematyce.

Przed przystąpieniem mojej szkoły do projektu zdobyłem pewne doświadczenie w pracy z programem GeoGebra w lipcu 2014 ukończyłem w SWPS „kurs podstawowy Geogebry” w grudniu 2012 w tej samej placówce „kurs średniozaawansowany Geogebry”. Po kursach prowadziłem kilka szkoleń dla nauczycieli różnych szkół dotyczących wykorzystania Geogebry na lekcjach matematyki.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Mimo pewnego doświadczenia w pracy z programem znalazłem wiele efektywnych i przydatnych apletów podczas wdrażania programu. Nieocenioną pomocą były skrypty dla uczniów, w których wykonywali swoje ćwiczenia. Czasami zadań było w nadmiarze innym razem uczniowie szybko radzili sobie z postawionymi problemami i dostawali zadania z innych źródeł.

Bywało też tak, że scenariusz lekcji przewidywał indywidualną pracę przy komputerze – niestety nie miałem nigdy możliwości przeprowadzenia lekcji w taki sposób. Scenariusze lekcji przygotowane do każdej jednostki lekcyjnej niewątpliwie skutecznie organizowały mój plan działania i przypominały o właściwym i dokładnym rozplanowaniu lekcji. Oczywiście nie zawsze wszystko szło zgodnie ze scenariuszem, zdarzały się lekcje, na których nie miałem możliwości skorzystania z komputera czy też w wyniku bardzo dużego nasłonecznienia sali lekcyjnej aplety były niewidoczne.

Bardzo podoba mi się fakt, że otrzymane scenariusze i aplety będę mógł w dalszym ciągu wykorzystywać w pracy z uczniami w następnych latach. Mimo, iż potrafię wykonać różne wizualizacje problemów w GG trzeba przyznać, że zajmuje to dość dużo czasu. Tym bardziej ucieszył mnie fakt gotowych skryptów dotyczących np. wyznaczania dziedziny czy zbioru wartości, w których widać duży wkład autora aby tak dobrze dopracować animację.

W trakcie lekcji uczniowie chętnie podchodzili do tablicy ustawiając nowe wartości zmiennych lub też odczytując wybrane własności funkcji na prezentowanych apletach. Szkoda, że mimo moich prób nie udało mi się zmotywować uczniów do samodzielnego zgłębienia wiadomości na temat programu GeoGebra. Starłem się włączać do pracy domowej zagadnienia związane z programem GG jednak żaden z uczniów nie dostarczył mi nigdy zadań dodatkowych wykonanych w ww. programie.

Przydatny również okazał się opis metodyki realizacji programu. Wskazane tam przykłady i opisy kartkówki ocenianych kształtująco przypomniły mi, że informacja zwrotna może przybierać różne formy. Praca z programem niejako zmusiła 😊 mnie do podejmowania szerszych działań nastawionych na rozwój ucznia. Praca w parach, praca w grupach, metody stolików zadaniowych sprawdziły się w realizacji wybranych tematów mimo mojego sceptycznego, niekiedy podejścia.

Dzięki przeprowadzonym po lekcji czy pracy domowej ankietom miałem okazję dowiedzieć się jak uczniowie postrzegają moją pracę.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Znalazły się tam różne zapisy w większości pozytywne jeśli chodzi o odbiór lekcji czasami uczniowie podawali propozycje zmian. Niektóre wdrażałem na innych lekcjach inne były ze sobą sprzeczne i trudno byłoby zadowolić wszystkich. Niemniej jednak opinie te pozwoliły mi nieco zmieniać tok lekcji, angażować „nieobecnych” uczniów do pracy np. zadając im pytania w toku zajęć.

Zbigniew Michalak:

W roku szkolnym 2014/2015 wraz z uczniami klasy pierwszej o profilu policyjnym uczestniczyłem w realizacji projektu „Innowacyjny program nauczania matematyki”. W tym miejscu chciałbym podzielić się kilkoma uwagami po całorocznej pracy. Po pierwsze- uczniowie otrzymali znakomite narzędzie do samodzielnego zdobywania wiedzy w postaci skryptów otrzymanych zaraz na początku roku szkolnego. Skrypty te są bardzo dobrze opracowane, a zadania w nich zawarte wielokrotnie wymuszają na uczniach samodzielnego korzystania z apletów uruchamianych przy pomocy programu GEOGEBRA. Ćwiczenia oraz zadania jak również karty pracy są starannie dobrane i obejmują niezbędne wiadomości oraz umiejętności programu matematyki w szkole ponadgimnazjalnej.

Praca w oparciu o skrypty jest dużym ułatwieniem dla uczącego. Uczeń, który samodzielnie pracował z programem wykorzystując GeoGebra oraz aplety udostępnione dla siebie z całą pewnością nie będzie miał kłopotów z pozytywnym zdaniem matury i pomyślnym ukończeniem liceum. Jedynym kłopotem w tym zakresie była mała samodzielność oraz słabe przygotowanie znacznej części uczniów do samodzielności oraz współpracy w grupach w tych zadaniach, które wymagały współpracy. Kłopotem- przynajmniej dla niektórych -okazało się korzystanie z apletów w domu, a to nie działa internet, a to nie ma dostępu do niego w internecie i inne.

W szkole cała klasa miała możliwość korzystania z programu GeoGebra w pracowni komputerowej, gdzie 2 uczniów korzystało z jednego komputera. Tutaj czasami także występowały problemy techniczne, ale szybko zostawały naprawiane. Znaczną część zajęć przeprowadzono w klasopracowni korzystając z komputera nauczycielskiego oraz rzutnika multimedialnego. W tej formie wykorzystania multimediiów bardzo dobrze zdał egzamin indywidualny sposób sprawdzania, czy dany uczeń opanował posługiwanie się danym apletem np. przy wyznaczaniu prostej, czy też wzoru funkcji kwadratowej lub przedziałów liczbowych. W takich zajęciach to uczniowie samodzielnie (pojedynczo) ustawiali odpowiednio suwaki, czy też dany aplet a następnie zadania w nim zawarte. Jednocześnie

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

inni uczniowie pomagali tym, którzy mieli z tym problemy-dało się tutaj zauważyć, którzy spośród uczestników projektu pracują samodzielnie, a którzy wymagają pomocy.

Scenariusze lekcji tak są skonstruowane, że w większości można było zrealizować je w całości na danej jednostce lekcyjnej- chociaż nie zawsze. Zdecydowanie mocną stroną scenariuszy były zawsze bardzo dobrze dobrane cele lekcji oraz cele podane językiem ucznia.

Wydaje się jednak, że niektóre tematy można by było skomasować na mniejszej liczbie godzin np. tematy wprowadzające do funkcji liniowej czy też własności ogólne funkcji jak również część tematów dotycząca własności funkcji kwadratowej, a mianowicie postać ogólną, iloczynową i kanoniczną z wykorzystaniem tych postaci do rozwiązywania równań czy też nierówności kwadratowych jak również zagadnień praktycznych w tym szczególnie zadań optymalizacyjnych.

Na lekcji powtórzeniowej zgodnie stwierdzono, że zadania z kolejnymi krokami rozwiązania np. zadań na dowodzenia, czy też znajomości wzorów skróconego mnożenia, czy też pokazywania bądź ukrywania wykresu funkcji znacznie skracają czas przeznaczony na powtórki. Ogólnie aplety uzyskały pozytywną –przynajmniej w moim odczuciu- opinię uczniów.

Osobiście jestem zadowolony z pracy w oparciu o ten program, bo jest nowoczesny oraz wykorzystuje nowoczesne środki komunikacji. Niestety nie korzystałem w tym roku z zakładek dla uczniów zdolnych, czy też mających kłopoty z opanowaniem materiału opierając się głównie na własnych materiałach. Ponadto nie tworzyłem własnych materiałów w oparciu o program GEOGEBRY. Chyba jednak przygotowania do tego rodzaju zajęć wymagają znacznie większego zaangażowania, a nie zawsze wystarcza czasu i chęci. Dodatkowo cenne dla mnie były również wskazówki dotyczące rodzaju zadań na sprawdziany jak również gotowe przykładowe zadania.

Myślę, że w następnym roku kontynuacja pracy w oparciu o ten program będzie nieco łatwiejsza a uczniowie bardziej samodzielni, gdyż to daje gwarancję sukcesu.

Nadmienię, że w tej klasie na 28 uczniów jedynie 1 uczeń ma poprawkę z matematyki, co w porównaniu do lat ubiegłych i klas w których uczyłem jest najlepszym wynikiem od wielu lat, czyli jest sukces.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zastosowanie TIK na lekcjach matematyki w liceum

Edyta Pobiega

Propozycje zastosowania TIK

- ▶ Wykorzystanie oprogramowania GeoGebra
- ▶ Wykonywanie rysunków do zadań, prac klasowych...
- ▶ Wykorzystanie portali internetowych z gotowymi zasobami do nauczania matematyki
- ▶ Wykorzystanie narzędzi do testów, sprawdzianów on-line
- ▶ Internet jako źródło informacji o maturze z matematyki od 2015
- ▶ Zastosowanie tablicy multimedialnej

Oprogramowanie GeoGebra

- ▶ www.geogebra.org
- ▶ www.geogebra.pl
- ▶ <http://tube.geogebra.org/>

Wykonywanie rysunków do zadań, prac klasowych...

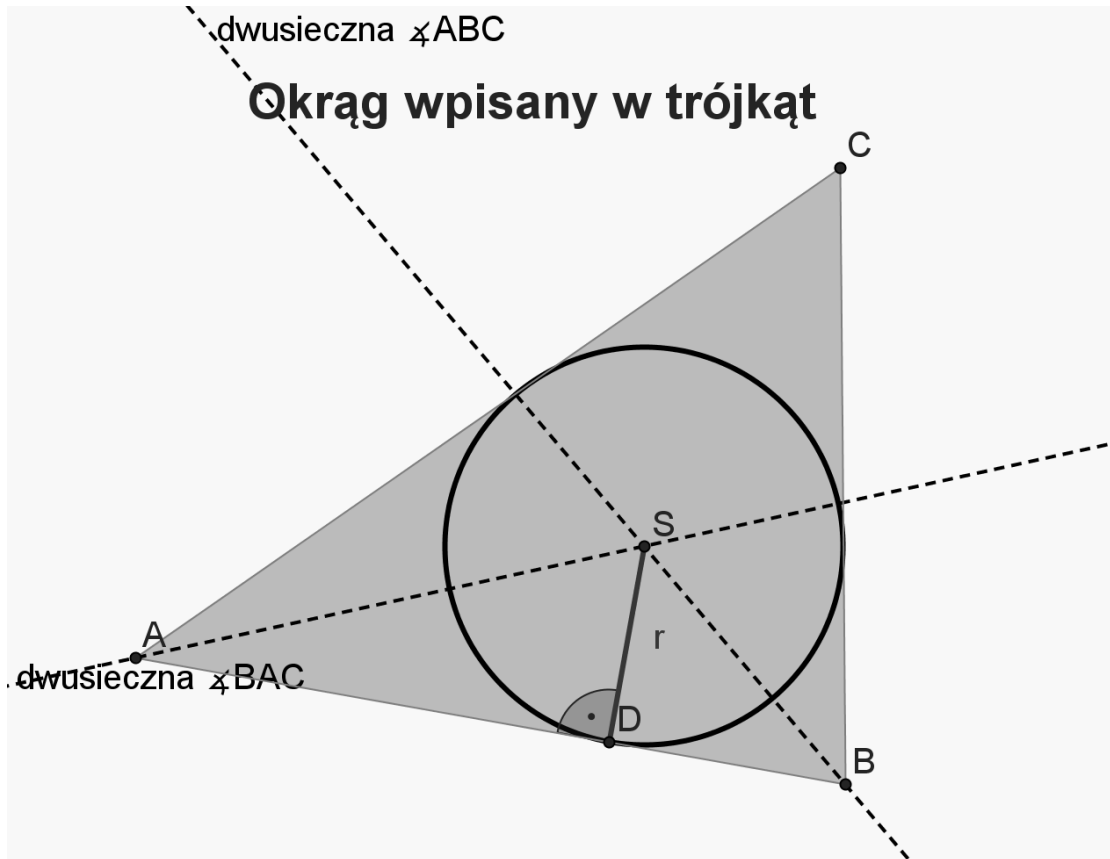
- ▶ Bardzo czytelne rysunki można wykonać w... GeoGebrze
- ▶ Można je potem kopiować poprzez schowek np. do dokumentu tekstowego lub prezentacji i dowolnie formatować

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry

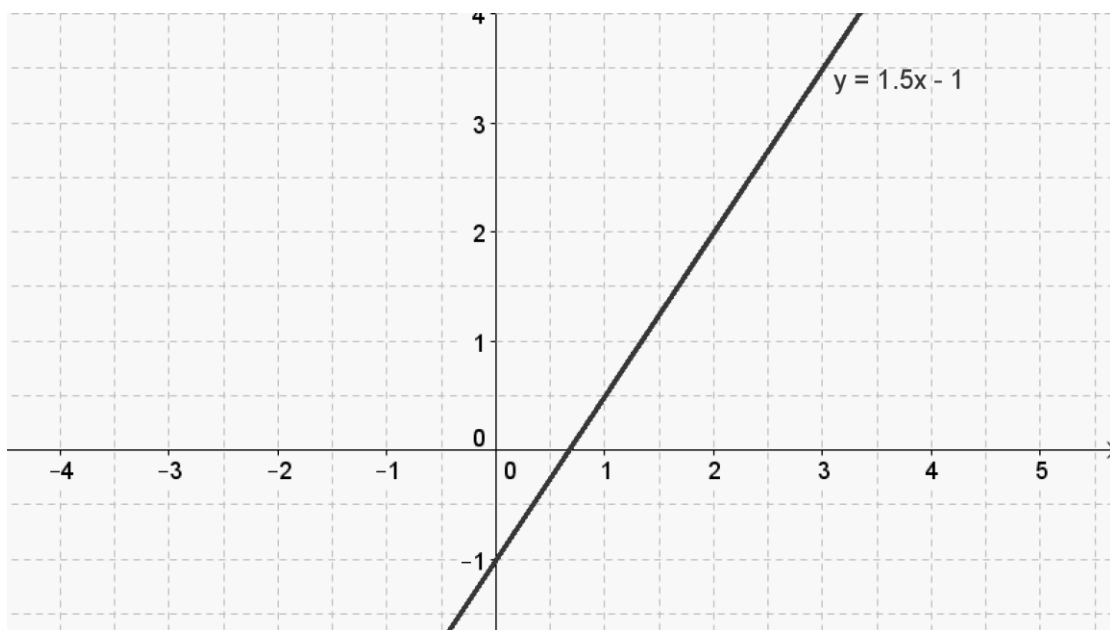


Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- ▶ Przykład rysunku do planimetrii



- ▶ Przykład wykresu



VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Wykorzystanie portali internetowych z gotowymi zasobami do nauczania matematyki

- ▶ [Scholaris](#)
- ▶ [Wrocławski Portal Matematyczny](#)
- ▶ <http://matematyka.pisz.pl/>
- ▶ <https://www.youtube.com/watch?v=qsfUTHF1i7g>
- ▶ [Aktywizujące metody nauczania z przykładami zastosowań na lekcjach matematyki w szkole średniej](#)

Narzędzia do testów, sprawdzianów on-line

- ▶ https://gwo.pl/strony/2173/seo_link:figury-geometryczne
- ▶ <http://www.zadania.info/n/4037902>
- ▶ <http://www.e-zadania.pl/arkusze-maturalne/>
- ▶ Learnigapps <https://learningapps.org/>
- ▶ Kahoot
 - Załóż bezpłatne konto i utwórz quiz dla uczniów <https://getkahoot.com/>
 - Uruchom utworzony test i czekaj na logowanie uczniów np. z własnych smartfonów <https://kahoot.it>

Zasoby maturalne - materiały Centralnej Komisji Egzaminacyjnej

Co?	Link
-----	------

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

INFORMATOR O EGZAMINIE MATURALNYM Z MATEMATYKI OD ROKU SZKOLNEGO 2014/2015	http://www.cke.edu.pl/images/EGZAMIN_MATURALNY_OD_2015/Informatory/2015/Matematyka-19wrz.pdf zbiór zadań jest od strony 41
Wybrane wzory matematyczne	http://www.cke.edu.pl/images/EGZAMIN_MATURALNY_OD_2015/Informatory/2015/MATURA_2015_Wybrane_wzory_matematyczne.pdf
Przykładowy arkusz CKE (grudzień 2013) poziom podstawowy	http://www.cke.edu.pl/images/EGZAMIN_MATURALNY_OD_2015/Przykladowe_arkusze/2015/matematyka_PP/matematyka_PP_A1.pdf
Rozwiązania	http://www.cke.edu.pl/images/EGZAMIN_MATURALNY_OD_2015/Przykladowe_arkusze/2015/matematyka_PP/matematyka_Model_PP_A2_A3_A4_A6_A7.pdf
Przykładowy arkusz CKE (grudzień 2013) poziom rozszerzony	http://www.cke.edu.pl/images/EGZAMIN_MATURALNY_OD_2015/Przykladowe_arkusze/2015/matematyka_PR/matematyka_PR_A1.pdf
Rozwiązania	http://www.cke.edu.pl/images/EGZAMIN_MATURALNY_OD_2015/Przykladowe_arkusze/2015/matematyka_PR/matematyka_PR_model_A1_A2_A3_A4_A6_A7.pdf

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zbiór zadań CKE	Zbiór zadań maturalnych z matematyki z rozwiązaniami
Materiały pomocnicze CKE	Matura z matematyki. Materiały pomocnicze dla uczniów i nauczycieli szczególnie godne polecenia dowody z geometrii
Próbna matura CKE grudzień 2014 poziom podstawowy	Arkusze dla uczniów bez dysfunkcji oraz uczniów z dysleksją rozwojową (A1) + karta odpowiedzi Rozwiązania zadań i schematy punktowania
Próbna matura CKE grudzień 2014 poziom rozszerzony	Arkusze dla uczniów bez dysfunkcji oraz uczniów z dysleksją rozwojową (A1) Rozwiązania zadań i schematy punktowania
Matura maj 2015 poziom podstawowy	MMA-P1_1P-152 poziom podstawowy – arkusz (wersja A)
Matura maj 2015 poziom rozszerzony	MMA-R1_1P-152 poziom rozszerzony – arkusz

Zastosowanie tablicy multimedialnej

- ▶ precyzja przy rysowaniu figur i pisaniu tekstów
- ▶ Wbudowana baza figur geometrycznych
- ▶ Możliwość wytarcia/usunięcia zbędnych elementów
- ▶ Możliwość cofnięcia ostatniego ruchu
- ▶ Możliwość kopiowania obiektów (również nieskończonego)
- ▶ „kurtyna” eliminuje rozproszenie uwagi, pokazujemy tyle, ile jest potrzebne

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- ▶ „reflektor” pozwala kierować uwagę na istotny element na ekranie
- ▶ Możliwość tworzenia notatek na obrazie
- ▶ Możliwość zapisania notatek w formacie oprogramowania tablicy lub jako pdf
- ▶ Możliwość wstawiania
 - Rysunków wykonanych w GeoGebrze
 - Obrazków zeskanowanych
 - Zdjęć
 - Dowolnych plików graficznych
- ▶ Zasoby do wykorzystania na tablicach multimedialnych
 - <http://www.tablice.net.pl/>
 - <http://nowoczesnenauczanie.pl/smart-board/12-najlepszych-stron-z-materialami-do-tablicy-interaktywnej/>
 - <http://nowoczesnenauczanie.pl/smart-board/wirtualna-nauka-w-khan-academy/>
 - <http://www.tablice.net.pl/lekcje>

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Materiały

warsztatowe

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry

UNIWERSYTET
 SWPS

SWPS Uniwersytet Humanistycznospołeczny
ul. Chodakowska 19/31, 03-815 Warszawa
tel. 22 517 96 00, faks 22 517 96 25
www.swps.pl



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

GeoGebra – proste zastosowania oprogramowania podczas lekcji matematyki w szkole ponadgimnazjalnej

Janina Konieczna, Joanna Leszek, Jerzy Mil, Edyta Pobiega, Daria Szalińska, Małgorzata Zbińkowska

Instalowanie i uruchamianie programu GeoGebra

GeoGebra jest programem bezpłatnym, więc zarówno nauczyciel jak i uczniowie mogą zainstalować go na swoich komputerach szkolnych oraz domowych. Mamy obecnie do dyspozycji warianty:

- Pobieranie instalatora dla wybranego systemu operacyjnego komputerów stacjonarnych oraz dla tabletów: <http://www.geogebra.org/cms/pl/download/>
- Pobieranie instalatora off-line: <http://www.geogebra.org/cms/pl/portable>
- Praca w trybie on-line, uruchamianie programu bez instalacji, w oknie przeglądarki: <http://geogebra.org/webstart/geogebra.html>

Korzystanie z gotowych materiałów stanowiących obudowę dydaktyczną Innowacyjnego programu nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących

<https://sites.google.com/site/programdlalo/home>

Przykładowe instrukcje do wykonania ilustracji zadań ze scenariuszy i skryptów Innowacyjnego programu nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących

Zadanie 1

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Wyobraź sobie, że widoczna część układu współrzędnych to wioska, przez którą płynie rzeka – oś OX. Zaplanuj najkrótszą drogę z chatki w punkcie (4,4) do chatki w punkcie (-5,2) jeśli po drodze chcemy nabrać wiaderko wody z rzeki.

Instrukcja:

1. Włącz Osie i Siatkę w Widoku Grafiki.
2. Wstaw punkty $A=(4,4)$ i $B=(-5,2)$.
3. Wstaw na osi OX punkt C .
4. Wstaw łamaną ACB . Dla łamanej ACB we Właściwościach zaznacz Pokaż etykietę: Wartość.
5. Punkt A odbij symetrycznie względem osi OX.
6. Wstaw odcinek BA' . Dla odcinka BA' we Właściwościach zaznacz Pokaż etykietę: Wartość.

Zadanie 2

Dany jest trójkąt ABC o wierzchołkach w punktach $A=(-3,-2)$, $B=(1,-2)$, $C=(4,3)$. Oblicz wartości sinusa, cosinusa i tangensa kąta ABC.

Instrukcja:

1. Włącz Osie i Siatkę w Widoku Grafiki.
2. Wstaw punkty $A=(-3,-2)$, $B=(1,-2)$, $C=(4,3)$.
3. Wstaw trójkąt ABC.
4. Przesuń trójkąt tak aby punkt B znalazł się w początku układu współrzędnych.
5. Odbij trójkąt symetrycznie względem osi OY.

Zadanie 3

Paweł wyruszył rowerem o godzinie 9^{00} w odwiedzinach do babci. Przez godzinę jechał z szybkością 15 km/h. Po tym czasie rower się zepsuł i przez pół godziny Paweł próbował go naprawić. Następnie ruszył w dalszą drogę pieszo i przez 3 godziny wędrował z szybkością 5 km/h. Naszkicuj wykres pokazujący zależność przebytej przez Pawła drogi od czasu. Jakby wyglądał ten wykres gdyby Paweł wyruszył godzinę później.

Instrukcja:

1. Włącz Osie i Siatkę w Widoku Grafiki.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

2. W Ustawieniach Widoku Grafiki ustaw:

- OśX: zaznacz – Tylko wartości dodatnie; Odległość:1; Etykieta: godzina; Jednostka: .00; Przecięcie w: 0.0
- OśY: zaznacz – Tylko wartości dodatnie; Odległość: 5; Etykieta: przebyta droga; Jednostka: km; Przecięcie w: 9.0
- Siatka: Odległość x:0.25, y:5
- Podstawowe: xmax: 15 oraz ymax: 40

3. Wstaw odcinek o końcach (9,0) i (10,15).

4. Wstaw odcinek o końcach (10,15) i (10.5,15).

5. Wstaw odcinek o końcach (10.5,15) i (13.5,30).

6. Ukryj odcinki, punkty pozostaw widoczne.

7. Wstaw łamaną przechodzącą przez pozostawione punkty.

8. Zaznacz łamaną. Z menu Edycja wybierz Kopiuj, a następnie Wklej. Skopiowaną łamaną umieść o jedną jednostkę na prawo od oryginalnej. Zmień jej kolor.

Zadanie 4

Dla jakich wartości parametrów m i n punkt $A'=(m+2n,-3)$ jest obrazem punktu $A=(-4,-6m-3n)$ w symetrii względem początku układu współrzędnych.

Instrukcja:

1. Włącz Osie i Siatkę w Widoku Grafiki.
2. Wstaw suwak o nazwie m , Przedział od -20 do 20, Krok: 0.1.
3. Wstaw suwak o nazwie n , Przedział od -20 do 20, Krok: 0.1.
4. W Polu wprowadzania wpisz: $A=(-4,-6m-3n)$.
5. W Polu wprowadzania wpisz: $A'=(m+2n,-3)$.
6. Wstaw tekst: w polu Edycja wpisz: $A=i$ z Obiektów wybierz A .
7. Wstaw tekst: w polu Edycja wpisz: $A'=i$ z Obiektów wybierz

Zadanie 5

Droga hamowania samochodu zależy od prędkości, z jaką porusza się pojazd, warunków związanych z nawierzchnią, refleksem kierowcy itd. Drogę tę można w pewnym uproszczeniu opisać wzorem

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

$s(v)=Av^2+Bv$, gdzie v [m/s] to prędkość, A oraz B współczynniki zależne od pozostałych czynników opisujących ruch. Przedstaw za pomocą tabelki funkcję drogi hamowania dla $A=0,05$ oraz $B=1$. Jaką prędkość rozwijał samochód, jeśli jego droga hamowania wyniosła 60m?

Instrukcja:

1. Włącz Osie i Siatkę w Widoku Grafiki.
2. W Ustawieniach Widoku Grafiki ustaw:
 - OśX: zaznacz – Tylko wartości dodatnie; Odległość: 5; Etykieta: prędkość; Jednostka: m/s
 - OśY: zaznacz – Tylko wartości dodatnie; Odległość:10; Etykieta: droga hamowania; Jednostka: m
 - Siatka: Odległość x:5, y:10
 - Podstawowe: xmax: 50 oraz ymax: 100
3. Wstaw suwak o nazwie A, Przedział od 0.01 do 2, Krok: 0.01.
4. Wstaw suwak o nazwie B, Przedział od 0.1 do 3, Krok: 0.1.
5. W Polu wprowadzania wpisz: Funkcja[A*x^2+B*x,0,100].

Zadanie 6

Dana jest prosta o równaniu $Ax+2y+6=0$. Dla jakich wartości A , prosta tworzy z osiami układu współrzędnych trójkąt o polu 6?

Instrukcja:

1. Włącz Osie i Siatkę w Widoku Grafiki.
2. Wstaw suwak o nazwie A, Przedział od -10 do 10, Krok: 0.1.
3. W Polu wprowadzania wpisz: $A*x+2y+6=0$.
4. Wstaw punkty (B i C) przecięcia prostej z osiami układu współrzędnych.
5. Wstaw punkt D= (0,0).
6. Wstaw trójkąt BCD. We Właściwościach trójkąta zaznacz Pokaż etykiety: Wartość.

Zadanie 7

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

(Próbny egzamin maturalny z matematyki – listopad 2006, zadanie 11) Funkcja f przyporządkowuje każdej liczbie rzeczywistej x z przedziału $\langle -4, -2 \rangle$ połowę kwadratu tej liczby pomniejszonej o 8.

- Podaj wzór tej funkcji.
- Wyznacz najmniejszą wartość funkcji f w podanym przedziale.

Instrukcja:

- Włącz Osie i Siatkę w Widoku Grafiki.
- W Polu wprowadzania wpisz: Funkcja[0.5x^2-8,-4,-2].

Zadanie 8

(Materiał diagnostyczny z matematyki – grudzień 2005, zadanie 3) Funkcja $f(x)$ jest określona wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{dla } x \in \langle -1, 1 \rangle \\ -(x - 1)^2 & \text{dla } x \in \langle 1, 3 \rangle \end{cases}$$

- Sprawdź czy liczba $a = (0,25)^{-0,5}$ należy do dziedziny funkcji $f(x)$.
- Oblicz $f(2)$ oraz $f(3)$.
- Sporządź wykres funkcji $f(x)$.
- Podaj rozwiązania równania $f(x) = 0$.
- Zapisz zbiór wartości funkcji $f(x)$.

Instrukcja:

- Włącz Osie i Siatkę w Widoku Grafiki.
- W Polu wprowadzania wpisz: Funkcja[x+2,-1,1].
- W Polu wprowadzania wpisz: Funkcja[-(x-1)^2,1,3].
- Wstaw punkty: $(-1,1)$, $(1,0)$, $(3,-4)$.
- Wstaw punkt $(1,3)$. We Właściwościach tego punktu zmień styl na otwarte kółeczko.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie dodatkowe: Jak zilustrować punkty d) i e) w GeoGebraze?

Zadanie 9

Dany okrąg o środku w punkcie $S=(-2,2)$ i promieniu długości 2 przekształć przez: symetrię względem osi OX , symetrię względem osi OY oraz symetrię względem początku układu współrzędnych. Oblicz pole i obwód obszaru ograniczonego danym okręgiem i jego trzema obrazami.

Instrukcja:

1. Włącz Osie i Siatkę w Widoku Grafiki.
2. Wstaw punkt $(-2,2)$. We Właściwościach zmień jego nazwę na S oraz zaznacz Pokaż etykietę: Nazwa.
3. Wstaw okrąg o danym środku S i promieniu 2.
4. Wybierz narzędzie: Symetria osiowa. Wybierz okrąg o środku S , a następnie oś OX .
5. Wybierz narzędzie: Symetria osiowa. Wybierz okrąg o środku S , a następnie oś OY .
6. Wstaw punkt $(0,0)$.
7. Wybierz narzędzie: Symetria środkowa. Wybierz okrąg o środku S , a następnie punkt $(0,0)$.
8. Wstaw odpowiednie łuki, aby zaznaczyć rozważany obszar.

Zadanie 10

Punkty $A=(0,2)$ i $B=(-3,-4)$ są sąsiednimi wierzchołkami równoległoboku, a punkt $O=(0,0)$ jest jego środkiem symetrii. Znajdź pozostałe dwa wierzchołki tego równoległoboku i oblicz jego obwód.

Instrukcja:

1. Włącz Osie i Siatkę w Widoku Grafiki.
2. Wstaw punkty $(0,2)$ oraz $(-3,-4)$. We Właściwościach zaznacz dla obu Pokaż etykietę: Nazwa.
3. Wstaw punkt $(0,0)$. We Właściwościach zmień jego nazwę na O oraz zaznacz Pokaż etykietę: Nazwa.
4. Wstaw odcinek o końcach A i B .
5. Wstaw punkty C i D jako symetryczne do punktów A i B względem punktu O .
6. Wstaw wielokąt $ABCD$.

Zadanie 11

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Bok AB kwadratu ABCD zawiera się w prostej o równaniu $y = \frac{1}{3}x - \frac{8}{3}$. Pozostałe dwa wierzchołki to $C = (0, 4)$ i $D = (-6, 2)$. Obrazem tego kwadratu w symetrii względem osi OY jest kwadrat $A'B'C'D'$. Oblicz pole części wspólnej kwadratów ABCD i $A'B'C'D'$.

Instrukcja:

1. Włącz Osie i Siatkę w Widoku Grafiki.
2. W Polu wprowadzania wpisz: $y = \frac{1}{3}x - \frac{8}{3}$.
3. W Polu wprowadzania wpisz $C = (0, 4)$. We Właściwościach zaznacz: Pokaż etykietę: Nazwa.
4. W Polu wprowadzania wpisz $D = (-6, 2)$. We Właściwościach zaznacz: Pokaż etykietę: Nazwa.
5. Wstaw odcinek o końcach C i D.
6. Wstaw prostą prostopadłą do prostej z zadania przechodzącą przez punkt D.
7. Wstaw punkt A przecięcia obu prostych. We Właściwościach zaznacz: Pokaż etykietę: Nazwa.
8. Wstaw prostą prostopadłą do prostej z zadania przechodzącą przez punkt C.
9. Wstaw punkt B przecięcia obu prostych. We Właściwościach zaznacz: Pokaż etykietę: Nazwa.
10. Wstaw wielokąt ABCD.
11. Wybierz narzędzie: Symetria osiowa. Wybierz kwadrat ABCD, a następnie oś OY.

Zadanie 12

Wykres funkcji liniowej przesuwamy o 1 jednostkę w lewo równoległe do osi OX i 2 jednostki w dół równoległe do osi OY. W wyniku tego przesunięcia otrzymano ten sam wykres funkcji. Co można powiedzieć na temat danej funkcji liniowej? Jaki jest jej wzór?

Instrukcja:

1. Włącz Osie i Siatkę w Widoku Grafiki.
2. Wstaw suwaki: a, b, p, q – zakres: od -5 do 5, krok 0.1.
3. W polu wprowadzania wpisz: $y = ax + b$ (otrzymasz prostą c)
4. Wpisz tekst1: $y = \boxed{c}$
5. Pokaż nachylenie prostej c.
6. W polu wprowadzania wpisz: $u = (p, q)$
7. Przesuń równoległe prostą c o wektor u (otrzymasz prostą c')
8. Wpisz tekst2: $y = \boxed{c'}$

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 13

Dla danego zestawu danych: 3, 5, 1, 5, 2, 0:

- Wyznacz modę, medianę
- Oblicz średnią arytmetyczną, odchylenie standardowe

Instrukcja:

- Wyłącz Osie i Siatkę w Widoku Grafiki.
- W polu wprowadzania wpisz: lista1={3, 5, 1, 5, 2, 0}
- W widoku grafiki Wstaw Pole tekstowe1. Opis: Zestaw danych. Obiekt połączony: wybierz lista1
- W polu wprowadzania wpisz: Porządkuj[lista1]
- Wstaw tekst1 – Uporządkowany zestaw danych=
- W polu wprowadzania wpisz średnia=Średnia[lista1]
- W polu wprowadzania wpisz mediana=Mediana[lista1]
- W polu wprowadzania wpisz moda=Moda[lista1]
- W polu wprowadzania wpisz odchylenie=OdchylenieStandardowe[lista1]
- Wstaw tekst2 – zaznacz Formuła LaTeX
- $\bar{x} =$
- $m_e =$
- Moda=
- $\sigma \approx$

Zadanie 14

Dany jest wykres funkcji kwadratowej. Wyznacz wzór funkcji kwadratowej i przedstaw go w postaci ogólnej.

Instrukcja:

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

1. Włącz Osie i Siatkę w Widoku Grafiki.
2. Wyłącz Osie i Siatkę w Widoku Grafiki2.
3. W Polu wprowadzania wpisz: lista1={-3,-2,-1.5,-1,-0.5,0.5,1,1.5,2,3}.
4. W Polu wprowadzania wpisz: a=ElementLosowy[lista1].
5. W Polu wprowadzania wpisz: p= LosowaCałkowita[-5,5]
6. W Polu wprowadzania wpisz: q=LosowaCałkowita[-5,5].
7. W Polu wprowadzania wpisz: $f(x)=a(x-p)^2+q$.
8. W Polu wprowadzania wpisz: $W=(p,q)$ a następnie $P=(3,1)$.
9. Ustal styl punktu – wybierz Przymocuj do punktów kratowych.
10. W Widoku Grafiki2 wybierz pola wyboru - d: opis –Wskazówki, wybierz z listy W, P, e: opis –
Odpowiedź.
11. W Widoku Grafiki2 utwórz Przycisk1 opis - Nowe zadanie. We właściwościach - Skrypty – Przy
kliknięciu wpisz:
UaktualnijKonstrukcję[]
UstawAktywnyWidok[1]
WidokCentralny[W]
d=false
e=false
P=(3,1)
12. W Widoku Grafiki2 wpisz tekst1: Wierzchołek paraboli $W=$ wybierając wartość
Z listy Obiekty. Warunek wyświetlania - d
13. W Widoku Grafiki2 wpisz tekst2: Punkt P ustaw tak aby leżał na paraboli i $P \neq W$. Warunek
wyświetlania obiektu: - $(f(x(P)) \neq y(P)) \wedge d$
14. W Widoku Grafiki2 wpisz tekst3: Punkt $P=$ należy do wykresu funkcji f. Warunek
wyświetlania obiektu: - $f(x(P)) \stackrel{?}{=} y(P) \wedge d$
15. W Widoku Grafiki2 wpisz tekst4: $P=W$. Warunek wyświetlania obiektu: - $P=W \wedge d$
16. Otwórz Widok CAS i w komórce 1 wpisz - f(x)
17. W Widoku Grafiki2 wpisz tekst5: $f(x)=$. Zaznacz Formuła LaTeX. Warunek wyświetlania
obektu: e

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zastosowanie Widoku CAS

**Janina Konieczna, Joanna Leszek, Katarzyna Pobiega, Edyta Pobiega,
Daria Szalińska, Małgorzata Zbińkowska**

Widok ten zawiera komórki (numerowane kolejno). Każda z nich zawiera **pole wejściowe** w górnej części i **pole wyjściowe** (w dolnej części). Po wpisaniu polecenia (w górnej części komórki, czyli w polu wejściowym) i zatwierdzeniu ENTER, rozwiązanie (wynik) pojawi się w tej samej komórce w jej dolnej części (czyli w polu wyjściowym).

Istnieje różnica między wprowadzaniem równań, a zmiennych. Znak = stosujemy w równaniach, zaś symbol := do wprowadzania wartości zmiennych.

1	b:=5
<input type="radio"/>	→ b := 5
2	a=2
<input type="radio"/>	→ a = 2
3	(a+b) ²
<input type="radio"/>	→ a² + 10 a + 25

W komórce pierwszej(\$1) wprowadzono zmienną b o wartości 5. W komórce drugiej (\$2) zapisano równanie. Ten zapis nie oznacza, że powstała zmienna o nazwie a i wartości 2. W komórce trzeciej (\$3) zapisano wyrażenie z a i b, po wykonaniu działania zamiast zmiennej b podstawiono jej aktualną wartość 5, natomiast a pozostało bez zmiany.

Pierwsza kolumna w widoku CAS zawiera status widoczności w Widoku Grafiki (widoczny lub ukryty) obiektu zdefiniowanego w Widoku CAS.

Klikając prawym przyciskiem myszy na numerze komórki możemy np. usunąć komórkę, wstawić nową nad lub pod komórką istniejącą lub zaznaczyć kilka komórek (Shift) i usunąć wszystkie zaznaczone.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Kliknięcie przycisku na pasku narzędzi stosuje polecenia do wiersza aktualnie edytowanego.

	narzędzie	skrót/polecenie	jak działa
1	=	Enter	wykonuje polecenie z pola wejściowego komórki, podaje wynik dokładny (symboliczny)
2	\approx	Ctrl + Enter	wynik liczbowy przybliżony, wykonuje obliczenia numerycznie. Dokładność przybliżenia jest ustawiana w Opcjach
3	✓	Alt + Enter	pozostawia wprowadzone wyrażenie bez zmian (we wprowadzonej postaci)
4	15 $3 \cdot 5$	RozkładNaCzynniki	znajduje rozkład na czynniki
5	(())	Rozwinięcie	rozwicka wyrażenie
6	7 	Podstaw	zastępuje część wyrażenia
7	$x =$	Rozwiąż	rozwiązuje jedno lub więcej równań
8	$x \approx$	NRozwiąż	rozwiązuje jedno lub więcej równań numerycznie
9	f'	Pochodna	oblicza pierwszą pochodną
10	;		wstrzymuje wyświetlanie wyniku w polu wyjściowym komórki
11	=		kopiuje dane z pola wejściowego poprzedniej komórki
12	Escape		kasuje zawartość pola wejściowego komórki
13)		kopiuje w nawiasie dane z pola wyjściowego

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

			poprzedniej komórki
14	\$		dynamicznie kopiuje dane z pola wyjściowego z poprzedniej komórki i zapamiętuje odwołanie
15	\$3		dynamicznie kopiuje dane z pola wyjściowego z komórki numer 3 i zapamiętuje odwołanie
16	# lub spacja		statycznie kopiuje dane z pola wyjściowego poprzedniej komórki
17	#3		statycznie kopiuje dane z pola wyjściowego komórki numer 3
18	:=		definiuje funkcje, zmienne, ciągi,
19		ALT + o	symbol stopnia °
20		ALT + p	π
21		ALT + r	pierwiastek kwadratowy
22		ALT + a	α

Zadania

Wszystkie zadania wykonuj w Widoku CAS

- Oblicz $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$. Podaj dokładny wynik $=$, podaj wynik przybliżony \approx , przepisz bez zmiany ✓. Oblicz $\frac{a}{a+1} + \frac{a+1}{a+2}$. Podaj dokładny wynik $=$, przepisz bez zmiany ✓. Oblicz wartość wyrażenia dla $a=2$ oraz dla dowolnego a \rightarrow Podstaw
- Oblicz $\sqrt{8} - \sqrt{32}$. Podaj dokładny wynik $=$, podaj wynik przybliżony \approx , przepisz bez zmiany ✓. Oblicz lub podaj po wyłączeniu czynnika $\sqrt[3]{625}, \sqrt[3]{125}$ Polecenie $NPierwiastek =$

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

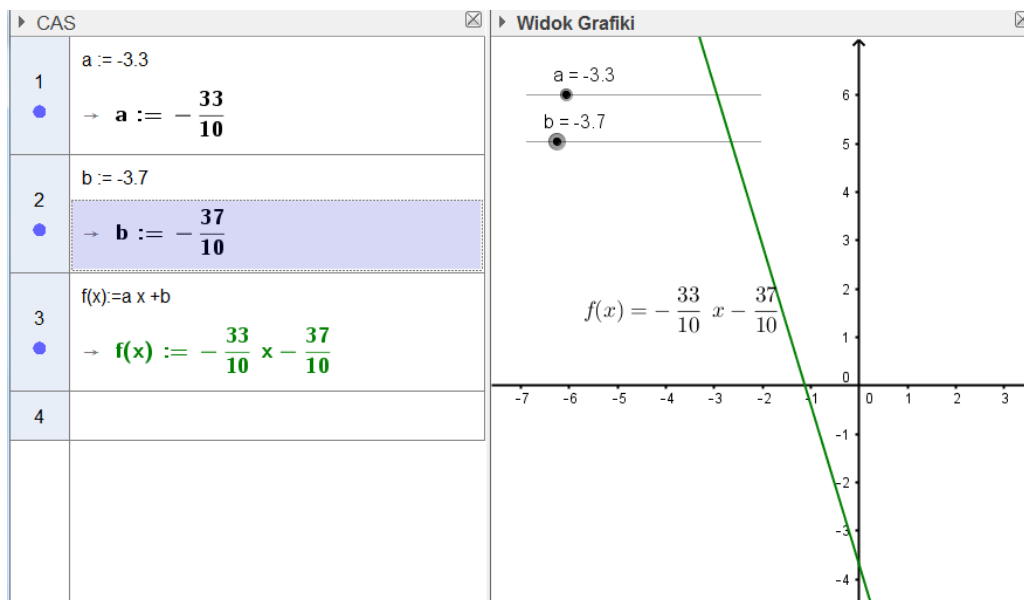
3. Usuń niewymierność z mianownika $\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}-1} =$, ✓ Polecenie *Uprość*
4. Przekształć wyrażenie $(3 + \sqrt{2})^2, (3a + b\sqrt{2})^2 =$, ✓ , (()) , Polecenia *Uprość, Rozwiń*
5. Rozłóż na czynniki: $48, 2x^2 - 10x + 12, \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}$ ¹⁵ $3 \cdot 5$ Polecenie *RozkładNaCzynniki*
6. Wyznacz NWD(24,60), NWD($x^2 - 5x + 6, x - 2$), NWW(24,60), NWW($x^2 - 5x + 6, x - 2$)
7. Wykonaj dzielenie z resztą, wyznacz wynik dzielenia, resztę z dzielenia: liczb 17 i 5, wielomianów $x^2 + 3x + 1$ oraz $x - 2$. Polecenia *DzielenieZResztą, DzielenieCałkowite, Reszta*. Wyznacz liczbę dzielników liczby 180, listę dzielników liczby 180, sumę dzielników liczby 180.
8. Wyznacz liczbę π – wartość dokładną i przybliżoną oraz przybliżenie liczby π z dokładnością do 50 miejsc $=$ Polecenie *WartośćLiczbowa*
9. Rozwiąż równania $x^2 - 5x + 6 = 0, \left(\frac{1}{2}\right)^{(x-2)} = 16$ $x =$ Polecenia *Rozwiąż, Rozwiązania*
10. Rozwiąż układy równań $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 5 \end{cases}, \begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 7 \end{cases}, \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$ $x =$ Polecenia *Rozwiąż*
11. Rozwiąż nierówność $x^3 - x \geq 0$ algebraicznie i graficznie $x =$ Polecenie *Rozwiąż*. Do rozwiązania graficznego Polecenie *LewaStrona*

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry

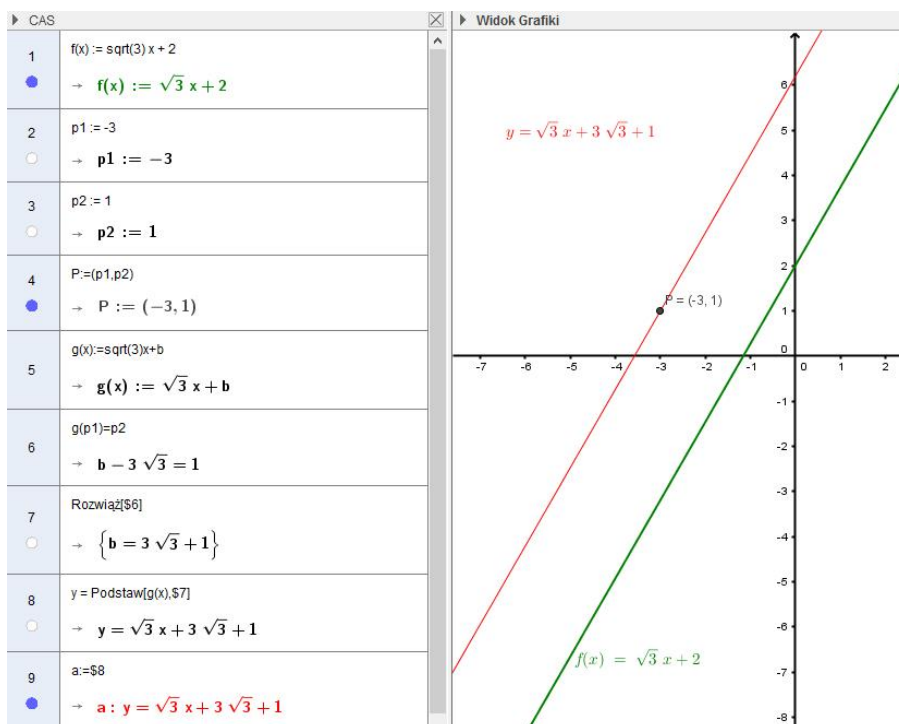


Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

12. Narysuj wykres funkcji liniowej i wyświetl jej wzór. Współczynniki we wzorze funkcji powinny być zmieniane za pomocą suwaków, możliwa jest ich ułamkowa wartość.



13. Napisz wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu funkcji $f(x) = \sqrt{3}x + 2$ przechodzącej przez punkt $P = (-3, 1)$. Uogólnij tak, aby punkt był dowolny.



VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

14. W trójkącie prostokątnym długości przyprostokątnych to a i b zmieniane za pomocą suwaków. Oblicz długość przeciwprostokątnej. Wyświetl dokładny wynik oraz wynik przybliżony.

The screenshot shows the GeoGebra interface. On the left, the CAS view contains the following steps:

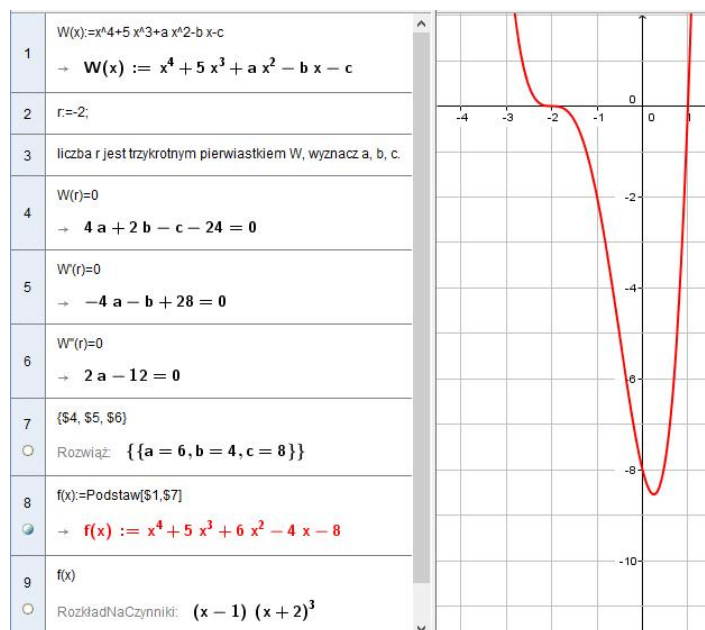
1	Uprość[$\sqrt{a^2+b^2}$]
○	$\rightarrow 4\sqrt{5}$
2	$\sqrt{a^2+b^2}$
○	≈ 8.94
3	

On the right, the Graphics view shows a right-angled triangle with vertices A, B, and C. The vertical leg AC has a length of 4, and the horizontal leg CB has a length of 8. The hypotenuse is AB. Above the triangle, there are sliders for $a=4$ and $b=8$. Text in the graphics view reads: "Długości przyprostokątnych zmieniamy za pomocą suwaków", "Oblicz długość przeciwprostokątnej. Wynik doprowadź do prostszej postaci.", and "Sprawdź". Below this, the exact and approximate values for the hypotenuse are shown: $|AB| = 4\sqrt{5} \approx 8.9427190999$.

15. Zamień na radiany 30° , 315° . Rozwiąż równanie $\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ w radianach oraz $\sin(x) = \frac{1}{2}$ w stopniach
16. Wprowadź dowolną funkcję – wielomian stopnia 3. Wyświetl jej pochodną, ekstrema oraz styczną do jej wykresu w punkcie $x_0 = 0$
17. (zad 5_127 OE Krzysztof Pazdro) Liczba $r=-2$ jest trzykrotnym pierwiastkiem wielomianu $W(x) = x^4 + 5x^3 + ax^2 - bx - c$. Wyznacz współczynniki a, b, c . Rozłóż wielomian na czynniki.



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



Podstawy geometrii przestrzennej

Janina Konieczna, Joanna Leszek, Katarzyna Pobiega, Edyta Pobiega,
Daria Szalińska, Małgorzata Zbińkowska

Nazwa	Ikona	Opis
Prosta prostopadła		Prosta prostopadła do płaszczyzny lub prostej przechodząca przez punkt.
Okrąg o danej osi przechodzący przez punkt		Okrąg leżący na płaszczyźnie prostopadłej do prostej i zawierającej punkt, środkiem okręgu jest punkt przecięcia prostej i płaszczyzny prostopadłej.
Okrąg o danym środku, promieniu i kierunku		Okrąg o danym środku i promieniu leżący na płaszczyźnie prostopadłej do kierunku.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry











Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Nazwa	Ikona	Opis
Przecięcie dwóch powierzchni		Figura będąca częścią wspólną dwóch powierzchni.
Płaszczyzna przez trzy punkty		Płaszczyzna wyznaczona przez trzy punkty.
Płaszczyzna		Płaszczyzna wyznaczona przez trzy punkty albo przez prostą i punkt albo dwie proste równoległe albo wielokąt.
Płaszczyzna prostopadła		Płaszczyzna prostopadła do prostej i zawierająca punkt.
Płaszczyzna równoległa		Płaszczyzna równoległa do danej płaszczyzny i zawierająca dany punkt.
Ostrosłup		Ostrosłup, którego podstawą jest dany wielokąt, a dany punkt jest jego wierzchołkiem.
Graniasłup		Graniasłup, którego podstawą jest dany wielokąt, a dany punkt jest wierzchołkiem drugiej podstawy.
Utwórz Ostrosłup lub Stożek		Ostrosłup lub stożek o danej podstawie: wielokąt albo okrąg i wysokości podanej liczbą lub określonej przez przesunięcie wierzchołka.
Utwórz Graniasłup lub Walec		Graniasłup lub walec o danej podstawie: wielokąt albo okrąg i wysokości podanej liczbą lub określonej przez przesunięcie drugiej podstawy.
Stożek		Stożek o danym środku podstawy, wierzchołku i promieniu podstawy.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Nazwa	Ikona	Opis
Walec		Walec o danych środkach podstaw i promieniu podstawy.
Czworościan foremny		Czworościan foremny, który może być wstawiany na dwa sposoby: 1. gdy dwa wierzchołki leżą na płaszczyźnie XOY wystarczy kliknąć te wierzchołki, 2. gdy leżą poza płaszczyzną XOY trzeba wcześniej wybrać płaszczyznę, która zawiera oba punkty i będzie zawierać jedną ze ścian czworościanu.
Sześcián		Sześcián, który może być wstawiany na dwa sposoby: 1. Gdy dwa wierzchołki leżą na płaszczyźnie XOY wystarczy kliknąć te wierzchołki, 2. Gdy leżą poza płaszczyzną XOY trzeba wcześniej wybrać płaszczyznę, która zawiera oba punkty i będzie zawierać jedną ze ścian sześciánu.
Siatka		Siatka wielościanu. Narzędzie dodaje w Widoku Grafiki suwak, którego zmiana pozwala rozłożyć siatkę wielościanu.
Kula o danym środku przechodząca przez punkt		Jak w nazwie narzędzia.
Kula o danym środku i promieniu		Jak w nazwie narzędzia.
Objętość		Objętość bryły.
Symetria względem płaszczyzny		Obraz obiektu w symetrii względem płaszczyzny.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Nazwa	Ikona	Opis
Obrót wokół prostej		Obraz obiektu w obrocie wokół prostej o dany kąt.
Obróć Widok Grafiki 3D		Obracanie Widoku Grafiki 3D
Zobacz przed		Zmiana kierunku patrzenia w Widoku Grafiki 3D, by był on prostopadły do wskazanej płaszczyzny.

Ćwiczenie 1.

Dany jest sześcian ABCDEFGH o krawędzi 2. Zaznacz:





- Kąt nachylenia przekątnej tego sześcianu do płaszczyzny podstawy.
- Kąt nachylenia przekątnej tego sześcianu do krawędzi podstawy.
- Kąt pomiędzy przekątnymi dwóch ścian bocznych, wychodzącymi z jednego wierzchołka.
- Wyznacz miary tych kątów. Czy zależą one od długości krawędzi podstawy? Odpowiedź uzasadnij.

Wersja 1 rozwiązania – z ustalonymi długościami krawędzi.		
Z menu wybierz Opcje/Etykietowanie/Tylko nowe punkty		
1.		Utwórz dwa punkty, klikając w widoku Grafiki np. na (0,0) i (2,0) lub wpisując współrzędne w polu wprowadzania.
2.		Utwórz sześcian.
Tworzenie trójkąta – podpunkty (a) i (b) zadania		

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

3.		Utwórz odcinki AC i AG .
4.		Utwórz kąt między nimi oraz kąt pomiędzy AG i CG .
5.		Możesz utworzyć trójkąt ACG . Poprzez odpowiednie ustawienie przezroczystości sześcianu i koloru trójkąta, będzie on dobrze widoczny na ekranie.
Analogicznie utwórz kąt pomiędzy przekątnymi sąsiednich ścian bocznych.		
Wersja 2 rozwiązania – z dowolnymi długościami krawędzi.		
Ponieważ obie wersje różnią się od siebie tylko pierwszym krokiem, to można „poprawić” wersję 1 tak, byśmy mieli możliwość zmieniania długości krawędzi.		
1.		Wstaw suwak (w widoku Grafiki). Program nazwie go np. h . Możesz też po prostu w polu wprowadzania wpisać h i zatwierdzić propozycję utworzenia suwaka. We właściwościach suwaka ustaw zakres od 0.1.
2.		We właściwościach punktu B , w zakładce Podstawowe zmień definicję punktu B na (h,0) .




Ćwiczenie 2. – przekroje prostopadłościanu.

1.		Otwórz Grafika 3D i Widok Grafiki 2.
2.		W opcjach widoku Grafiki 3D w zakładce Podstawowe wyłącz opcje Używaj wycinka i Pokaż wycinek. W Opcje/Etykietowanie wybierz Tylko nowe punkty.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry







Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

3.		<p>W Widoku Grafiki 2 wstaw suwaki o nazwach:</p> <p>a – minimum: 0.1, maksimum: 2, krok: 0.1</p> <p>b – minimum: 0.1, maksimum: 2, krok: 0.1</p> <p>h - minimum: 0.1, maksimum: 4, krok: 0.1</p>
4.		<p>Kliknij w okno widoku Grafika 3D i wpisz w polu wprowadzania kolejno formuły:</p> <p>$A=(a/2,b/2,-h/2)$ $B=(-a/2,b/2,-h/2)$ $C=(-a/2,-b/2,-h/2)$</p> <p>$D=(a/2,-b/2,-h/2)$ $E=(a/2,b/2,h/2)$</p> <p>Wybór tych punktów pozwoli wstawić prostopadłościan o krawędziach a, b, h taki, że jego "środek" będzie znajdował się w początku układu współrzędnych.</p>
5.		<p>Wstaw wielokąt ABCD</p> <p>Zwracam uwagę, by klikać wierzchołki wielokąta w podanej kolejności, bo inaczej nie otrzymamy w następnym kroku prostopadłościanu, a równoległościan.</p>
6.		<p>Wstaw graniastostup o podstawie wielokąt1 i wierzchołku górnej podstawy E</p>
7.		<p>Dla graniastostupa e w zakładce Zaawansowane wpisz w polach Czerwony, Zielony i Niebieski 0, a w polu Przezroczystość wpisz 1/256. Ustaw grubość linii 3.</p> <p>Ustawienie wartości przezroczystości na 1/256 pozwala stworzyć rysunek modelu szkieletowego bryły. Pola kolorów i przezroczystość mogą przyjmować 256 wartości zapisanych jako ułamki dziesiętne od 0 do 1. 1/256 to najmniejsza wartość różna od 0. Jeśli wartość byłaby równa 0, to wszystkie krawędzie byłyby widoczne, czyli będą rysowane jako linie ciągłe.</p>

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



8.		<p>W Widoku Grafiki 2 wstaw suwaki:</p> <p>α – minimum: 0°, maksimum: 360°, krok: 1°</p> <p>β – minimum: -90°, maksimum: 90°, krok: 1°</p> <p>n – minimum: 0, maksimum: 1, krok: 0.01</p> <p>Ustaw wartość suwaka n na różną od 0 i 1.</p>
9.		<p>Kliknij w Grafika 3D i w polu wprowadzania wpisz kolejno formuły:</p> <p>$dd = \sqrt{a^2 + b^2 + h^2} / 2$</p> <p>$I = (dd \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta), dd \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta), dd \cdot \sin(\beta))$</p> <p>$J = (-dd \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta), -dd \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta), -dd \cdot \sin(\beta))$</p> <p>$K = (1 - n) \cdot I + n \cdot J$</p>
10.		<p>Wstaw prostą IJ.</p>
11.		<p>Wstaw płaszczyznę przechodzącą przez punkt K i prostopadłą do prostej IJ.</p> <p>Ukryj prostą IJ.</p>
12.		<p>Wybierz narzędzie Przecięcie dwóch powierzchni i kliknij w płaszczyznę g i sześcian (graniastosłup) e. Ukryj płaszczyznę g, prostą f i wszystkie punkty.</p> <p>Uwaga: Przed kliknięciem płaszczyzny i graniastosłupa włącz na chwilę Widok Algebry i kliknij obiekty w tym widoku.</p>
13.		<p>Dla wielokąt2 w zakładce Styl ustaw Ukryty styl linii – Niezmienny.</p>

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry

Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



Ćwiczenie 3.

Zbuduj graniastosłup prosty o podstawie trapezu.

Z menu wybierz Opcje/Etykietowanie/Tylko nowe punkty		
1.		W widoku Grafiki utwórz trapez.
2.		W widoku Grafika3D utwórz graniastosłup (kliknij na trapez i przy wciśniętym klawiszu myszy „wyciągnij” go na żadaną wysokość).



Ćwiczenie 4.

Zbuduj graniastosłup o podstawie trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych 2 i 3 i wysokości 4.

Z menu wybierz Opcje/Etykietowanie/Tylko nowe punkty		
1.		W widoku Grafiki utwórz zadany trójkąt prostokątny ABC .
2.		W widoku Grafika3D wpisz w polu wprowadzania (x(A),y(A),4) . Powstanie nowy punkt – D .
3.		Klikając na trójkąt, a następnie na punkt D , utwórz graniastosłup.

Ćwiczenie 5.

Zbuduj ostrosłup prawidłowy trójkątny o krawędzi podstawy a i wysokości h.

Wskazówka: Utwórz suwaki **a**, **h**. Następnie narzędziem  utwórz trójkąt równoboczny o boku **a**, a za pomocą narzędzia  - ostrosłup o wysokości **h**.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry




Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego


Ćwiczenie 6.

Zbuduj ostrosłup prosty o podstawie trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych długości a i b oraz wysokości długości h .

W widoku Grafiki:

1. Utwórz suwaki a , b , h . Wstaw dowolny punkt A
2. W polu wprowadzania wpisz $A+(a,0)$. Powstanie punkt B
3. W polu wprowadzania wpisz $A+(0,b)$. Powstanie punkt C
4. Utwórz wielokąt (trójkąt ABC)
5. Utwórz środek przeciwprostokątnej – narzędzie . Powstanie punkt D .
6. W polu wprowadzania wpisz $(x(D), y(D), h)$. Powstanie punkt E – wierzchołek ostrosłupa.

W widoku Grafiki 3D:



7. Utwórz ostrosłup o podstawie ABC i wierzchołku E – narzędzie .
8. Możesz utworzyć odcinki AD i ED i zaznaczyć kąt prosty między nimi.

Ćwiczenie 7.

Zilustruj zadanie:

Przekrój kuli ma pole 16π i jest odległy od jej środka o 3. Oblicz objętość kuli.


W widoku Grafiki 3D:

1. Utwórz kulę o środku $A(0,0,0)$ i promieniu 5. (Użyj narzędzia  lub w polu wprowadzania wpisz $x^2+y^2+z^2=25$).
2. W polu wprowadzania wpisz $z=3$.
3. Narzędziem  utwórz część wspólną kuli i płaszczyzny. Powstanie stożkowa – okrąg c .
Możesz ukryć płaszczyznę.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry









Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

4. Utwórz punkt **B(0,0,3)** oraz punkt **C** na stożkowej (narzędzie ).
5. Utwórz trójkąt **ABC**. Zaznacz kąt prosty.
6. Ustaw właściwe parametry stylu obiektów tak, żeby trójkąt prostokątny był dobrze widoczny.

Ćwiczenie 8. Ilustracja zadania 17 z matury próbnej (Nowa Era)

Kwadrat ABCD o boku długości a jest podstawą ostrosłupa ABCDS. Krawędź boczna AS ma również długość a i jest prostopadła do płaszczyzny podstawy. Ostrosłup ten przecięto płaszczyzną przechodzącą przez wierzchołek A i prostopadłą do krawędzi CS. Oblicz pole otrzymanego przekroju.

1.		W Widoku Grafiki 2 wstaw suwak a , którego minimum: 0.1 , maksimum: 2 , krok: 0.1
2.		Kliknij w okno widoku Grafika 3D i wpisz w polu wprowadzania kolejno formuły: $A=(a/2,a/2,-a/2)$ $B=(-a/2,a/2,-a/2)$ $C=(-a/2,-a/2,-a/2)$ $D=(a/2,-a/2,-a/2)$ $S=(a/2,a/2,a/2)$
3.		Wstaw wielokąt ABCD
4.		Wstaw ostrosłup podstawie wielokąt1 i wierzchołku S .
5.		Dla ostrosłupa e w zakładce Zaawansowane wpisz w polach Czerwony, Zielony i Niebieski 0 , a w polu Przezroczystość wpisz 1/256 . Ustaw grubość linii 3 .
6.		Wstaw płaszczyznę prostopadłą do odcinka CS i przechodzącą przez punkt A .
7.		Zaznacz punkt E – przecięcie płaszczyzny f z odcinkiem BS .
8.		Zaznacz punkt F – przecięcie płaszczyzny f z odcinkiem CS .

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

9.		Zaznacz punkt G – przecięcie płaszczyzny f z odcinkiem DS .
10.		Ukryj płaszczyznę f .
11.		Wstaw wielokąt A EFG . Dla wielokąt2 ustaw w zakładce Styl opcję Ukryty Styl Linii – Niezmienny.
12.		W Widoku Grafiki 2 wstaw przycisk z opisem Widok przekroju i skryptem UstawWidokKierunku[wielokąt2]

Ćwiczenie 9. Ilustracja zadania 14 z matury 2015

Podstawą ostrosłupa ABCDS jest kwadrat ABCD. Krawędź boczna SD jest wysokością ostrosłupa, a jej długość jest dwa razy większa od długości krawędzi podstawy. Oblicz sinus kąta między ścianami bocznymi ABS i CBS tego ostrosłupa.

1.		W Widoku Grafiki 2 wstaw suwak a , którego minimum: 0.1 , maksimum: 2 , krok: 0.1
2.		Kliknij w okno widoku Grafika 3D i wpisz w polu wprowadzania kolejno formuły: A=(a/2,a/2,-a) B=(-a/2,a/2,-a) C=(-a/2,-a/2,-a) D=(a/2,-a/2,-a) S=(a/2,-a/2,a)
3.		Wstaw wielokąt ABCD
4.		Wstaw ostrosłup podstawie wielokąt1 i wierzchołku S .
5.		Dla ostrosłupa e w zakładce Zaawansowane wpisz w polach Czerwony, Zielony i Niebieski 0 , a w polu Przezroczystość wpisz 1/256 . Ustaw grubość linii 3 .
6.		Wstaw płaszczyznę prostopadłą do odcinka BS i przechodzącą przez punkt A .

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

7.		Zaznacz punkt E – przecięcie płaszczyzny f z odcinkiem BS .
8.		Ukryj płaszczyznę f .
9.		Wstaw odcinki AE i CE . Ustaw dla nich w zakładce Styl opcję Ukryty Styl Linii – Niezmienny.
10.		Wstaw kąt AEC .



Ten utwór jest dostępny na [licencji Creative Commons](#)
[Uznanie autorstwa-Użycie niekomercyjne - Na tych samych warunkach 3.0 Unported](#)

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Symulacja lekcji matematyki z wykorzystaniem skryptu i apletów dla ucznia przygotowanych w ramach projektu

Daria Szalińska

Podczas warsztatów zaprezentowana zostanie jedna, przykładowa lekcja, opracowana jako obudowa dydaktyczna Innowacyjnego programu nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego. Temat tej lekcji to:

Ciągi 11

Temat: Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego

Nauczyciel ma do dyspozycji: scenariusz lekcji, aplet napisany w programie GeoGebra oraz skrypt dla ucznia.

I. Przygotowanie do lekcji

Przed lekcją nauczyciel powinien zapoznać się ze scenariuszem lekcji. Wskazane jest również zapoznanie się z zadaniami, które będą rozwiązywane na lekcji. Bardzo ważne jest zarówno przygotowanie merytoryczne jak i techniczne.

Materiały i pomoce dydaktyczne:

- aplet ciagi03
- skrypt 17 dla ucznia
- tablica multimedialna/projektor/komputery uczniowskie

- Pracownia musi być wyposażona w komputer z projektorem (to minimum). Można również używać tablicy multimedialnej, a także uczniowie mogą pracować przy swoich komputerach.
- Należy pobrać scenariusz:

<https://drive.google.com/file/d/0B3Cxab32nK9IS1g4Q2VocjgwaVE/view?pli=1>

- Należy pobrać aplet ciagi03 lub otworzyć go na stronie:

<http://tube.geogebra.org/student/muCs4uoPG>

- Należy pobrać i powielić dla uczniów odpowiedni fragment skryptu 17:

<https://drive.google.com/file/d/0B3Cxab32nK9ITzNqUWJKOXJtUDA/view?pli=1>

Warto mieć na uwadze czego uczniowie nauczyli się wcześniej...

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Powiązanie z wcześniejszą wiedzą:

- Pojęcie ciągu geometrycznego PP 5.2
- Wzór na n -ty wyraz ciągu geometrycznego PP 5.2
- Własności ciągu geometrycznego PP 5.4

... a także co jest celem przygotowywanej lekcji.

Cele lekcji:

- Kształcenie umiejętności wyznaczania sumy początkowych wyrazów ciągu geometrycznego PP 5.4

II. Przebieg lekcji

1. Sprawdzenie obecności.
2. Sprawdzenie zadania domowego.
3. Podanie tematu, celów w języku ucznia i co uczniowie będą potrafili po lekcji.

Cele sformułowane w języku ucznia:

- Dowiesz się jak wyznaczy sumę określonej ilości początkowych wyrazów ciągu geometrycznego posługując się wzorem lub sprytnym sposobem

Co uczniowie będą potrafili po lekcji:

- Obliczyć sumę początkowych wyrazów ciągu geometrycznego gdy dany jest pierwszy jego wyraz i iloraz
- Obliczyć sumę początkowych wyrazów ciągu geometrycznego gdy dane są dwa dowolne wyrazy ciągu
- Obliczyć sumę początkowych wyrazów ciągu geometrycznego gdy dany jest wzór ciągu
- Obliczyć iloraz lub dowolny wyraz ciągu gdy dana jest suma początkowych wyrazów tego ciągu

4. Praca z apletem i skrypcem dla ucznia.

Instrukcja obsługi apletu:

- Otwórz plik ciagi03
- Masz przed sobą aplet ilustrujący sumę $pól$ n kwadratów tworzących ciąg geometryczny
- Suwakami możesz ustawiać wartości wyrazu pierwszego ciągu, czyli pola pierwszego kwadratu oraz ilorazu ciągu q . Możesz również ustawić suwakiem liczbę n – czyli liczbę kwadratów.

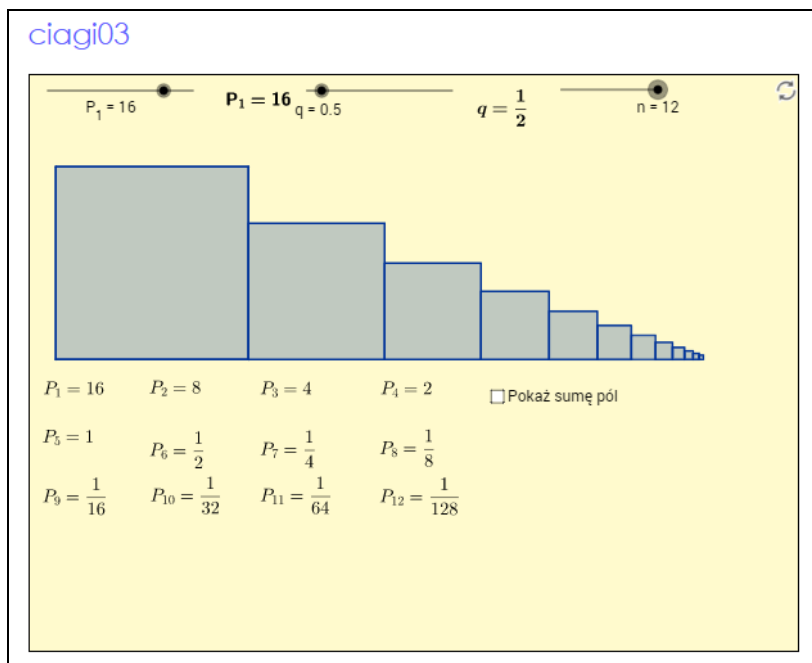
Komentarz: Można w tym miejscu pokazać kilka ustawień suwaków, bardzo wygodne jest korzystanie ze strzałek na klawiaturze.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 1. Ustaw suwaki w aplikacji: $P_1 = 16$, $q = \frac{1}{2}$, $n = 1$. Zwiększaj wartość n i obserwuj pola kolejnych kwadratów. Jakie są między nimi zależności?



Przy tym ustawieniu suwaków przechodzimy do zadania następnego:

Zadanie 2. Oblicz sumę pól dwunastu kwadratów z poprzedniego zadania. Jak to zrobić najprościej, aby uniknąć żmudnego dodawania ułamków?

$$S_{12} = 16 + 8 + \dots + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}$$

$$2 \cdot S_{12} = \dots$$

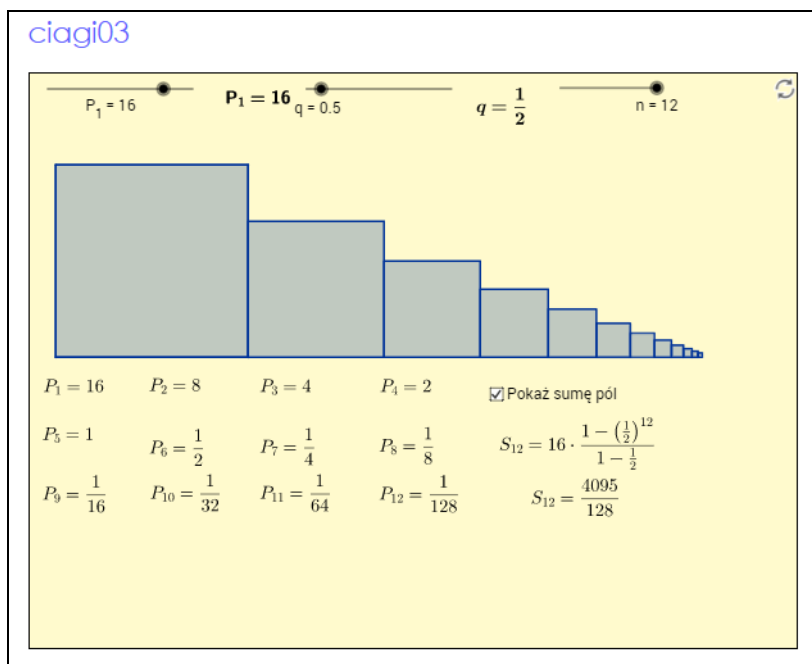
$$2S_{12} - S_{12} = \dots$$

$$S_{12} = \dots$$

Rozwiązanie zadania sprawdzamy zaznaczając odpowiednie pole wyboru w aplikacji.



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



Przechodzimy do bardziej ogólnego zadania:

Zadanie 3. Wyznacz wartość wyrażenia

$$S_n = 3 + 3^2 + \dots + 3^{n-1} + 3^n$$

$$3 \cdot S_n = \dots$$

$$3S_n - S_n = \dots$$

$$2S_n = 3 \cdot \dots$$

$$S_n = \dots$$



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Aż wreszcie do wyprowadzenia wzoru:

Zadanie 4. Wyprowadź wzór na n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego, w którym $q \neq 1$.

$$a_1, a_2 = a_1q, a_3 = a_1q^2, \dots, a_{n-1} = a_1q^{n-2}, a_n = a_1q^{n-1}$$

$$S_n = a_1 + a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^{n-2} + a_1q^{n-1}$$

$$q \cdot S_n = \dots$$

$$S_n - qS_n = \dots$$

$$S_n(1 - q) = a_1 \dots$$

$$S_n = \dots$$

W wyprowadzeniu pojawił się warunek $q \neq 1$, należy z uczniami przedyskutować dlaczego się pojawił, a następnie przejść do zadania:

Zadanie 5. Zapisz wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie a_1 i ilorazie $q = 1$.

.....

Ten przypadek również można zilustrować w aplecie:

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

ciagi03

$a_1 = 2$ $P_1 = 2$ $q = 1$ $q = 1$ $n = 10$

$P_1 = 2$ $P_2 = 2$ $P_3 = 2$ $P_4 = 2$ Pokaż sumę pól

$P_5 = 2$ $P_6 = 2$ $P_7 = 2$ $P_8 = 2$

$P_9 = 2$ $P_{10} = 2$

TWIERDZENIE

Suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego wyraża się wzorem

$$S_n = \begin{cases} a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} & \text{gdy } q \neq 1 \\ a_1 n & \text{gdy } q = 1 \end{cases}$$

Komentarz: Poprzez zadania 2 – 5 przeszliśmy od bardzo konkretnego przykładu z ilustracją do wyprowadzenia wzoru.

Przechodzimy do krótkich zadań, o podwyższającym się stopniu trudności. Dobrze, aby uczniowie używali kalkulatorów, to bardzo usprawni pracę. Można uczniom zaproponować pracę w parach.

Zadanie 6. Oblicz sumę S_8 ciągu geometrycznego, w którym $a_1 = 5$ oraz $q = -2$.

Zadanie 7. Oblicz sumę S_{10} ciągu geometrycznego (a_n) , w którym $a_1 = \frac{1}{81}$ i $a_2 = \frac{1}{27}$.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



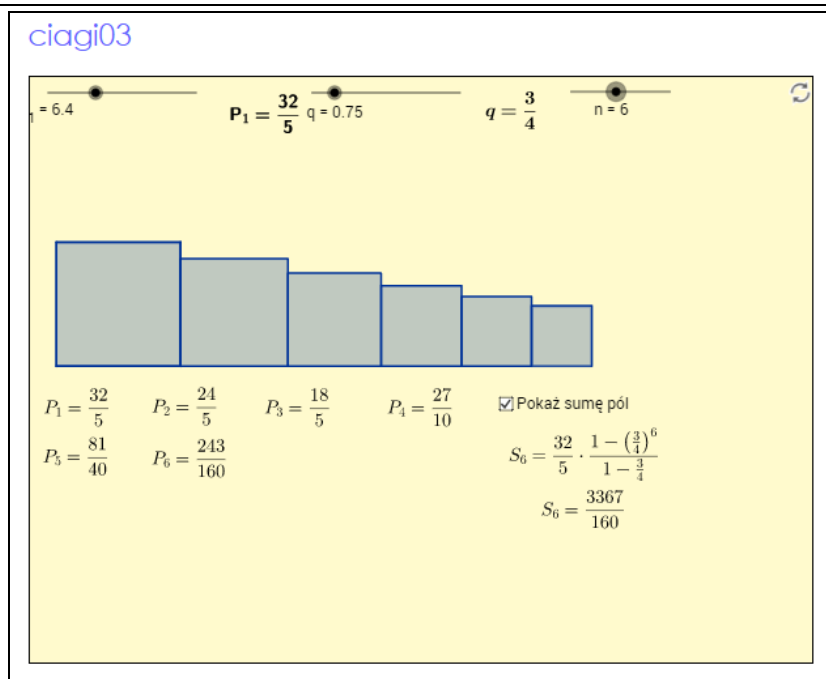
Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 8. Oblicz sumę ośmiu początkowych wyrazów ciągu geometrycznego $a_n = \frac{9}{2^n}$.

Na zakończenie zadanie bardziej rozbudowane, nawiązujące do sytuacji z apletu.

Zadanie 9. Pola sześciu kwadratów (takich jak w aplecie) tworzą ciąg geometryczny o ilorazie $\frac{3}{4}$. Suma tych pól jest równa $21\frac{7}{160}$. Oblicz pole największego kwadratu. Sprawdź poprawność swojego rozwiązania ilustracją w aplecie.

Odp.



VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

5. Analiza przykładów z podręcznika.
6. W razie potrzeby wykonanie ćwiczeń z podręcznika – dyskusja i wspólne rozwiązywanie problemu.
7. Pytanie kluczowe – praca w grupach.

Wersja I

Rozwiąż zadanie zapisane na papiirusie Rhinda (Egipt, ok. 1650 p.n.e.) : „W każdym z 7 domów jest 7 kotów, każdy kot zjadł 7 myszy, z których każda zjadła po 7 kłosów jęczmienia; każdy z kłosów mógł dać 7 miar ziarna. Ile było łącznie domów, kotów, myszy, kłosów i miar ziarna?”

Wersja II

Rozwiąż zadanie z dziecięcej, angielskiej rymowanki: „As I was to St. Ives, I met a man with seven wives, Each wife had seven sacks, Each sacks had seven cats, Each cat had seven kits; Kits, cats, sacks, and wives, How many were there going to St. Ives?”
(<http://www.youtube.com/watch?v=cqx7ylcVKFo>)

Komentarz: Pytanie kluczowe nie jest skomplikowane rachunkowo, ale jest ciekawe: w wersji pierwszej - historycznie, a w wersji drugiej – interdyscyplinarnie.



VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



8. Podsumowanie lekcji i przypomnienie co uczniowie będą potrafili po lekcji.

Co uczniowie będą potrafili po lekcji:

- Obliczyć sumę początkowych wyrazów ciągu geometrycznego gdy dany jest pierwszy jego wyraz i iloraz
- Obliczyć sumę początkowych wyrazów ciągu geometrycznego gdy dane są dwa dowolne wyrazy ciągu
- Obliczyć sumę początkowych wyrazów ciągu geometrycznego gdy dany jest wzór ciągu
- Obliczyć iloraz lub dowolny wyraz ciągu gdy dana jest suma początkowych wyrazów tego ciągu

Komentarz: To bardzo ważne, aby przypomnieć uczniom na zakończenie co powinni potrafić po lekcji. Dobrze dobrane zadania domowe powinny zawierać wszystkie powyższe zagadnienia. Uczniowie będą mogli wtedy uporządkować wiedzę i dobrze przygotować się do sprawdzianów wiadomości.

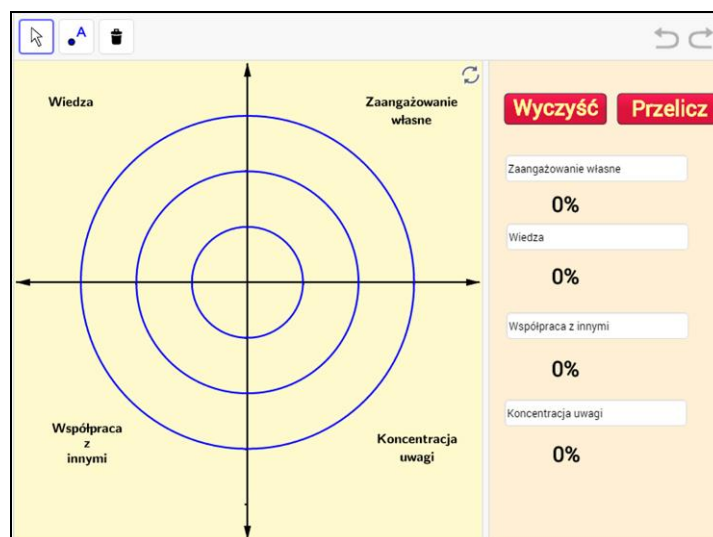
III. Ewaluacja

Najszybszym sposobem ewaluacji po tej lekcji będzie tarcza strzelecka w wersji papierowej na drzwiach pracowni lub w wersji multimedialnej na tablicy interaktywnej.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



<http://http://tube.geogebra.org/m/40844>

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

ZASTOSOWANIE PORADNIKA METODYCZNEGO do innowacyjnego programu nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących

Daria Szalińska

1. Charakterystyka poradnika metodycznego

Poradnik metodyczny jest powiązany z innowacyjnym programem nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących. Poradnik metodyczny ma na celu ułatwienie przygotowania i prowadzenia zajęć korzystającym z programu nauczycielom.

2. Elementy Oceniania Kształtującego wykorzystane w programie

Ocenianie Kształtujące to bieżące obserwowanie, podsumowywanie i przekazywanie uczniom informacji, które pozwolą im na określenie poziomu swoich wiadomości i umiejętności oraz pomogą w zaplanowaniu dalszej pracy. [Fisher & Frey]

Główne idee, narzędzia i techniki OK, stosowane w „Innowacyjnym programie nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”:

- Powiązanie z wcześniejszą wiedzą
- Jasno określone cele lekcji, sformułowane w sposób zrozumiały dla ucznia i w taki sposób mu przekazane
- Precyzyjne kryteria sukcesu, czyli „na co będziemy zwracać uwagę – NaCoBezU”
- Pytania kluczowe
- Zadawanie precyzyjnych pytań i umożliwienie uczniom zastanowienia się nad udzieleniem na nie odpowiedzi
- Aktywizacja procesu nauczania – uczenia się
- Informacja zwrotna, jaką otrzymuje uczeń

3. Aktywizujące metody nauczania matematyki

Aktywizujące metody nauczania to takie, w których uczeń zdobywa wiedzę poprzez działanie, eksperymentowanie i twórcze myślenie. Dzięki zastosowaniu GeoGebry, zdecydowana większość materiałów dołączonych do naszego programu nauczania opiera się na aktywizującym nauczaniu.

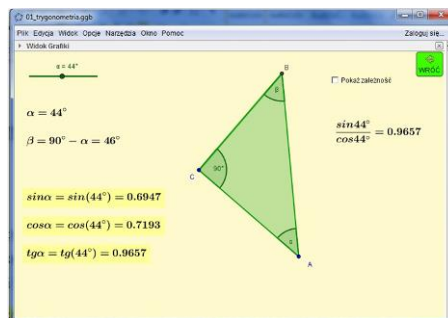
VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- Eksperyment

GeoGebra można traktować jako swoiste laboratorium matematyczne: obserwować dynamiczne zmiany bez potrzeby wykonywania żmudnych obliczeń i wyciągać wnioski lub proponować hipotezy do późniejszej weryfikacji.



<http://tube.geogebra.org/student/myq441nVZ>

- Praca w parach

Metoda ta sprawdza się przy rozwiązywaniu niezbyt trudnych zadań zawartych w pytaniach kluczowych. Po wyznaczonym czasie nauczyciel wybiera jednego ucznia (lub kilku jeśli istnieje wiele metod rozwiązania problemu) metodą losowania patyczków z imionami

- Metoda Śnieżnej Kuli

Metoda polega na wspólnym rozwiązywaniu zadania poprzez przechodzenie od pracy indywidualnej do grupowej.

- Praca w grupach

Nauczyciel dzieli klasę na zespoły, które przez określony czas pracują nad zadaniem problemem.

- Metoda Stolików Zadaniowych

Metoda ta polega na uczeniu się poprzez uczenie innych. Po podzieleniu uczniów na grupy, praca przebiega w trzech etapach:

- uczniowie otrzymują od prowadzącego rozbudowane zadanie, podzielone na części i każdy wybiera tę część, która mu najbardziej odpowiada;
- uczniowie z poszczególnych grup, opracowujący te sam fragment zadania, spotykają się przy stolikach ekspertów – rozwiązują problem i zastanawiają się w jaki sposób nauczyć pozostałych członków swoich grup danego materiału;

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- o uczniowie wracają do swoich grup, składają w całość rozwiązanie zadania ucząc się wzajemnie.

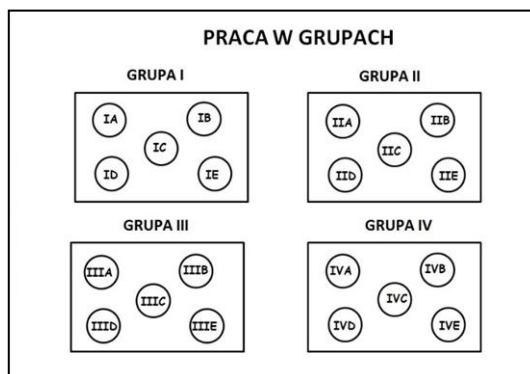
Przykład

TEMAT: Utrwalenie wiadomości o logarytmach, przedziałach i procentach

Temat przeznaczony jest na dwie godziny lekcyjne.

Przebieg lekcji:

1. **Podział klasy na grupy ćwiczeniowe.** Nauczyciel dzieli klasę na grupy, tak aby w każdej było pięciu uczniów (jeśli nie można tak podzielić, może być sześciu i wtedy dwóch uczniów wypełnia zadania jednego).



2. **Wybór lidera i wyjaśnienie metody Stolików Zadaniowych.** Każda grupa wybiera lidera odpowiedzialnego za tok pracy w grupie. Nauczyciel wyjaśnia na czym polega zadanie, ile czasu jest na jego wykonanie, jak należy zorganizować pracę oraz jak będzie wyglądała prezentacja rozwiązania.

3. **Przydział zadań.** Nauczyciel rozdaje każdej grupie pakiet pięciu zadań. Zadania w poszczególnych grupach są inne jednak dotyczą tych samych pięciu zakresów:

- A. obliczenia z zastosowaniem logarytmów
- B. przedziały liczbowe
- C. obliczenia procentowe
- D. błąd bezwzględny i błąd względny
- E. podatki, zyski z lokat

Lider, w porozumieniu z członkami grupy, przydziela każdemu uczniowi jedno zadanie do rozwiązania.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry

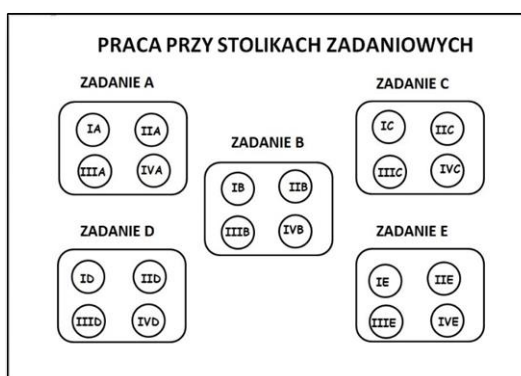


Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykładowy pakiet zadań:

Grupa I
A (I) Oblicz: $\log_3 12 + 2 \log_3 6 - 4 \log_3 2$.
B (I) Dane są przedziały $A = (-\infty; 3)$ i $B = (-2; 5)$. Zaznacz podane przedziały na osi liczbowej. Wyznacz $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.
C (I) Płaszcz kosztował 280 zł. Jego cenę podniesiono najpierw o 15%, a następnie obniżono o 20%. Ile kosztuje płaszcz po tych zmianach? O ile procent zmieniła się cena płaszcza w stosunku do ceny początkowej?
D (I) Pan Jankowski zaplanował remont kuchni i przedpokoju. Na remont kuchni planował przeznaczyć 12000 zł a na remont przedpokoju 3000 zł. Okazało się, że wydał o 500 zł więcej na remont kuchni i o 500 zł więcej na remont przedpokoju. Oblicz błąd bezwzględny i błąd względny, który popełnił pan Jankowski przy planowaniu remontu obu pomieszczeń.
E (I) Pan Nowakowski wpłacił do banku pewną kwotę na lokatę oprocentowaną 6% rocznie. Po roku otrzymał odsetki od tej kwoty w wysokości 480 zł. Jaki był jego kapitał początkowy?

4. **Praca przy stolikach zadaniowych** (10 – 15 minut). Wszyscy uczniowie, którzy w swoich grupach otrzymali do rozwiązania zadanie A siadają przy jednym stoliku – rozwiązują swoje zadania dotyczące logarytmów, pomagają sobie nawzajem oraz zastanawiają się jak wytłumaczyć to rozwiązanie koleżankom i kolegom ze swoich grup. W ten sposób stają się ekspertami w zakresie logarytmów. To samo robią uczniowie, którzy otrzymali do rozwiązania zadania B, C, D i E.



5. **Praca w grupach.** Po zakończeniu prac przy stolikach ekspertów uczniowie wracają do swoich grup. Każdy uczeń prezentuje rozwiązanie swojego zadania, zwracając uwagę na to czy każdy z członków jego grupy zrozumiał rozwiązanie. Uczniowie mogą dyskutować i zadawać pytania. Uczniowie za

pisują rozwiązania zadań na dużych arkuszach papieru.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry

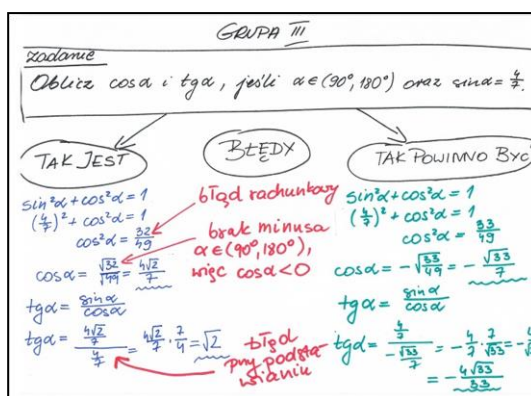
Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

6. Prezentacja rozwiązań. Liderzy zawieszają arkusze z rozwiązaniami na ścianie. Nauczyciel kolejno z każdej grupy losuje jednego ucznia, który referuje rozwiązania wszystkich zadań. Nauczyciel ocenia rozwiązanie.

7. Ewaluacja zajęć. Nauczyciel rozdaje uczniom anonimowe ankiety ewaluacyjne.

- Metoda Metaplanu

Metaplan jest plastycznym zapisem dyskusji prowadzonej przez uczniów na dany temat.



- Metoda Odwróconej Lekcji



- Metoda projektu badawczego

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Metoda projektu badawczego polega na samodzielnej realizacji obszernego zadania przez uczniów. Przy realizacji projektu uczniowie nabywają wiele umiejętności: planowania i organizacji pracy w grupie; poszukiwania, gromadzenia, selekcjonowania i weryfikacji informacji; posługiwania się nowymi źródłami informacji; podejmowania decyzji; planowania pracy i komunikacji w grupie. Dobrze przygotowany projekt powinien mieć charakter interdyscyplinarny.

PROPOZYCJA PROJEKTU Z GEOGEBRĄ

Temat projektu: „Gotyk na dotyk”

„Gotyk na dotyk” to hasło promujące zabytki Torunia. Projekt ten można realizować przy okazji wycieczki to tego słynącego z gotyckich budowli miasta lub innego, w którym znaleźć można ciekawe zabytki budowane w podobnym stylu. Oczywiście można również korzystać z książek i Internetu.

Przebieg projektu:

- Zapoznanie uczniów z metodą projektu.
- Podanie tematu projektu.
- Wprowadzenie w tematykę zagadnienia:
 - Oglądanie gotyckich budynków
 - Konstruowanie podstawowych ornamentów gotyckich w GeoGebrze
- Przygotowanie instrukcji do projektu:

Zadanie 1. Odnajdźcie i wykonajcie zdjęcia ornamentów gotyckich na zabytkowych budynkach Torunia. (ewentualnie odnaleźć zdjęcia w Internecie lub książkach o Toruniu).

Zadanie 2. Odnajdźcie różne pojęcia związane ze słowami „gotyk”, „gotycki”. Krótko je opiszcie i zilustrujcie.

Zadanie 3. Zwięźle opiszcie jakie są podstawowe cechy stylu gotyckiego w architekturze, zilustrujcie opisywane fakty.

Zadanie 4. Wykonajcie w GeoGebrze konstrukcję wybranego ornamentu gotyckiego przedstawionego na zgromadzonych zdjęciach.

Zadanie 5. Zaprojektujcie i wykonajcie w GeoGebrze konstrukcję własnego ornamentu w stylu gotyckim.

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 6. Wykonajcie prezentację multimedialną, w której zaprezentujecie wykonane zadania.

- Sprawozdanie.

Każda grupa założy blog internetowy, na którym będzie zamieszczać opis wykonanych przy projekcie prac i dokumentować je zdjęciami. W poszczególnych postach musi znaleźć się krótki opis działania, kto je podjął i jaki był jego efekt. Na końcu powinno pojawić się podsumowanie działań.

4. Wskazówki metodyczne do poszczególnych działów programu.

Trygonometria.

Co maturzysta ma umieć z trygonometrii?

„W zakresie podstawowym ważne jest wymaganie: uczeń wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 180° . Wychodzi się więc poza kąty ostre, ale nie rozważa się dowolnych kątów. Głównym argumentem było to, że taki zakres kątów jest niezbędny dla interpretacji współczynnika w równaniu kierunkowym prostej $y = ax + b$ jako tangensa kąta nachylenia prostej. Tyle też potrzeba do obliczeń związanych z trójkątami rozwartokątnymi. W zakresie podstawowym nie ma jednak ani miary łukowej kąta, ani funkcji trygonometrycznych kątów skierowanych.” Nie ma też funkcji cotangens, która jednakże występuje w wielu podręcznikach.

Równania i nierówności. Umiejętność rozwiązywania równań liniowych i ich układów, zostaje poszerzona o kolejne typy równań oraz o nierówności. Z pozoru możemy stwierdzić, że zostały usunięte równania wielomianowe. Należy jednak zwrócić uwagę na punkt 3.7 podstawy (korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu $x(x+1)(x-7) = 0$), który nie wprost mówi o takich właśnie równaniach (w połączeniu z punktem 6 podstawy programowej dla wyrażeń algebraicznych w gimnazjum).

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

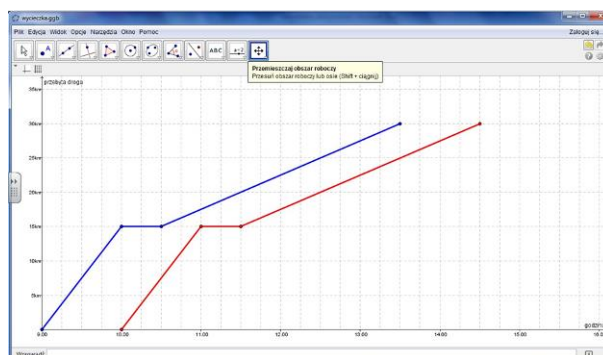
Funkcje są bardzo ważną częścią kształcenia w szkole ponadgimnazjalnej. Poświęca się im dużo czasu w cyklu kształcenia. Na uwagę zasługuje fakt, że główne własności funkcji odczytywane są z wykresu. Nie wykazujemy na podstawie definicji monotoniczności, nie wspominamy nawet o różnowartościowości, parzystości czy okresowości. Nie wyznaczamy dziedziny funkcji danej za pomocą pierwiastka lub wymiernej (innej niż homograficzna). O tym zapominają niektórzy autorzy podręczników.

Co maturzysta ma wiedzieć o funkcjach potęgowych, wykładniczych i logarytmicznych?

„Pełny, dawniejszy zakres funkcji elementarnych dla wszystkich uczniów nie da się zrealizować. Poważne trudności pojawiają się już na poziomie definicji, a czasu na nauczanie jest mało. W zakresie podstawowym uczeń oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na takich potęgach. Ponadto wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, ilorazu i potęgi o wykładniku naturalnym. W zakresie podstawowym nie wymaga się funkcji potęgowych i logarytmicznych, natomiast trzeba mieć pewną wiedzę o funkcjach wykładniczych ze względu na ich fundamentalne znaczenie nie tylko w naukach przyrodniczo-technicznych, lecz też w naukach społecznych, w ekonomii, w lingwistyce.”

5. Samodzielne zastosowania GeoGebry przez nauczyciela na lekcjach

Wiele zadań zaproponowanych w scenariuszach i skryptach Innowacyjnego programu nauczania w liceach nauczyciel może samodzielnie zilustrować w GeoGebra.



Zadanie: Wyobraź sobie, że widoczna część układu współrzędnych to wioska, przez którą płynie rzeka – oś OX. Zaplanuj najkrótszą drogę z chatki w punkcie (4,4) do chatki w punkcie (-5,2) jeśli po drodze chcemy nabrać wiaderko wody z rzeki.

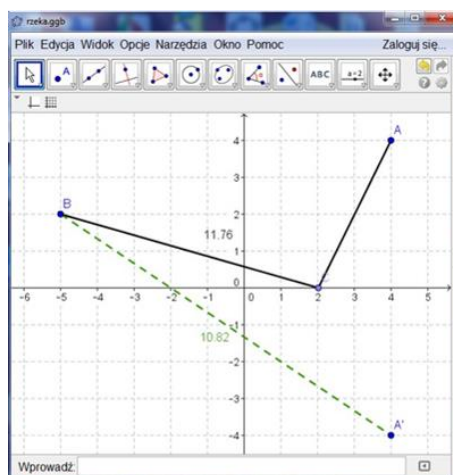
VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Instrukcja:

1. Włącz Osie i Siatkę w Widoku Grafiki.
2. Wstaw punkty $A = (4,4)$ i $B = (-5,2)$ –
3. Wstaw na osi OX punkt C –
4. Wstaw łamaną ACB – . Dla łamanej ACB we Właściwościach zaznacz Pokaż etykietę: Wartość.
5. Punkt A odbij symetrycznie względem osi OX –
6. Wstaw odcinek BA' – . Dla odcinka BA' we Właściwościach zaznacz Pokaż etykietę: Wartość.



6. Przykłady kartkówek, sprawdzianów z zastosowaniem Oceniania Kształtującego

Zgodnie z ideą Oceniania Kształtującego, prezentowaną w innowacyjnym programie nauczania, w ten sposób oceniamy również stopień opanowania najważniejszych, z naszego punktu widzenia, umiejętności. W poradniku proponujemy kilka sposobów na szybkie skonstruowanie informacji zwrotnej.

Zadanie. Wzór funkcji $f(x) = -2x^2 - x + 1$ zapisz w postaci kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje). Wyznacz współrzędne punktu przecięcia wykresu funkcji z osią OY. Naszkicuj wykres funkcji f . Określ monotoniczność funkcji, podaj jej zbiór wartości i równanie osi symetrii paraboli.

Informacja zwrotna:

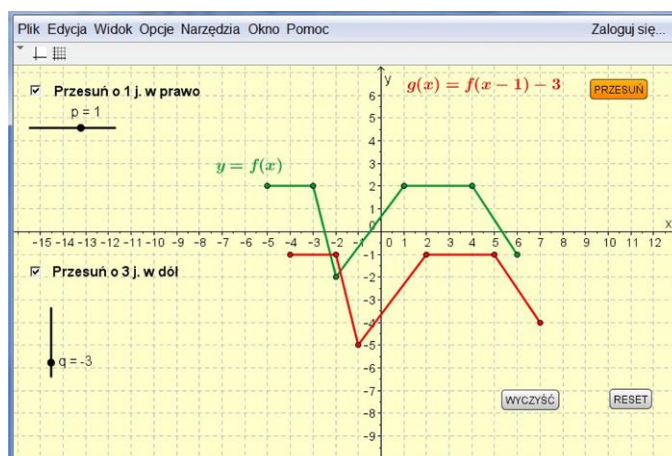
VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

1. wyznaczenie współrzędnych wierzchołka paraboli	
2. zapisanie postaci kanonicznej wzoru	
3. wyznaczenie miejsc zerowych	
4. zapisanie postaci iloczynowej	
5. wyznaczenie współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią OY	
6. naszkicowanie wykresu funkcji	
7. określenie monotoniczności funkcji	
8. podanie zbioru wartości	
9. podanie równania osi symetrii paraboli	

7. Dodatkowe możliwości wykorzystania apletów, o których nie wspomniano w skryptach dla uczniów



<http://http://tube.geogebra.org/student/mcbi94hmp>

8. Sposoby ewaluacji zajęć

Bardzo ważną częścią procesu edukacyjnego jest ewaluacja. Nie można uznać lekcji za „udaną”, jeśli nie wiemy jakie są odczucia uczestniczących w niej uczniów.

- Ankieta

VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

		TAK	NIE
1	Lekcja była ciekawa		
2	Byłam/byłem zaangażowany/a w rozwiązywanie zadania		
3	Pomagaliśmy sobie w rozwiązywaniu zadań		
4	Tłumaczyliśmy sobie nawzajem niezrozumiałe zagadnienia		
5	Nie przeszkadzaliśmy sobie wzajemnie		
6	Potrafię samodzielnie i poprawnie rozwiązać zadania z lekcji		
7	Lekcja dobrze przygotowała mnie do sprawdzianu		
8	Podczas zajęć czułam/czułem się dobrze		

- Identyfikacja przeszkód

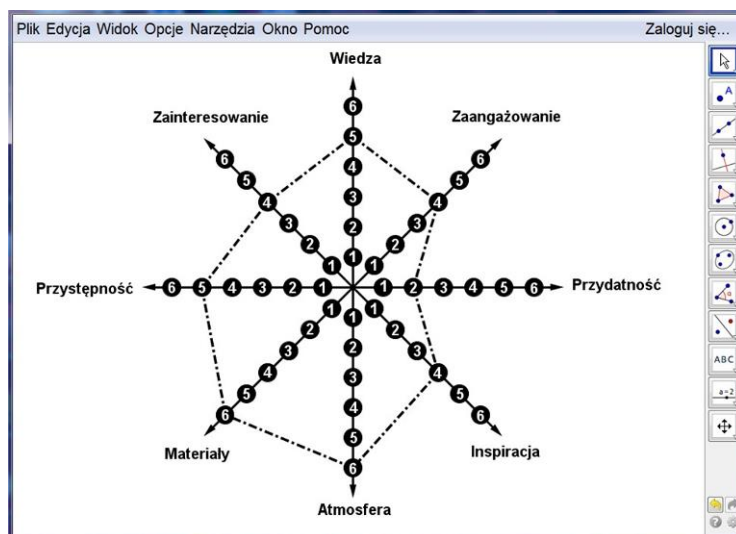
Co mi pomogło w nauce?	Co mi przeszkadzało w nauce?

- Róża wiatrów

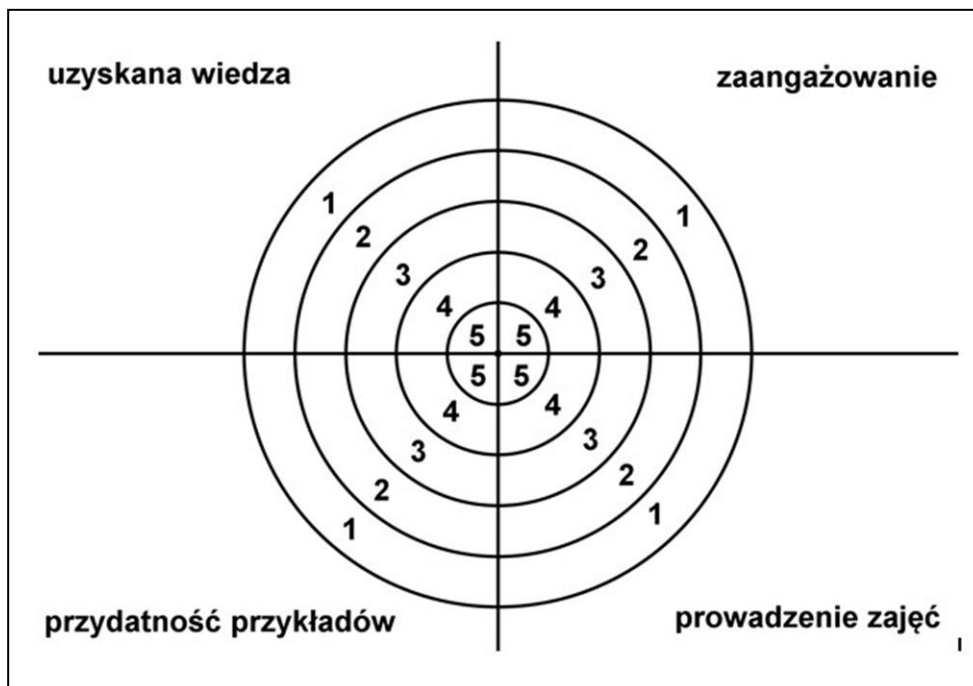
VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



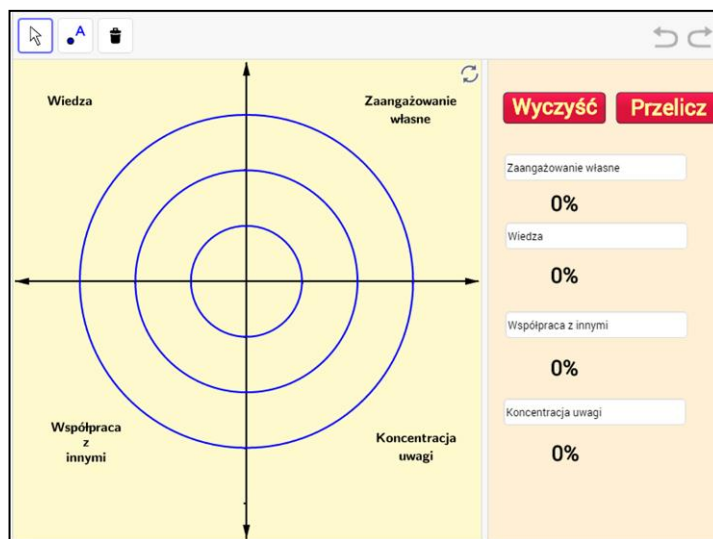
- Tarcza strzelnicza



VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



<http://http://tube.geogebra.org/m/40844>

- Kosz i walizka



VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry



Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

- Gadająca ściana



VI Ogólnopolska Konferencja GeoGebry